

# PŘEDPJATÝ BETON – SILOVÉ PŮSOBENÍ

133BOKO – BETONOVÉ A OCELOVÉ KONSTRUKCE | 2023

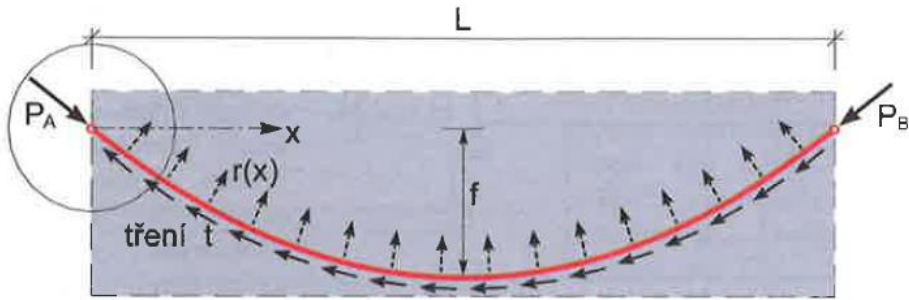
ING. JOSEF NOVÁK, PH.D. | KATEDRA BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ | FAKULTA STAVEBNÍ ČVUT V PRAZE



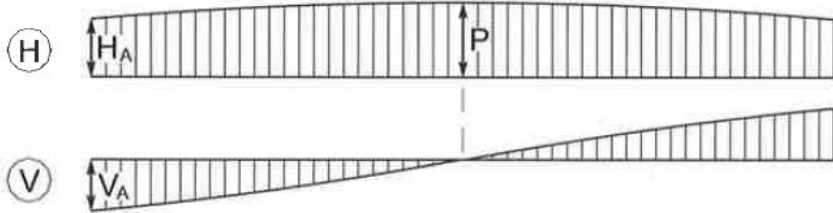
# SILOVÉ PŮSOBENÍ KABELU NA BETON

- Pokud je znám průběh předpínací síly po délce předpínací výztuže včetně trasy, lze stanovit ekvivalentní zatížení od předpětí.
- Aplikací ekvivalentního zatížení na danou konstrukci se získá průběh vnitřních sil od předpětí.
- Ruční stanovení ekvivalentního zatížení se obvykle provádí při uvážení zjednodušení (např. konstantní předpínací síla po délce kabelu).

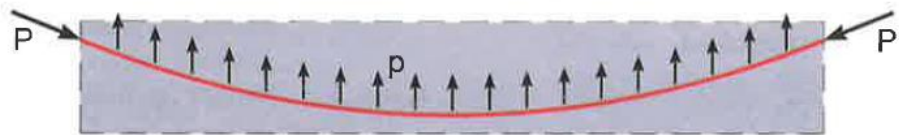
# SILOVÉ PŮSOBENÍ KABELU NA BETON



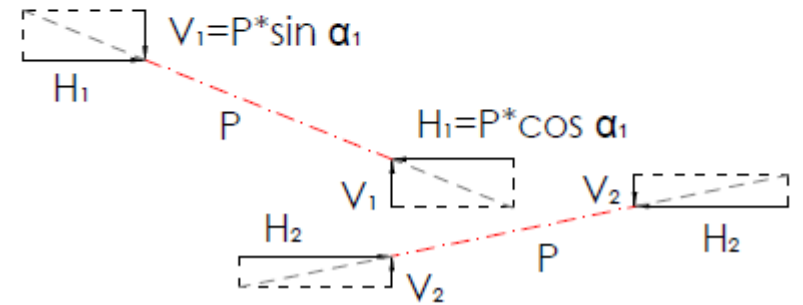
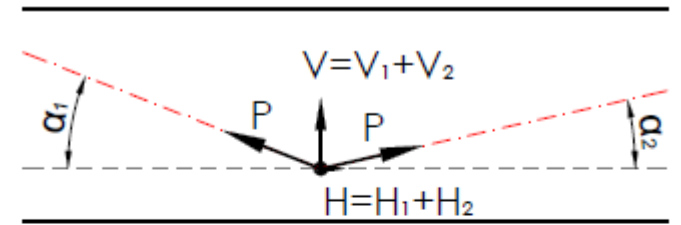
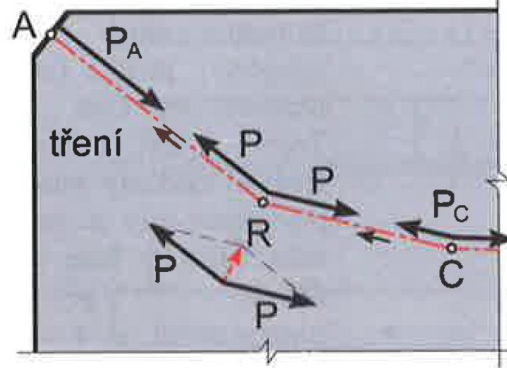
(a) skutečné silové působení kabelu na beton



(b) průběh vodorovné a svislé složky předpínací síly pro  $P = \text{konst}$



(c) ekvivalentní zatížení pro  $\frac{f}{L} \approx \frac{1}{15}$  ( $H = P = \text{konst}$ )



# SILOVÉ PŮSOBENÍ KABELU NA BETON – SYMETRICKÝ KABEL

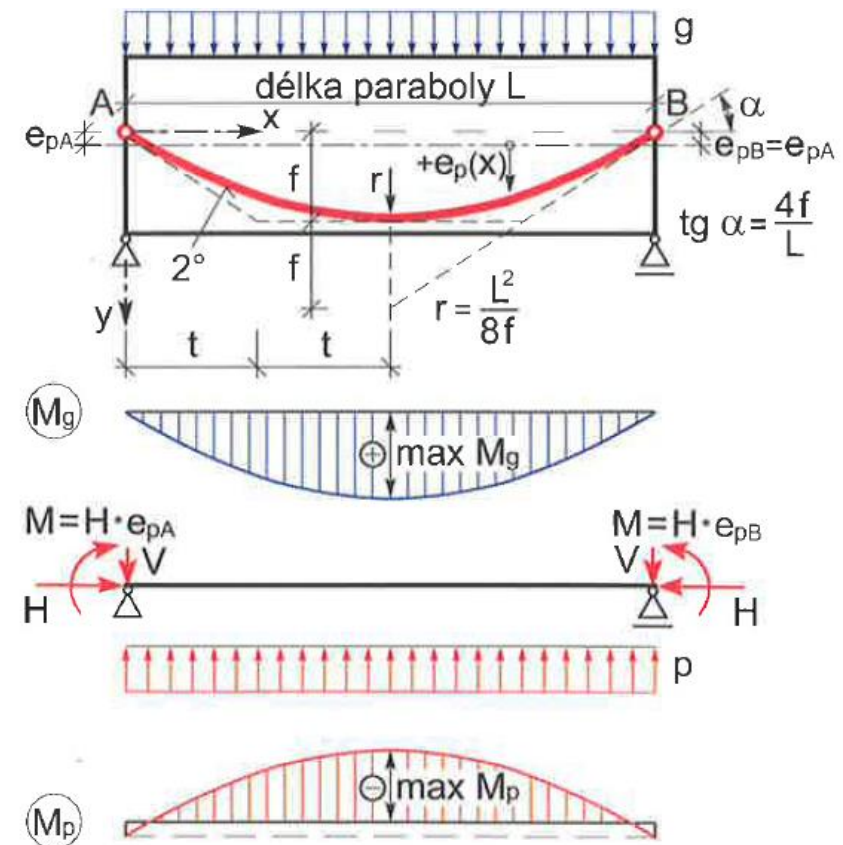
- Parabolický kabel s nízkým vzepětím:

$$M_p(x) = H * e_p(x) ; H = P$$

- Z rovnice paraboly lze získat hodnotu excentricity:

$$e_p(x) = -\frac{4 * f}{L^2} * x^2 + \frac{4 * f}{L} * x + e_{pA}$$

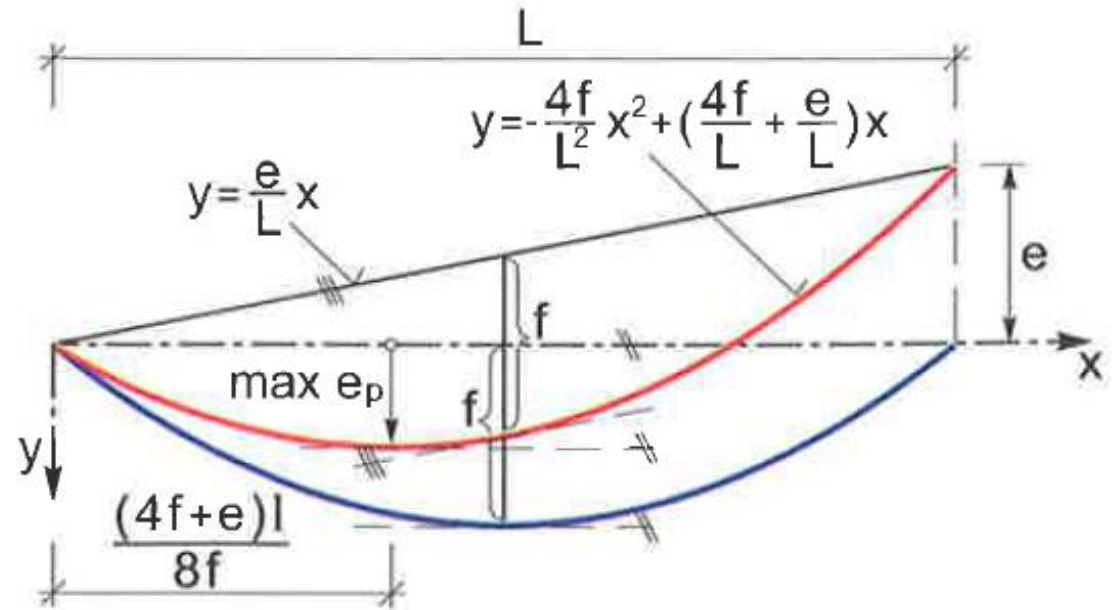
$$p = \frac{d^2 M_p(x)}{dx^2} = -H \frac{d^2 e_p(x)}{dx^2} = H \frac{8f}{L^2}$$



# SILOVÉ PŮSOBENÍ KABELU NA BETON – NESYMETRICKÝ KABEL

- Do krajního pole spojitého nosníku se obvykle navrhuje předpínací výztuž ve tvaru nesymetrické paraboly.

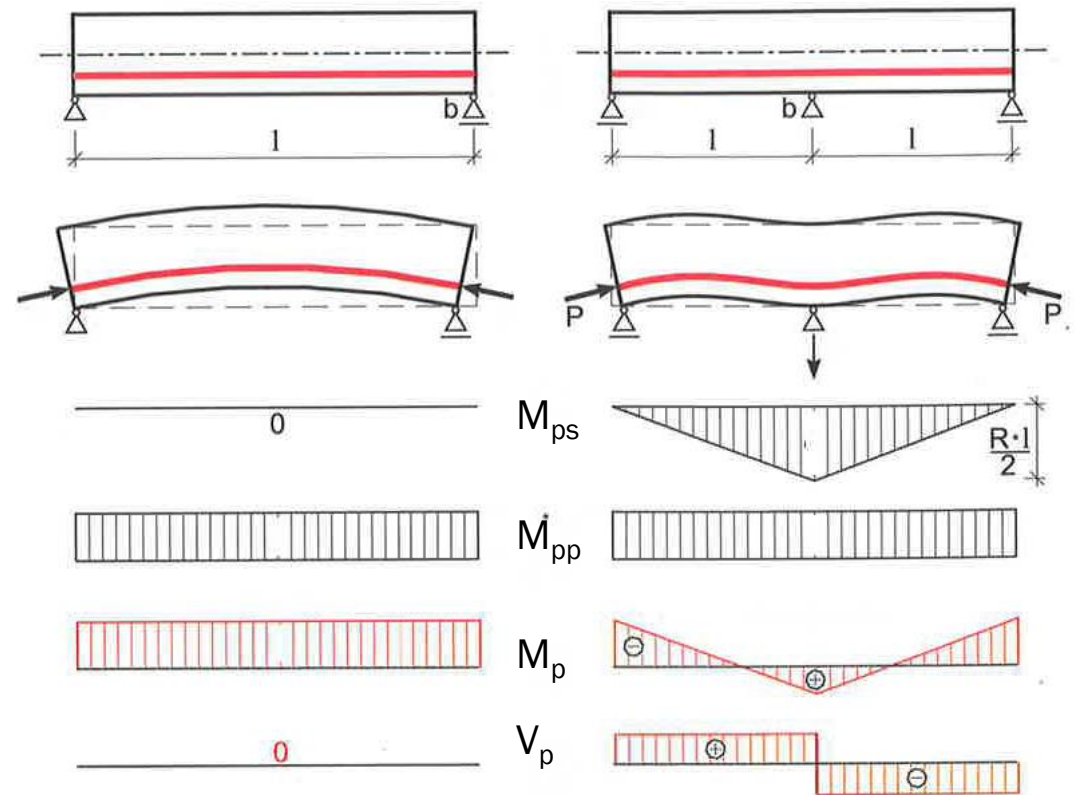
$$e_p(x) = -\frac{4 * f}{L^2} * x^2 + \left(\frac{4 * f}{L} + \frac{e}{L}\right) * x + e_{pA}$$



# SILOVÉ PŮSOBENÍ KABELU NA BETON – STATICKY NEURČITÉ KONSTRUKCE

- Vnitřní podpora spojitého nosníku brání přetvoření (vzepětí) a tím je nosník ohýbán tzv. sekundárním momentem od předpětí.

$$\begin{aligned}
 & \text{PRIMÁRNÍ ÚČINKY PŘEDPĚTÍ (} M_{pp} \text{)} \\
 & \quad + \\
 & \text{SEKUNDÁRNÍ ÚČINKY PŘEDPĚTÍ (} M_{ps} \text{)} \\
 & \quad = \\
 & \text{CELKOVÉ ÚČINKY PŘEDPĚTÍ (} M_{pp} + M_{ps} \text{)}
 \end{aligned}$$



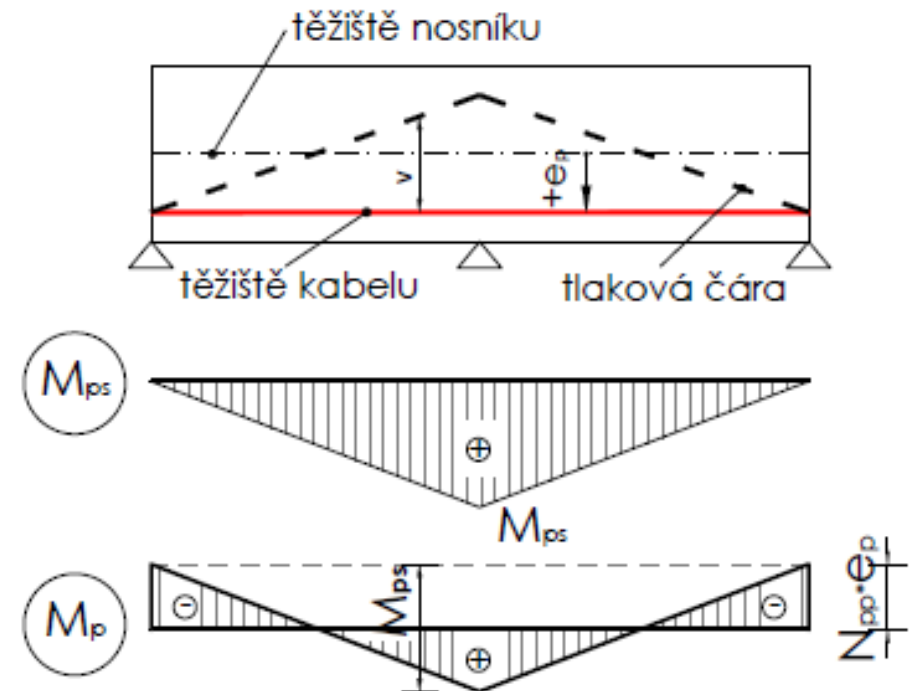
# KONKORDANTNÍ KABEL

- Sekundární moment u staticky neurčitých konstrukcí způsobuje posun skutečného působíště předpínací síly z těžiště kabelu o vzdálenost:

$$v(x) = \frac{M_{ps}}{N_{pp}}$$

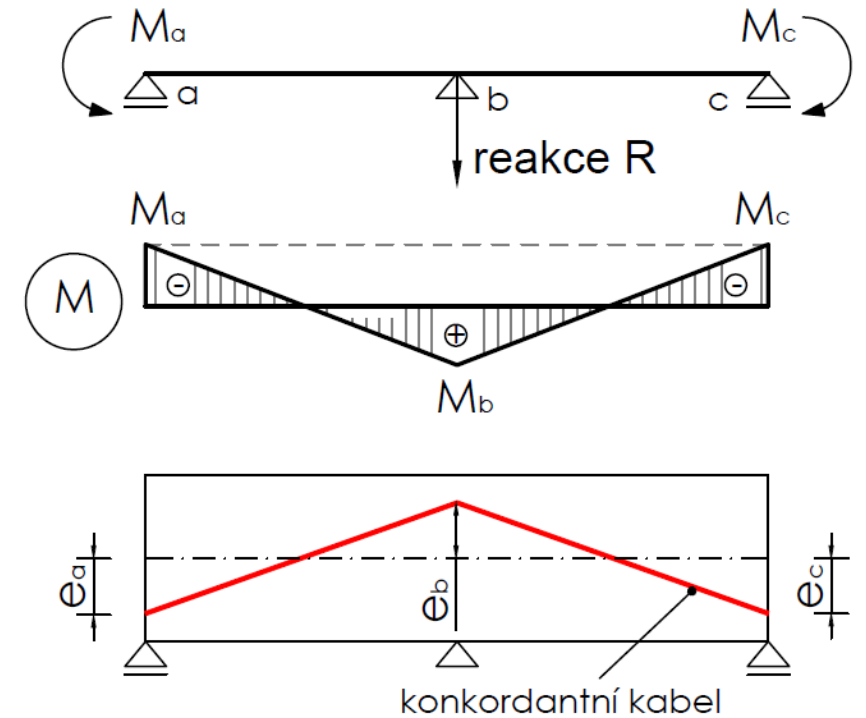
- Celkový moment od předpětí lze stanovit:

$$M_p = M_{pp} + M_{ps} = N_{pp} * (e_p + v)$$



# KONKORDANTNÍ KABEL

- Pokud trasa kabelu splyne s tlakovou čarou, pak kabel nezpůsobí sekundární momenty od předpětí a lze ho považovat za konkordantní kabel.
- K jakémukoliv momentovému obrazci na spojitém nosníku od vnějšího zatížení lze nalézt průběh tlakové čáry, resp. konkordantní kabel.





# METODY NÁVRHU PŘEDPĚTÍ

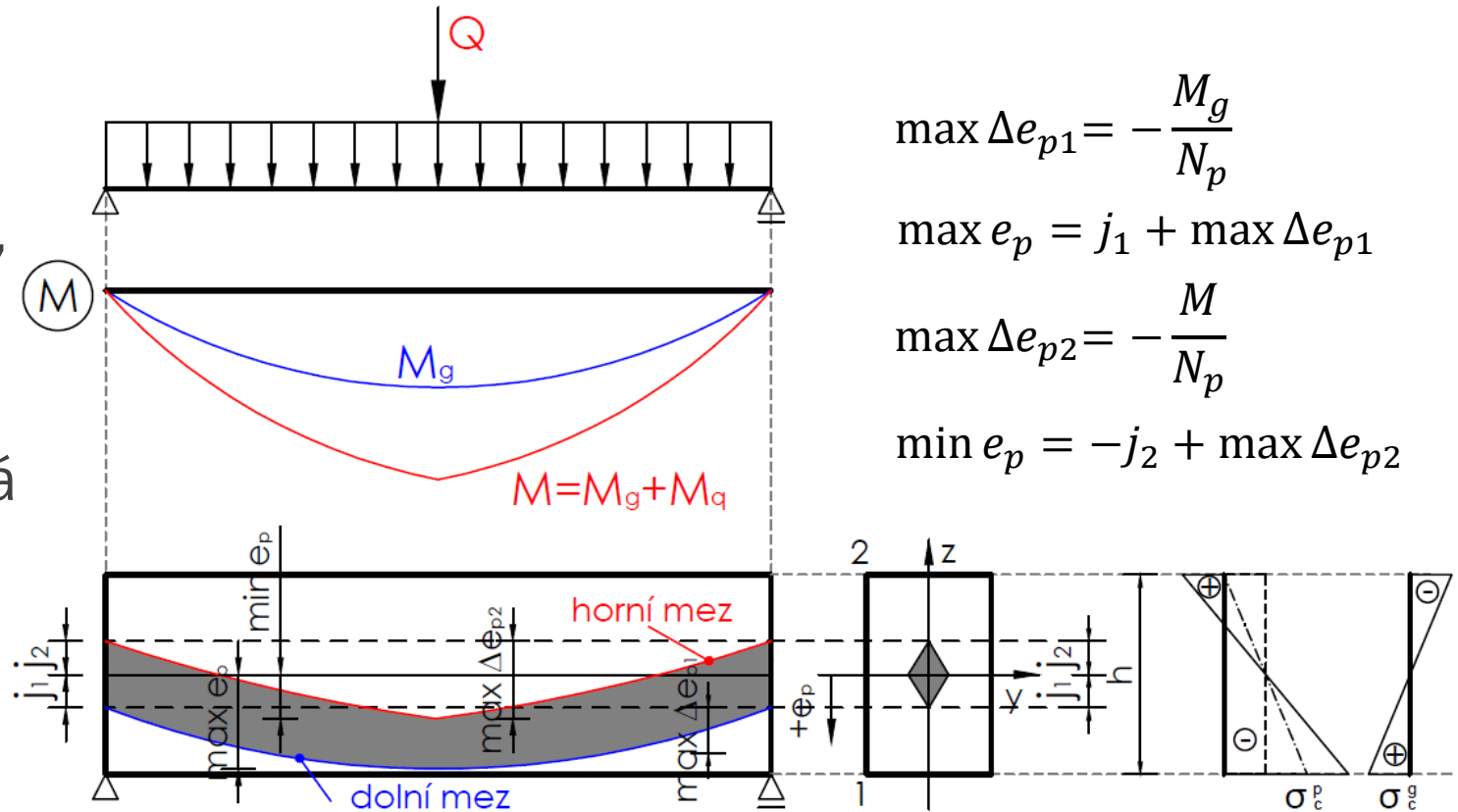
- Řada metod pro návrh předpětí – obecně vychází z dvou základních metod:
  - Metoda vyrovnání napětí:
    - Podstata eliminace tahového namáhání na průřezu bez ohledu na globální působení předpětí na řešené konstrukci
    - Úspora předpínací výztuže, jasné vedení kabelů, ale často za cenu nelogického vedení kabelů
  - Metoda vyrovnání zatížení

# NÁVRH PŘEDPĚTÍ – METODA VYROVNÁNÍ ZATÍŽENÍ

- Univerzální metoda, jejíž podstata spočívá ve vyrovnání vnějšího zatížení zatížením od předpětí
- Složitější vedení trasy předpínací výztuže, větší spotřeba výztuže.
- Obvykle snaha vyrovnat 80-100% stálého zatížení v závislosti v závislosti na stupni předpětí, přičemž při zohlednění nelineárního chování betonu a vlivu trhlin by úroveň předpětí neměla klesnout pod 80% stálého zatížení.

# NÁVRH PŘEDPĚTÍ – PŘÍPUSTNÁ ZÓNA POLOHY KABELU

- Pokud je předpínací síla umístěna do jádra průřezu, tak bez ohledu na její konkrétní pozici nejsou předpětím vyvozena tahová namáhání na průřezu.



$$\max \Delta e_{p1} = -\frac{M_g}{N_p}$$

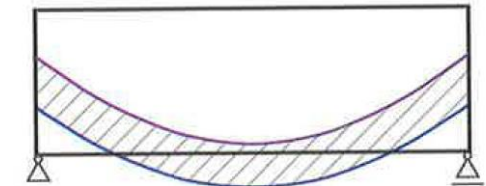
$$\max e_p = j_1 + \max \Delta e_{p1}$$

$$\max \Delta e_{p2} = -\frac{M}{N_p}$$

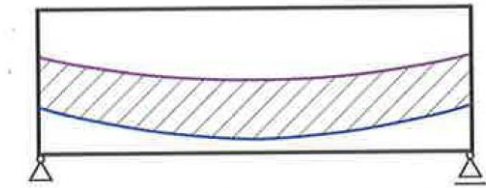
$$\min e_p = -j_2 + \max \Delta e_{p2}$$

# NÁVRH PŘEDPĚTÍ – PŘÍPUSTNÁ ZÓNA POLOHY KABELU

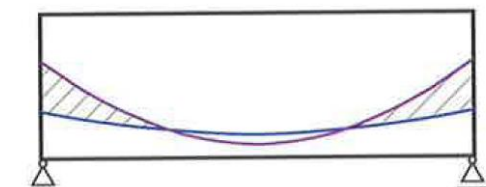
- A) Přípustná zóna mimo průřez, popř. příliš blízko průřezu: zvýšit předpínací sílu nebo výšku průřezu
- B) Přípustná zóna se vzdaluje od spodních vláken nosníku: ideálně zmenšit předpínací sílu, alt. zmenšit výšku průřezu
- C) Ve střední části nosníku se nenachází přípustná zóna: zvýšit předpínací sílu nebo výšku průřezu



(a) horní mez se blíží dolním vláknům



(b) horní mez se vzdaluje dolním vláknům



(c) horní a dolní mez se kříží

# NÁVRH PŘEDPĚTÍ – PŘÍPUSTNÁ ZÓNA POLOHY KABELU

- Pokud se uvažuje částečné/omezené předpětí, lze připustit tahová namáhání ( $\sigma_{ct}^{dov}$ ) v betonu.

$$\sigma_{ct}^{dov} = \frac{M_p}{I} * z_{1,2} = \frac{N_p * \Delta e_{p1,2}}{I} * z_{1,2}$$

$$\max \Delta e_{p1} = -\frac{M_g}{N_p} - \frac{\sigma_{ct}^{dov} * I}{N_p * z_2} ; \max e_p = j_1 + \max \Delta e_{p1}$$

$$\max \Delta e_{p1} = -\frac{M}{N_p} + \frac{\sigma_{ct}^{dov} * I}{N_p * z_1} ; \min e_p = -j_2 + \max \Delta e_{p2}$$



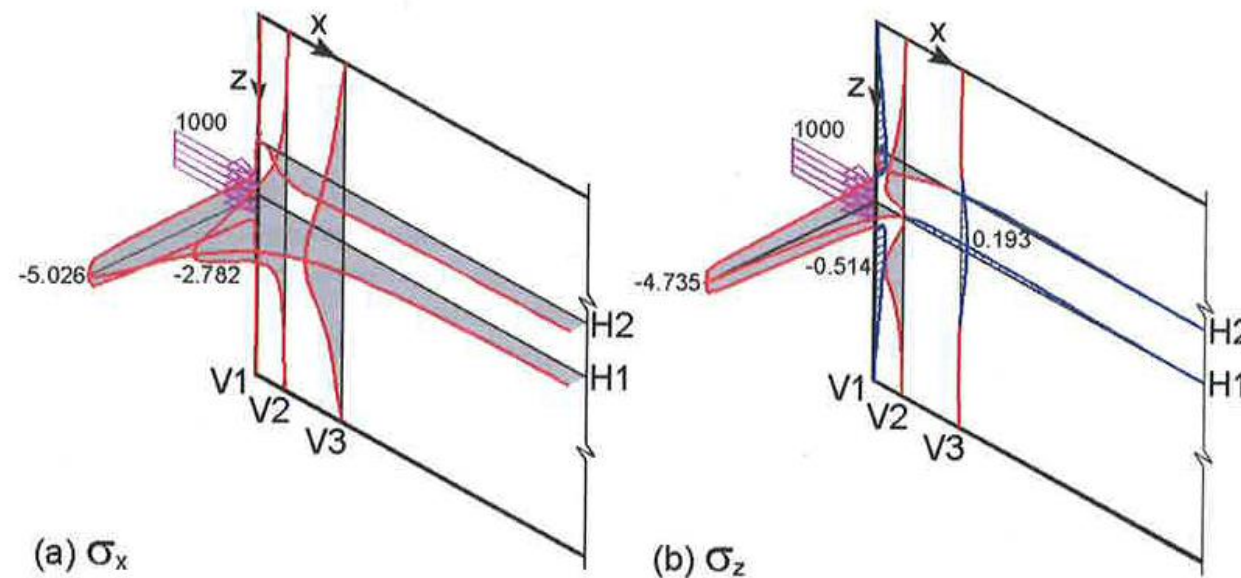
Obr. 6-6 Přípustná zóna umístění kabelu pro plné a omezené předpětí

# KOTEVNÍ OBLAST

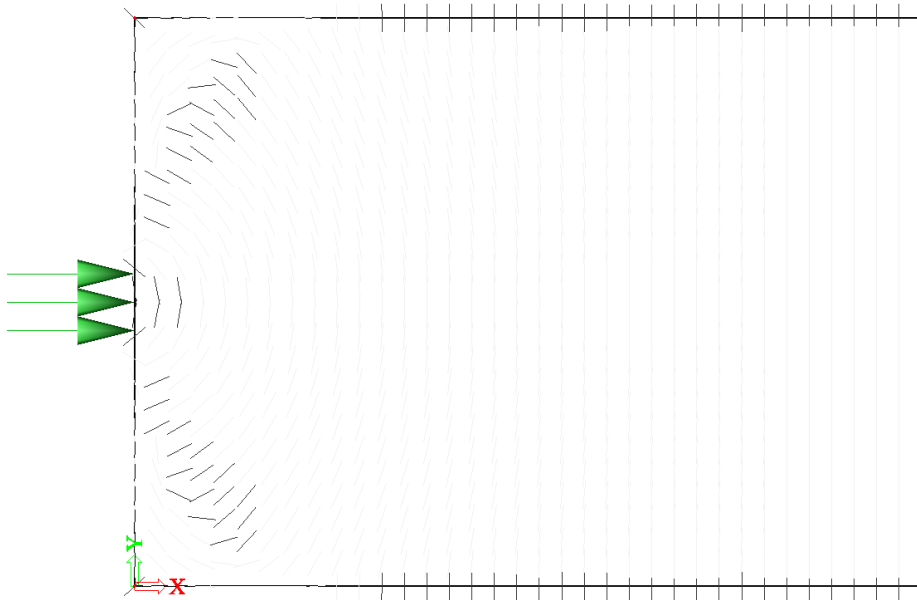
- Kritická oblast předpjatých konstrukcí, ve které dochází k nelineárnímu rozložení napětí od předpínací síly.
- Dva způsoby vnesení předpínací síly do betonu:
  - Soudržností výztuže s přilehlým betonem (předem předpjaté prvky)
  - Přes kotvu předpínacího systému (dodatečně předpjaté prvky)

# KOTEVNÍ OBLAST - KOTVENÍ POMOCÍ KOTVY

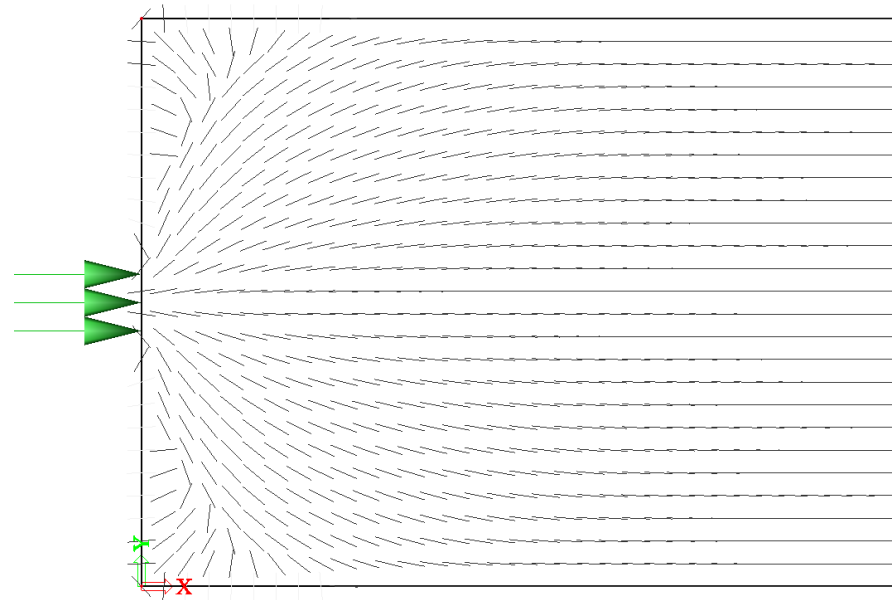
- V ose prvku dochází k postupnému rozložení tlakového napětí po průřezu
- V příčném směru na střednici prvku dochází k výrazným změnám napětí tah/tlak.



# KOTEVNÍ OBLAST - KOTVENÍ POMOCÍ KOTVY



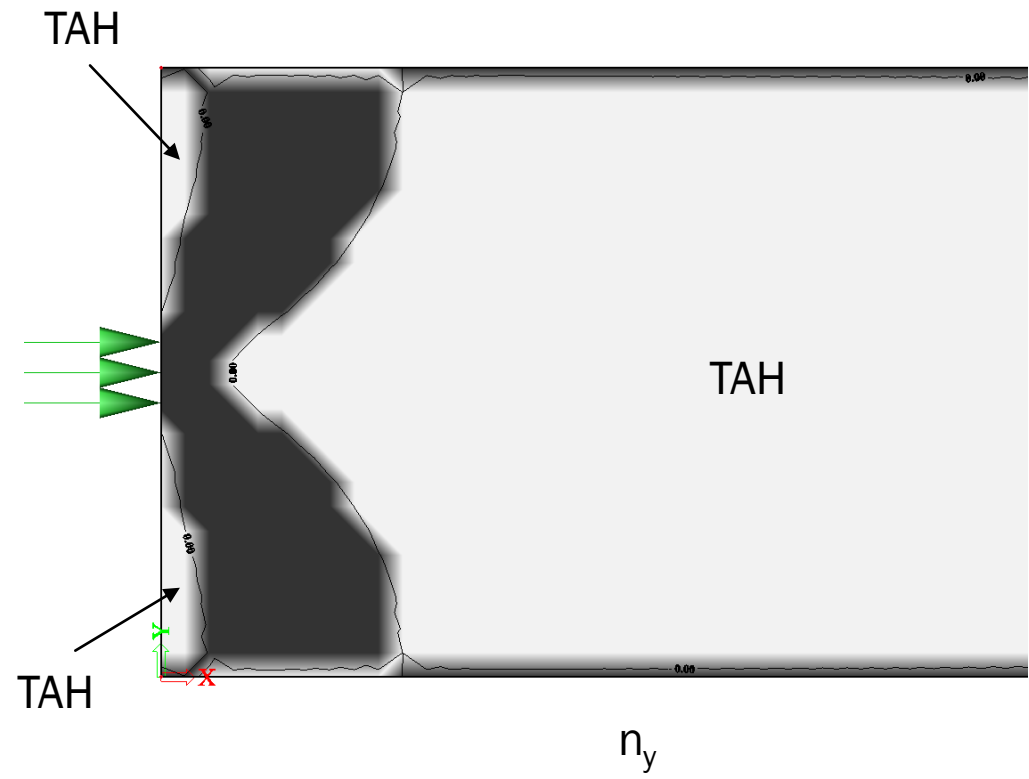
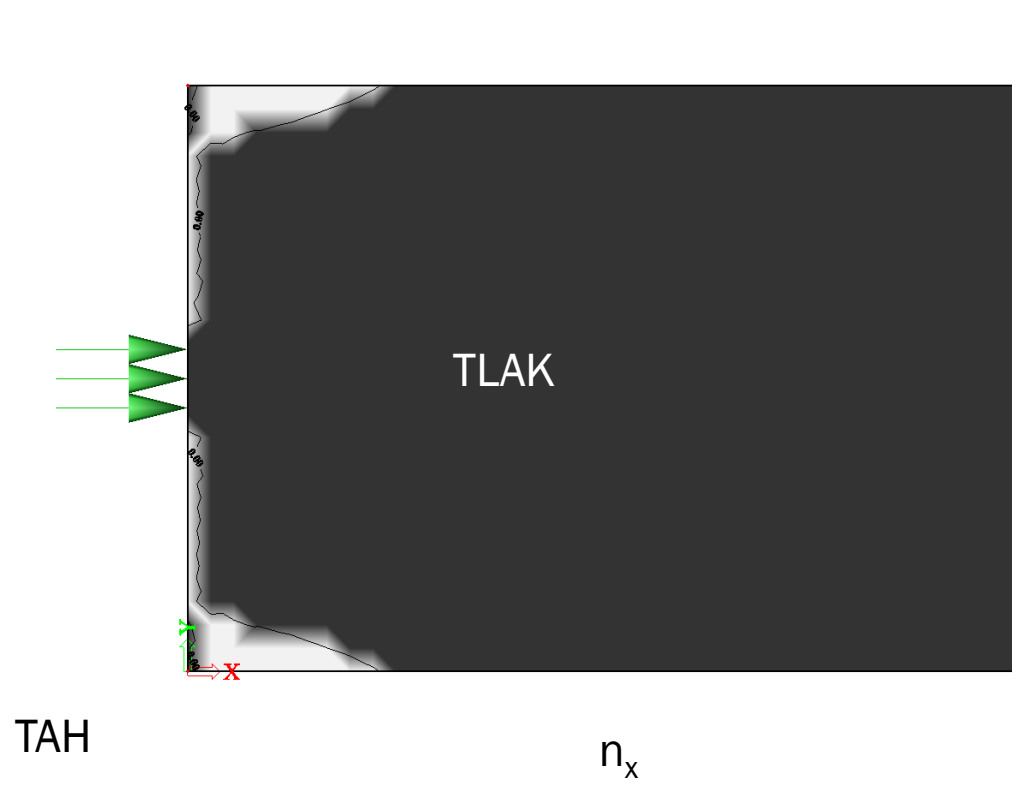
n1



n2



# KOTEVNÍ OBLAST - KOTVENÍ POMOCÍ KOTVY



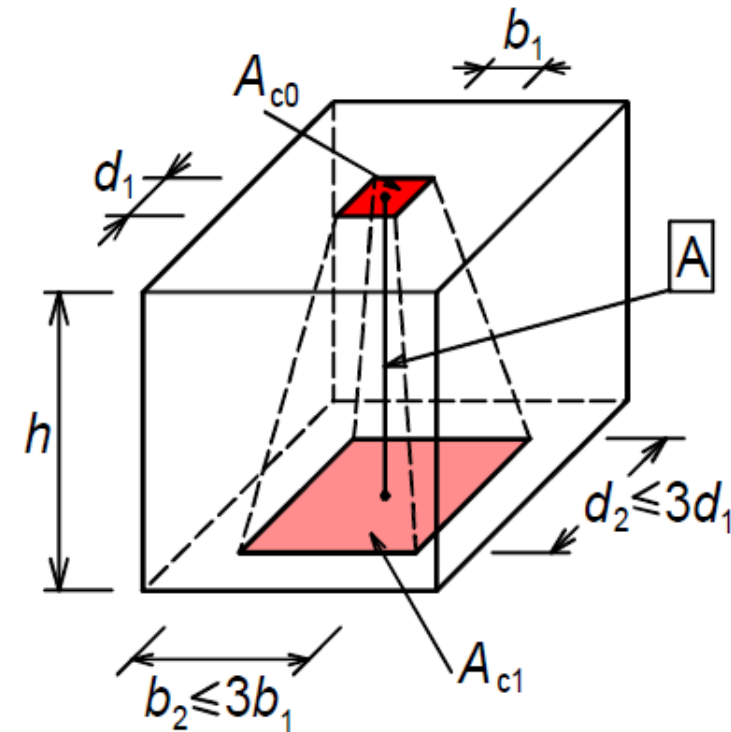
# KOTEVNÍ OBLAST - KOTVENÍ POMOCÍ KOTVY

- Posouzené kotevní oblasti se skládá ze tří částí:
  - Posouzení namáhání betonu soustředěným tlakem pod kotvou (otlačení betonu)
  - Posouzení roztržení roznášecí oblasti příčnými tahy
  - Posouzení roztržení líce prvku příčnými tahy

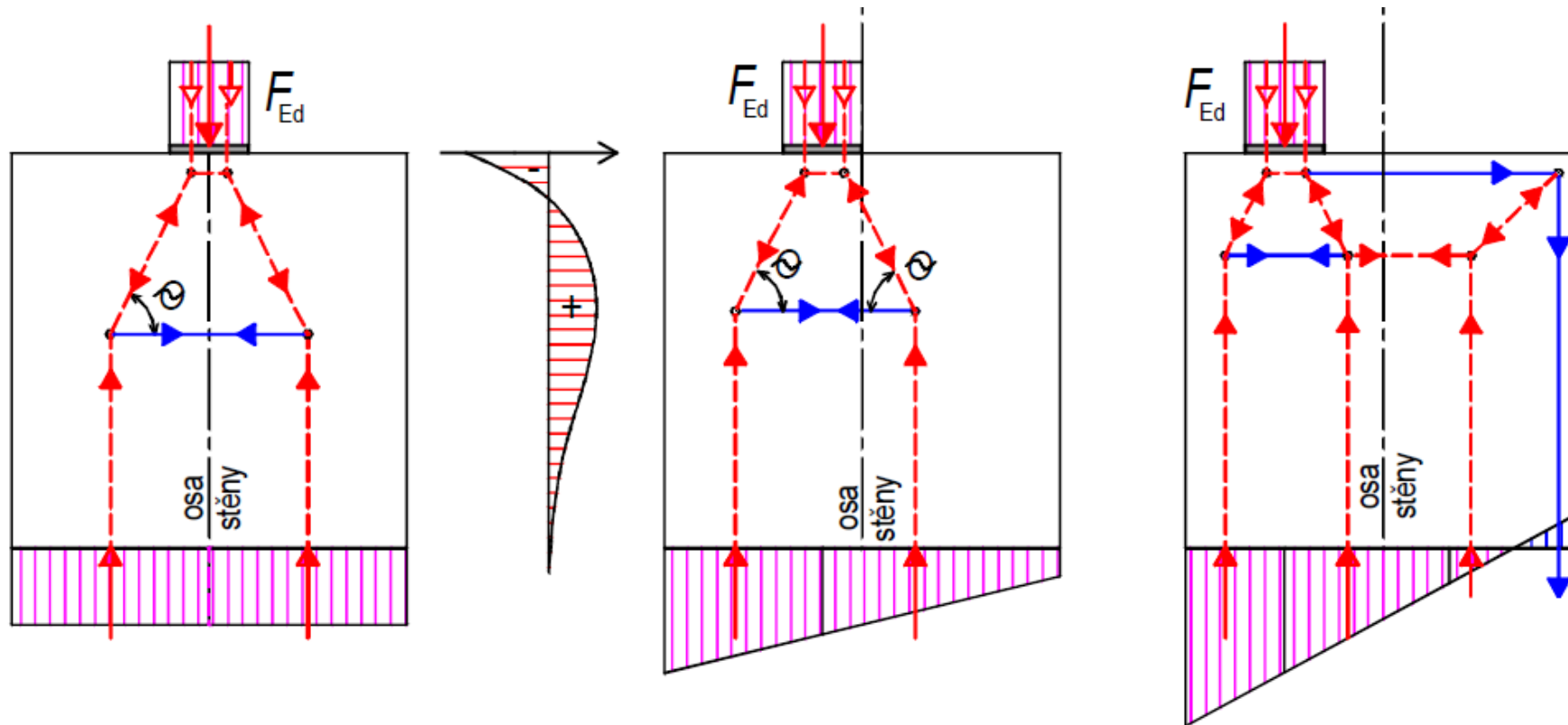
# NAMÁHÁNÍ BETONU SOUSTŘEDĚNÝM TLAKEM POD KOTVOU

- Ověřuje se riziko rozdrčení betonu ve styčné spáře mezi došedací plochou kotvy a betonem, přičemž tento stav většinou nepostihují modely náhradní příhradoviny.

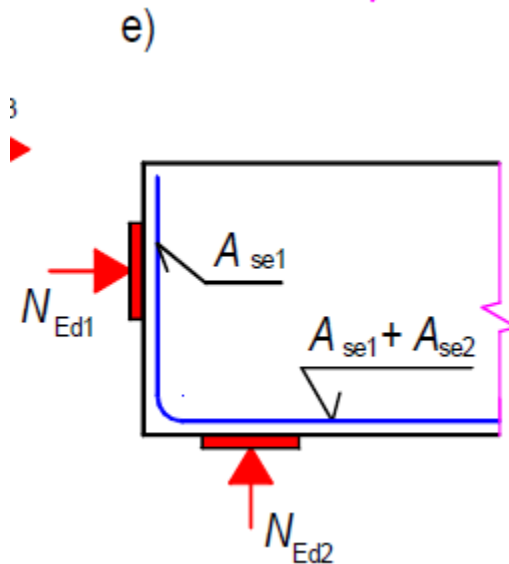
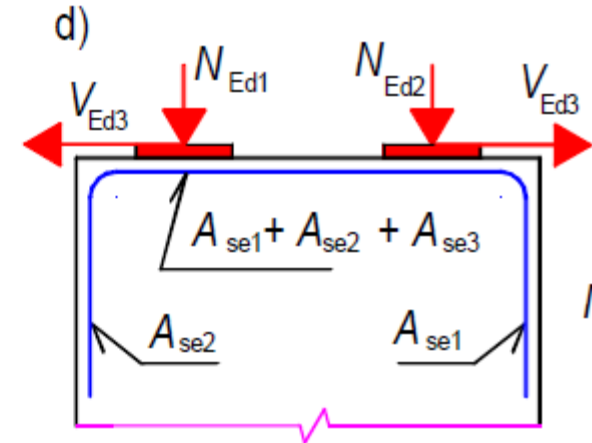
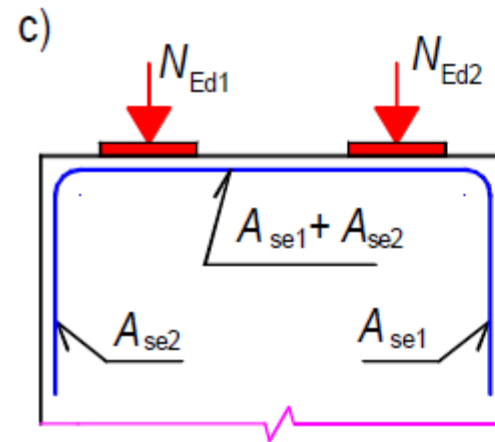
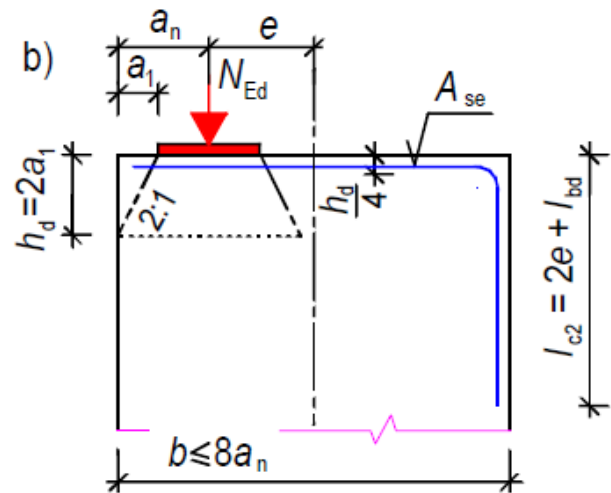
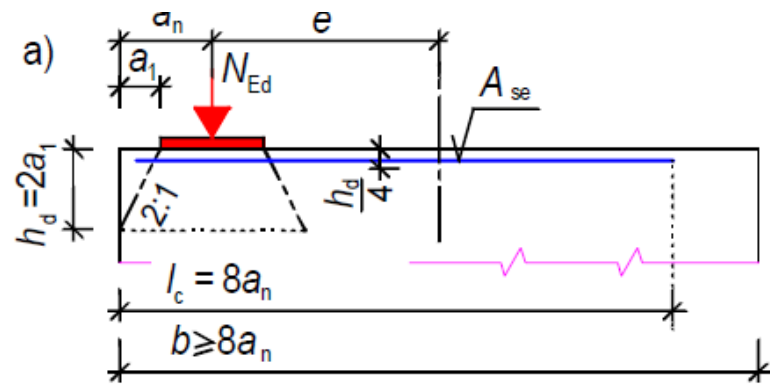
$$F_{Rdu} = A_{c0} * f_{cd} * \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} \leq 3,0 * f_{cd} * A_{c0}$$



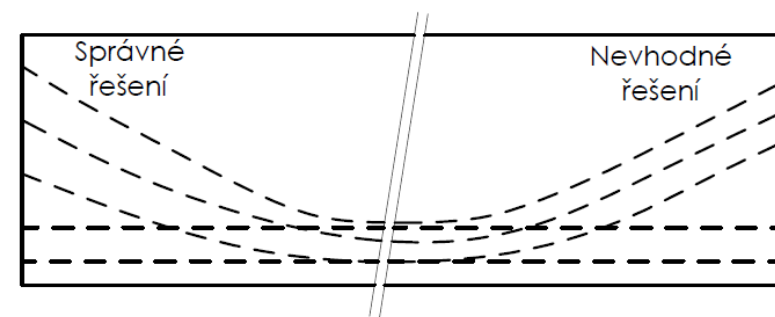
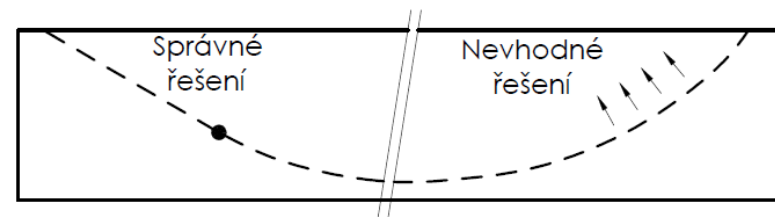
# ROZTRŽENÍ ROZNÁŠECÍ OBLASTI PŘÍČNÝMI TAHY: MODELY



# ROZTRŽENÍ LÍCE PRVKU PŘÍČNÝMI TAHY: MODELY

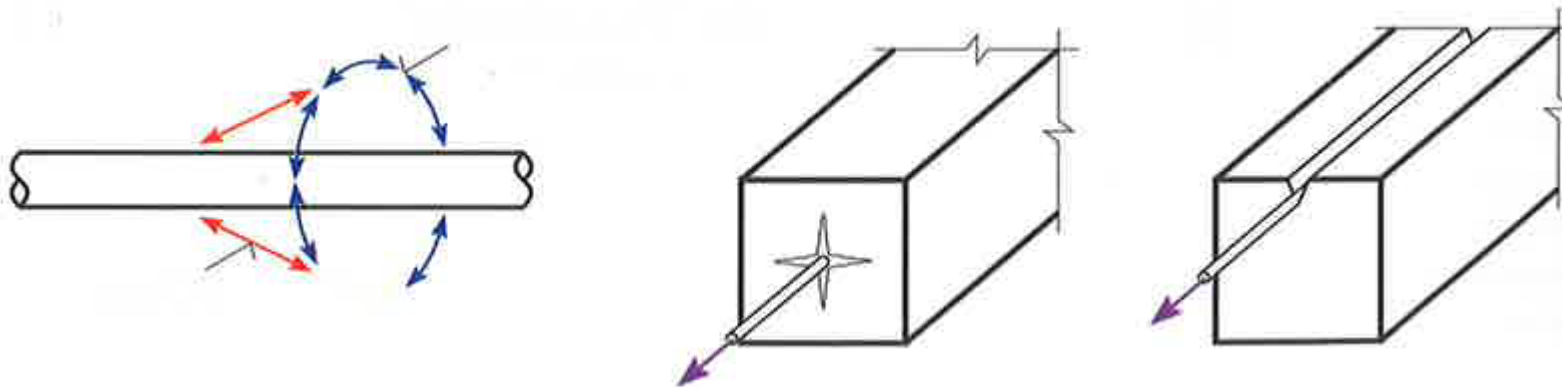


# KOTEVNÍ OBLAST - VYZTUŽENÍ



# SOUDRŽNOST VÝZTUŽE S BETONEM

- Transfer předpínací síly u předem předpjatých prvků probíhá soudržností mezi výztuží a betonem.
- Z předpínací výztuže se síla přenáší šikmými vzpěrami k tahovému prstenci do betonu



Mechanismus přenosu předpínací síly soudržností a způsoby porušení

## MEZNÍ STAV OMEZENÍ NAPĚTÍ - BETON

- Napětí betonu v tlaku v konstrukci, vyplývající z předpínací síly a dalších zatížení působících v době napínání nebo zavedení předpětí, má být omezeno na:

$$\sigma_c \leq 0,6 * f_{ck}(t)$$

- Pro předem napínané prvky lze zvýšit napětí v době zavedení předpětí za předpokladu, že lze zkouškami nebo na základě zkušenosti prokázat, že je zabráněno vzniku podélných trhlin:  $\sigma_c = k_6 * f_{ck}(t) = 0,7 * f_{ck}(t)$
- Pokud tlakové napětí od kvazi-stálé kombinace zatížení trvale překračuje hodnotu  $\sigma_c = 0,45 * f_{ck}(t)$ , má být uvažováno nelineární dotvarování.



## MEZNÍ STAV OMEZENÍ NAPĚTÍ – PŘEDPÍNACÍ VÝZTUŽ

- Maximální hodnota síly působící v předpínací vložce,  $P_{max}$  nesmí překročit hodnotu:

$$P_{max} = A_p * \sigma_{p,max}$$

$$\sigma_{p,max} = \min\{k_1 * f_{pk} = 0,8 * f_{pk}; k_2 * f_{p0,1k} = 0,9 * f_{p0,1k}\}$$

- Zvýšená hodnota napětí je přípustná v okamžiku, kdy předpínací zařízení umožňuje měřit s přesností  $\pm 5\%$  konečné hodnoty předpínací síly.

$$\sigma_{p,max} = k_3 * f_{p0,1k} = 0,95 * f_{p0,1k}$$

## MEZNÍ STAV OMEZENÍ NAPĚTÍ – PŘEDPÍNAČÍ VÝZTUŽ

- Hodnota počáteční předpínací síly  $P_{m0}(x)$  (v okamžiku  $t=t_0$ ) vnesená do betonu bezprostředně po napnutí a zakotvení (dodatečné předpínání) nebo po zavedení předpětí (napínání předem), nemá překročit následující hodnotu:

$$P_{m0}(x) = A_p * \sigma_{pm0}(x)$$

$$\sigma_{pm0}(x) = \min\{k_7 * f_{pk} = 0,75 * f_{pk}; k_8 * f_{p0,1k} = 0,85 * f_{p0,1k}\}$$

- Střední hodnota napětí v předpínací nemá překročit:

$$\sigma_{pm}(t) = k_5 * f_{pk} = 0,75 * f_{pk}$$

## ÚČINKY PŘEDPĚTÍ V MSÚ

- Obecně se návrhová hodnota předpínací síly stanoví ze vztahu:

$$P_{d,t}(x) = \gamma_P * P_{m,t}(x)$$

- Dílčí součinitele předpětí závisí na posuzovaném mezním stavu a typu analýzy:
  - Posouzení lokálních účinků (kotvení výztuže):  $\gamma_{P,unfav} = 1,2$
  - Posouzení mezního stavu stability, kde předpětí působí nepříznivě:  $\gamma_{P,unfav} = 1,3$
  - Obecně příznivé působení předpětí:  $\gamma_{P,fav} = 1$

# ÚČINKY PŘEDPĚTÍ V MSP A MEZNÍM STAVU ÚNAVY

- Při ověření MSP a mezního stavu únavy se musí zohlednit odchylky od možných změn předpětí způsobem, kdy se uvažují dvě mezní charakteristické hodnoty předpínací síly:
  - Horní charakteristická hodnota  $P_{k,sup} = r_{sup} * P_{m,t}(x)$
  - Dolní charakteristická hodnota  $P_{k,inf} = r_{inf} * P_{m,t}(x)$
- Předem napínané prvky nebo nesoudržné předpínací vložky:  $r_{sup} = 1,05$ ;  $r_{inf} = 0,95$
- Dodatečně napínané soudržné předpínací vložky:  $r_{sup} = 1,10$ ;  $r_{inf} = 0,90$
- Pokud se provádějí příslušná měření (přímé měření předpětí):  $r_{sup} = r_{inf} = 1,0$



**DĚKUJI ZA POZORNOST**

## ZDROJE

- [01] Raymond Ian Gilbert, Neil Colin Mickleborough, and Gianluca Ranzi. Design of Prestressed Concrete to Eurocode 2, Taylor & Francis Group, 2017.
- [02] Jaroslav Navrátil, Předpjaté betonové konstrukce. Akademické nakladatelství CERM s.r.o., Brno.
- [03] ČSN EN 1992-1-1, ed.2 Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, 2019.