

Statistické vyhodnocení materiálových zkoušek

133YMVB | Modelování a vyztužování betonových prvků

Ing. Josef Novák, Ph.D.

20.02.2023

ÚVODNÍ INFORMACE K PŘEDMĚTU

- Výuka: Pondělí 08:00 – 9:40
- Téma přednášek a cvičení:
 - Statistické vyhodnocení materiálových zkoušek
 - Vyztužování poruchových oblastí: konzola, ozuby, rámového rohy apod.
 - Nelineární analýza betonových konstrukcí: program Atena
 - Vyztužování betonových konstrukcí v programu Allplan
 - Prezentace vybraného softwaru

ÚVODNÍ INFORMACE K PŘEDMĚTU

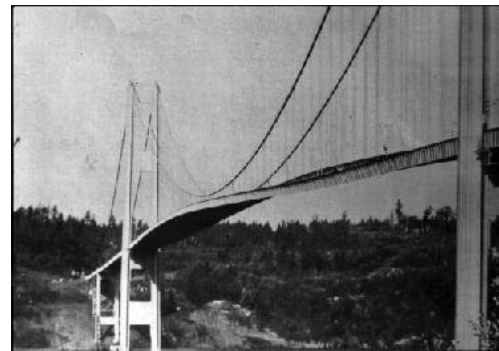
- Povinně volitelný předmět
- Počet kreditů: 2
- Zakončení zápočtem
- **Požadavky pro získání zápočtu:**
 - Maximálně tři absence, přičemž povinná účast na přednášce externisty
 - Splnění povinných domácích úkolů v řádném časovém termínu (**2 týdny od zadání domácího cvičení**)

ÚVODNÍ INFORMACE K PŘEDMĚTU

- Konzultace a kontrola domácích úloh probíhá u vyučujícího, který danou úlohu zadal.
- Vyučující:
 - Doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D., B731 (garant předmětu)
 - Ing. Josef Novák, Ph.D., B725
 - Ing. Roman Chylík, B788
 - Ing. Tomáš Trtík, B788

METODY NAVRHOVÁNÍ STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ

- Návrh konstrukce musí být proveden tak, aby konstrukce byla hospodárná a během své životnosti splňovala požadavky na spolehlivost.
- Spolehlivost - způsobilost prvku, dílce nebo konstrukce vykonávat požadovanou funkci ve stanovených podmínkách po stanovené období.

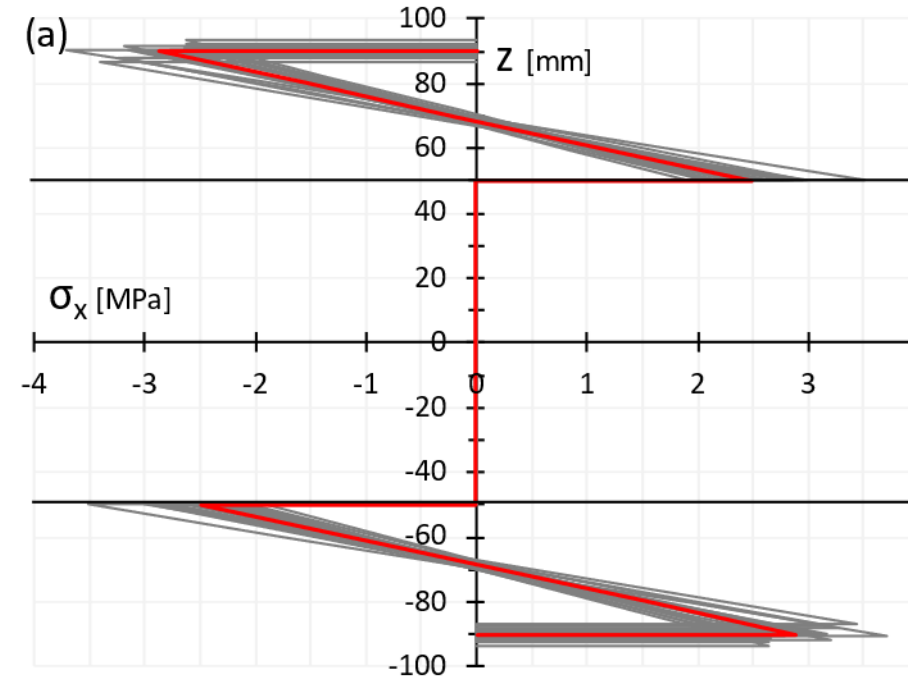


METODY NAVRHOVÁNÍ STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ

- Kvalita konstrukčního návrhu se odvíjí od přístupu a zkušenosti stavebního inženýra a zvolených metodách a postupů pro navrhování.
- Na základě aktuálních experimentálních a teoretických poznatků probíhá průběžný vývoj metod navrhování, které by měly být jednoduché a schopné dokonale vystihnout chování konstrukcí při uvážení náhodných jevů a nejistot.

METODY NAVRHOVÁNÍ STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ

- Metody navrhování betonových konstrukcí:
 - Metoda dovolených namáhání
 - Metoda stupně bezpečnosti
 - **Metoda mezních stavů** $\rightarrow E_d < R_d (C_d)$
 - Pravděpodobnostní metody



METODA MEZNÍCH STAVŮ - MSÚ

- **STR:** Vnitřní porucha nebo nadměrná deformace konstrukce

Kombinace pro méně hospodárný návrh:
$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Kombinace pro více hospodárný návrh: méně příznivá kombinace z následujících dvou výrazů (a) a (b)

$$(a) \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$(b) \sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Zatížení	ψ_0	ψ_1	ψ_2
Kategorie užitných zatížení pro pozemní stavby (viz EN 1991-1-1)			
Kategorie A: obytné plochy	0,7	0,5	0,3
Kategorie B: kancelářské plochy	0,7	0,5	0,3
Kategorie C: shromažďovací plochy	0,7	0,7	0,6
Kategorie D: obchodní plochy	0,7	0,7	0,6
Kategorie E: skladovací plochy	1,0	0,9	0,8
Kategorie F: dopravní plochy tíha vozidla ≤ 30 kN	0,7	0,7	0,6
Kategorie G: dopravní plochy			

METODA MEZNÍCH STAVŮ - MSÚ

- **EQU:** Mezní stav statické rovnováhy
- **GEO:** Porucha a nadměrná deformace základové půdy
- **FAT:** Únavová porucha konstrukce – kombinace cyklického zatížení a necyklického zatížení
- **HYD:** Nadzdvihování dna, vnitřní eroze a sufose
- **UPL:** Ztráta rovnováhy konstrukce nebo základové půdy v důsledku vztlaku vody

METODA MEZNÍCH STAVŮ - MSP

Charakteristická kombinace: využívá se pro nevratné mezní stavy (omezení napětí, mez vzniku trhlin):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

Častá kombinace: využívá se pro vratné mezní stavy (omezení šířky trhlin u předpjatých konstrukcí se soudržnou výztuží):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Kvazi-stálá kombinace: využívá se pro dlouhodobé účinky a vzhled konstrukce (omezení průhybu konstrukce, stav dekomprese předpjatých prvků, omezení šířky trhlin u železobetonových konstrukcí a předpjatých konstrukcí s nesoudržnou výztuží):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

VLASTNOSTI BETONU

- Mechanické vlastnosti betonu se odvíjí od jeho složení, kvality zastoupených složek a výrobní technologie
- Vzhledem k proměnnosti vstupních komponentů nelze nikdy vyrobit beton o naprosto stejných vlastnostech
- Vlastnosti (pevnostní třída) betonu deklarována dodavatelem betonu nebo výrobcem prefabrikovaného dílce

VLASTNOSTI BETONU

- Tři základní přístupy ke stanovení pevnostních vlastností betonu:
 - a) ČSN EN 1990 – ed.2: Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí
 - b) ČSN EN 13 791: Posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a v prefabrikovaných betonových dílcích
 - c) ČSN ISO 13 822: Zásady navrhování konstrukcí – hodnocení existujících konstrukcí

NÁVRHOVÁ HODNOTA

- Podle ČSN EN 1990 – ed.2 existují dva postupy pro stanovení návrhové hodnoty vlastností materiálu:
 - Stanovená charakteristická hodnota se dělí dílčím součinitelem (Metoda A - doporučená)
 - Návrhová hodnota se určí přímo s implicitním nebo explicitním uvážením konverze výsledků a celkové požadované spolehlivosti (Metoda B)

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

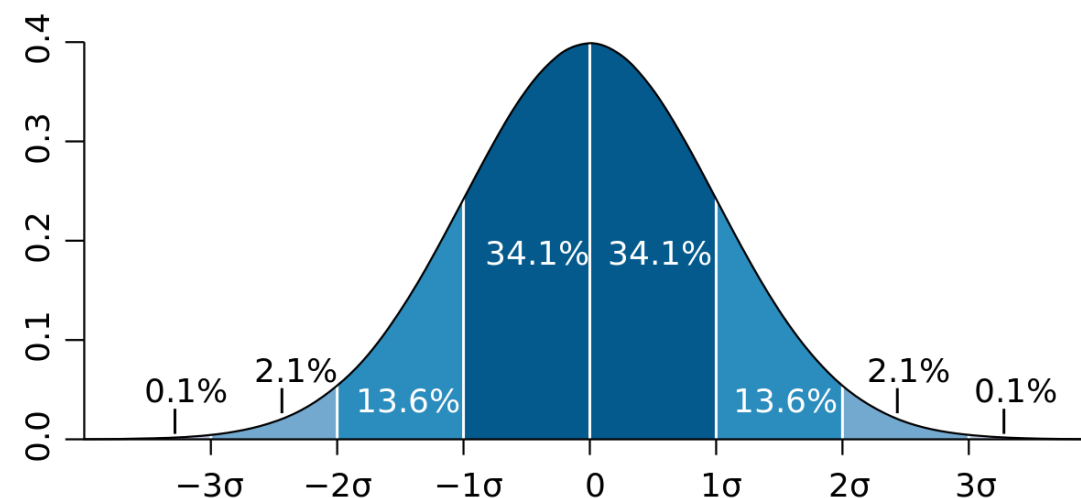
- Charakteristická hodnota se stanoví ze souboru dat z experimentálních zkoušek na sledovaném betonu, přičemž je nutné zohlednit následující parametry:
 - Rozptyl zkušebních dat
 - Statistická nejistota z hlediska počtu zkoušek
 - Apriorní statistická znalost

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

- Při uvážení normálního rozdělení pravděpodobnosti lze návrhovou hodnotu vlastnosti materiálu stanovit podle obecného vztahu:

$$X_d = \eta_d \frac{X_{k(n)}}{\gamma_m} = \frac{\eta_d}{\gamma_m} m_x (1 - k_n V_x)$$

η_d	Návrhová hodnota převodního součinitele
γ_m	Dílčí součinitel vlastnosti materiálu
$X_{k(n)}$	Charakteristická hodnota sledované veličiny
m_x	Střední hodnota sledované veličiny
k_n	Součinitel pro 5% charakteristickou hodnotu
V_x	Variační koeficient



NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

- Dílčí součinitel spolehlivosti materiálu γ_m zohledňuje následující parametry:
 - Možné nepříznivé odchylky vlastnosti materiálu od charakteristické hodnoty
- Převodní součinitel η_d zohledňuje následující parametry:
 - Vliv objemu a rozměrů (size effect)
 - Účinky vlhkosti a teploty
 - Vliv dalších okolností

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

- Variační koeficient udává charakteristickou variabilitu rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny a stanoví se z obecného vztahu:

$$V_x^* = \frac{s_x}{m_x} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - m_x)^2}}{m_x}$$

n Počet měření

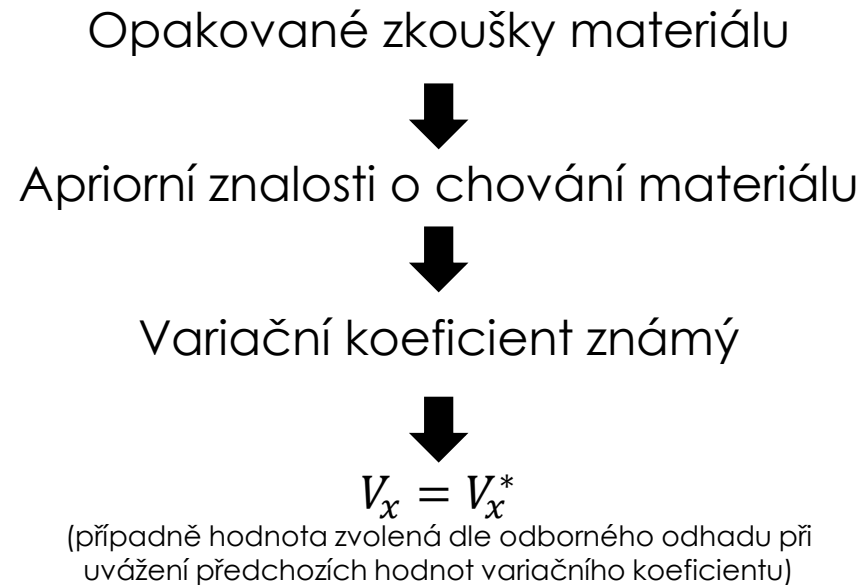
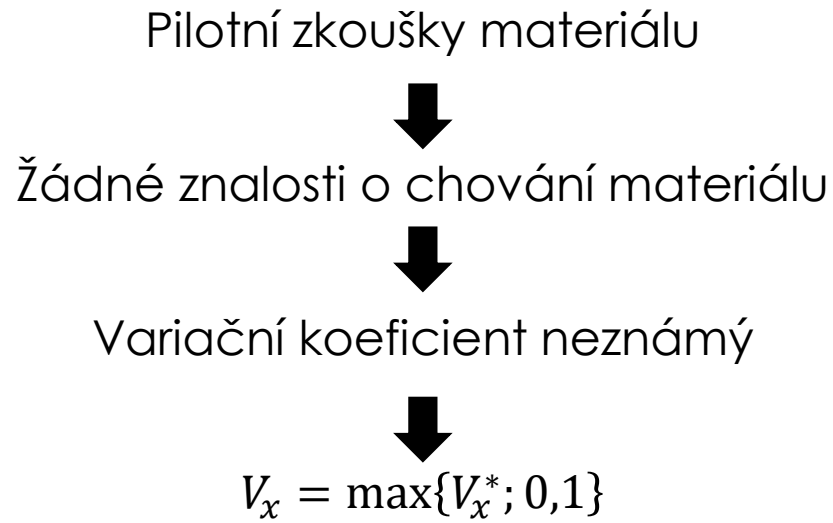
s_x Směrodatná odchylka

x_i Hodnota i -tého měření

m_x Střední hodnota sledované veličiny

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

- Konečná hodnota variačního koeficientu pro určení charakteristické hodnoty sledované veličiny betonu se musí určit s ohledem na apriorní statistické znalosti (ČSN EN 1990, ed.2).



NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

- Součinitel k_n zohledňuje statistickou nejistotu z hlediska počtu zkoušek a apriorní statistické znalosti.

Tab. Hodnoty k_n pro 5% charakteristickou hodnotu

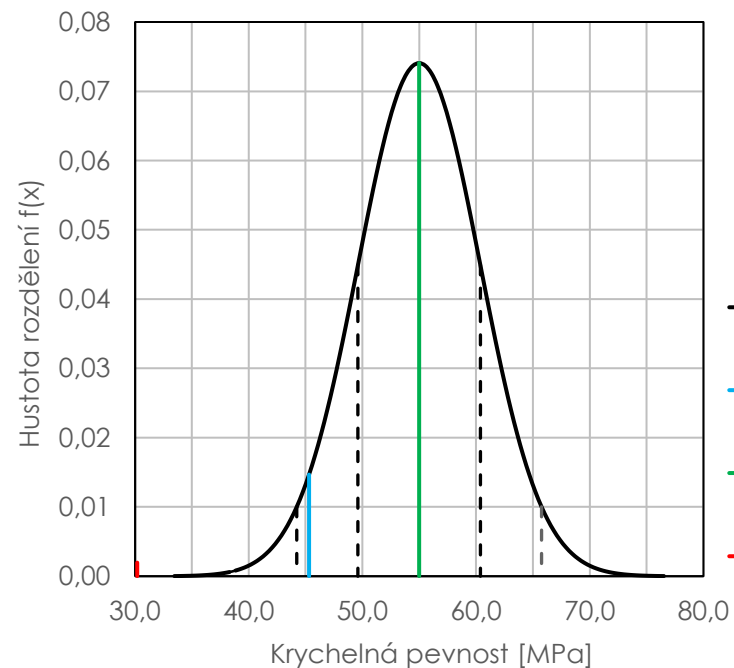
Počet měření (n)	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_x známý	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68	1,67	1,64
V_x neznámý	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76	1,73	1,64

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA A

Měření	01	02	03	04	05
Pevnost [MPa]	55	52	62	58	48

Veličina	Symbol	Hodnota
Střední hodnota	$f_{cube,m}$	55,0
Směrodatná odchylka	$\sigma (s)$	5,39
Známy variační koeficient	V_x	0,098
Součinitel k_n	k_n	1,8
Charakteristická hodnota	$f_{cube,k}$	45,3
Návrhová hodnota	$f_{cube,d}$	30,2
Pevnostní třída C35/45		

Krychelná pevnost v tlaku



$$f(x) = \frac{1}{s_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_m)^2}{2s_x^2}}$$

- Normální rozdělení pravděpodobnosti
- Charakteristická hodnota
- Střední (průměrná) hodnota
- Návrhová hodnota - metoda A

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA B

- Přímý odhad návrhové hodnoty vychází z předpokladu, že návrhová hodnota odpovídá 0,1% pravděpodobnosti výskytu nižší hodnoty.
- Identicky jako u metody A výpočet návrhové hodnoty vychází z rozdělení (normální nebo log-normální) pravděpodobnosti náhodné veličiny

$$X_d = \eta_d m_x (1 - k_{d,n} V_x)$$

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA B

- Součinitel $k_{d,n}$ zahrnuje vliv dílčího součinitele materiálu a zohledňuje statistickou nejistotu z hlediska počtu zkoušek a apriorní statistické znalosti

Tab. Hodnoty $k_{d,n}$ pro 0,1% pravděpodobnost výskytu

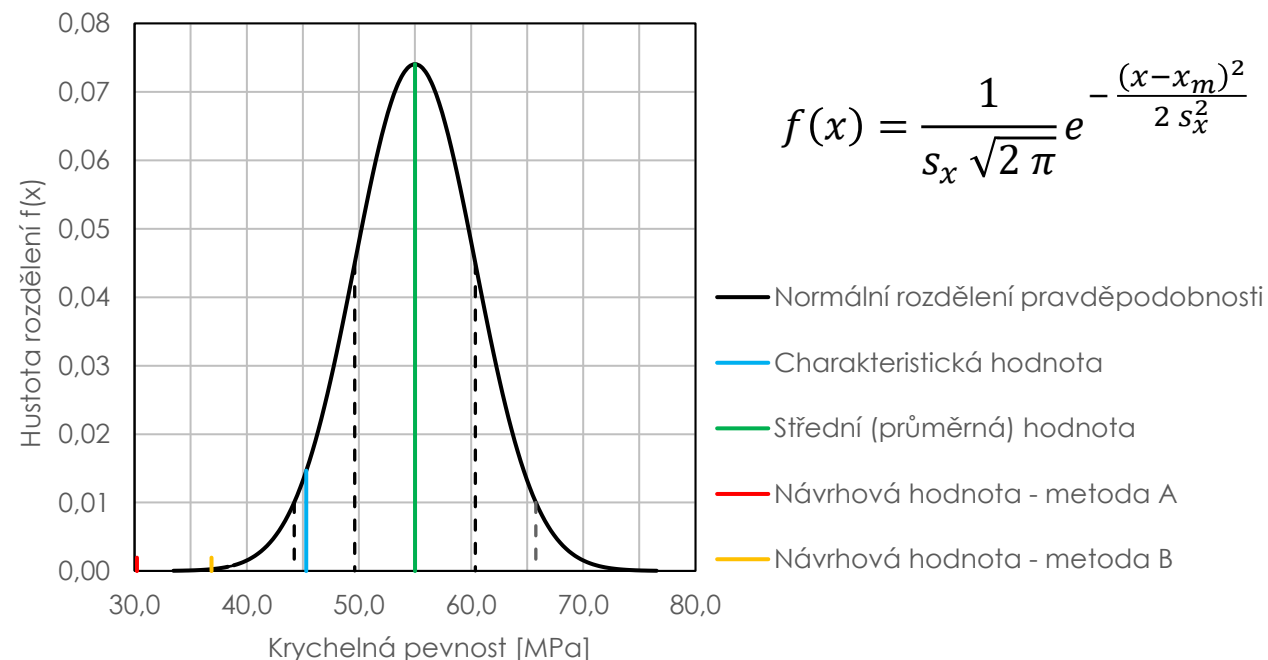
Počet měření (n)	1	2	3	4	5	6	8	10	20	30	∞
V_x známý	4,36	3,77	3,56	3,44	3,37	3,33	3,27	3,23	3,16	3,13	3,04
V_x neznámý	-	-	-	11,40	7,85	6,36	5,07	4,51	3,64	3,44	3,04

NÁVRHOVÁ HODNOTA – METODA B

Měření	01	02	03	04	05
Pevnost [MPa]	55	52	62	58	48

Veličina	Symbol	Hodnota
Střední hodnota	$f_{cube,m}$	55,0
Směrodatná odchylka	$\sigma (s)$	5,39
Známy variační koeficient	V_x	0,098
Součinitel $k_{d,n}$	$k_{d,n}$	3,37
Návrhová hodnota	$f_{cube,d}$	36,9

Krychelná pevnost v tlaku



ČSN EN 13791

- Určuje metody a postupy pro posuzování pevnosti betonu v tlaku v konstrukcích a prefabrikovaných betonových dílcích pomocí přímých metod (zkoušky vývrtů) a nepřímých metod (zkouška ultrazvukem, zkouška odrazovým tvrdoměrem)



ČSN EN 13791 – obecné informace

Zkušební oblast = jeden nebo několik konstrukčních prvků nebo prefabrikovaných betonových dílců, o kterých je znám nebo se předpokládá, že jsou vyrobeny ze stejných složek a jsou stejné pevnostní třídy.

Zkušební místo = vymezená plocha vybraná k odhadu jednoho výsledku zkoušky, který se použije k vyhodnocení pevnosti betonu v tlaku v konstrukci

ČSN EN 13791 – přístupy k posouzení

- 1) Odhad pevnosti v tlaku pro vyhodnocení existujících konstrukcí
 - a) Vyhodnocení pouze na výsledcích zkoušek na vývrtech
 - b) Vyhodnocení založené na kombinaci dat z nepřímého zkoušení a dat ze zkoušení vývrtů
 - c) Použití nepřímých zkoušek s daty z minimálně tří zkoušek vývrtů
- 2) Posouzení pevnostní třídy betonu v případě pochybností
 - a) Použití výsledků zkoušek na vývrtech
 - b) Nepřímé zkoušky plus vybraná data ze zkušebních vývrtů

Počáteční vyhodnocení dat u existujících konstrukcích

- V případech, kdy sada dat obsahuje jeden nebo více výsledků zkoušek, které jsou neobvykle nízké nebo vysoké, provede se počáteční vyhodnocení souboru dat.
- Pro určení statisticky odlehlých hodnot se mohou použít výsledky přímých i nepřímých zkoušek.
- Staticky odlehlé hodnoty, pokud:

$$G_p < \frac{f_{c,m(n)is} - f_{c,is,lowest}}{s}$$

$$G_p < \frac{f_{c,is,highest} - f_{c,m(n)is}}{s}$$

Počáteční vyhodnocení dat u existujících konstrukcích

Počet hodnot ze zkoušek	G_p	Počet hodnot ze zkoušek	G_p	Počet hodnot ze zkoušek	G_p
4	1,496	15	2,806	60	3,560
5	1,764	16	2,852	70	3,621
6	1,973	17	2,894	80	3,673
7	2,139	18	2,932	90	3,716
8	2,274	19	2,968	100	3,754
9	2,387	20	3,001	120	3,817
10	2,482	25	3,135	140	3,867
11	2,564	30	3,236	160	3,910
12	2,636	35	3,316	180	3,946
13	2,699	40	3,381	200	3,978
14	2,755	50	3,482	250	4,042

Vyhodnocení pouze na výsledcích zkoušek na vývrtech (1a)

- Minimální počet platných výsledků zkoušek pro odhad charakteristické pevnosti v tlaku v konstrukci ve zkušební oblasti je 8 za předpokladu, že průměr vývrtnu je ≥ 75 mm
- 12 platných hodnotách zkoušek pevnosti v tlaku v konstrukci, kde každý je založen na jednotlivém vývrtnu o průměru 50 mm s maximální velikostí zrna kameniva ≤ 16 mm
- Dvě kritéria pro určení charakteristické pevnosti betonu v konstrukci

Vyhodnocení pouze na výsledcích zkoušek na vývrtech (1a)

$$f_{ck,is}^a = f_{cm,(n)is} - k_n s$$

$$s = \max \left(\sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum (f_{c,is,i} - f_{cm,(n)is})^2}; 0,08 * f_{cm,(n)is} \right)$$

n	8	10	12	16	20	30	∞
k _n	2,00	1,92	1,87	1,81	1,76	1,73	1,64

$$f_{ck,is}^b = f_{c,is,lowest} + M$$

<i>f_{c,is,lowest}</i> [MPa] (pro vývrty 2:1)	Rozpětí M [MPa]
≥ 20	4
≥ 16 < 20	3
≥ 12 < 16	2
< 12	1

Charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku v konstrukci: $f_{ck,is} = \min(f_{ck,is}^a; f_{ck,is}^b)$

Odhad charakteristické pevnosti v tlaku v konstrukci pro zkušební oblast (1b)

- Pro odhad pevnosti uplatněna lineární regresní křivka kalibrována na datech z vývrtů a nepřímých zkoušek.
- Adekvátní korelaci mezi výsledky přímých a nepřímých zkoušek lze dosáhnout při osmi párech výsledků, doporučuje se získat 10 párů.

$$f_{c,m(m)is} = \frac{\sum(f_{c,is,reg})}{m}$$

$$n_{eff} = \frac{(s_c^2 + s_e^2)^2}{\frac{s_c^4}{n-2} + \frac{s_e^4}{m-1}}$$

$$s_c = \max\left(\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_{c,is} - f_{c,is,reg})^2}{n-2}}; 2\right)$$

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (f_{c,is,reg} - f_{c,m(m)is})^2}{m-1}}$$

$$s = \sqrt{s_c^2 + s_e^2}$$

Odhad charakteristické pevnosti v tlaku v konstrukci pro zkušební oblast (1b)

Charakteristická pevnost v tlaku v konstrukci pro zkušební oblast:

$$f_{ck,is} = f_{cm,(m)is} - k_{n,(neff+1)} s$$

n_{eff}	8	10	12	16	20	30	∞
k_n	2,00	1,92	1,87	1,81	1,76	1,73	1,64

Charakteristická pevnost v tlaku v konstrukci pro zkušební místo:

$$f_{c,is,est} = f_{c,is,reg} - t_{(0,05,n-2)} * s_c \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_{i,cor} - \bar{x})^2}}$$

Použití výsledků zkoušek na vývrtech (2a)

Rozdělení zkušební oblasti na podoblasti o velikosti cca 30 m³



S ohledem na množství podoblastí ve zkušební oblasti se určí počet zkušebních míst v každé podoblasti



Počet měření v každém zkušebním místě se odvíjí od velikosti vývrту



Střední a nejnižší hodnota pevnosti betonu v konstrukci s uvážením měření ve všech zkušebních místech se porovná s předepsanými kritérii

Použití výsledků zkoušek na vývrtech (2a)

Požadavky		Průměr vývrtnu: 50 mm	Průměr vývrtnu ≥ 75 mm	
Rozměr vývrtnu	Nominální poměr (délka: průměr)	1:1	2:1	1:1
	Povolený rozsah	0,9:1 až 1,1:1	1,95:1 až 2,05:1	0,9:1 až 1,1:1
Minimální počet hodnot pevnosti v tlaku pro získání výsledků zkoušek na zkušebním místě		3	1	1
Pevnost v tlaku v konstrukci na zkušebním místě ($f_{c,is}$)		$CLF * f_{c,1:1 \text{ core}}$	$f_{c,2:1 \text{ core}}$	$CLF * f_{c,1:1 \text{ core}}$

Počet cca 30 m ³ podoblastí ve zkušební oblasti	Minimální množství zkušebních míst pro každou podoblast	Střední hodnota výsledků zkoušek na vývrtech pro zkušební oblast	Nejnižší výsledek zkoušky na vývrtech ze zkušebních míst
1	3	-	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$
2 až 4	2	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} + 1)$	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$
5 až 6	2	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} + 2)$	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$

Pevnostní třída betonu	M [MPa]
C 20/25 a vyšší	4
C 16/20	3
C 12/15	2
C 8/10	1

Nepřímé zkoušky plus vybraná data ze zkušebních vývrtů (2b)

Rozdělení zkušební oblasti na podoblasti o velikosti cca 30 m³



S ohledem na množství podoblastí ve zkušební oblasti se určí počet zkušebních míst pro nepřímé zkoušky v každé podoblasti



V každém zkušebním místě se provede zkouška odrazovým tvrdoměrem podle ČSN EN 12504-2 nebo ultrazvuková impulsová zkouška podle ČSN EN 12504-4



Provedení vývrtů s ohledem na počet podoblastí a výsledky nepřímých zkoušek



Pevnosti určené na vývrtech se porovnají s předepsanými kritérii

Nepřímé zkoušky plus vybraná data ze zkušebních vývrtů (2b)

Počet cca 30 m ³ podoblastí ve zkušební oblasti	Minimální počet míst pro nepřímé zkoušky	Pevnostní třída betonu	M [MPa]
1	9	C 20/25 a vyšší	4
2 až 4	12	C 16/20	3
5 až 6	20	C 12/15	2
		C 8/10	1

Počet cca 30 m ³ množství ve zkušební oblasti	Minimální množství zkušebních míst pro každé množství	Střední hodnota výsledků zkoušek na vývrtech pro zkušební oblast	Nejnižší výsledek zkoušky
1	Jeden vývrt na každé ze dvou nejnižších hodnot z nepřímých zkoušek ve zkušební oblasti	-	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$
2 až 4	Jeden vývrt na nejnižší hodnotě z nepřímých zkoušek ve zkušební oblasti a jeden vývrt na každém ze dvou zkušebních míst, která jsou nejbližší mediánu velikosti odrazu nebo střední hodnotě rychlosti šíření ultrazvukového impulsu pro zkušební oblast.	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} + 1)$	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$
5 až 6		$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} + 2)$	$\geq 0,85 * (f_{ck,spec} - M)$

DOMÁCÍ ÚLOHA

- Předmětem úlohy je stanovit pevnostní třídu betonu, která odpovídá výsledkům z experimentálních zkoušek sledovaného betonu při uvážení metody A a normálního (Gaussova) rozdělení.
- Postup zpracování:
 - Vyčíslení základních parametrů: střední hodnota, variační koeficient, charakteristická hodnota, návrhová hodnota
 - Zatřídění zkoušeného betonu z hlediska pevnostní třídy a vykreslení grafu rozdělení pravděpodobnosti sledované veličiny