

BETONOVÉ KONSTRUKCE – B03C + B03K

ÚČINKY SMYKU A KROUCENÍ NA BETONOVÉ KONSTRUKCE



Betónové konstrukce B03C + B03K



Otázky k přednášce

Proč a jak počítáme hlavní napětí u předpjatých betonových konstrukcí?

Jak předpětí ovlivňuje průběh hlavních napětí a vznik trhlin?

Jak na porušeném nosníku rozlišíte ohybovou a smykovou trhlinu?

Jak se nazývá model, ze kterého vychází základní vztahy pro posuzování smyku u betonových konstrukcí?

Jak se porušují prvky bez smykové výztuže a se smykovou výztuží?

Jaké 3 posudky musíte provést při posuzování únosnosti ve smyku?

Zohledňuje se nějak vliv předpětí na únosnost ve smyku ve výpočetních vztazích?

V jakých případech je nezbytné zohlednit smykové deformace (kdy jsou výrazné)?

Co je podstatou smykového ochabnutí a jaké 3 typy rozlišujeme?

Jaké jsou praktické možnosti zohlednění smykového ochabnutí ve výpočtu?

Může nastat případ, kdy ke smykovému ochabnutí nedochází?

Jaké znáte modely pro kroucení ŽB prvků a jaký se používá v Eurokódu 2?

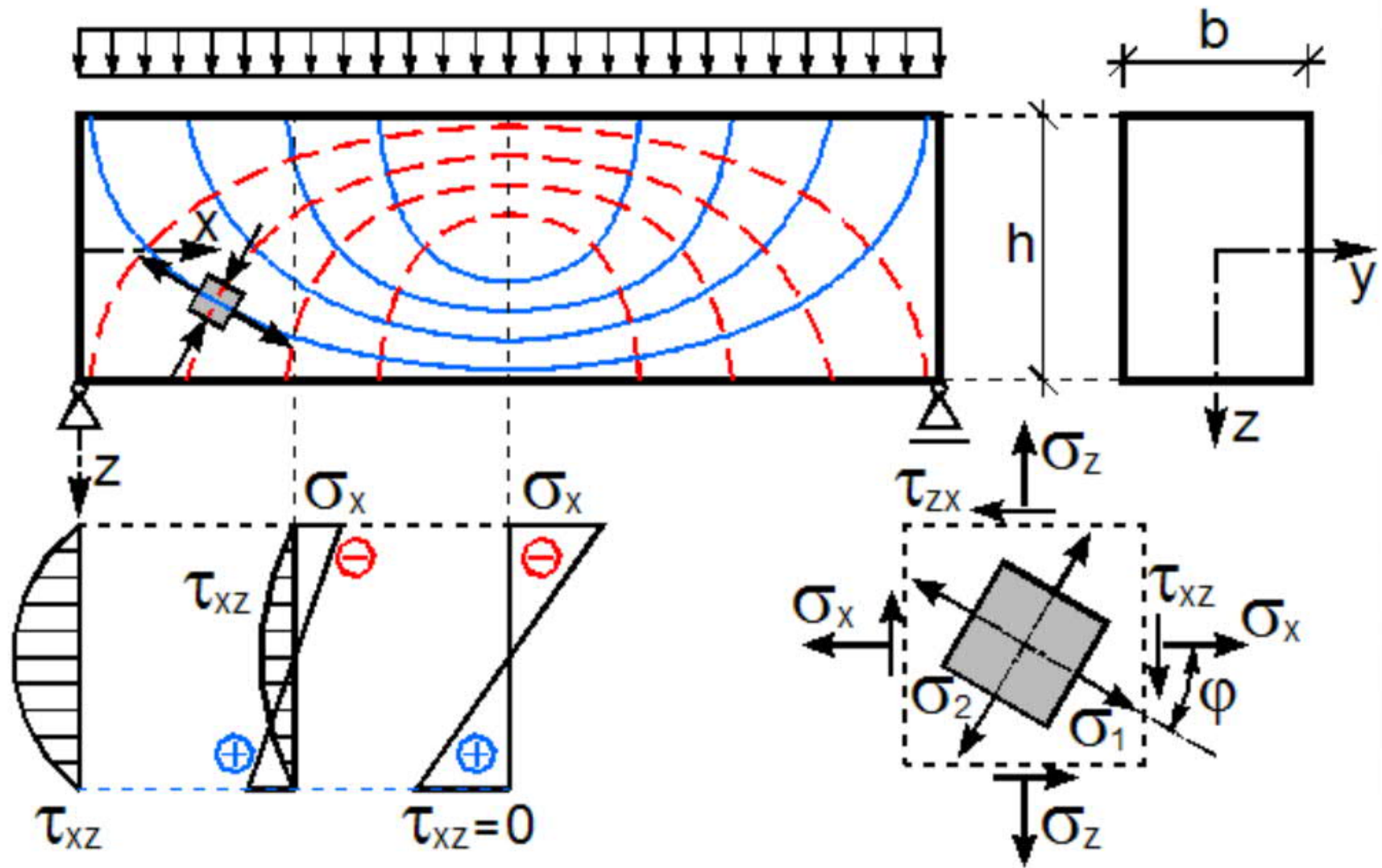
Jak se nazývá funkce popisující smykový tok na průřezu od volného kroucení?

Jaké 3 posudky musíte provést při posuzování únosnosti v kroucení?

Má výpočetní model na kroucení (příp. na smyk) nějaké nedostatky?



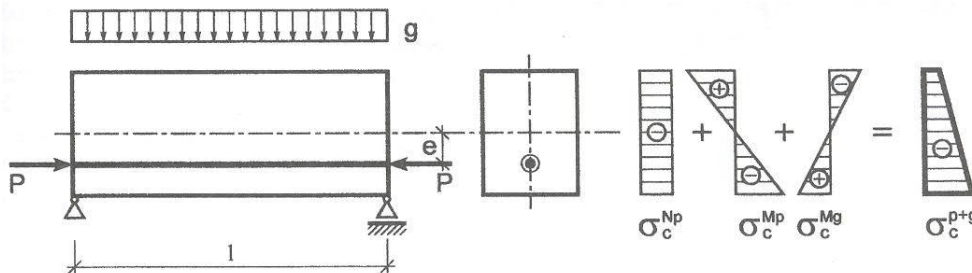
Trajektorie hlavních napětí - pružnost



Statické působení předpjatého betonu

- Při odlehčení nahodilého zatížení – uzavření trhlin
- Stejná mezní únosnost jako pro železobeton
- U železobetonu před MSÚ výrazný rozvoj trhlin, velká protažení (deformace)
- Porovnání hlavních napětí – výrazná redukce, lze připustit větší smyková napětí (při „inteligentním návrhu“ lze výrazně redukovat smykovou sílu)

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \cancel{\sigma_y}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \cancel{\sigma_y}}{2} \right)^2 + \tau^2}$$



Omezení trhlin

Trhliny musí být omezeny tak, aby nedošlo k narušení řádné funkce nebo trvanlivosti konstrukce. Trhliny vznikají v důsledku zatížení (železobetonové konstrukce) nebo v důsledku omezení vnesených nebo vynucených přetvoření (smršťování betonu,...). Pro plně a omezeně předepjaté konstrukce lze předpokládat, že trhliny v provozním stavu nevzniknou.

Omezení šířky trhlin bez přímého výpočtu:

$$A_{s,\min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k_t \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}$$

Omezení průhybů

(4) Vzhled a obecná použitelnost konstrukce mohou být ohroženy, pokud vypočtený průhyb nosníku, desky nebo konzoly při kvazi-stálém zatížení překročí hodnotu 1/250 rozpětí. Průhyb se stanoví ve vztahu k podporám. Pro kompenzaci celého průhybu nebo jeho části lze použít nadvýšení, avšak nadvýšení bednění nemá celkově překročit hodnotu 1/250 rozpětí.

Při výpočtu je nutné zohlednit skutečné zatížení konstrukce, skutečné chování jednotlivých průřezů (rozvoj trhlin při zatížení, redukce průřezových charakteristik, atd.) a vliv časově závislého chování použitých konstrukčních materiálů (smršťování a dotvarování betonu, relaxace předpínací výztuže).

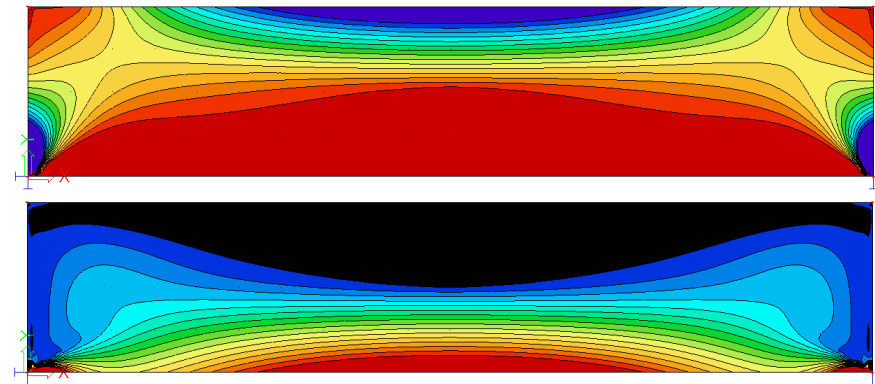
Hlavní tah

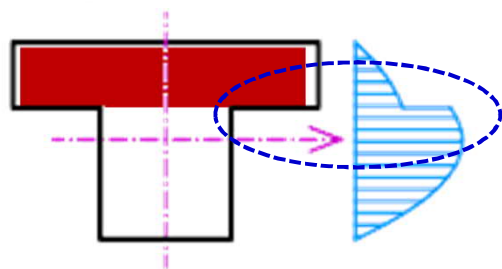
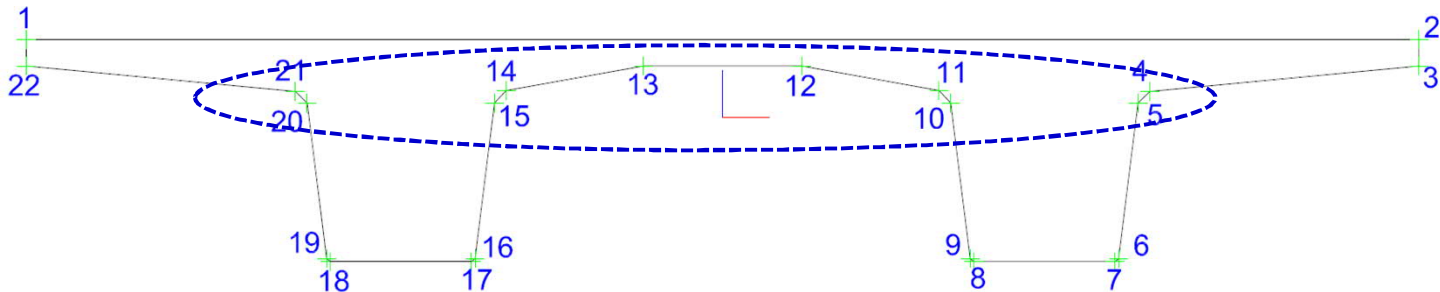
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

$$f_{ctb,\min} = \left(1 - 0,8 \frac{\sigma_3}{f_{ck}}\right) \cdot f_{ctk;0,05}$$

$$\sigma_3 = 0,6 \cdot f_{ck}$$

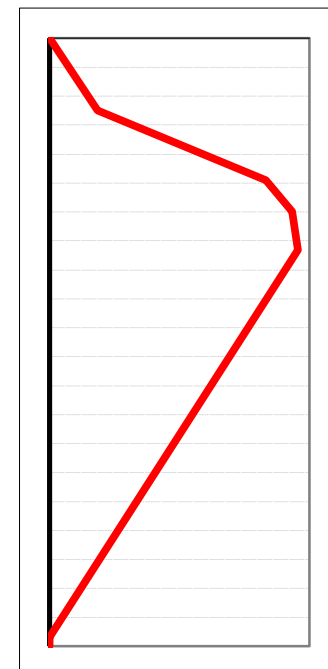
Nejmenší směrově závislá pevnost betonu v tahu dosažená pro maximální přípustné napětí betonu v tlaku

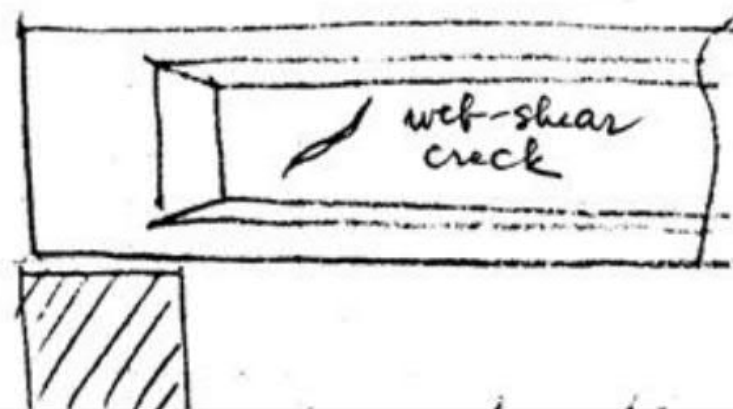
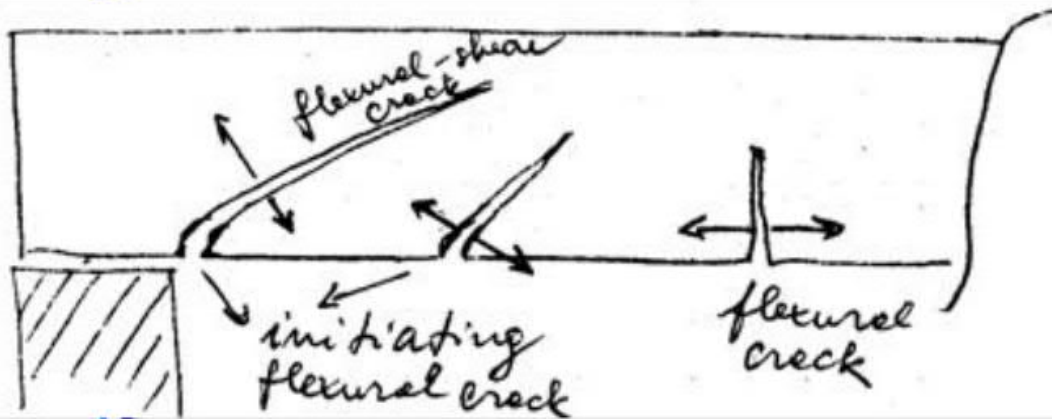




$$\tau_{\max} = \frac{V \cdot S_y}{I_y \cdot b}$$

$$S_y = A_{\text{nadřezem}} \cdot z_T$$

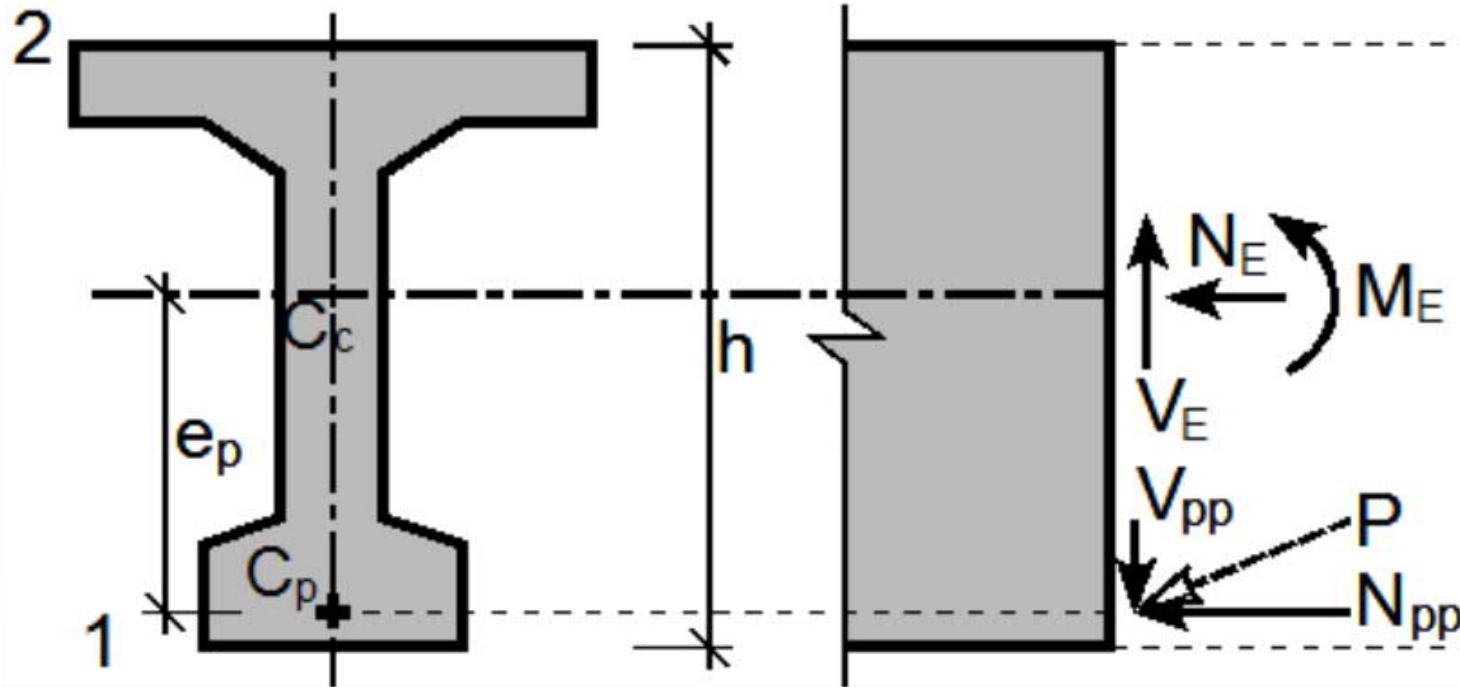




Vliv předpětí - redukce posouvající síly

(a) průřez

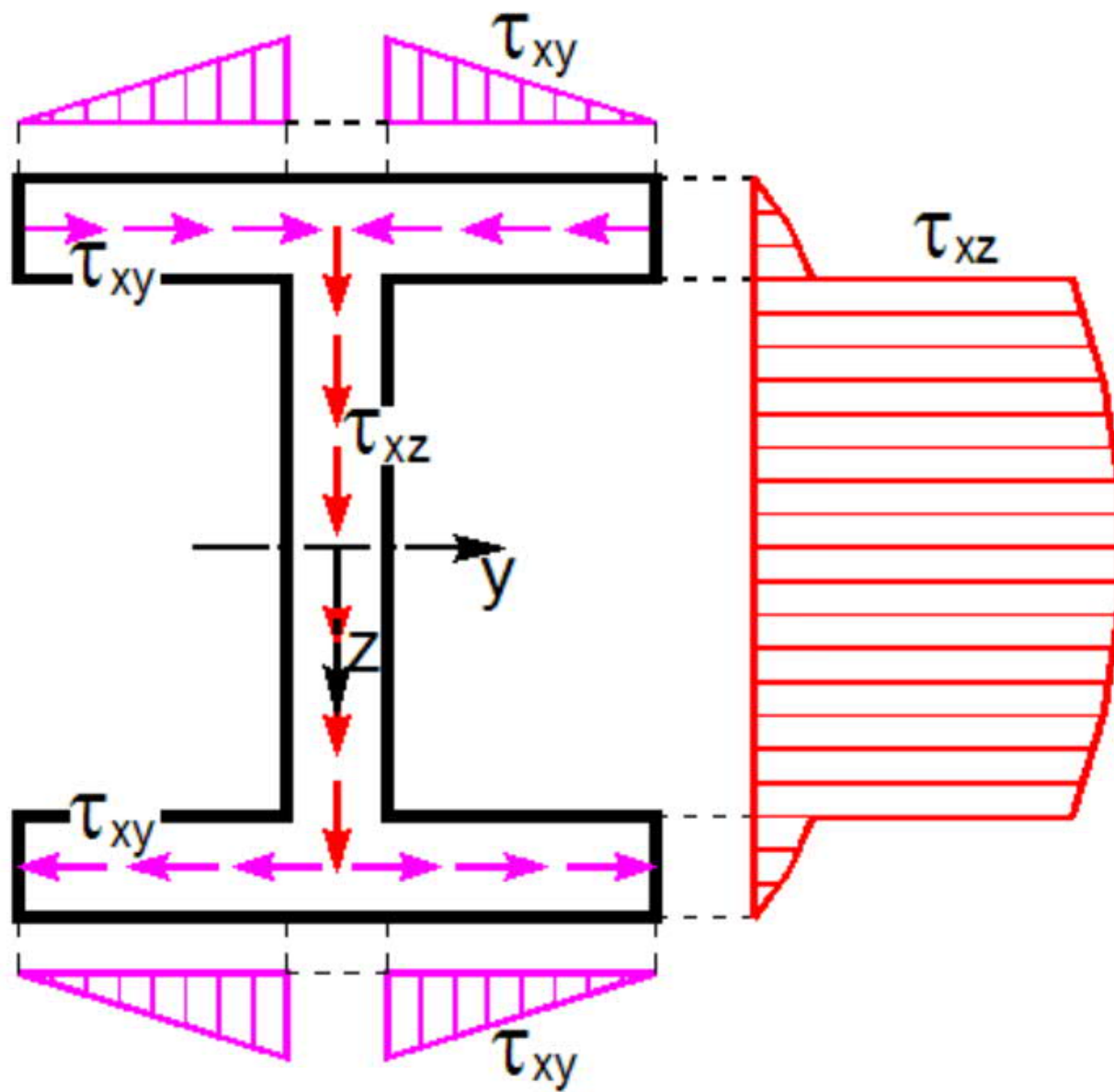
(b) zatížení



$V_p = V_{pp} + V_{ps}$, metodou ekv. zat. vyjde jako součást řešení

Někdy se účinky oddělují, V_{ps} uvažujeme jako součást V_E



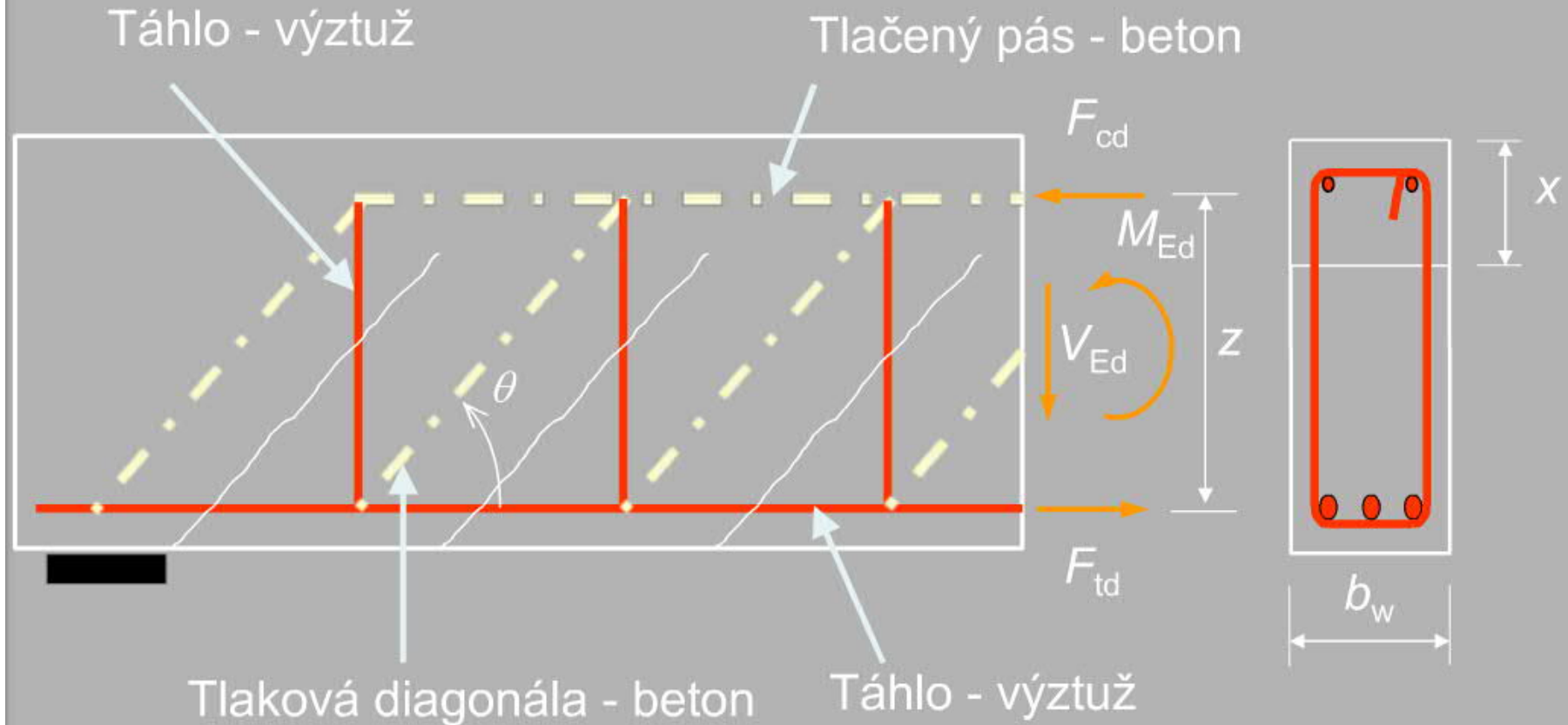


**Smyková
napětí v I
průřezu**

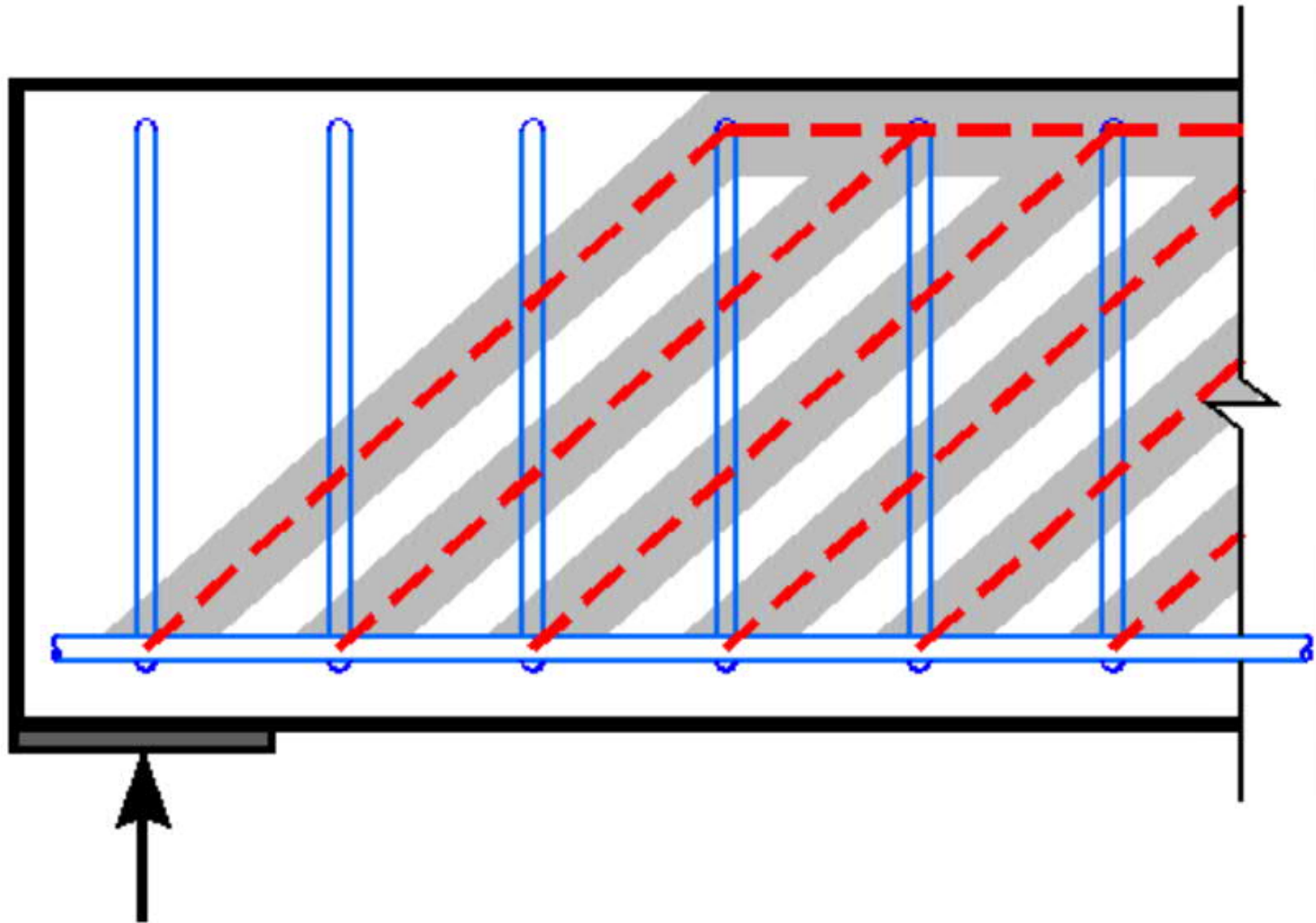
**Od svislé
posouvající
síly !**



Příhradový model - ŽB, Ritter 1899



Příhradový model, Mörsch 1902



Podélné smykové napětí v homogenním nosníku:

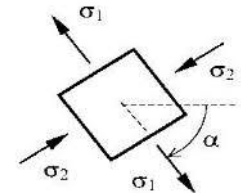
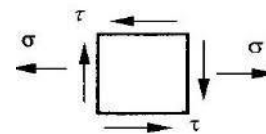
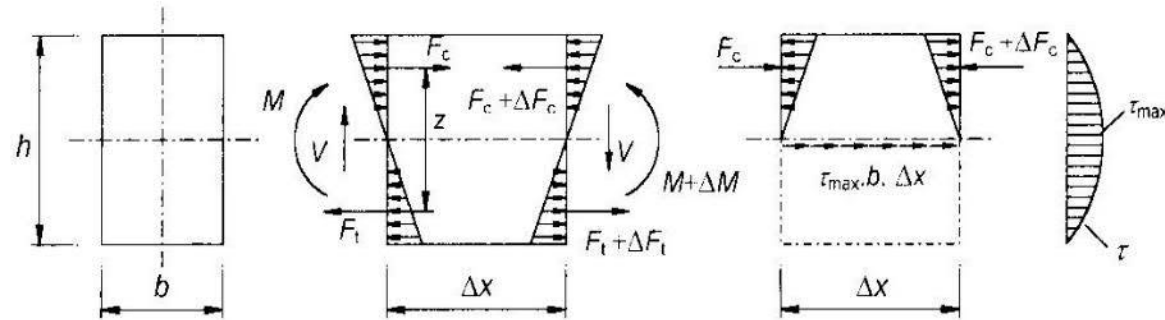
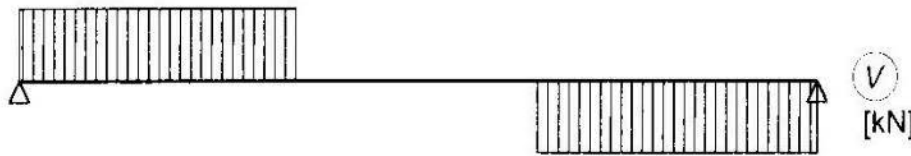
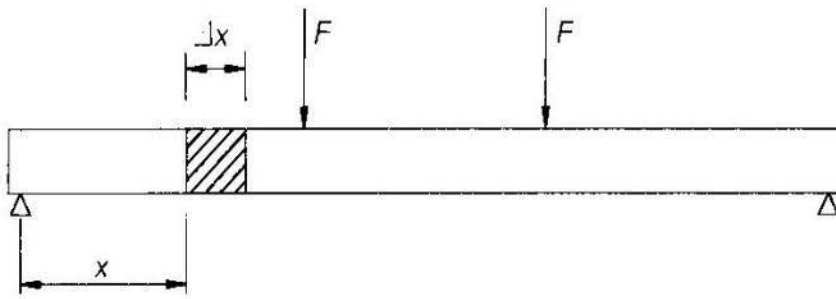
$$\Delta F_c = \frac{V \cdot \Delta x}{z} = \tau_{max} \cdot \Delta x \cdot b; \quad \tau_{max} = \frac{V}{z \cdot b}$$

Normálové a smykové napětí:

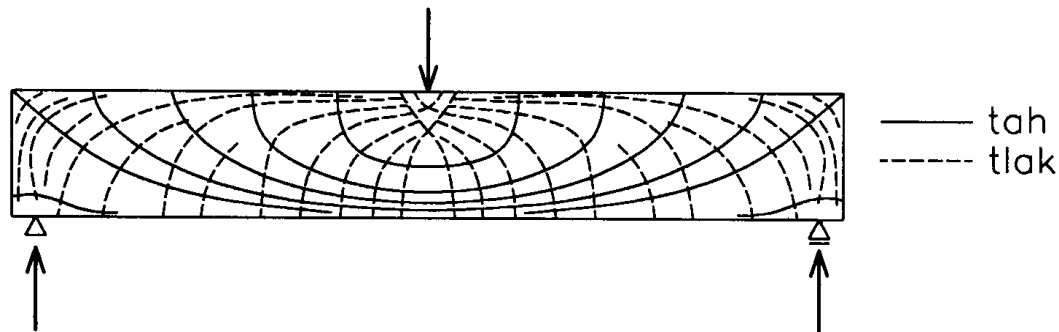
$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I} \quad \tau = \frac{V \cdot S}{I \cdot b}$$

Hlavní napětí a sklon hlavního tahového napětí:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}; \quad \alpha = \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(2 \frac{\tau}{\sigma}\right)$$



Pokud u železobetonových konstrukcí tahové napětí překročí pevnost betonu v tahu ($\sigma_1 > f_{ct}$), vznikají trhliny kolmé na směr trajektorií hlavního tahu.

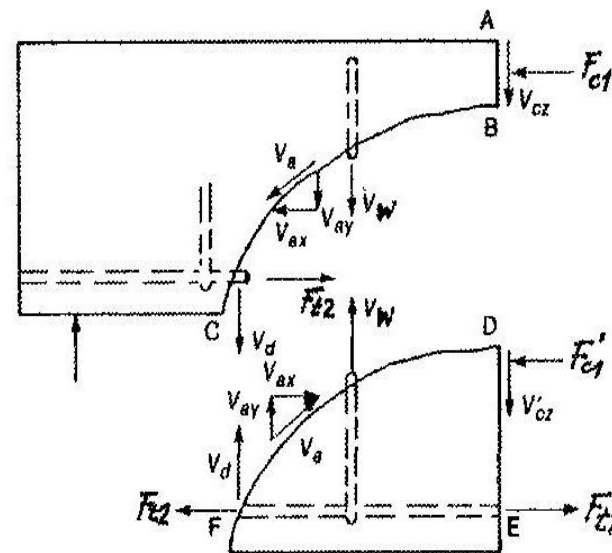


Po vzniku trhliny se smykové napětí přenáší:

- zaklíněním zrn v šikmé trhlíně;
- smykem v tlačném betonu nad neutrální osou;
- hmoždinkovým účinkem podélné tažené betonářské výztuže.

Při postupném rozevírání smykových trhlin se účinek zaklínění zrn a hmoždinkový účinek výztuže zmenšují.

Smykovou odolnost lze zvýšit provedením smykové výztuže v navrhovaném prvku (třmínky, ohyby).



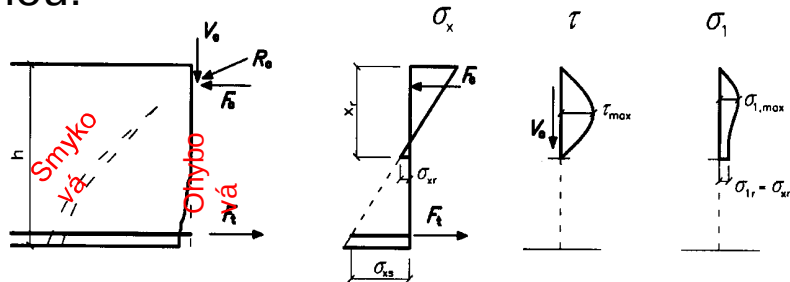
ŽB nosník bez smykové výztuže

Smykové síly se za předpokladu pružného chování tlačeného betonu přenáší smykovým napětím v betonu s ohybovou/smykovou trhlinou.

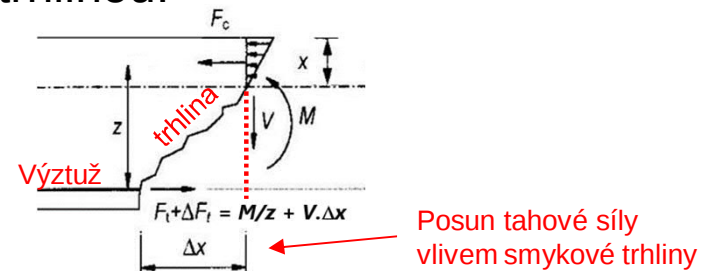
Vznik smyk. trhlin lze předpokládat, jestliže se N.O. přiblíží k T.O. a hlavní napětí dosáhne pevnosti betonu v tahu.

Rozdělení napětí v průřezu:

S ohybovou
trhlinou:



Se smykovou
trhlinou:



Způsoby porušení prvku bez smykové výztuže:



Porušení tlačného betonu tlakem ($\sigma_2 > f_{cd}$)



Vytržení podélné výztuže



Porušení tlačného betonu tahem ($\sigma_1 > f_{ct,d}$) – *neobvyklé*



Na smykovou únosnost má kritický vliv množství, uspořádání a kotvení podélné (ohybové) výztuže.



Porušení smykem za ohybu (prvky bez smykové výztuže)

Tlačený beton přenáší posouvající sílu $V_{Rd,c}$ – stanoveno na základě experimentů.

$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} \cdot k (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] b_w \cdot d$ - prvek s účinnou podélnou výztuží

$\geq V_{Rd,c,min} = [0,035 \cdot k^{3/2} f_{ck}^{1/2} + 0.15 \sigma_{cp}] b_w d$ - prvek bez účinné podélné výztuže

kde

$$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$$

Experimentálně stanovený součinitel vlivu výztuže

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2,0$$

Vliv výšky smýkaného prvku d [mm]

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0,02$$

Vliv podélné výztuže v průřezu

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c \leq 0,2 f_{cd}$$

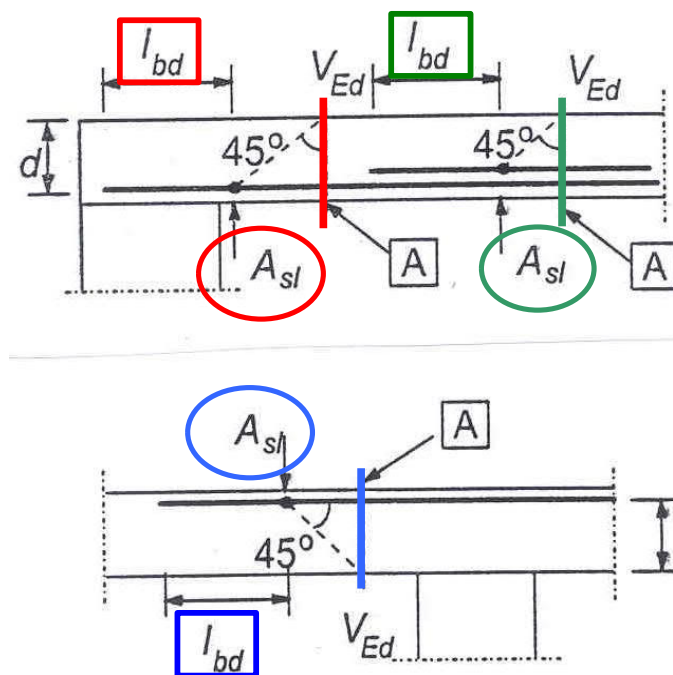
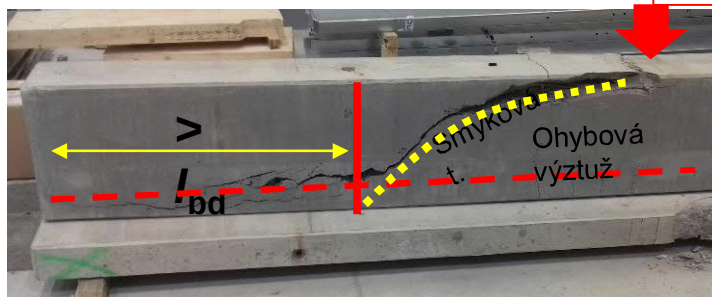
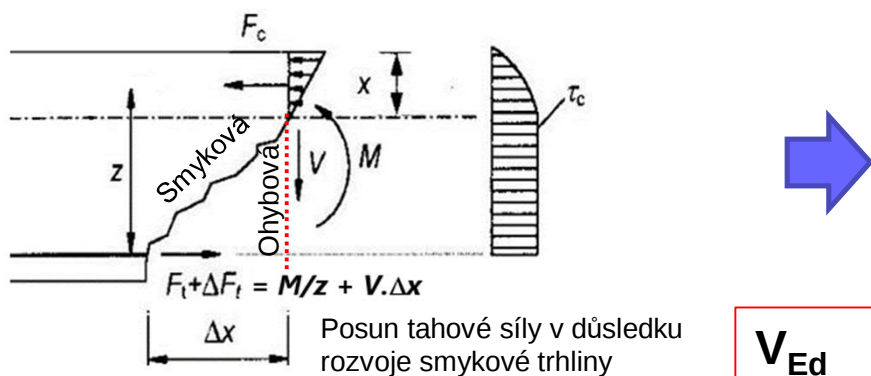
Vliv tlakového napětí [MPa] v prvku

**Uvažovat lze jen
řádně kotvenou
ohybovou výztuž
v tažené oblasti**

Tlaková normálová síla se uvažuje jako kladná



Požadavky na kotvení ohybové výztuže prvků bez smykové výztuže:



Požadavky EN 1992-1-1

Porušení smykem u předpjatých prvků v oblastech bez trhlin

U předpjatých prostých nosníků **v oblastech bez ohybových trhlin** ($\sigma_x < f_{ctd}$), je únosnost ve smyku dána pevností betonu v hlavním tahu, tedy:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_N}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_N}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

dosadíme – li

$$\sigma_N = \alpha_l \sigma_{cp} \text{ (tlak „+“) a } \tau = V_{Rd,c} \frac{S}{I \cdot b_w}$$

obdržíme po úpravě:

$$V_{Rd,c} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

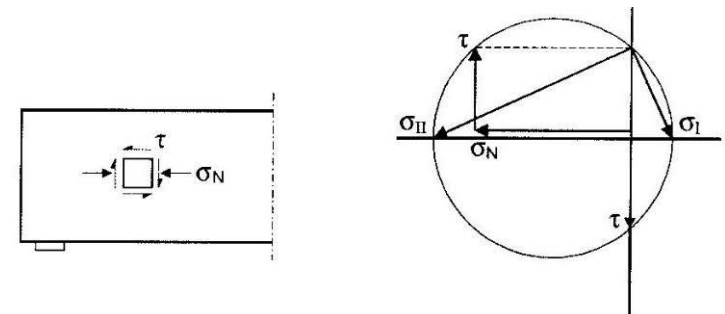
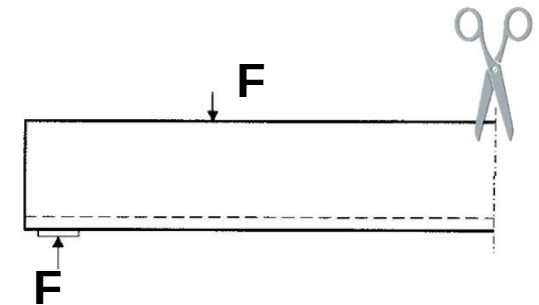
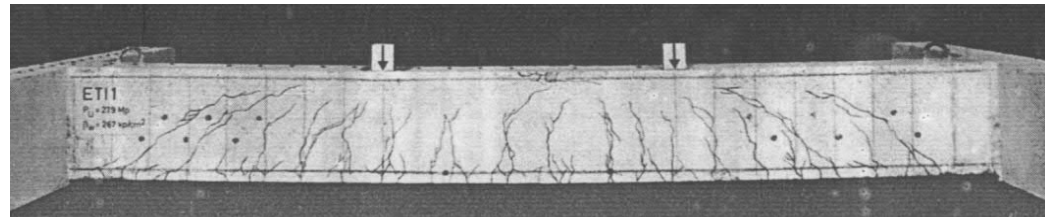
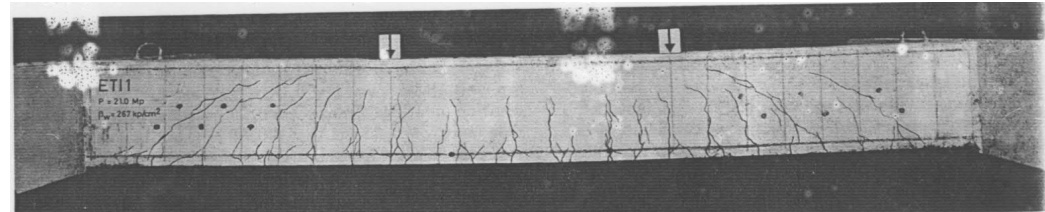
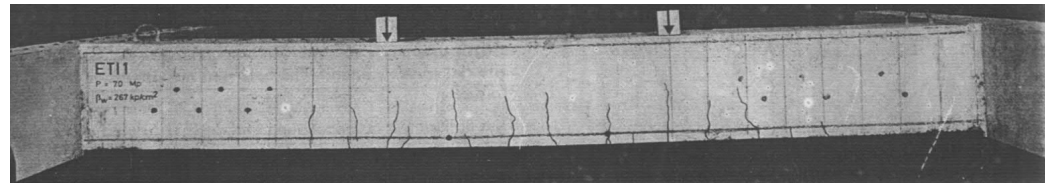
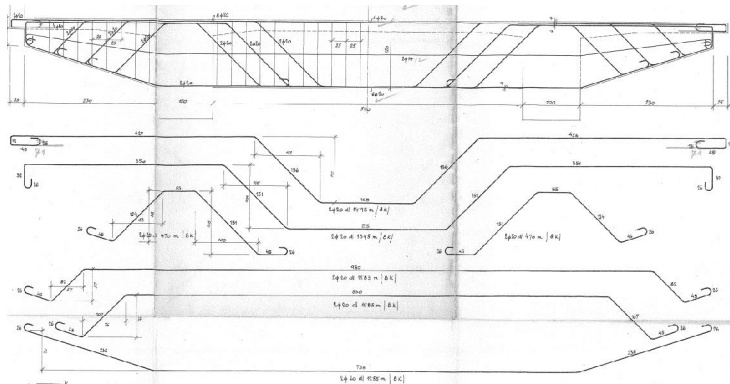


Schéma působení a Mohrova kružnice



ŽB nosník se smykovou výztuží

Použitím smykové výztuže je umožněn rozvoj smykových trhlin nad úroveň smykové únosnosti prvků bez smykové výztuže.

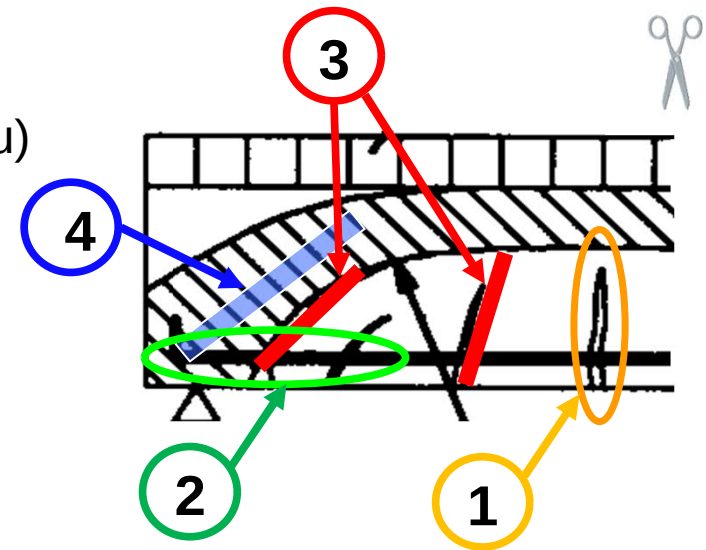
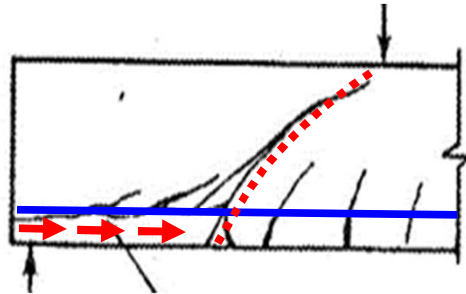
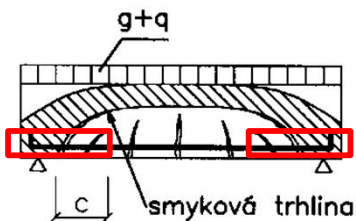


Chování betonových prvků se smykovou výztuží

S rozvojem smykových trhlin se zásadně mění chování a možné způsoby porušení.

Možné způsoby porušení prvku (dosažení únosnosti):

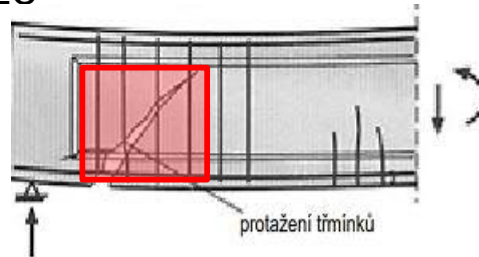
- 1) **Ohybem** (porušení ohybové výztuže nebo betonu)
- 2) **Porušením kotvení podélné výztuže** (přetržení / vytržení)



Chování betonových prvků se smykovou výztuží

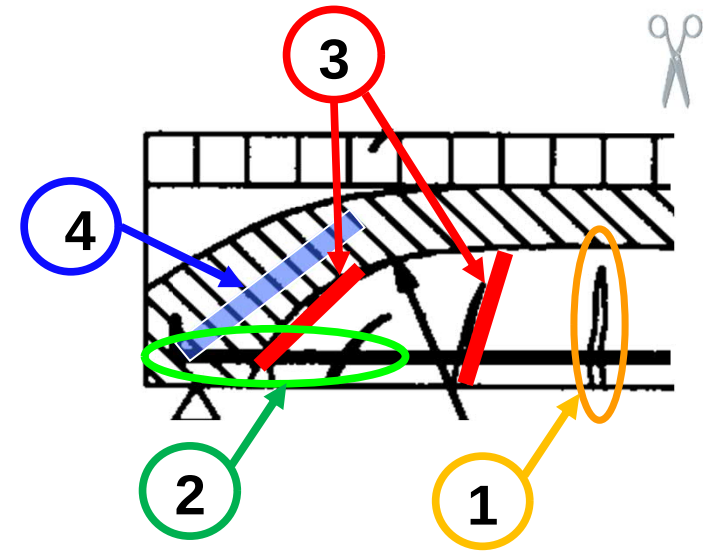
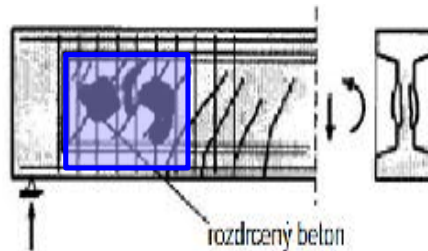
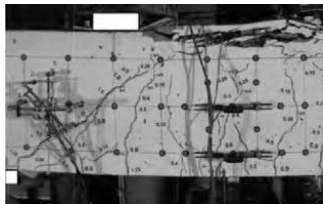
3) Smykem za ohybu

porušení smykové výztuže
(přetržení / vytržení)



4) Drcením betonu

(porušení tlačené diagonály)



Detaily porušení smykem v prvcích se smykovou výztuží:

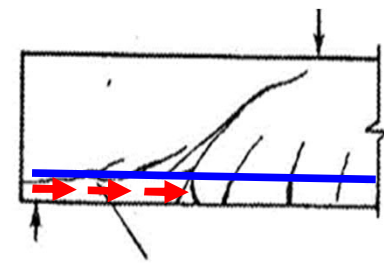
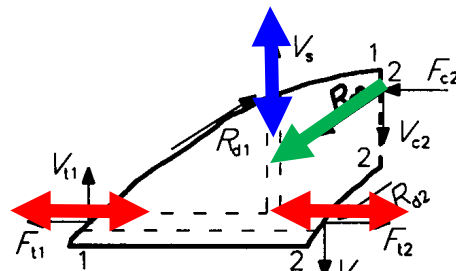
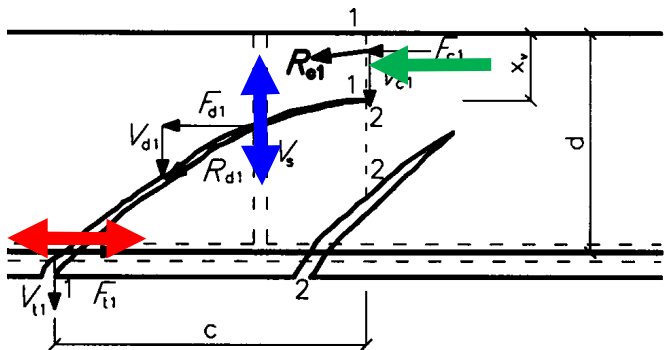
- a) Porušení v oblasti smykové trhliny – přetržení / vytržení (soudržnost) podélné výztuže
- b) Porušením tažené smykové výztuže – přetržení / vytržení (kotvení)
- c) Porušením tlačného betonu

Porušení

1) v oblasti smykových trhlin

2) na segmentu mezi trhlinami

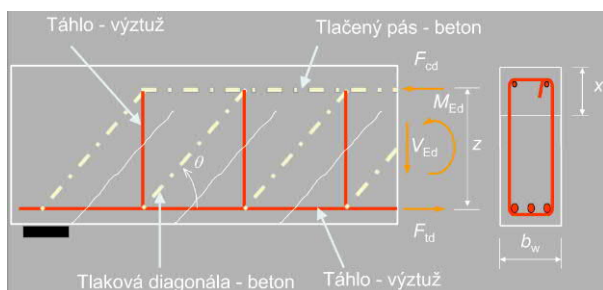
3) kotvení/soudržnost
betonářské výztuže



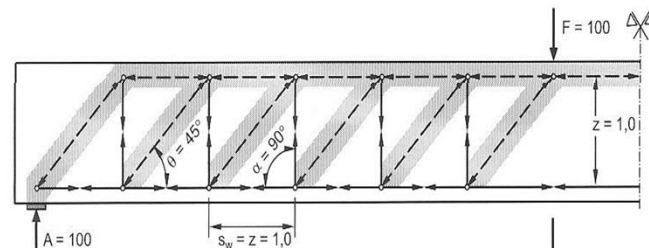
Modely pro stanovení odolnosti prvků se smykovou výztuží

Působení železobetonového nosníku se smykovou výztuží lze vystihnout náhradním modelem příhradové soustavy.

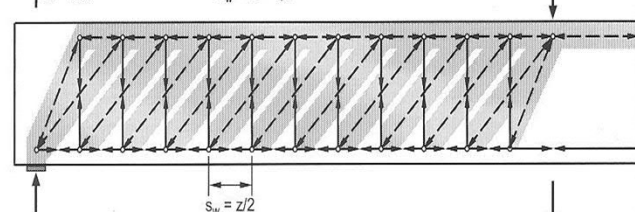
První takové modely sestaveny již na konci 19.století (Ritter, Mörsch).



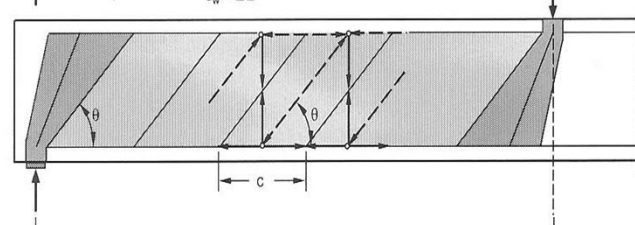
a) jednonásobná příhradovina



b) dvojnásobná příhradovina



c) obecný model



Stanovení smykové odolnosti prvků se smykovou výztuží

Model tvořen několika částmi:

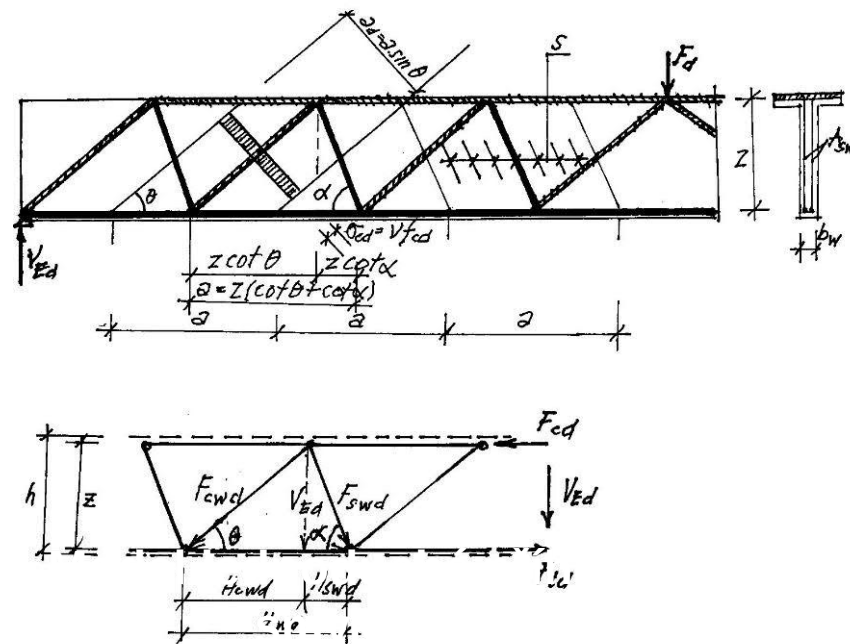
- tlačení pás (horní/dolní);
- tažený pás (horní/dolní);
- tlačení diagonála (beton);
- tažený diagonála (smyková výztuž).

Horní a dolní pás navrženy na ohyb ($M_{\max}$)

=> **předpokládá se, že nerozhodují.**

O smykové odolnosti V_{Rd} rozhoduje:

- tlačení beton ($V_{Rd,\max}$)
- tažený smyková výztuž ($V_{Rd,s}$).



$$F_{c wd} = \frac{V_{Ed}}{\sin \theta} \quad \rightarrow \quad V_{Ed} = F_{c wd} \cdot \sin \theta$$

Únosnost tlačené diagonály $F_{c wd}$ je dána plochou tlačného betonu (A_c) a jeho pevností v tlaku (f_{cd}), tedy:

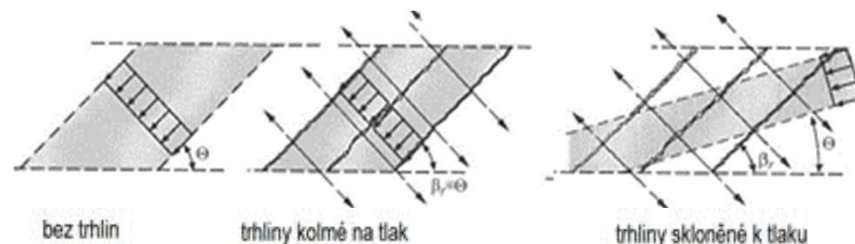
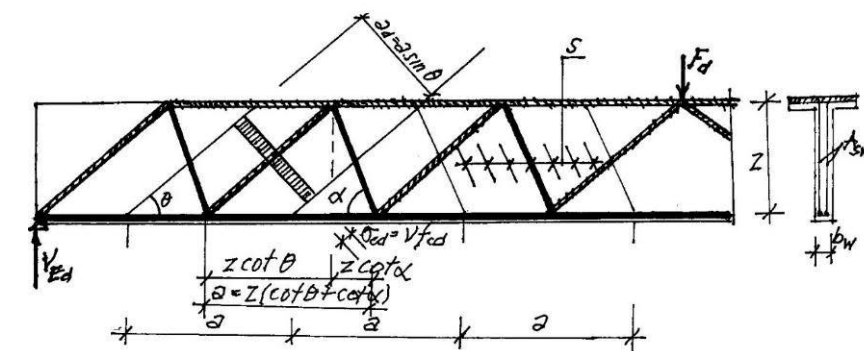
$$F_{c wd} = b_w \cdot a_d \cdot \sigma_{cd} = b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \theta \cdot \sigma_{cd}$$

$$V_{Ed} = b_w \cdot z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \theta \cdot \sigma_{cd} =$$

$$= b_w \cdot z \frac{(\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)} \cdot \sigma_{cd} ; \quad \sigma_{cd, max} = v \cdot f_{cd}$$

$$V_{Rd, max} = \alpha_{cw} v \cdot f_{cd} b_w \cdot z \frac{(\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)}$$

α_{cw} součinitel vlivu tlakové normálové síly



$$v = 1,0$$

$$v = 0,75 \div 0,85$$

$$v = 0,60$$



$$F_{swd} = \frac{V_{Ed}}{\sin \alpha} \rightarrow V_{Ed} = F_{swd} \cdot \sin \alpha$$

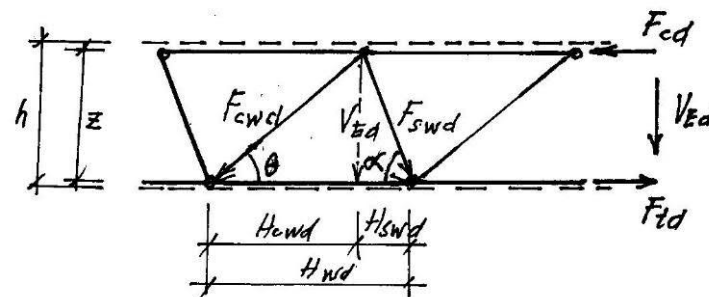
Únosnost tažené diagonály F_{swd} je dána plochou smykové výztuže (A_s) a její pevností (f_{sd}), tedy:

$$F_{twd} = A_{sw} \frac{a}{s} \sigma_s = \frac{A_{sw}}{s} z (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \sigma_s$$

$$V_{Ed} = A_{sw} \frac{z (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha}{s} \sigma_s ; \quad \sigma_{s,max} = f_{ywd}$$



$$V_{Rd,s} = A_{sw} \frac{z (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha}{s} f_{ywd}$$



Pro svislé třmeny ($\alpha = 90^\circ$)



$$V_{Rd,s} = A_{sw} \frac{z \cdot \cot \theta}{s} f_{ywd}$$



Úhel sklonu tlačené diagonály θ (sklon smykové trhliny) je nutno zvolit, přičemž závisí zejména na množství smykové výztuže.

Podle EN 1992-1-1 se úhel θ volí v rozmezí ($22^\circ \div 45^\circ$), tj. **$\cotg \theta = (2,5 \div 1,0)$** .

=> Nutno vhodně volit v různých případech.

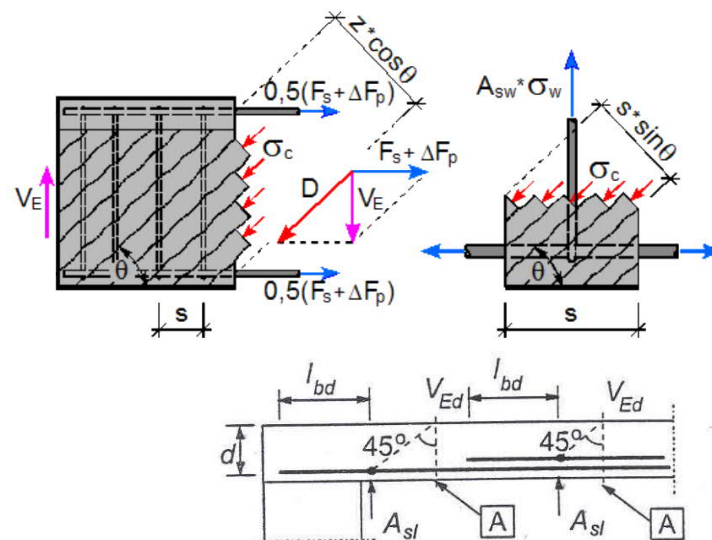
Dva mezní případy:

Velké $\cotg \theta$ (blízko 2,5):

- maximální využití smykové výztuže;
- malá plocha betonu tlačené diagonály;
- velká délka zatažení ohybové výztuže.

Malé $\cotg \theta$ (blízko 1,0):

- malé využití smykové výztuže;
- maximální využití betonu tlačené diagonály;
- Menší délka zatažení ohybové výztuže.



Vlivem sklonu diagonál a zachování rovnováhy sil **vzniká** v důsledku smyku **přídavná tahová síla H_{cw}** .

$$H_{c wd} = F_{c wd} \cdot \cos \theta = V_{Ed} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = V_{Ed} \cot \theta$$

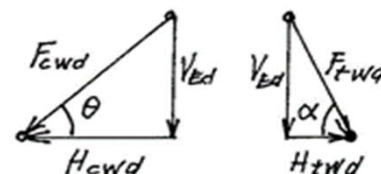
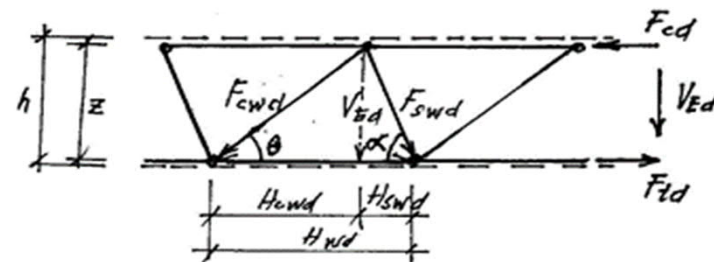
$$H_{c wt} = F_{c wt} \cdot \cos \alpha = V_{Ed} \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = V_{Ed} \cot \alpha$$

$$H_{cw} = H_{c wd} - H_{c wt} = V_{Ed} (\cot \theta - \cot \alpha)$$

Tahová síla H_{cw} působí v těžišti průřezu a obvykle se rozděluje symetricky do tlačené a tažené oblasti nosníku.

Celková tahová síla ve výztuži:

$$F_{td} = \frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} \frac{(\cot \theta - \cot \alpha)}{2}$$



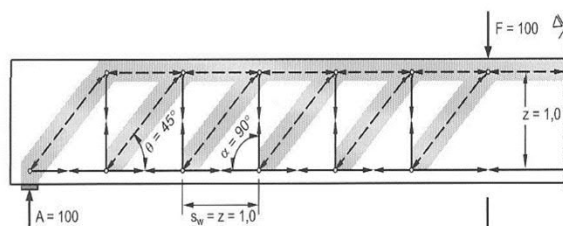
Celková tlaková síla ve betonu:

$$F_{cd} = -\frac{M_{Ed}}{z} - V_{Ed} \frac{(\cot \theta - \cot \alpha)}{2}$$

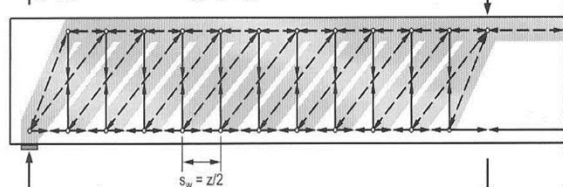


Přídavnou tahovou sílu od smyku lze interpretovat jako **vodorovný posun tahové síly M_{Ed}/z od ohybu o vzdálenost a_l** a zobrazit v obrazci obálek momentů pro návrh výztuže:

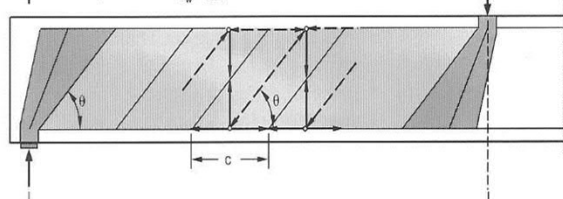
a) jednonásobná příhradovina



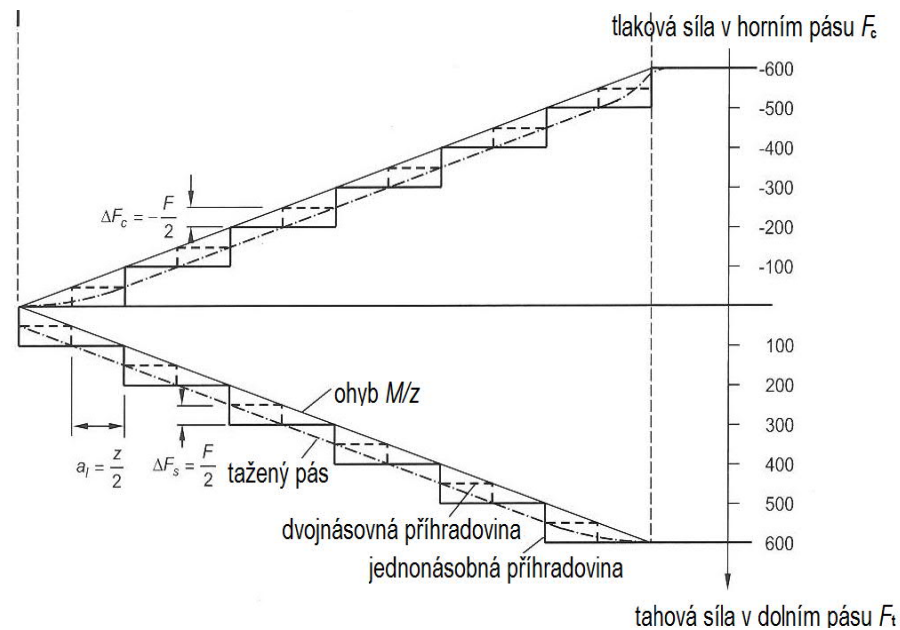
b) dvojnásobná příhradovina



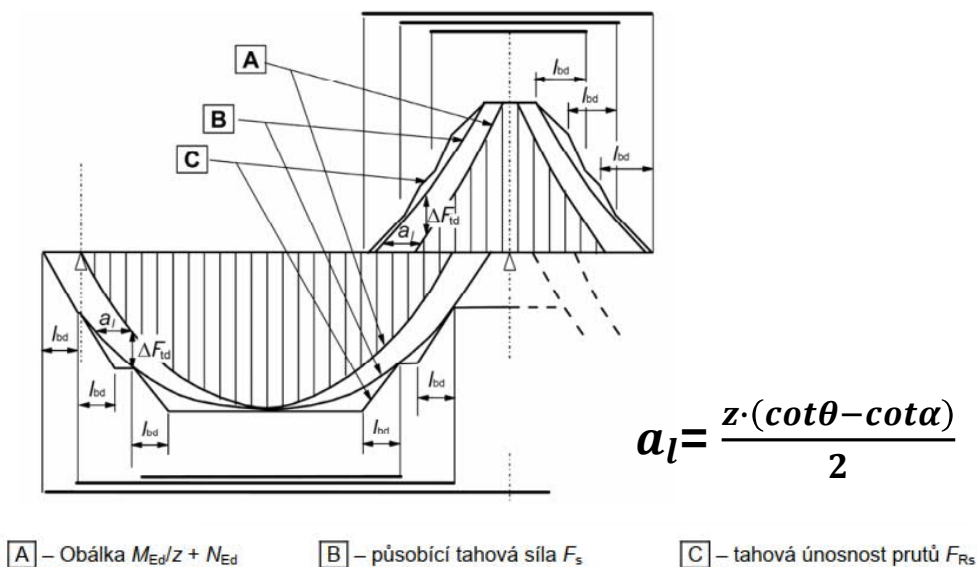
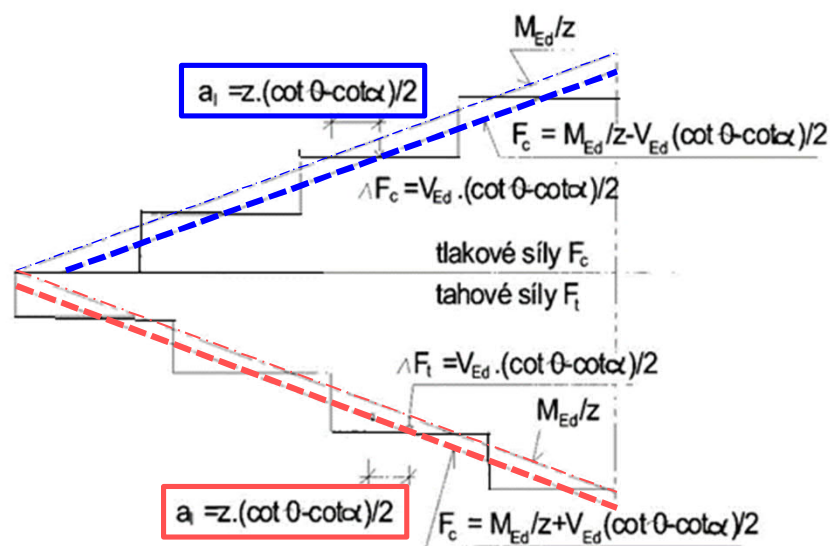
c) obecný model



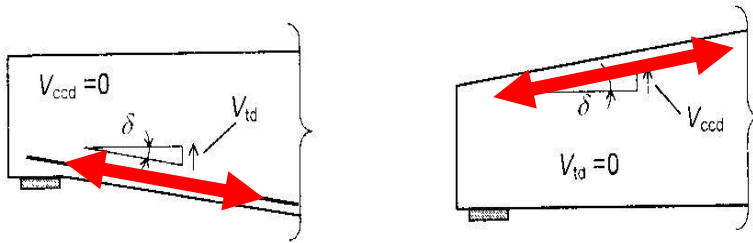
d



Podle ČSN EN 1992-1-1 se použije posun o hodnotu $z \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) / 2$ odpovídající vícenásobnému příhradovému modelu (lépe odpovídá realitě):



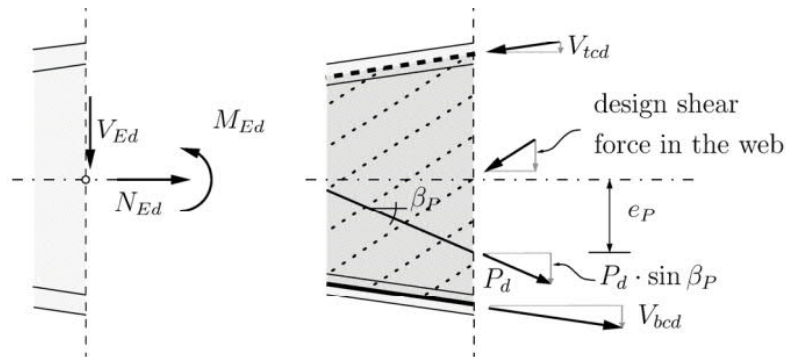
Při návrhu smyku lze rovněž zohlednit sklon tlačného/taženého pasu u ohýbaných



Velikost smykové síly V_{Ed} je potom:

$$V_{Ed} = V_{Ed} - V_{td} - V_{ccd}$$

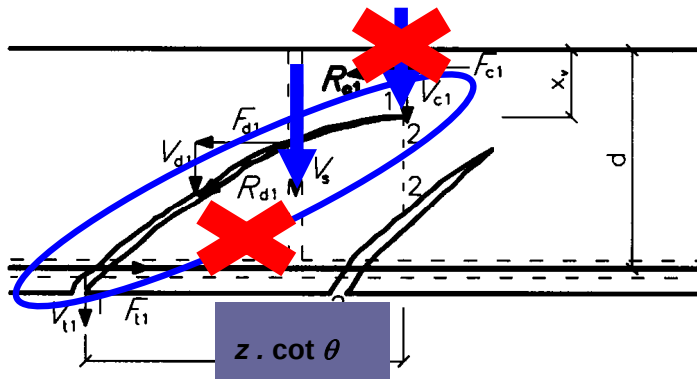
Obdobně lze postupovat u předpjatých prvků.



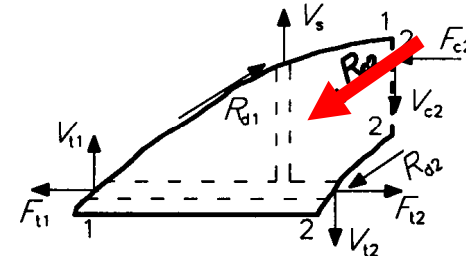
Zásady návrhu podle stávající EN 1992-1-1

Nelze navrhovat prvky bez smykové výztuže (třmenů), s výjimkou desek a podružných trámů!

MSÚ:

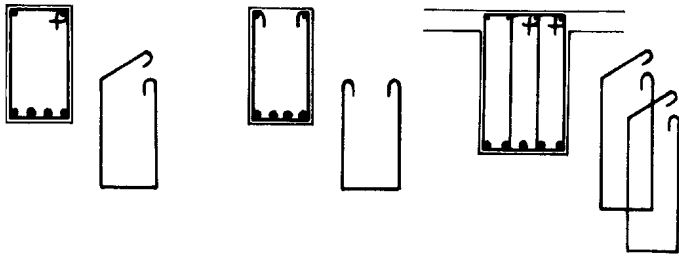


V_{Rd} dána zpravidla únosností smykové výztuže, únosnosti tlačené části betonu a hmoždinkového efektu se zanedbává!



$V_{Rd,max}$ dána porušením tlačného segmentu mezi trhlinami (tlačené diagonály/tlakového pole).

Smyková únosnost vyztužených prvků možná pouze při dodržení konstrukčních zásad:



$$s \leq 0,75 \cdot d, \leq 400 \text{ mm dle NP ČR}$$

$$s \leq 0,75 \cdot d, \leq 600 \text{ mm}$$

Omezení smykové výztuže: minimální výztužení

$$\rho_w \geq \rho_{w,min} \quad ; \quad \rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot z} \quad ; \quad \rho_{w,min} = \frac{0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yd}}$$



REKAPITULACE – Únosnost ve smyku

Rozlišují se prvky bez smykové výztuže a se smykovou výztuží.

Prvek nevyžaduje návrh smykové výztuže pokud platí:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (\text{únosnost ve smyku bez smykové výztuže})$$

I v takovém případě ale musí být navržena alespoň konstrukční výztuž (nejedná-li se o desku nebo podružné trámy).

Prvek vyžadující návrh smykové výztuže (tj. nesplňující rovnici výše) musí splnit:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} \quad (\text{únosnost tlakových diagonál})$$

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,s} \quad (\text{únosnost smykové výztuže na mezi kluzu})$$



Chystané změny (2. generace EN)

Při postupu podle návrhu této normy se **vychází ze smykového napětí** $\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{b_w \cdot d}$,
 V_{Ed} je návrhová smyková síla lineárního prvku

a) **smykovou únosnost není třeba prokazovat**, pokud platí

$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rdc,min}$$

b) **smykovou výztuž není třeba navrhovat**, pokud platí

$$\tau_{Ed} \leq \tau_{Rd,c}$$

c) **v ostatních případech musí být navržena smyková výztuž**

$\tau_{Rdc,min}$ orientační hodnota; ve vztahu se přihlíží drsnosti porušené zóny v trhlině,
velikosti účinné výšky průřezu, ale nepřihlíží se k podélné výztuži



Minimální smyková únosnost:

$$\tau_{Rdc,min} = \frac{10}{\gamma_c} \sqrt{\frac{f_{ck} \cdot d_{dg}}{f_{yd} \cdot d}}$$

kde d_{dg} je rozměrový součinitel popisující nerovnost porušené zóny, přihlížející k druhu

betonu a vlastnostem kameniva; jeho hodnota se uvažuje:

$$16 + D_{lower} \leq 40 \text{ mm pro beton třídy } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$16 + D_{lower} \left(\frac{60}{f_{ck}} \right)^2 \leq 40 \text{ mm - pro beton třídy } f_{ck} > 60 \text{ MPa}$$

D_{lower} nejmenší hodnota D_{max} u nejhrubší frakce kameniva uvedené ve specifikaci betonu (EN 206:2016)

Do návrhu smykové odolnosti vstupuje velikost kameniva v betonu $d_{dg} \Rightarrow$ v návrhu betonu bude nutno tento parametr betonu specifikovat.



Návrhové smykové napětí v prvku bez smykové výztuže

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,6}{\gamma_c} \left(100 \rho_l f_{ck} \frac{d_{dg}}{d} \right)^{1/3} \geq \tau_{Rdc,min}$$

kde $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$ je stupeň vyztužení podélnou výztuží kotvenou za smykovou trhlinou
 d rameno vnitřních sil [mm]

U prvků bez pohyblivých břemen s účinným smykovým rozpětím a_{cs} menším než 4, lze hodnotu d lze nahradit hodnotou:

$$a_v = \sqrt{\frac{a_{cs}}{4} \cdot d} .$$

pro prvky bez normálové síly $a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right| \geq d$
pro prvky s normálovou silou $a_{cs} = \left| \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \right| + \frac{N_{Ed}}{|V_{Ed}|} \frac{d}{3} \geq d$



Návrh smykové výztuže:

Bez zásadních změn oproti stávajícímu znění.

Sklon tlačené diagonály θ může být volen v rozmezí

$$1 \leq \cot\theta \leq \cot\theta_{min},$$

kde $\cot\theta_{min}$ má být:

$\cot\theta_{min} = 2,5$ pro železobetonové prvky bez normálové síly

$\cot\theta_{min} = 3,0$ pro prvky s podstatnou tlakovou normálovou silou

$\cot\theta_{min} = 2,5 - 0,1 \frac{N_{Ed}}{V_{Ed}} \geq 1,0$ pro prvky s tahovou normálovou silou



Účinky smyku na namáhání a přetvoření konstrukcí



Zvlášť významné pokud:

- 1. Průřezová plocha stěn komorového nosníku je malá ve srovnání s celkovou plochou průřezu (typické pro mosty s velkými kabely)**
- 2. Poměr šířky komory (popř. vyložení konzol průřezu) ke vzdálenosti průřezů nosníků s nulovými hodnotami ohybových momentů (fiktivní rozpětí prostého nosníku) přesahuje hodnotu 0,2.**



I.

Smykové deformace stěn mostních nosníků



Průhyb uprostřed rozpětí vetknutého nosníku pro rovnoměrné svislé zatížení g , pokud je tento nosník konstantního průřezu a pokud jsou vzaty v úvahu *jen ohybové účinky*, je dán známým vztahem

$$y_o = g L^4 / 384 EJ$$

kde L je rozpětí nosníku,
 E modul pružnosti materiálu,
 J moment setrvačnosti průřezu.

Přírůstek průhybu uprostřed rozpětí tohoto nosníku vlivem *smykových deformací stěn* je

$$y_{ss} = \frac{g}{8 A_s G} L^2$$

kde G je modul pružnosti materiálu ve smyku

Celkový průhyb

$$y_C = y_o + y_{ss}$$



Moment setrvačnosti $J = 12,26 \text{ m}^4$
plocha celého průřezu $A = 7,725 \text{ m}^2$
plocha průřezu stěn $A_s = 3 \text{ m}^2$

**Poměr průhybu od smykových deformací stěn a
průhybu od ohybového namáhání pro různá rozpětí**

L	40m	50 m	60 m	70 m
y_{ss} / y_o	0,289	0,185	0,129	0,094
y_s / y_o	0,600	0,327	0,260	0,190



Příklad 2 – průhyb pouze od ohybu

1D deformace

Hodnoty: u_z

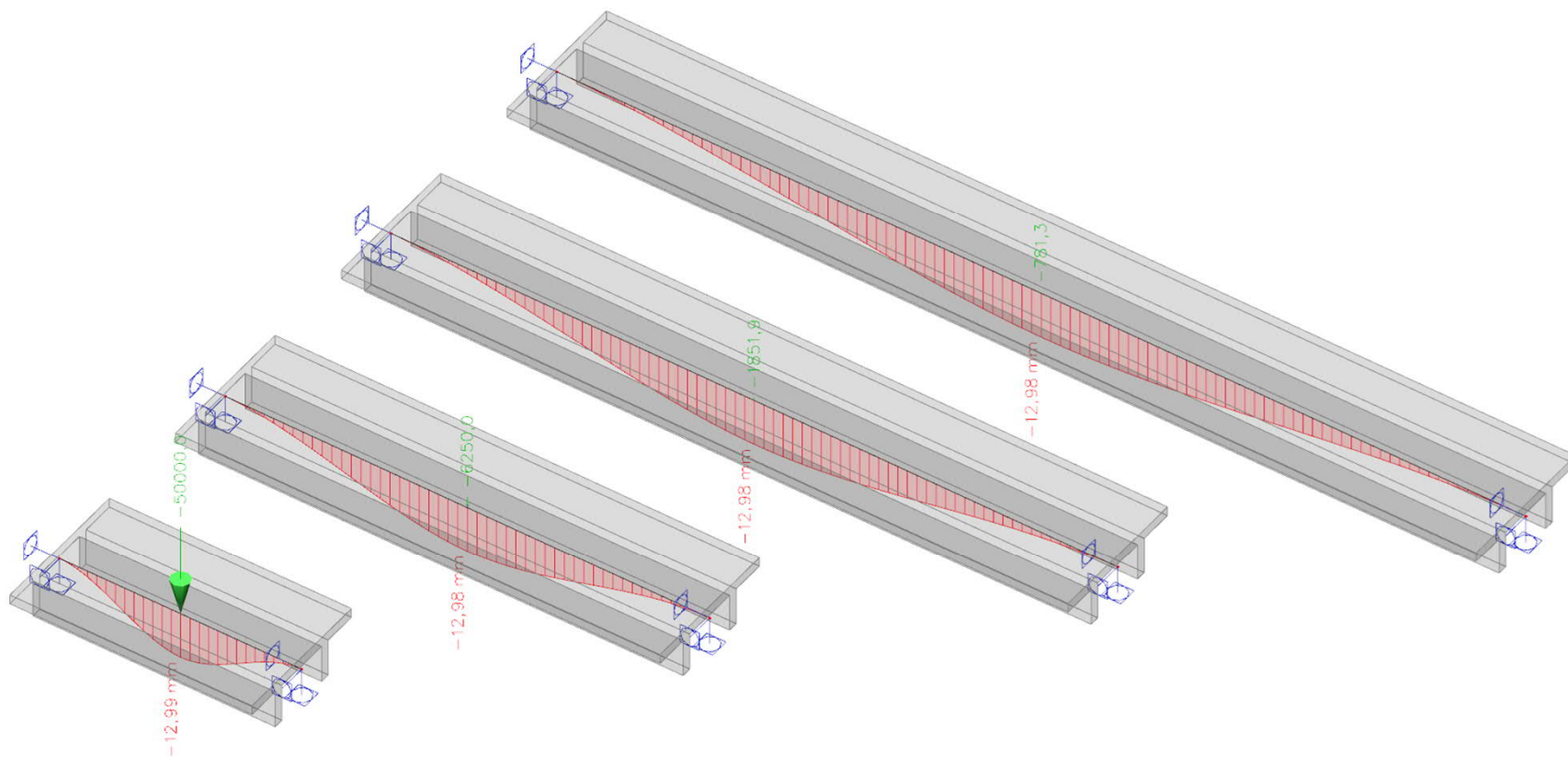
Lineární výpočet

Zatěžovací stav: ZS1

Souřadný systém: Dílec

Extrém 1D: Dílec

Výběr: Vše



Příklad 2 – průhyb od ohybu i smyku

1D deformace

Hodnoty: u_z

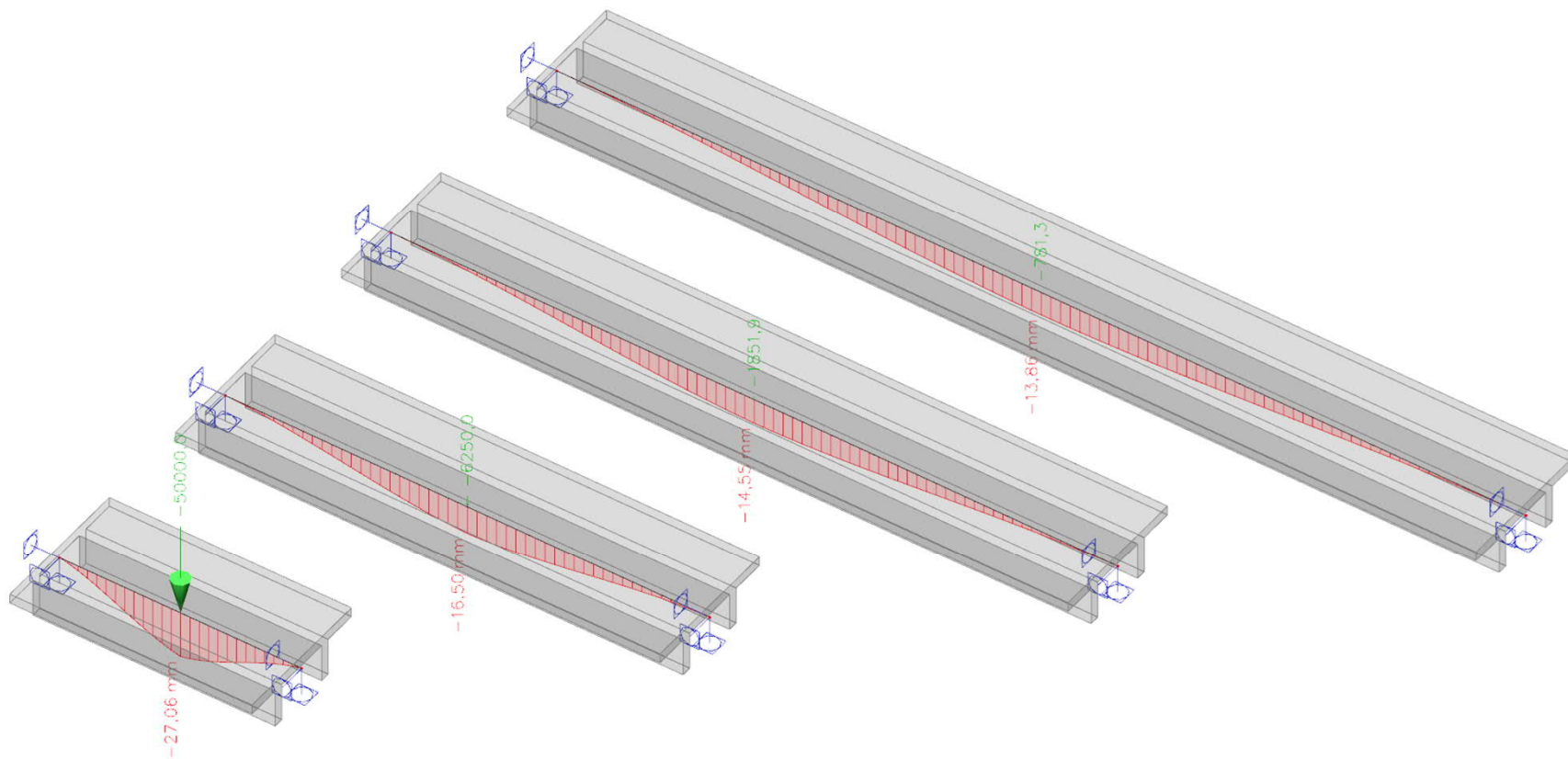
Lineární výpočet

Zatěžovací stav: ZS1

Souřadný systém: Dílec

Extrém 1D: Dílec

Vyběr: Vše



II.

Ochabnutí smykem v deskách mostních nosníků

příčina: smykové deformace v rovinách desek



Ochabnutí smykem

Vzniká v důsledku smykových deformací vodorovných desek komorových nosníků v jejich vlastní rovině projevujících se deplanací průřezu - z toho plyne nerovinné rozložení axiálních poměrných deformací a následně i nerovnoměrné rozložení podélných normálových napětí podél šířek těchto desek. Rozložení podélných normálových napětí může odpovídat **klasickému** nebo **negativnímu** smykovému ochabnutí, podle toho jde-li o prostý nosník, vnitřní nebo nadpodporovou část spojitého nosníku, anebo konzolu nebo oblast poblíž inflexních bodů spojitého nosníku.



U konstrukcí typu prostých a v převážné délce spojitých nosníků nastává **klasické ochabnutí smykem**, kdy podélná normálová napětí dosahují nejvyšších hodnot na okrajích desek a nejnižších uprostřed jejich šířek.

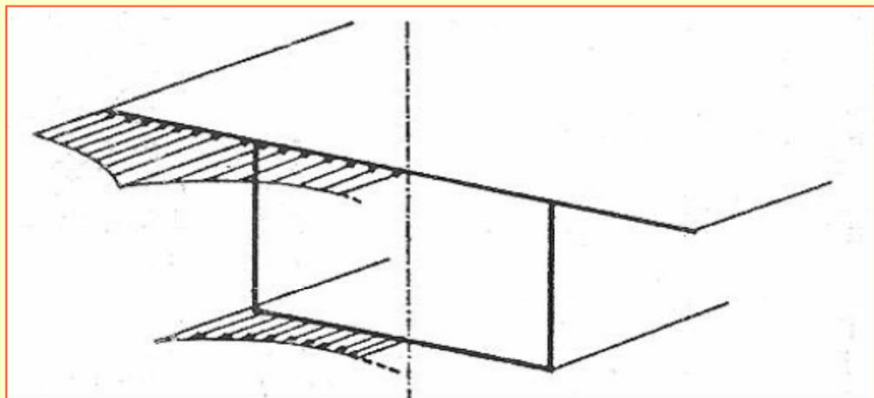
V řadě dalších případů, např. u konzolových komorových nosníků (z praktického hlediska představujících stavební stavy mostů), však vzniká v podstatné části vyložení jev označovaný jako **negativní smykové ochabnutí**, projevující se vyššími hodnotami podélných normálových napětí uprostřed šířky desek než na jejich okrajích.

Dokonce se objevují případy, kdy napětí na okraji má opačné znaménko než přísluší charakteru namáhání - pro tento jev se ujalo označení **supernegativní ochabnutí smykem**.

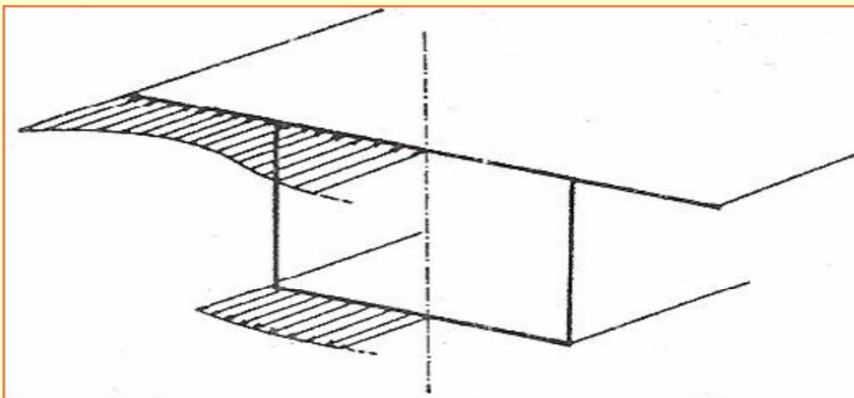
V obou těchto případech často používaná definice spolupůsobících šířek ztrácí smysl a tato koncepce je zde nepoužitelná.



Ochabnutí smykem v deskách komorových nosníků



Klasické smykové ochabnutí



Negativní smykové ochabnutí

- **konzolová stadia výstavby**
- **oblasti poblíž inflexních bodů spojitých nosníků**



Ochabnutí smykem vyvolává nerovnoměrné rozložení podélných napětí.

Klasické smykové ochabnutí - nejvyšší hodnoty napětí u okrajů desek.

Negativní smykové ochabnutí - nejvyšší hodnoty napětí uprostřed šířky desky.

Ochabnutí smykem → zvýšení průhybů

Ochabnutí smykem vyvolává změny staticky neurčitých veličin.

Ochabnutí smykem mění rozložení smykových napětí v rovině desek průřezu.



Ve snaze respektovat faktor ochabnutí smykem v praktických výpočtech komorových nosníků se někdy používá koncepce **spolupůsobících šířek**.

Smykové ochabnutí se v tomto přístupu převádí na redukci průřezu: namísto skutečných šířek desek komorového nosníku se zavedou **spolupůsobící šířky**.

V případě **negativního** (typického pro konzolová stadia výstavby), a tím více **supernegativního** smykového ochabnutí, je **koncepce spolupůsobících šířek**, kdy spolupůsobící šířkou je míněna část šířky stěny při jejích okrajích, v jejímž rozsahu je napětí konstantní, rovné napětí v rohu průřezu (přičemž celková axiální síla v desce komorového průřezu je zachována) **nepoužitelná**, neboť napětí v rohu průřezu je nejmenší, nebo dokonce opačného znaménka.



Principiálním důvodem pro nevhodnost redukce šířek desek průřezu na jejich spolupůsobící šířky je proto skutečnost, že se takto nebere důsledně v úvahu jaké jsou v uvažovaném průřezu, pro různá zatížení, posouvající síly a jejich gradienty, přestože právě tyto faktory jsou za smykové ochabnutí zodpovědné - **bez posouvající síly smykové ochabnutí vůbec nevzniká.**

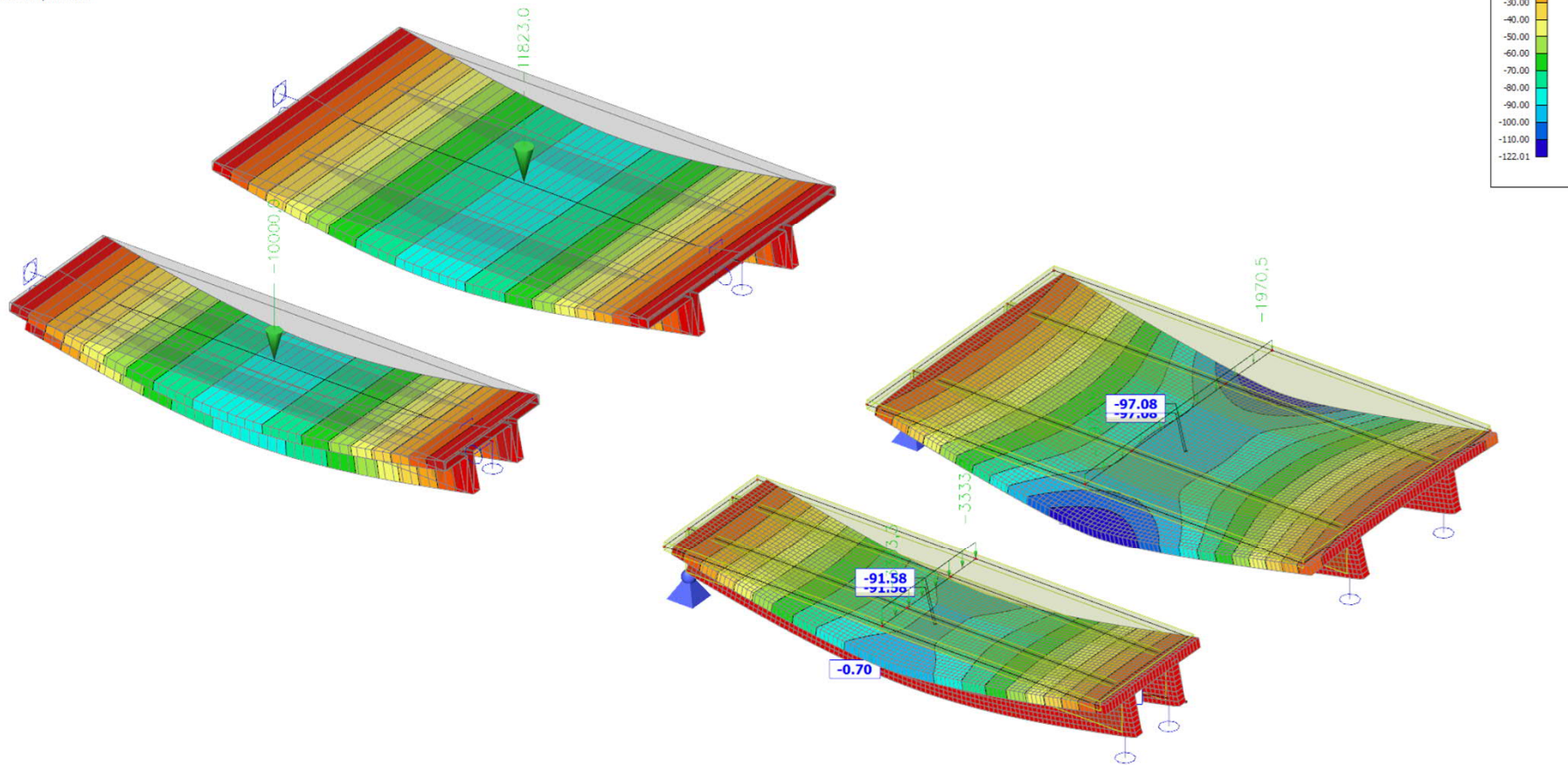
Otrocký postup založený na použití spolupůsobících šířek by tedy mohl znamenat redukci ohybové tuhosti průřezu v oblasti bez posouvající síly (např. v celém poli nosníku se zatíženými převislými konci nebo v nosníku zatíženém pouze předpětím přímými kabely nebo poblíž středu rozpětí symetrického nosníku zatíženého mimo tuto oblast).



Příklad

vlevo prutové modely, vpravo deskostěnové modely

3D přemístění
Hodnoty: u_z
Lineární výpočet
Zatěžovací stav: ZS1
Výběr: Vše
Poloha: V uzlech s průměrováním na
makro. Systém: LSS prvku síť



REKAPITULACE – Smykové deformace a ochabnutí

Smykové deformace jsou významné v případech kdy:

- je smyková plocha průřezu A_s výrazně menší než celková plocha A
- poměr výšky průřezu h k rozpětí nosníku L je relativně malý (přibližně $< 1/10$)
- smykový modul G je řádově menší než Youngův modul pružnosti E (týká se především anizotropních materiálů, jako např. dřevo; pro beton platí $E/G = 2,4$)

Smykové ochabnutí:

- nastává u širokých pásnic připojených ke stojinám (typicky desky komorového průřezu, trámová deska (T-průřez) apod.)
- je způsobeno smykovou deplanací pásnice (desky), čímž v důsledku vzniká nerovnoměrné rozložení normálového napětí v desce
- prakticky lze zohlednit pomocí:
 - efektivních šířek b_{eff} (inženýrský přístup pro ruční výpočty, značně nepřesné)
 - modelováním průřezu pomocí deskostěnových (2D) prvků
 - 3D prvků – velmi náročné, jen výjimečně, zpravidla pro nelineární výpočty
- smykové ochabnutí nenastává pokud je posouvající síla nulová!



Kroucení – masivní průřezy

Nesit

☒ Prandtl - F [kN/m]

☐ dF/dy [MPa]

☐ dF/dz [MPa]

☐ Deplanace

☐ τ_{xy} [MPa]

☐ τ_{xz} [MPa]

Krut

mm⁴

A_y / A

S τ_{xz} : ☒

Bez τ_{xz} : ☐

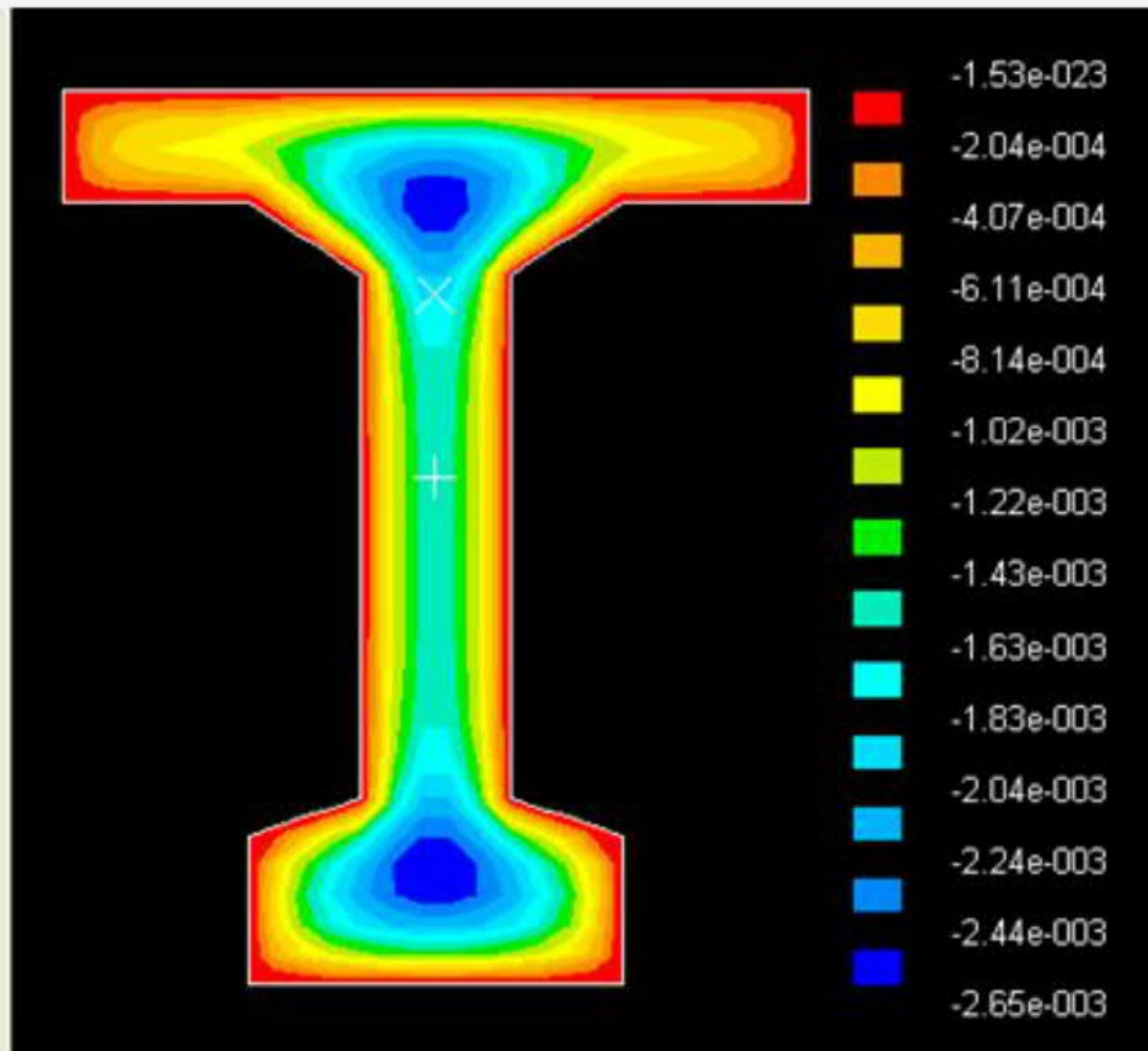
Nepočítat : ☐

A_z / A

S τ_{xy} : ☒

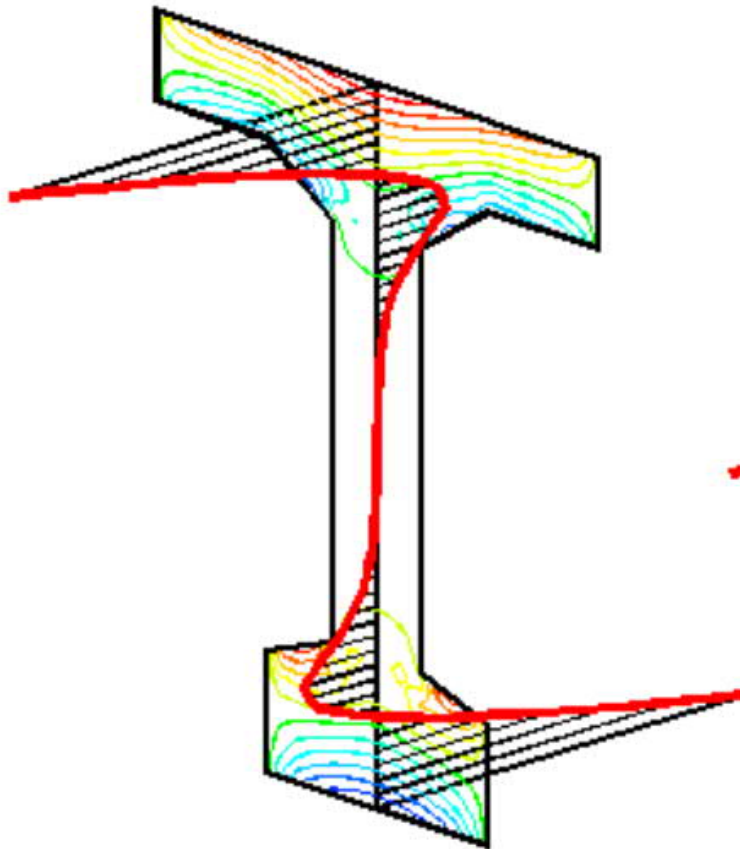
Bez τ_{xy} : ☐

Nepočítat : ☐

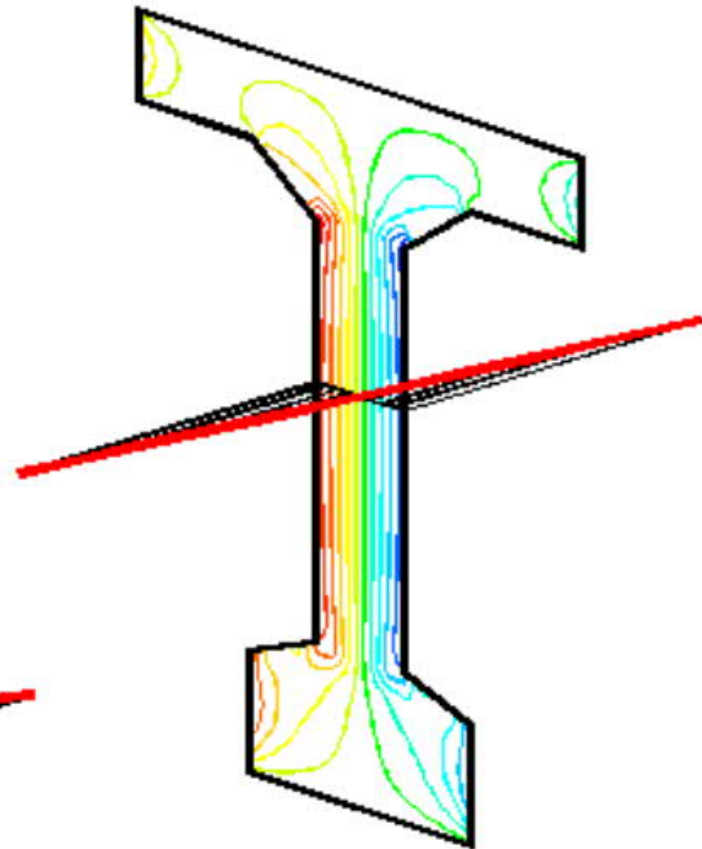


Smyková napětí vypočtená jako derivace Prandtlovy funkce

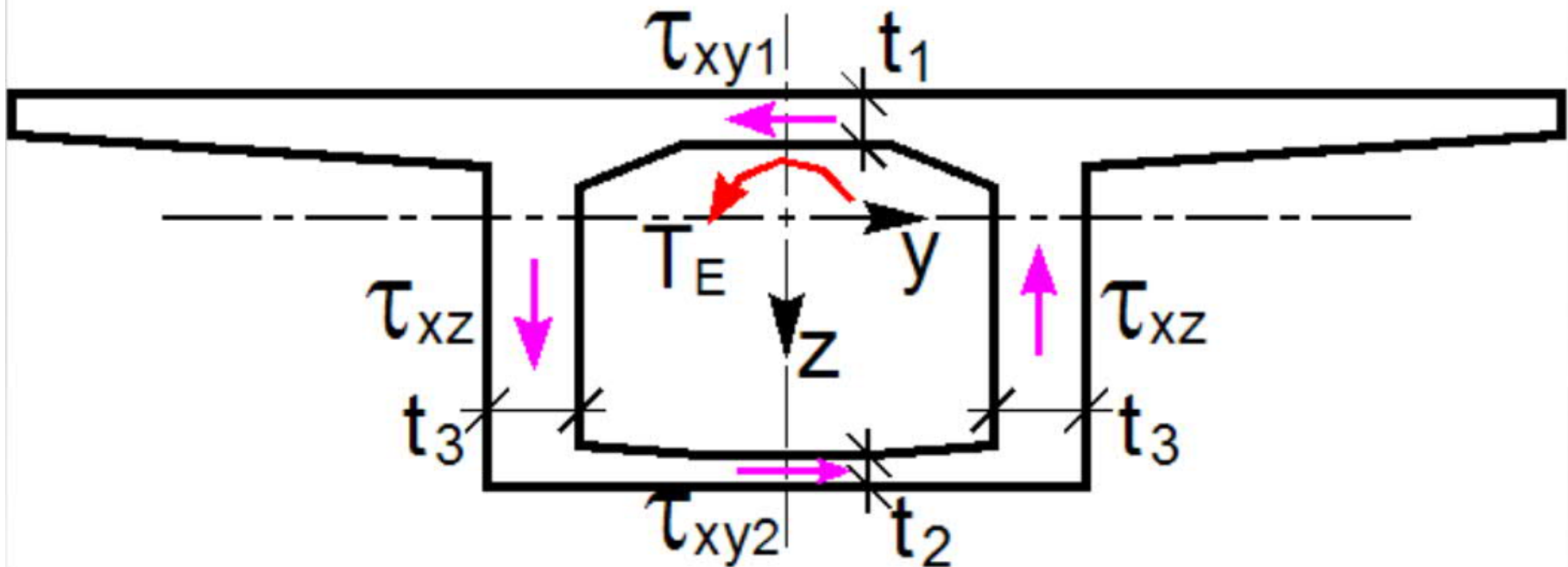
(a) τ_{xy}



(b) τ_{xz}

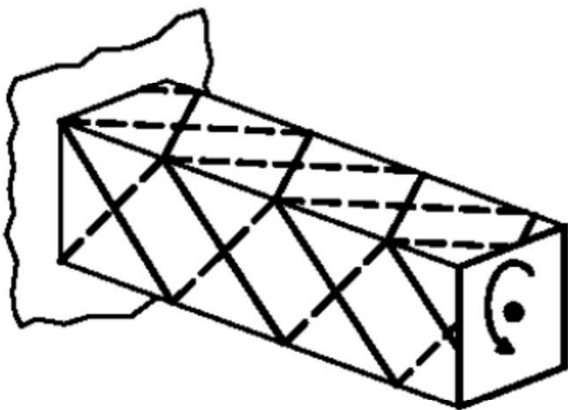


Kroucení tenkostěnného komorového průřezu



a) do vzniku trhlin

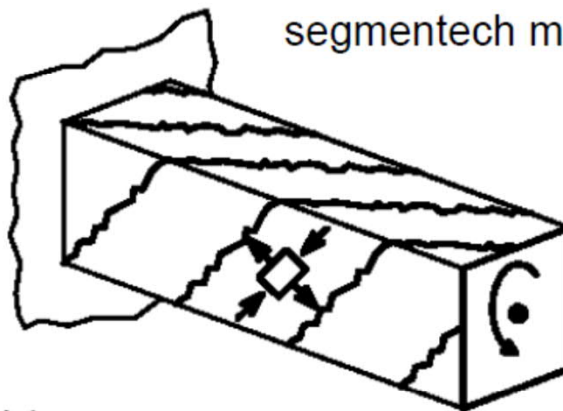
- jako homogenní prvek podle pružnosti
- trajektorie napětí (pod 45°)
- výpočet τ_t podle typu průřezu (plný, uzavřený, tenkostěnný otevřený)



a)

b) po vzniku trhlin

- nevyztužený prvek $\rightarrow$ mez porušení
- vyztužený prvek – tahy přenáší výztuž (příčná i podélná)
- porušení:
 - **dosažení meze kluzu** ve výztuži s následným nadměrným zkroucením
 - **rozdrcením tlačného betonu** v segmentech mezi trhlinami



b)

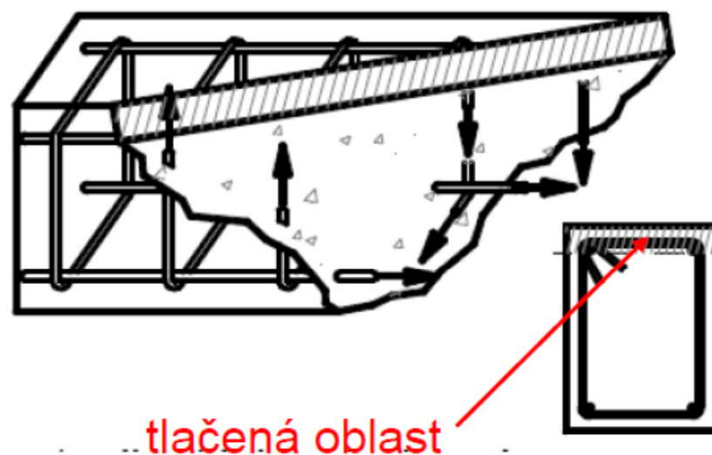
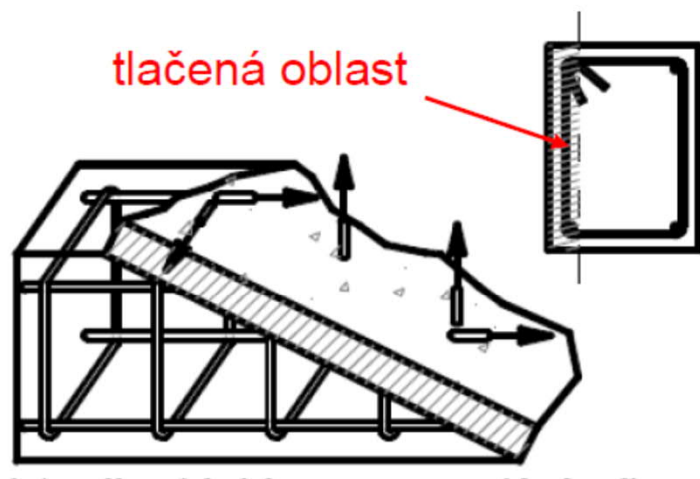


■ Chování a porušení kroucených prvků

■ kombinace účinků kroucení

a) s působením posouvajících sil

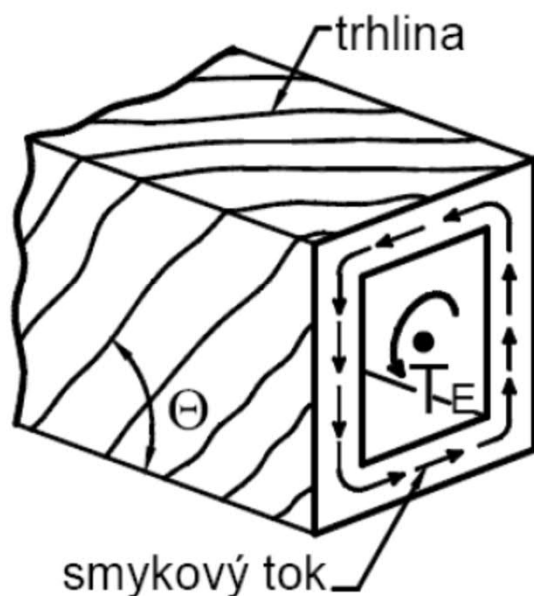
b) s ohybovými momenty



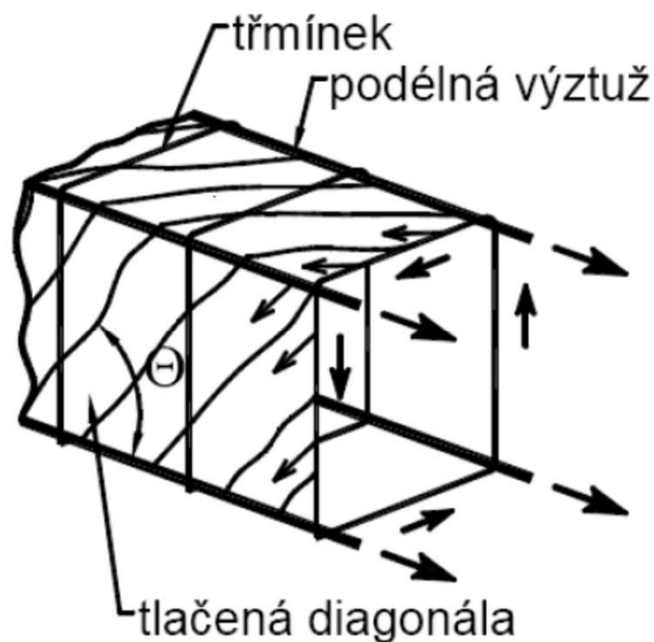
■ Stanovení únosnosti kroucených prvků

□ výpočetní modely

a) nosník s analogickým tenkostěnným uzavřeným průřezem



b) násobná prostorová příhradová soustava



■ Únosnost kroucených prvků bez trhlin

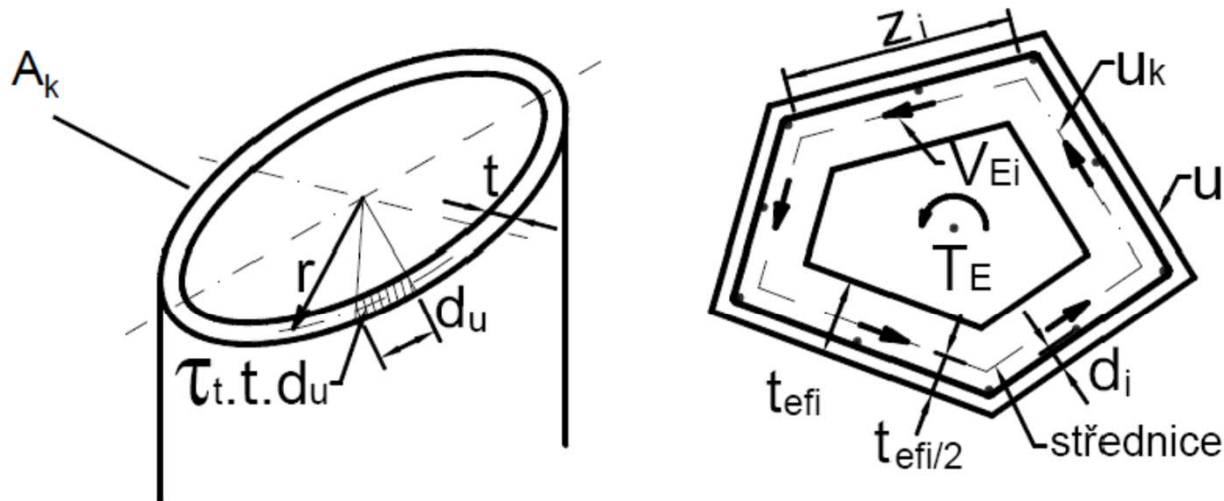
□ Tenkostěnný průřez –

Bredtův vztah $T_E = \tau_{t.t.} \oint_u r \cdot du = \tau_{t.t.} \cdot 2 \cdot A_k$

□ Posouzení –

■ jen T $T_{Rc} = 2 \cdot A_k \cdot t_{ef} \cdot f_{ctd} \quad T_E \leq T_{Rc}$

■ kombinace T a V $T_E / T_{Rc} + V_E / V_{Rc} \leq 1,0$



■ Únosnost kroucených prvků po vzniku trhlin - **nutná přídavná výztuž**

□ Tenkostěnný průřez –účinná tloušťka $t_{ef}=A/u$
s omezením $2d \leq t_{ef} \leq t_w$

- A je celková plocha neoslabeného průřezu
- u jeho vnější obvod
- kde d je vzdálenost mezi osou podélné výztuže a okrajem průřezu
- t_w skutečná tloušťka stěny u případného dutého průřezu

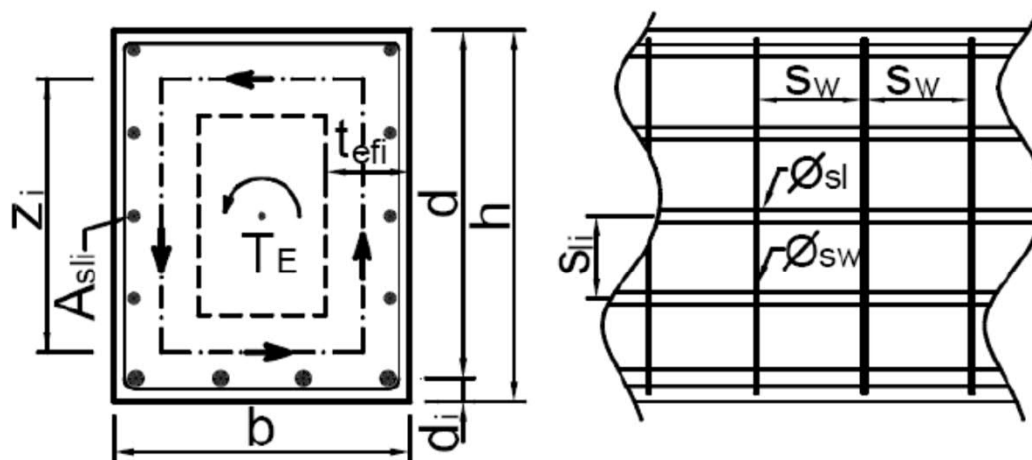


- ❑ Plocha **přídavných** svislých třmínků na kroucení

$$\frac{A_{swi} \cdot f_{ywd}}{s_w} = \frac{T_E}{2 \cdot A_k \cdot \cot \theta}$$

- ❑ Plocha **přídavné** podélné výztuže na kroucení

$$\frac{\sum (A_{sl} \cdot f_{yd})}{u_k} = \frac{T_E \cdot \cot \theta}{2 \cdot A_k}$$



❑ Únosnost tlačené diagonály

$$T_{Rmax} = T_{Rmaxi} = 2 \cdot A_k \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \cdot t_{efi} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

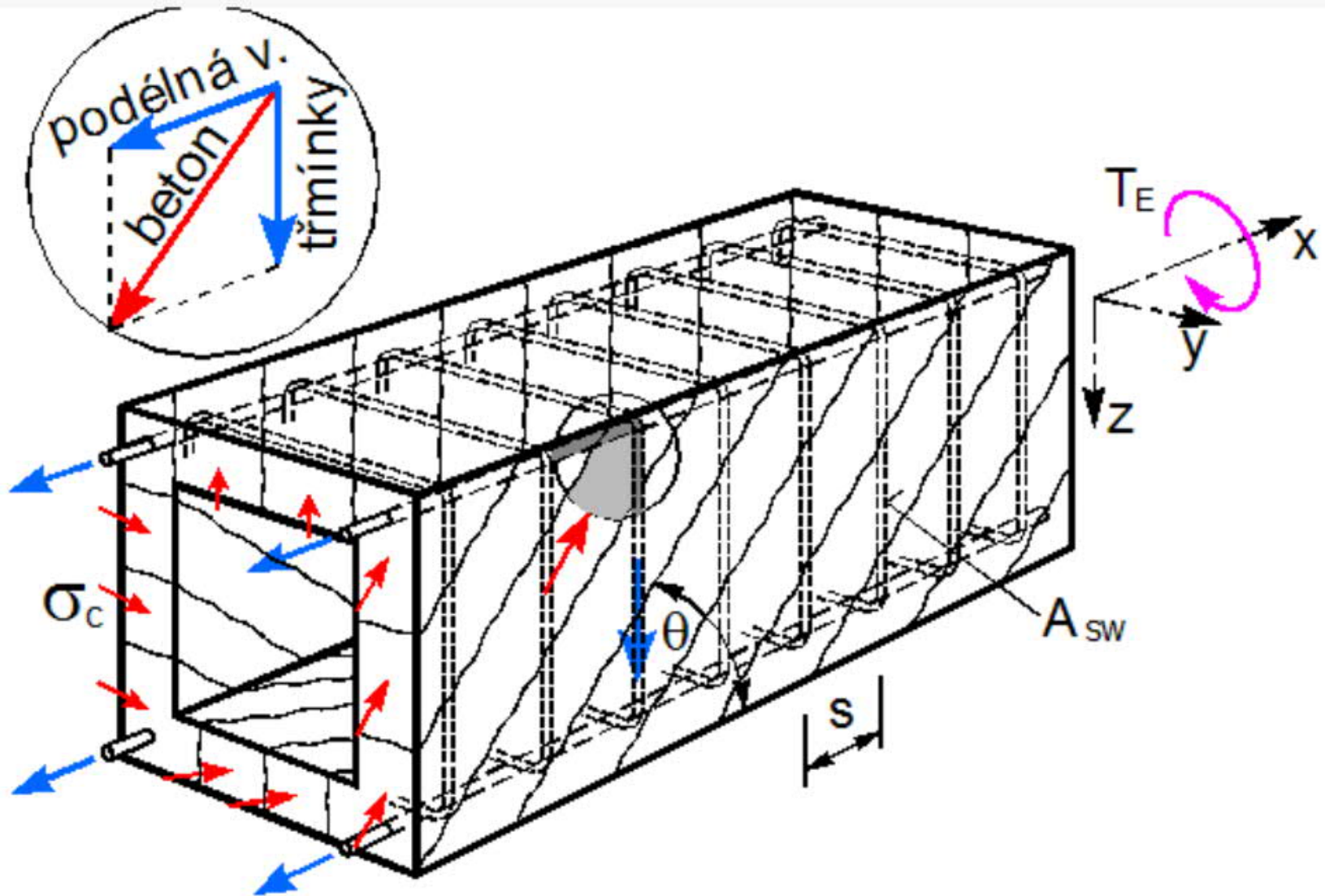
❑ Při kombinaci T a V

$$T_E / T_{Rmax} + V_E / V_{Rmax} \leq 1,0$$

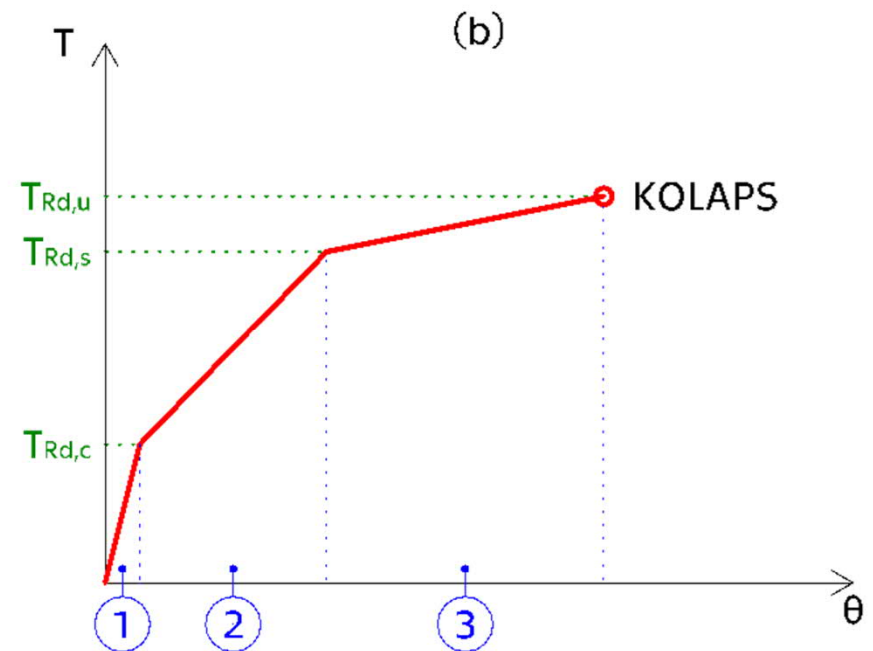
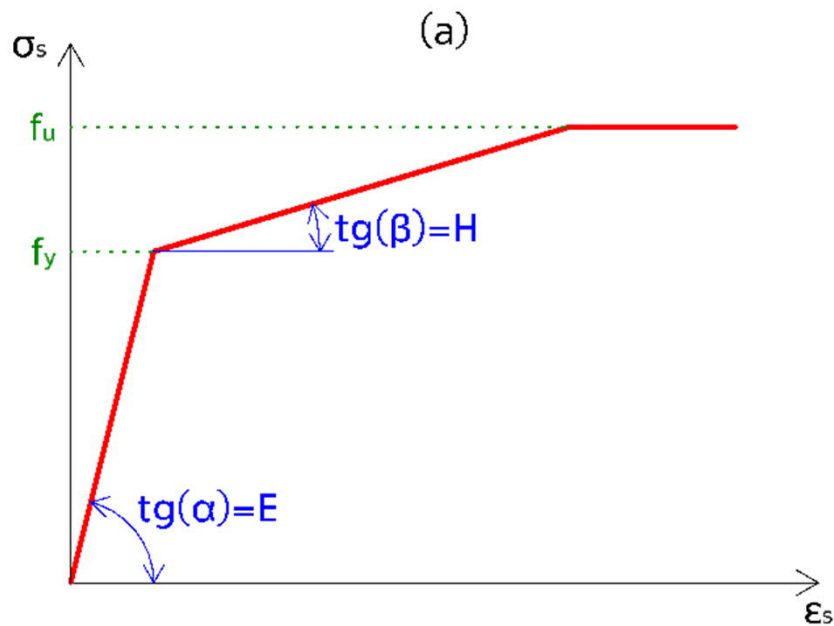
Stejný úhel θ pro výpočet smyku od posouvající síly i
od kroucení !



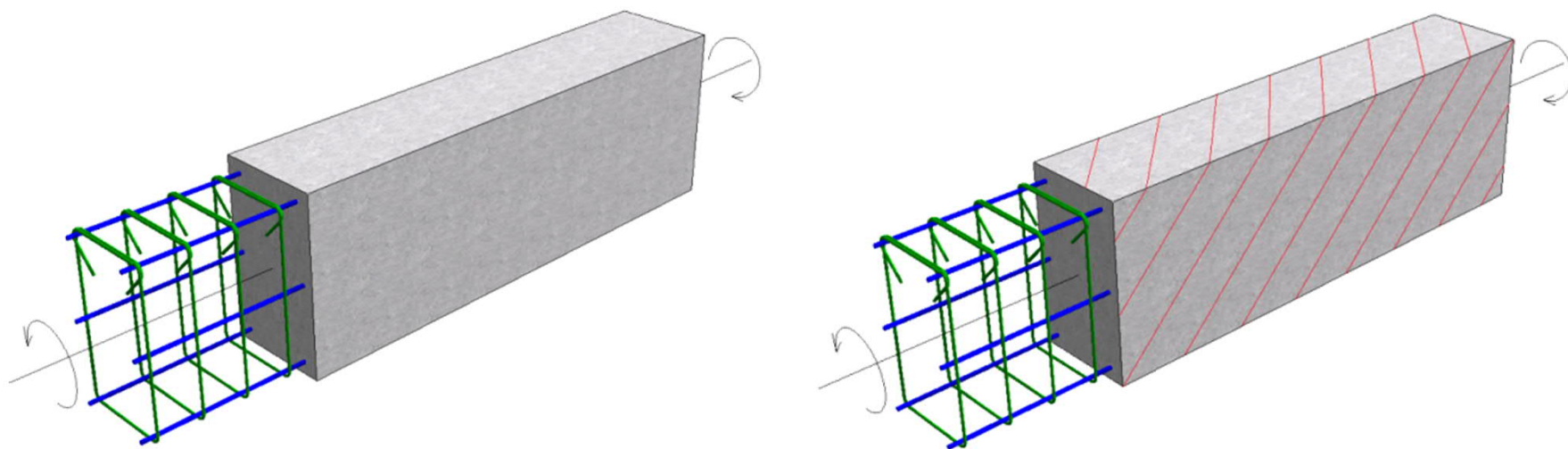
Vnitřní síly v průřezu přenášející kroucení



Pracovní diagram krouceného ŽB prvku



Přetváření krouceného ŽB prvku



Moment tuhosti v kroucení obdélníku

obecně:

$$I_t = \frac{1}{3} \cdot \left[1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \tanh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b}\right) \right] \cdot b^3 \cdot h$$

pro $h/b \geq 2$:

$$I_t \approx \frac{1}{3} \cdot \left(1 - 0,627 \frac{b}{h} \right) \cdot b^3 \cdot h$$

pro $h/b \geq 10$:

$$I_t \approx \frac{1}{3} \cdot b^3 \cdot h$$



Modul průřezu v kroucení obdélníku

obecně:

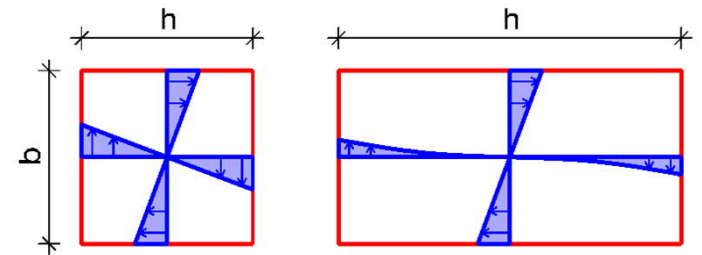
$$W_t = \frac{\pi^2}{24} \cdot \frac{1 - \frac{192}{\pi^5} \cdot \frac{b}{h} \cdot \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \tanh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b}\right)}{\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h}{2 \cdot b}\right)}\right]} \cdot b^2 \cdot h$$

pro $h/b \geq 2$:

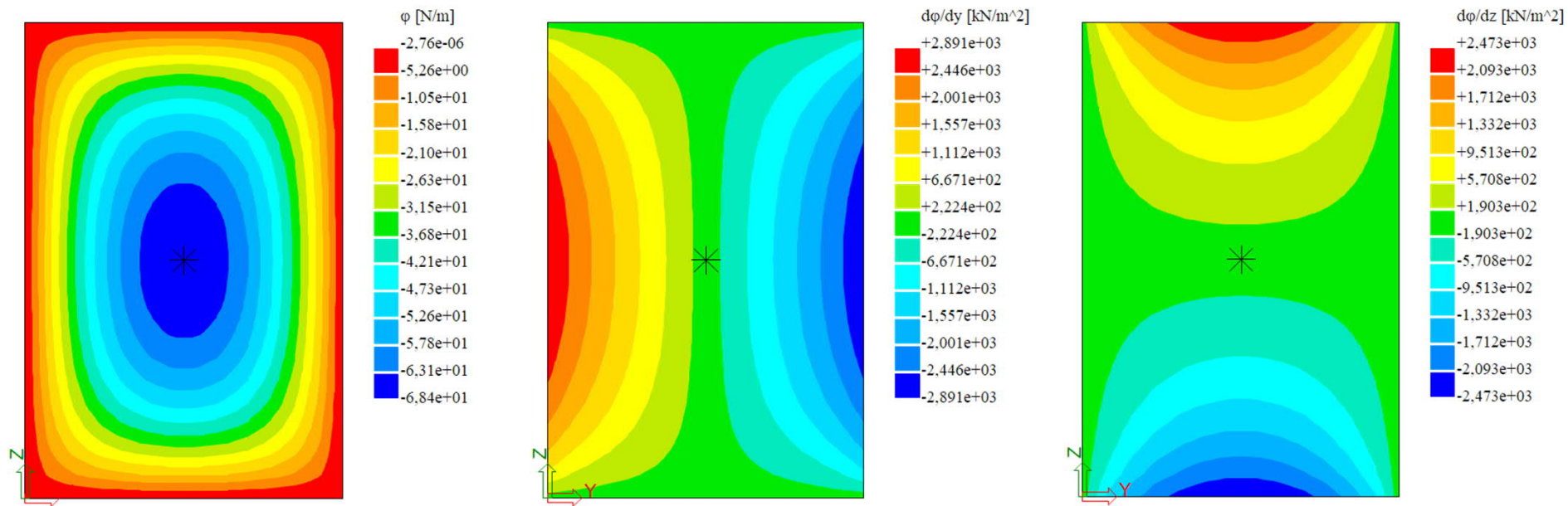
$$W_t \approx \frac{1}{3} \cdot \left(1 - 0,627 \cdot \frac{b}{h}\right) \cdot b^2 \cdot h$$

pro $h/b \geq 10$:

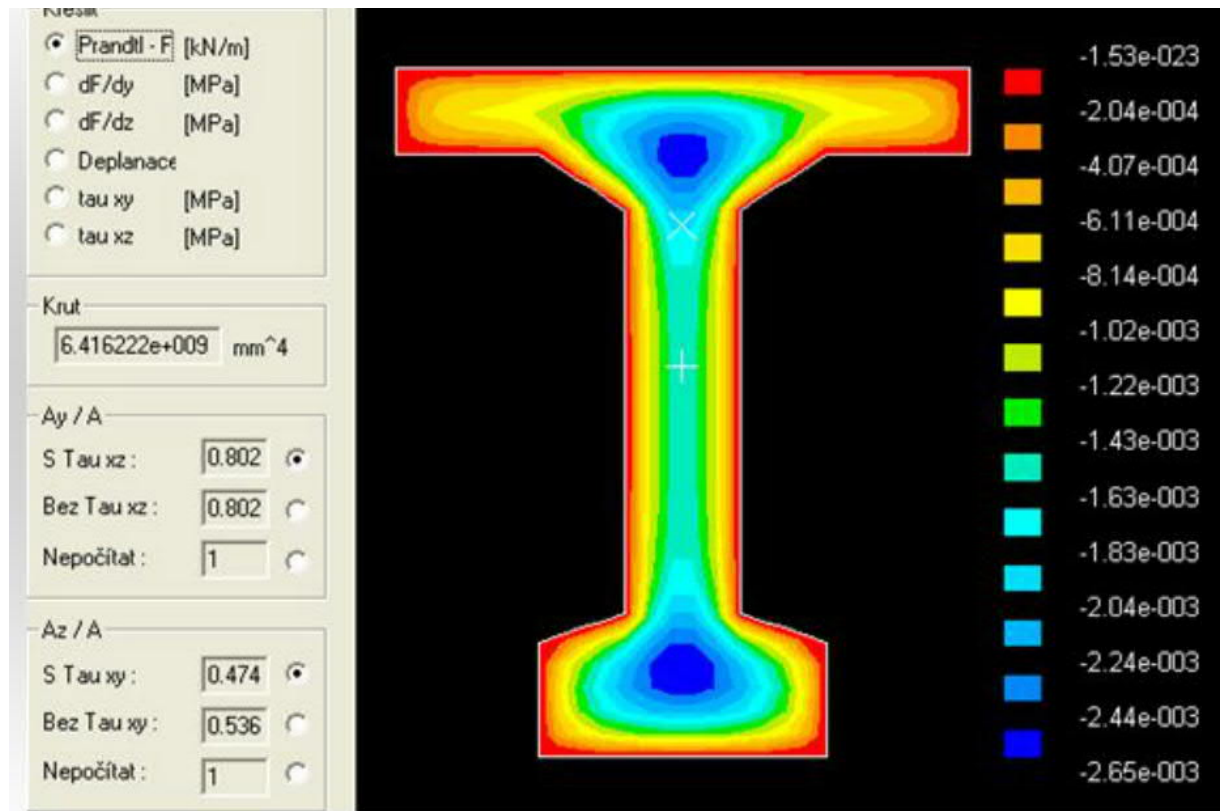
$$W_t \approx \frac{1}{3} \cdot b^2 \cdot h$$



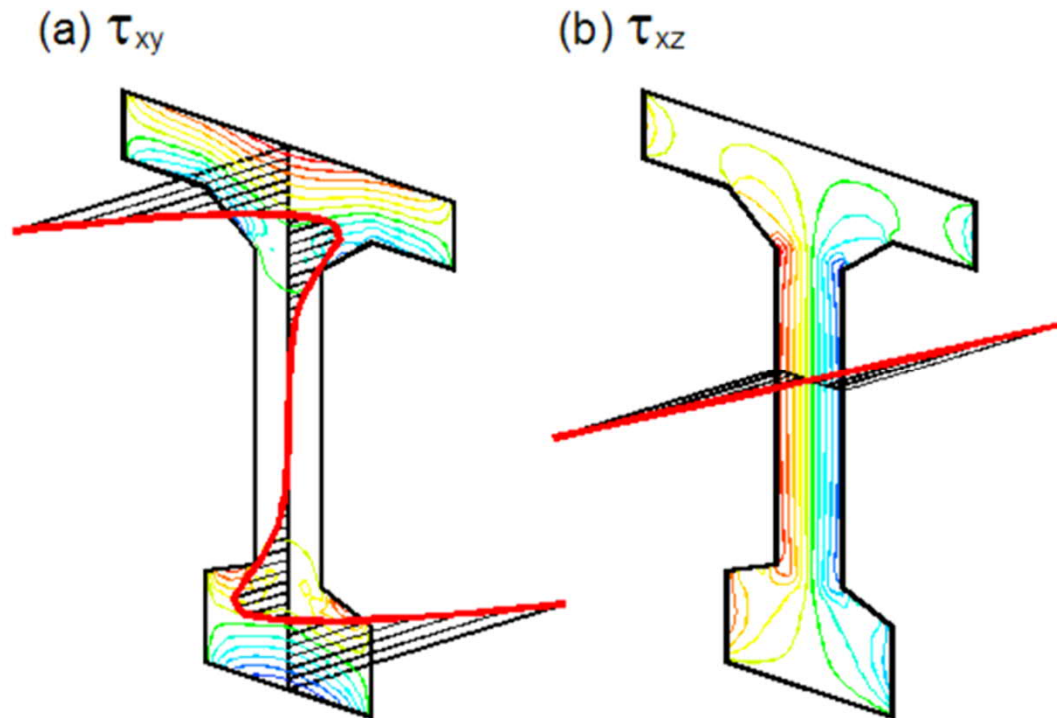
Prandtlova funkce napětí (φ) - obdélník



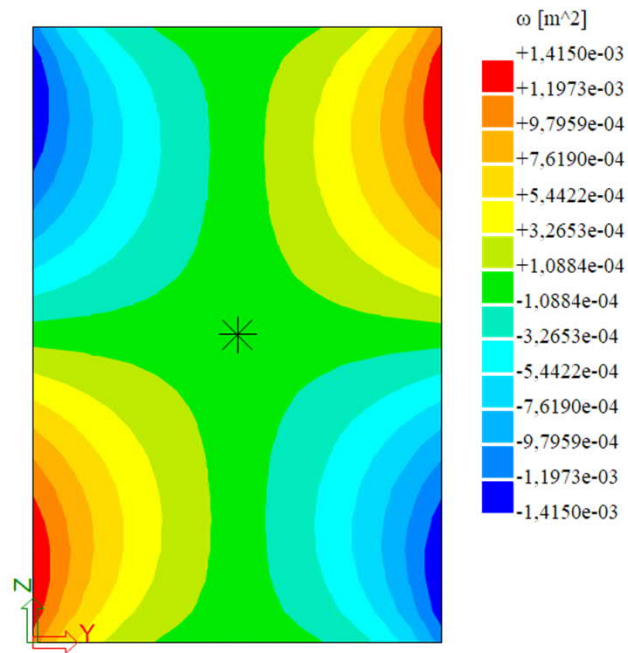
Prandtlova funkce napětí – obecný průřez



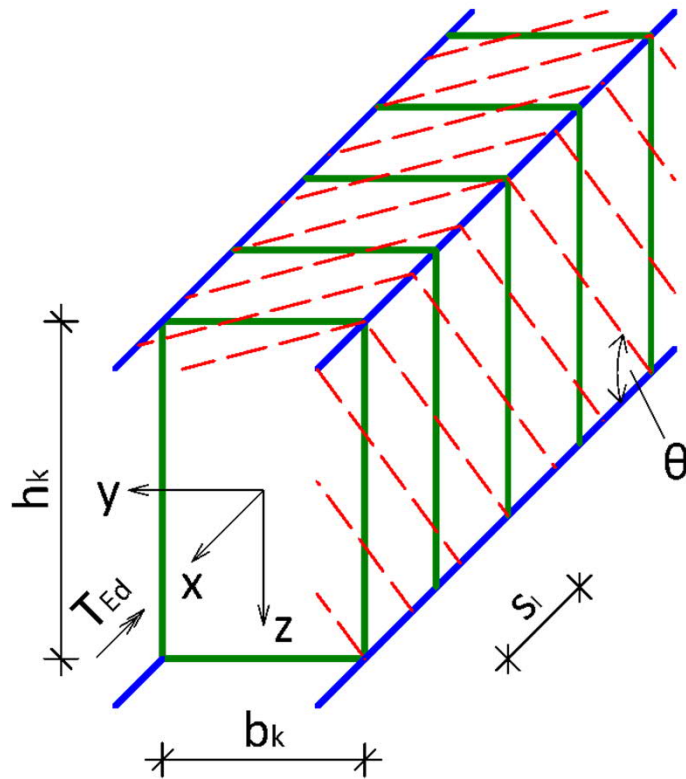
Napětí získané derivováním φ



Norm. výsečová souřadnice (ω) - obdélník



Model příhradové analogie

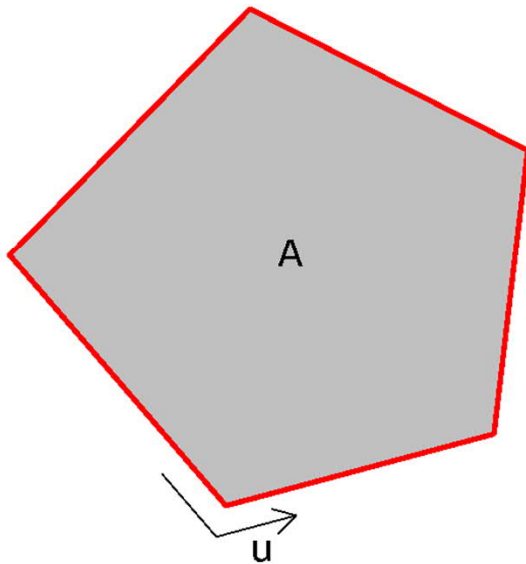


$$T_{Rd,s} = 2 \cdot A_k \cdot \sqrt{\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_l} \cdot \frac{\sum A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k}}$$



EC2 - Analog. tenkostěnný dutý průřez

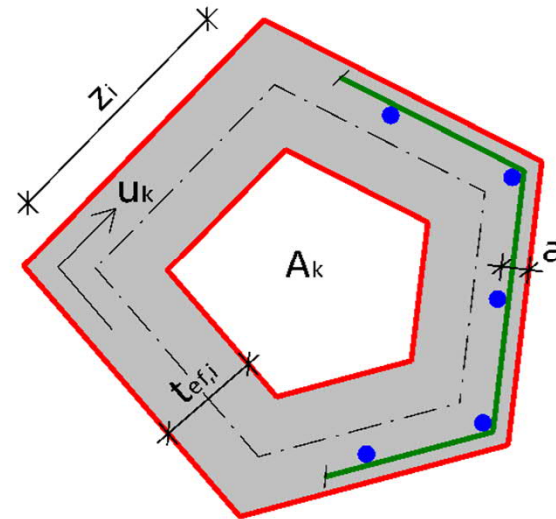
SKUTEČNÝ PRŮŘEZ



EC2-1-1



ATDP



smykový tok dle Prandtlovy funkce napětí

konstantní smykový tok v každé větvi

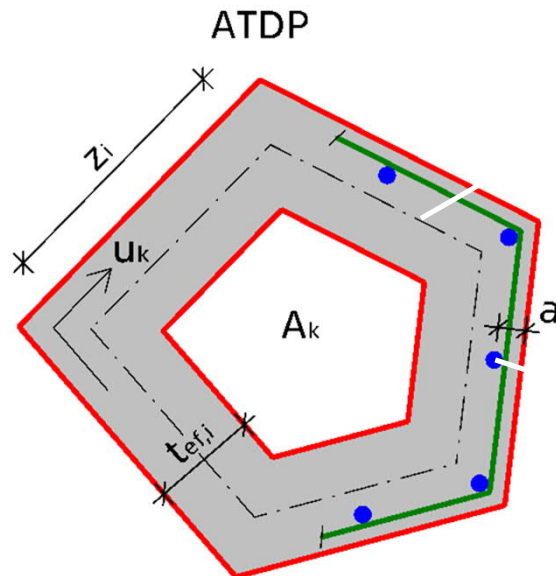


Vybrané chyby normového modelu

- výrazné nadhodnocení únosnosti v kroucení před vznikem trhlin $T_{Rd,c}$ oproti teorii pružnosti
- zanedbání vlivu ohybových trhlin
- není uvažována skutečná poloha výztuže
- analogický tenkostěnný dutý průřez selhává pro obdélníkový průřez s velkým poměrem h/b
- nejednoznačný postup pro nekonvexní (složené) průřezy (T, L, I)
- zanedbání vázaného kroucení (vs. dnešní trend = zeštíhlování nosných prvků!)
- konstrukční vyztužení nemusí zabránit křehkému porušení (týká se i konstrukční výztuže na smyk od posouvající síly)



EC2 – Skutečná poloha výztuže

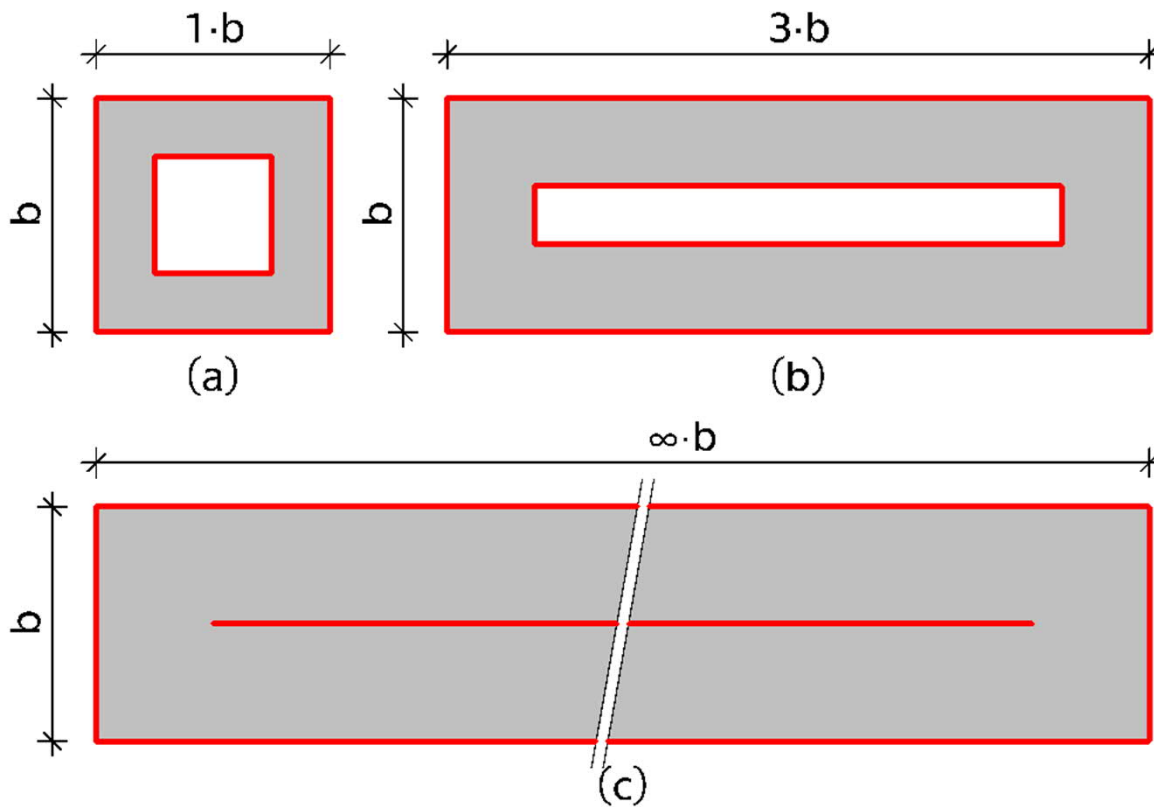


uvažovaná poloha dle EC2
(střednice tenkostěnného průřezu)

skutečná poloha výztuže



EC2 – Tenkostěnný průřez pro obdélník



$N=h/b$	t_{ef}
1	$0,25 \cdot b$
2	$0,33 \cdot b$
3	$0,38 \cdot b$
∞	$0,50 \cdot b$



Možnosti výpočtu vázaného kroucení

- pružná analýza prutových prvků s uvážením 7. stupně volnosti
=> deplanace ω
- deskostěnový model – převod na rovinnou napjatost
=> sendvičový model dle EC2-2 (8 složek napětí)
- nelineární výpočet s prostorovými konečnými prvky, zohlednění skutečné polohy výztuže a vzniku trhlin
=> např. Atena, Abaqus, Ansys, ...



REKAPITULACE – Únosnost v kroucení

- ke kroucení dochází u mnoha typických ŽB konstrukcí
- nejedná se o dominantní namáhání, ale není přípustné ho zanedbat
- krouticí moment musí být stanoven vzhledem ke středu smyku, nikoli k těžišti (důležité zvláště při použití výpočetních programů)
- železobetonové prvky se při kroucení přetváří ve 3 fázích
- je třeba posoudit – vznik trhlin, únosnost výztuže, únosnost tlakových diagonál
- normový model převádí skutečný průřez na uzavřený tenkostěnný
- normový model obsahuje mnoho nepřesností a chyb
- vázané kroucení Eurokód zanedbává
alternativy: 7. stupeň volnosti | sendvičový model | nelineární analýza



Dodatek: Schéma návrhu dle EC2

