

## 5. cvičení – návrh a posouzení výztuže desky

### Jednotky

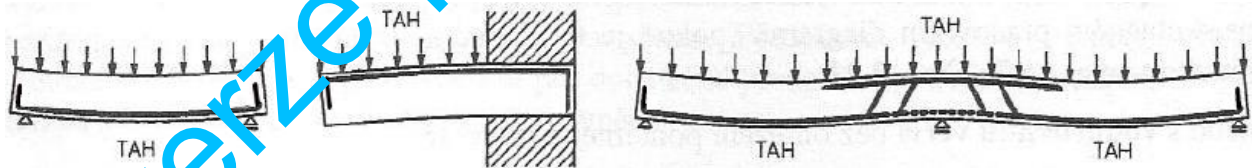
- Ve statických výpočtech se nejčastěji pracuje s jednotkami síly (N, kN), napětí (kPa, MPa) a délky (mm, cm, m).
- Jako nejjednodušší prevenci chyb doporučuji vždy dosazovat **kompatibilní jednotky**. Zkontrolujte a dodržujte jednu z variant:
  - 1) N - mm - N/mm<sup>2</sup> - MPa; pro momenty pak vychází nepraktická jednotka N.mm – vydělené 10<sup>6</sup> a dostaneme kN.m,
  - 2) kN - m - kN.m - kN/m<sup>2</sup> - kPa; plochu výztuže pak vyjadřujte ve tvaru  $a \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$  kde  $a$  je plocha v mm<sup>2</sup>.
- Pokud do vztahů dosazujete důsledně v jednotkách jedné z variant, výsledek je opět v těchto jednotkách.

### Profily výztuže

- Ve standardním výrobním programu železáren jsou tyto profily výztuže v mm: 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 – 18 – 20 – 22 – 25 – 28 – 32. **Jiné nikdy ne navrhujte.** Nikdo tedy nebude mít ve svém cvičení použity např. profily 13 nebo 24!!!

### Působení ŽB průřezu

- Nezbytný teoretický výklad k problematice působení železobetonu proběhl **na přednášce**. Zde jsou zdůrazněny pouze základní principy a vztahy nutné pro výpočet domácího cvičení.
- Beton má dobrou pevnost v tlaku, jeho pevnost v tahu je ale jen cca desetinová. Proto je nutno do tažených míst ohýbané konstrukce navrhnout výztuž.
- Taženou stranu poznáte podle deformace (viz obr. nosníků), při vykreslování vynášíme ohybové momenty na taženou stranu. U tohoto povrchu ohýbaných prvků (desek, trámů) bude tedy umístěna navržená tahová výztuž = **hlavní nosná podélná výztuž**.



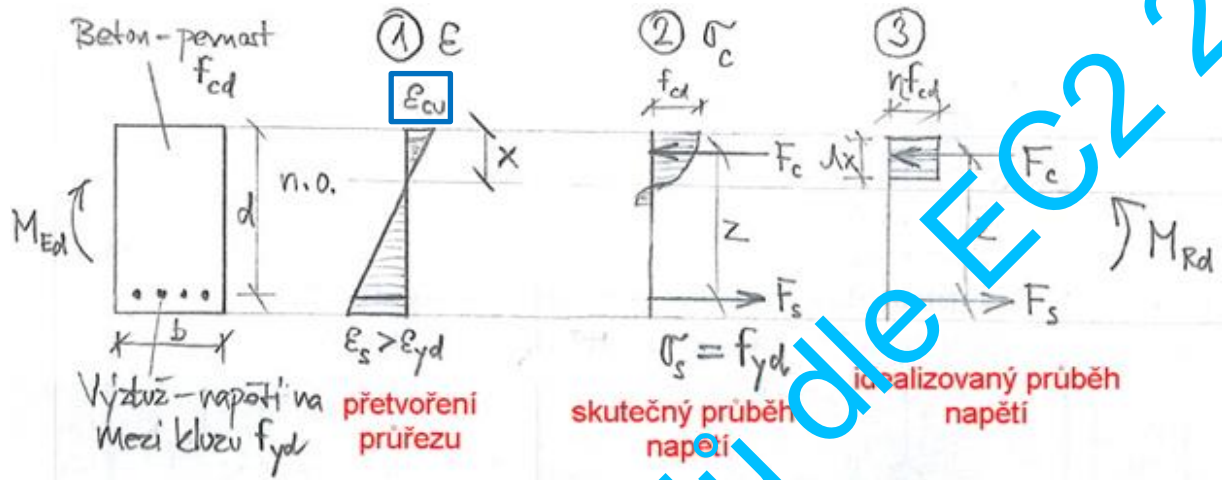
- Pro návrh vyztužení musíme znát hodnoty základních materiálových charakteristik použitého betonu (návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku  $f_{cd}$ ) a betonářské výztuže (návrhová hodnota meze kluzu  $f_{yd}$ ):

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c},$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s},$$

kde  $f_{ck}$ , resp.  $f_{yk}$  jsou charakteristické hodnoty pevnosti betonu v tlaku, resp. meze kluzu výztuže,  $\gamma_c$  je součinitel spolehlivosti betonu ( $\gamma_c = 1,5$ ),  $\gamma_s$  je součinitel spolehlivosti výztuže (pro betonářskou ocel  $\gamma_s = 1,15$ ).

- Následující schéma zobrazuje průběh přetvoření, napětí a sil v železobetonovém průřezu na mezi únosnosti, kdy jsou dosaženy mezní hodnoty poměrného přetvoření a napětí. **Je nutné toto schéma pochopit.** Pak není potřeba si výpočetní vztahy pamatovat – kdykoliv si je snadno odvodíte. Číslování obrázků odpovídá číslování odstavců:



- Průřez na obrázku je zatížen návrhovým momentem  $M_{Ed}$ <sup>1)</sup>, který vyvolává tah ve spodních vláknech. Výztuž je proto umístěna u spodního okraje průřezu. Těžiště tažené výztuže leží ve vzdálenosti  $d$  od tláčeného okraje průřezu. Parametr  $d$  označujeme jako **staticky účinnou výšku průřezu**, šířka průřezu je  $b$ .
- Uvažujeme, že v mezním stavu únosnosti – dále MSÚ (při působení ohybového momentu, který se rovná hodnotě  $M_{Rd}$ , tj. momentu únosnosti) je v krajních tlačенých vláknech dosaženo **mezního poměrného přetvoření betonu**  $\epsilon_{cu}$ . Aby platily dále uvedené úvahy, musí být v tomto okamžiku **tažená výztuž již za mezi kluzu**, tj. přetvoření výztuže  $\epsilon_s$  musí být větší než přetvoření na mezi kluzu  $\epsilon_{yd}$ , a tedy pro napětí ve výztuži platí  $\sigma_s = f_{yd}$ . Tento předpoklad se ve výpočtu ověřuje, postup bude uveden později. Hodnota  $x$  představuje **výšku tlačенé části průřezu**.
- Skutečné rozložení napětí v betonu na mezi únosnosti odpovídající momentu  $M_{Rd}$  odpovídá pracovnímu diagramu betonu. V tlačенém betonu je dosaženo pevnosti betonu v tlaku  $f_{cd}$ . Integrací napětí v tlačенém betonu dostaneme výslednou sílu v betonu  $F_c$ . Aby platila rovnováha sil v průřezu, musí být síla ve výztuži  $F_s$  **stejně velká**, pouze opačně orientovaná (síla v tažené části betonu se zanedbává). Působíště těchto dvou sil leží ve vzájemné vzdálenosti  $z$ , kterou nazýváme **rameno vnitřních sil**. Hodnotou sil a velikostí ramene je dána **únosnost průřezu v ohybu = moment únosnosti  $M_{Rd}$** .
- Pro výpočet zavádíme **idealizaci**. Skutečné napětí v betonu nahrazujeme **obdélníkovým průběhem** napětí. Hodnotu rovnoměrného napětí uvažujeme  $\eta f_{cd}$  ( $\eta \leq 1$ ). Aby byla zachována poloha síly  $F_c$ , uvažujeme výšku rovnoměrně tlačенé části pouze  $\lambda x$  ( $\lambda \leq 0,8$ ). Pro betony běžných pevností (do třídy C50/60) se uvažuje  $\eta = 1$  a  $\lambda = 0,8$ .

<sup>1)</sup> Pro lepší orientaci je dobré znát význam indexů: c = concrete (beton), u = ultimate (mezní), s = steel (ocel), y = yield (doslova plastické tečení, yield point = mez kluzu), d = design (návrhový), E = effect (účinek, míněno účinek zatížení), R = resistance (odolnost, únosnost)

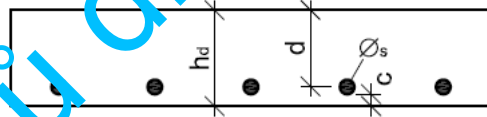
## Návrh výztuže desky

- Vyjdeme z momentů stanovených dříve – pozor, uvedený zjednodušený postup výpočtu momentů lze užít jen pro spojité desky stejných rozpětí a zatížení. Navrhujeme výztuž na extrémní hodnoty momentů v **krajním poli** a **přilehlé podpoře** i ve **vnitřním poli** a **přilehlé podpoře** (tj. provedeme dva návrhy výztuže – viz hodnoty momentů z předchozího cvičení)
- V deskách obvykle počítáme s momenty a plochami výztuže **na 1 bm (běžný metr)** šířky desky. Momenty tedy uvažujeme v [kN.m/m], plochy výztuže udáváme v [mm<sup>2</sup>/m], resp. v **m<sup>2</sup>/m** (zápis ve formě uvedené výše). Je zvykem pro označení momentů a ploch vztahených na jednotku (na 1m) používat malá písmena ( $a_s$  je plocha tažené výztuže,  $m$  ohybový moment (účinek zatížení) a  $m_{Rd}$  moment únosnosti).
- Z úvah pod předchozím obrázkem vyplývá, že v mezním stavu únosnosti musí platit

$$m_{Rd} = F_s \cdot z = a_s \cdot f_{yd} \cdot z$$

- Staticky účinnou výšku průřezu  $d$  stanovíme jednoduše tak, že od celkové výšky  $h_d$  odečteme požadované krytí výztuže  $c$  (máte zadáno, obecně je nutno spočítat, což se naučíte v pokročilejších kurzech) a polovinu odhadovaného průměru výztuže  $\varnothing_s$  (u desky v této fázi volíme odhadem 8 nebo 10 mm).

$$d = h_d - c - \frac{\varnothing_s}{2}$$



- Vlastní návrh výztuže (tj. návrh průměru výztužných prutů a jejich vzdálenost/počet  $\Rightarrow$  plocha výztuže  $a_s$ ) lze provést několika způsoby

a) odhadem nebo metodou „pokus - omyl“  $\Rightarrow$  ve cvičení nepoužívat

b) **odhadem velikosti ramene vnitřních sil**  $z = (0,9 \div 0,95) \cdot d \Rightarrow$  **použijeme ve cvičení**

Jestliže má pro ohybový prvek v MSÚ platit:

$$m_{Rd} = a_s \cdot f_{yd} \cdot z \geq m_{Ed},$$

pak pro plochu výztuže musí platit:

$$a_s \geq \frac{m_{Ed}}{z \cdot f_{yd}} = a_{s,req},$$

kte  $a_{s,req}$  je **potřebná plocha výztuže v desce** (index *req* = required – požadovaná).

A právě tuto neznámou hodnotu velikosti ramene vnitřních sil  $z$  odhadneme - viz výše.

**POZOR:** Odhad ramene vnitřních sil  $z$  lze použít **pouze pro návrh** plochy výztuže! Při posouzení je vždy potřeba vyčíslit přesnou hodnotu na základě skutečné navržené plochy výztuže a rovnováhy sil v průřezu.

c) stanovením velikosti ramene vnitřních sil  $z$  pomocí tabulek (viz pomůcka na webu)

- o stanovíme poměrný moment  $\mu = \frac{m_{Ed}}{bd^2 f_{cd}}$
- o z tabulky pro spočtenou hodnotu  $\mu$  odečteme odpovídající hodnotu součinitele  $\zeta$  (čteme [zéta], 4. sloupeček tabulky).
- o součinitel  $\zeta$  vyjadřuje poměrné rameno vnitřních sil (poměr velikosti ramene vnitřních sil ku staticky účinné výšce průřezu)  $\zeta = \frac{z}{d}$ , takže lze spočítat rameno vnitřních sil jako  $z = \zeta d$
- o Dosazením a úpravou již snadno zjistíme, jaká je **potřebná plocha výztuže v desce** (přidáme index *req* = required – požadovaná):

$$a_{s,req} = \frac{m_{Ed}}{\zeta d f_{yd}}$$

⇒ Tento postup si prozatím necháme „v záloze“ a použijeme ho až při návrhu výztuže trámu.

d) Hodnotu požadované plochy výztuže  $a_{s,req}$  lze ale stanovit i přímo ze vztahu (bude vysvětleno na přednášce):

$$a_{s,req} = \frac{b d f_{cd}}{f_{yd}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{z m_{Ed}}{b d^2 f_{cd}}} \right)$$

⇒ Tento postup je vhodný pro případ počítačového zprogramování postupu návrhu výztuže, ale ve cvičení ho prozatím nepoužívejte!!!

- Plocha jednoho profilu výztuže je:

$$a_{s1} = \pi \cdot \left( \frac{\varnothing_s}{2} \right)^2$$

- Skutečná plocha výztuže v průřezu (index *prov* = provided – poskytnutá):

$$a_{s,prov} = a_{s1} \cdot \frac{1000}{s} \geq a_{s,req}$$

kde  $s$  je narytovaná osová vzdálenost (rozteče) výztuží v [mm]

- Na konci návrhu bude v rámečku zřetelně napsáno:

„Návrh: Ø ... po ... mm ( $a_{s,prov} = \dots \text{ mm}^2/\text{m}$ )“, tedy např.:

**Návrh: Ø 10 mm po 150 mm ( $a_{s,prov} = 520 \text{ mm}^2/\text{m}$ )**

- Rozteče zaokrouhlujeme na 5 nebo 10 mm dolů (pro návrh lze využít tabulku ploch výztuže).

- Vždy je více možností, jak výztuž navrhnout. Platí, že je **vhodnější navrhnout větší počet menších profilů** než menší počet větších profilů (*Příklad*: Je-li  $a_{s,req} = 400 \text{ mm}^2/\text{m}$ , je vhodnější navrhnout Ø8 po 125 mm než Ø12 po 250 mm, ačkoliv z hlediska únosnosti vyhoví oba návrhy). Důvody budou vysvětleny v přednáškách, souvisí s mezními stavy použitelnosti (velikost průhybů, šířka trhlin).

Pro nosnou výztuž ale nenavrhujte profil menší než 8 mm.

## Konstrukční zásady

- Ještě před posouzením je vhodné ověřit, zda návrh splňuje podmínky **konstrukčních zásad**, které jsou stanoveny normou.
- Pokud tyto podmínky nejsou splněny, návrh **nevyhovuje!** Je potřeba jej upravit, i kdyby při posouzení vyhověl.
- Aby nedošlo k nevhodnému porušení prvku **křehkým lomem** v okamžiku vzniku prvních trhlin (porušení bez varování, přetržení výztuže), musí být navržená plocha výztuže **větší než minimální**:

$$a_{s,prov} \geq a_{s,min} = \max \left( 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0,0013bd \right)$$

kde  $f_{yk}$  je charakteristická mez kluzu oceli (pro výztuž B 500 B:  $f_{yk} = 500$  MPa),  
 $f_{ctm}$  je střední hodnota tahové pevnosti betonu (viz tabulka na webu, index  $t =$  tensile – tahová),  
 $d$  je staticky účinná výška průřezu (pokud jsme navrhli jiný profil, než jsme odhadovali, je nutno hodnotu  $d$  přepočítat),  
ostatní viz předchozí výklad.

- Aby bylo umožněno **dostatečné probetonování** konstrukce a aby byl návrh hospodárný, musí být plocha výztuže **menší než maximální**:

$$a_{s,prov} \leq a_{s,max} = 0,04bh$$

Pozn.: u plných (nevylehčených) desek a trámů obdélníkových průřezů není tato podmínka rozhodující, max. vyztužení je omezeno omezením hodnoty výšky tlačené oblasti  $x$ . Proto výše uvedenou kontrolu max. vyztužení ve cvičení neověřujte.

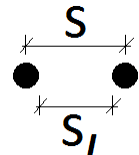
- Nesmí být překročena určitá **maximální osová vzdálenost** mezi jednotlivými pruty, aby bylo zajištěno **rovnoměrné spolupůsobení** výztuže a betonu. Pro osovou vzdálenost  $s$  nosné výztuže v desce musí platit:

$$s \leq \min(2h; 250 \text{ mm})$$

- Zároveň musí být dodržena určitá **minimální světlá vzdálenost** mezi jednotlivými pruty (kvůli dobrému probetonování). Je-li navržena osová rozteč prutů  $s$ , pak pro světlou vzdálenost  $s_l$  musí platit (tato zásada u desek nerozhoduje, je důležitá pro trámy):

$$s_l \geq \max(20 \text{ mm}; 1,2\varnothing_s; D_{max} + 5 \text{ mm})$$

$D_{max}$  je velikost největšího zrna kameniva v betonu; zvolte 16 nebo 22 mm.



Pozn.: U desek toto kritérium obvykle není rozhodující (s výjimkou míst s lokálně zesílenou výztuží) - ve cvičení u desek neověřujte. Z důvodu pracnosti provádění se však nedoporučuje ve větším rozsahu rozmisťovat pruty výztuže v osových vzdálenostech menších než 100 mm.

- Pokud některá zásada není splněna, je nutno **návrh upravit** tak, aby všem zásadám vyhověl.

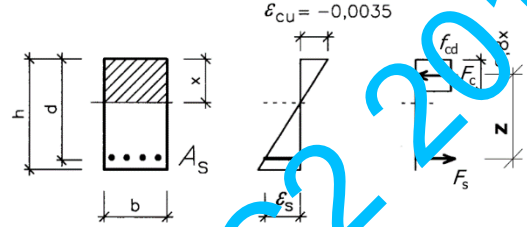
## Posouzení navržené výztuže desky

- Jak bylo uvedeno v části „Působení ŽB průřezu“, musí být v ohýbaném jednostranně vyztuženém průřezu síly v betonu a tahové výztuži stejně velké. Síla je součinem napětí a plochy. Vyjdeme-li z idealizovaného průběhu napětí, dostaneme:

$$F_c = F_s$$

$$\lambda x \cdot b \cdot \eta f_{cd} = a_{s,prov} \cdot f_{yd}$$

kde  $\eta$  je pro betony třídy C50/60 a nižší rovno 1,0,  
 $\lambda$  je pro betony třídy C50/60 a nižší rovno 0,8,  
 $b$  je šířka tlacené části průřezu, pro desky uvažujeme 1000 mm,



- Jednoduchou úpravou a dosazením dostaneme vztah pro **výšku tlacivé oblasti**:

$$x = \frac{a_{s,prov} \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

- Z obrázku v části „Působení ŽB průřezu“ lze odvodit, že **skloněná velikost ramene vnitřních sil** pro navrženou výztuž je:

$$z = d - 0,4x$$

- Moment únosnosti** průřezu pak je:

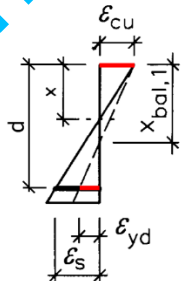
$$m_{Rd} = a_{s,prov} \cdot f_{yd} \cdot z$$

- Konstrukce vyhoví, pokud:**

$$m_{Rd} \geq m_{Ed}$$

- Nyní je ještě třeba **ověřit**, zda je splněn **předpoklad** o dostatečném poměrném přetvoření výztuže ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ ), na kterém je celý náš výpočet založen. Pokud by tento předpoklad splněn nebyl, ocel by v mezním stavu únosnosti průřezu nebyla za mezí kluzu. To by znamenalo, že porušení prvku by nastalo třením betonu bez výrazného protažení výztuže a vzniku širokých trhlin v taženém betonu. Neplatil by předpoklad, že napětí ve výztuži  $\sigma_s = f_{yd}$  a konstrukce by před porušením nevyhověla. Zároveň by neplatily výše uvedené výpočetní vztahy.

- Budeme-li uvažovat **limitní stav**  $\epsilon_s = \epsilon_{yd}$  a vyjdeme z podobnosti trojúhelníků přetvoření, pak odvodíme:



$$\frac{\epsilon_{cu}}{x_{bal,1}} = \frac{\epsilon_{yd}}{d - x_{bal,1}}$$

$$\epsilon_{cu} (d - x_{bal,1}) = \epsilon_{yd} x_{bal,1}$$

$$\frac{x_{bal,1}}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{yd}}$$

- Mezní přetvoření betonu uvažujeme 0,0035. Přetvoření oceli B 500 na mezi kluzu je:

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 0,002175$$



Po dosazení můžeme definovat **limitní hodnotu poměrné výšky tlačené oblasti**  $\xi_{bal,1}$  (čteme [ksi] balanční):

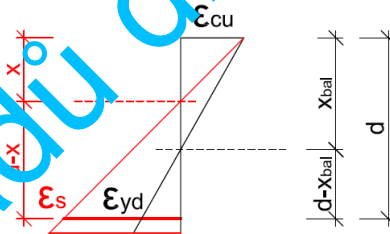
$$\xi_{bal,1} = \frac{x_{bal,1}}{d} = 0,617$$

- To znamená, že výška tlačené oblasti smí být maximálně 61,7 % účinné výšky průřezu, aby byla výztuž v mezním stavu únosnosti průřezu za mezí kluzu. Z určitých důvodů, které budou vysvětleny na přednášce a v navazujících kurzech, však omezujeme tuto hodnotu ještě přísněji – alespoň na 45 % (a někdy i na nižší úroveň).
- V našem cvičení tedy ověříme, že **poměrná výška tlačené oblasti**  $\xi$  splňuje podmínku:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{max} = 0,45$$

- Rozumná hodnota  $\xi$  pro desky je orientačně 0,10 - 0,15, pro trámy 0,15 - 0,40.
- Na webu najdete vzorový výpočet výztuže ohýbaného prvku.
- Pro jeden z průřezů **přímo spočítejte** hodnotu  $\varepsilon_s$ , s ověřením, že  $\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$  a nakreslete v měřítku průběh přetvoření po průřezu.
  - výpočet  $\varepsilon_s$  z podobnosti trojúhelníků:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$$



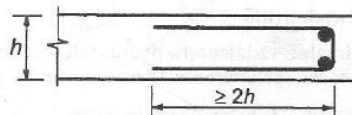
## Návrh konstrukční výztuže desky

- U jednosměrně pnutých desek se **hlavní (nosná) tahová výztuž** navrhuje pouze v jednom směru – směru pnutí mezi podporami. Návrh hlavní výztuže je popsán výše, kromě této výztuže je v desce vždy ještě další výztuž. Ta se nenavrhuje výpočtem na hodnoty vnitřních sil od účinku zatížení, ale návrh musí být v souladu s pravidly norem (konstrukčních zásad), a proto se označuje jako **výztuž konstrukční**. Dále jsou popsány typy konstrukční výztuže, které navrhne v dané desce.
- Kolmo na nosnou výztuž desky je tzv. **rozdělovací výztuž** – zajišťuje roznášení namáhání v kolmém směru (především namáhání od lokálních břemen), zmenšuje účinky objemových změn betonu (teplotní změny, dotvarování, smršťování). Pro plochu a osové vzdálenosti prutů rozdělovací výztuže platí:

$$a_{s,roz} \geq 0,25a_{s,prov}$$

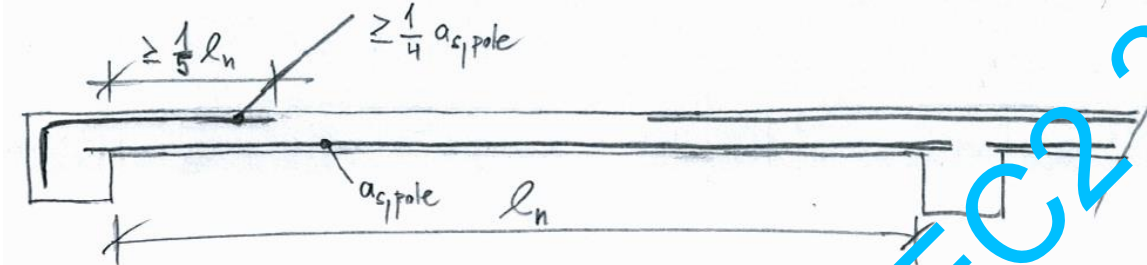
$$s_{roz} \leq \min(3h; 400 \text{ mm})$$

**Okrajová (lemovací) výztuž** se vkládá na volném okraji desky nebo okolo otvorů. Z hlediska plochy výztuže (průměr a vzdálenosti prutů) obvykle odpovídá výztuži, na kterou navazuje, její min. délka (zakotvení) se řídí následujícím obrázkem:



- **Horní výztuž desky v oblasti uložení na zděnou stěnu nebo okrajový trám**

Ačkoliv z výpočtu vychází v krajní podpoře nulový moment (podpora idealizována jako kloub), deska je ve skutečnosti částečně upnuta (věnc + přitížení stěnou 2NP), takže při horním povrchu dochází ke vzniku tahových napětí. Plocha horní výztuže v tomto místě musí mít plochu větší než  $\frac{1}{4}$  plochy výztuže v přilehlém poli a musí zasahovat alespoň do  $\frac{1}{5}$  přilehlého pole (viz OBR.).



Výztuž musí zároveň splňovat konstrukční zásady pro nosnou výztuž (profil min. 8 mm,  $s < s_{max}$ ,  $a_s > a_{s,min}$ ).

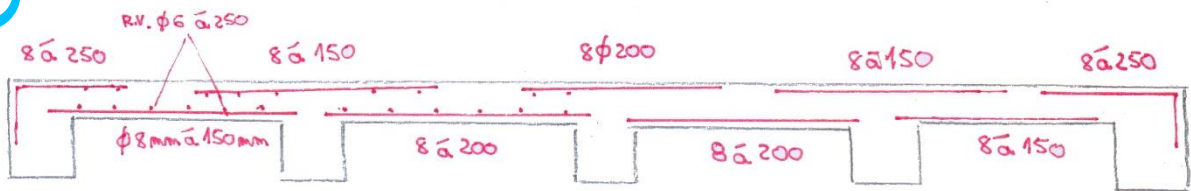
Jelikož ve cvičení neznáme tuhost věnce ani míru přitížení stěnami vyššího podlaží, navrhnete tuto výztuž v ploše min.  $\frac{1}{2} * a_{s,pole}$ . Výztuž konstrukčně stykujte (nebo sjednoťte) s horní výztuží desky nad vnitřním trámem.

Stejnou výztuž (profil, rozteče) použijte i v místě uložení desky na stěny v kolmém směru (stěny rovnoběžné se směrem pnutí desky).

## Postup výpočtu v DCV – shrnutí

- Navrhnete výztuž v desce v rozhodujících průřezích (tj. pro oba návrhové momenty). Pro návrh (nikoli posouzení!!!) použijte odhad ramene vnitřních sil  $z = (0,9 \div 0,95) \cdot d$ . V případě malých rozdílů možné oba návrhy po konzultaci se cvičícím sjednotit (konečný návrh na větší z hodnot momentů).
- Pro každý návrh zkontrolujte dodržení konstrukčních zásad. Pokud kterákoliv konstrukční zásada není dodržena, návrh je nutno upravit.
- Navrženou výztuž posuďte. Velikost ramene vnitřních sil pro posouzení je vždy nutné stanovit přímým výpočtem (tj. z rovnováhy sil výpočet  $x$  a výpočet  $z$ ).
- Z cvičných úvoly: pro jeden z průřezů spočítejte  $\epsilon_s$ , zkontrolujte, zda  $\epsilon_s > \epsilon_{yd}$  a v měřítku nakreslete průběh přetvoření po průřezu.
- Navrhnete konstrukční výztuž (rozdělovací, lemovací, v krajní podpoře desky).
- Přímou pod statický výpočet nakreslete do řezu deskou schéma vyztužení desky s popisem, co která výztuž představuje (např.  $\emptyset 8$  mm po 150 mm,  $\emptyset 6$  mm po 250 mm, ...).

- např.:



- Nakreslete výkres výztuže desky (příští cvičení).