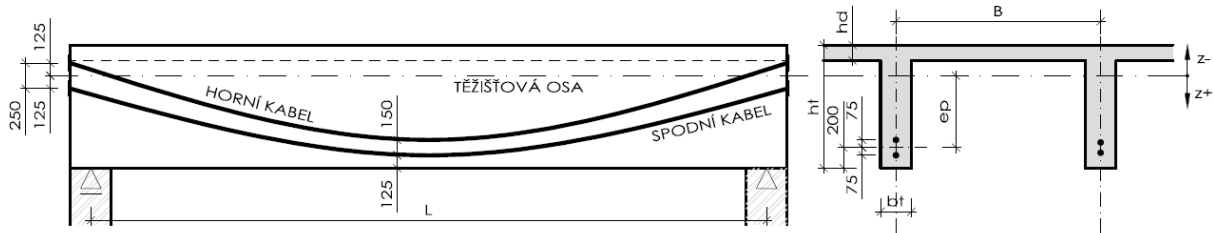


Zadání

Trámová stropní konstrukce se skládá z dodatečně předpínaných, kloubově podepřených, T-nosníků, přes které je uložena jednosměrně pnutá stropní deska. Předpjaté trávy mají osové rozpětí L a jsou rozmístěny v osové vzdálenosti B . Navrhňte předpínací výztuž plně předpjatého nosníku s ohledem na ohybové namáhání. Uvažujte předpínací lana EN 10138-3 Y1860S7 ($f_{pk}=1860$ MPa, $f_{p0,1k}=1600$ MPa, $E_p = 195$ GPa, Třída relaxace 2) a kabelový kanálek HDPE bez maziva.

Schéma konstrukce



Parametry výpočtu

- B Osové rozpětí nosníků
- h_d Tloušťka stropní desky
- h_t Výška předpjatého trávu
- b_t Šířka předpjatých trámů
- g_{ost} Ostatní stálé zatížení
- q_{uz} Užité zatížení
- Beton
- w Pokluz v kotvě

1. Zatížení

Zatížení	Plošné zatížení g_k [kN/m ²]	Zatěžovací šířka B [m]	Liniové zatížení g_k [kN/m]
Vlastní tíha stropní desky – g_{vls}			
Vlastní tíha trávu – g_{vlt}			
Ostatní stálé - g_{ost}			
Užité zatížení q_{uz}			

2. Průřezové charakteristiky

2.a Efektivní šířka

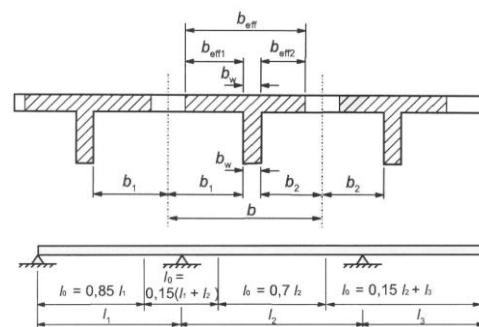
$$b_{eff} = b_t + b_{eff,1} + b_{eff,2} \leq B$$

$$b_{eff,i} = \min(0,2 * b_i + 0,1 * l_0; 0,2 * l_0; b_i)$$

$$b_1 = b_2 = \frac{(B - b_t)}{2} ; l_0 = L$$

$$b_{eff,1} = b_{eff,2}$$

l_0 - vzdálenost nulových momentů na trávu



2.b Průřezové parametry

Plocha stojiny: $A_{st} = b_t * (h_t - h_d)$

Plocha pásnice: $A_{ps} = b_{eff} * h_d$

Celková plocha průřezu: $A_c = A_{st} + A_{ps}$

Vzdálenost těžiště stojiny k horním vláknům průřezu:

$$z_{st} = \frac{(h_t - h_d)}{2} + h_d$$

Vzdálenost těžiště pásnice k horním vláknům průřezu:

$$z_{ps} = \frac{h_d}{2}$$

Vzdálenost těžiště průřezu k horním vláknům průřezu:

$$z_t = \frac{A_{st} * z_{st} + A_{ps} * z_{ps}}{A_c}$$

Moment setrvačnosti průřezu – účinek stojiny:

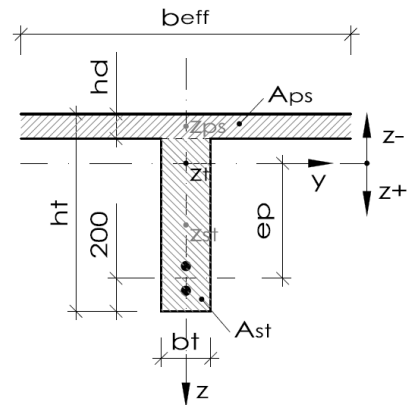
$$I_{y,st} = \frac{1}{12} * b_t * (h_t - h_d)^3 + [A_{st} * (z_{st} - z_t)^2]$$

Moment setrvačnosti průřezu – účinek pásnice:

$$I_{y,ps} = \frac{1}{12} * b_{eff} * h_d^3 + [A_{ps} * (z_{ps} - z_t)^2]$$

Celkový moment setrvačnosti průřezu:

$$I_y = I_{y,st} + I_{y,ps}$$



3. Návrh předpínací výztuže

Obecný vztah pro výpočet ohybového momentu na prostém nosníku: $M_k = \frac{1}{8} * f_k * L^2$

Parametr	Stavební stav	Provozní stav
Zatížení	$g_{vls} + g_{vlt}$	$g_{vls} + g_{vlt} + g_{ost} + q_{uz}$
Ohybový moment	M_k^{st}	M_k^{pr}

Návrh výztuže vychází z podmínky omezení napětí v nejvíce exponovaném průřezu, přičemž se uvažují dvě stádia:

(1) Stavební stav (předpokládané krátkodobé ztráty předpětí 10 %):

(a) Horní vlákna – nepřipouští se vznik tahového namáhání.

- Napětí v horních vláknech od zatížení (ohybového momentu):

$$\sigma_{st,c}^{top} = \frac{M_k^{st}}{I_y} * z_{top}$$

- Napětí v horních vláknech od účinků předpětí:

$$\sigma_{st,p}^{top} = \frac{P}{A_c} + \frac{P * e_p}{I_y} * z_{top}$$

$$\sigma_{st,c}^{top} + \sigma_{st,p}^{top} \leq 0 \rightarrow \sigma_{st,c}^{top} + \frac{P_{max}^{top}}{A_c} + \frac{P_{max}^{top} * e_p}{I_y} * z_{top} = 0$$

$$P_{max}^{top} * \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{top} \right) = -\sigma_{st,c}^{top}$$

$$P_{max}^{top} = - \frac{\frac{M_k^{st}}{I_y} * z_{top}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{top}\right)}$$

(b) Dolní vlákna – nepřipouští se vznik nadměrného tlakového namáhání

- Napětí v dolních vláknech od zatížení (ohybového momentu):

$$\sigma_{st,c}^{btm} = \frac{M_k^{st}}{I_y} * z_{btm}$$

- Napětí v dolních vláknech od účinků předpětí:

$$\sigma_{st,p}^{btm} = \frac{P_{max}^{btm}}{A_c} + \frac{P_{max}^{btm} * e_p}{I_y} * z_{btm}$$

$$\sigma_{st,c}^{btm} + \sigma_{st,p}^{btm} \geq -0,6 * f_{ck} \rightarrow \sigma_{st,c}^{btm} + \frac{P_{max}^{btm}}{A_c} + \frac{P_{max}^{btm} * e_p}{I_y} * z_{btm} = -0,6 * f_{ck}$$

$$P_{max}^{btm} * \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{btm}\right) = -0,6 * f_{ck} - \sigma_{st,c}^{btm}$$

$$P_{max}^{btm} = \frac{-0,6 * f_{ck} - \frac{M_k^{st}}{I_y} * z_{btm}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{btm}\right)}$$

Horní mez pro návrh předpínací síly s uvážením krátkodobých ztrát (10 %) se stanoví z následujícího vztahu:

$$P_{st,max} = \frac{\max(P_{max}^{btm}, P_{max}^{top})}{0,9}$$

(2) Provozní stav – na konci životnosti (předpokládané celkové ztráty předpětí 20 %):

(a) Horní vlákna – nepřipouští se vznik nadměrného tlakového namáhání.

- Napětí v horních vláknech od zatížení (ohybového momentu):

$$\sigma_{pr,c}^{top} = \frac{M_k^{pr}}{I_y} * z_{top}$$

- Napětí v horních vláknech od účinků předpětí:

$$\sigma_{pr,p}^{top} = \frac{P}{A_c} + \frac{P * e_p}{I_y} * z_{top}$$

$$\sigma_{pr,c}^{top} + \sigma_{pr,p}^{top} \geq -0,6 * f_{ck} \rightarrow \sigma_{pr,c}^{top} + \frac{P_{min}^{top}}{A_c} + \frac{P_{min}^{top} * e_p}{I_y} * z_{top} = -0,6 * f_{ck}$$

$$P_{min}^{top} * \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{top}\right) = -0,6 * f_{ck} - \sigma_{pr,c}^{top}$$

$$P_{min}^{top} = \frac{-0,6 * f_{ck} - \frac{M_k^{pr}}{I_y} * z_{top}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{top}\right)}$$

(b) Dolní vlákna – nepřipouští se vznik tahového namáhání:

- Napětí v dolních vláknech od zatížení (ohybového momentu):

$$\sigma_{pr,c}^{btm} = \frac{M_k^{pr}}{I_y} * z_{btm}$$

- Napětí v dolních vláknech od účinků předpětí:

$$\sigma_{pr,p}^{btm} = \frac{P_{min}^{btm}}{A_c} + \frac{P_{min}^{btm} * e_p}{I_y} * z_{btm}$$

$$\sigma_{pr,c}^{btm} + \sigma_{pr,p}^{btm} \leq 0 \rightarrow \sigma_{pr,c}^{btm} + \frac{P_{min}^{btm}}{A_c} + \frac{P_{min}^{btm} * e_p}{I_y} * z_{btm} = 0$$

$$P_{min}^{btm} * \left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{btm} \right) = -\sigma_{pr,c}^{btm} \rightarrow P_{min}^{btm} = \frac{-\frac{M_k^{pr}}{I_y} * z_{btm}}{\left(\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{I_y} * z_{btm} \right)}$$

Spodní mez pro návrh předpínací síly s uvážením celkových ztrát předpětí (20 %) se stanoví z následujícího vztahu:

$$P_{pr,min} = \frac{\min(P_{min}^{btm}, P_{min}^{top})}{0,80}$$

Maximální napětí, které lze vnést do předpínací výztuže EN 10138-3 Y1860S7 ($f_{pk}=1860$ MPa, $f_{p0,1k}=1600$ MPa):

$$\sigma_{p,max} = \min\{k_1 * f_{pk} = 0,8 * f_{pk}; k_2 * f_{p0,1k} = 0,9 * f_{p0,1k}\}$$

Celková plocha výztuže A_p by se volí takovým způsobem, aby maximální přepínací síla byla v určeném rozmezí.

$$\frac{A_p}{m_{kabel}} = n_{lan} * A_{p1}$$

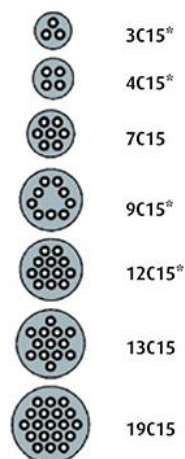
m_{kabel} Počet kabelů

n_{lan} Počet lan v kabelu (3,4,7,9,12)

A_{p1} Jmenovitá průřezová plocha jednoho lana

$$P_{max} = A_p * \sigma_{p,max} \rightarrow |P_{pr,min}| \leq P_{max} \leq |P_{st,max}|$$

Vlastnost	Symbol	Jednotka	Hodnoty					
Pevnost v tahu	R_m / f_{pk}	MPa	1770			1860		
Sedmidrátový pramének (lano)								
Jmenovitý průměr	D	mm	15,3	15,7	12,5	12,9	15,3	15,7
Jmenovitá průřezová plocha	S_n	mm ²	140	150	93	100	140	150
Jmenovitá hmotnost (±2%)	M	kg/m	1,100	1,180	0,726	0,781	1,093	1,172
Povrch hladký								
Charakteristická hodnota síly na mezi kluzu 0,1 %	$F_{p0,1k}$	kN	218	234	152	164	229	246
Charakteristická hodnota síly na mezi pevnosti	F_{pk}	kN	248	266	173	186	260	279
Modul pružnosti	E	MPa	cca 195 000					
Minimální tažnost	A_{gt}	%	3,5					
Maximální relaxace při 1000 hod a 70% F_{ms}		%	2,5					



4. VÝPOČET ZTRÁT PŘEDPĚTÍ

4.1 Okamžité (krátkodobé) ztráty předpětí

a Ztráta předpětí třením

Z geometrie kabelů lze vyčíslit vzepětí obou kabelů, které ovlivní ztráty předpětí třením. Předpokládá se, že konstrukce je napínána z obou stran stejnou předpínací silou, čímž dojde k největším ztrátám ve středu nosníku.

$$\text{Vzepětí horního kabelu: } f_h = h_t - 275 - z + 125$$

$$\text{Vzepětí spodního kabelu: } f_s = h_t - 125 - z - 125$$

$$\text{Průměrná úhlová změna do středu nosníku: } \alpha = \frac{f_{\text{průměr}}}{0,25 \cdot L}$$

Součinitel $k = 0,01$

HDPE kanálek bez maziva: $\mu = 0,19$

$$\Delta\sigma_{p\mu,l}\left(\frac{L}{2}\right) = -\sigma_{p,max} * \left(1 - e^{-\mu(\alpha+k*\frac{L}{2})}\right)$$

$$\Delta P_{p\mu,l}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\Delta\sigma_{p\mu,l}\left(\frac{L}{2}\right)}{\sigma_{p,max}} * P_{max}$$

Typ výztuže	Vnitřní předpínací vložky	Vnější nesoudržné předpínací vložky			
		Ocelové kanálky		HDPE kanálky	
		bez maziva	s mazivem	bez maziva	s mazivem
Dráty tažené za studena	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Lana	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Žebírkové tyče	0,65	-	-	-	-
Hladké kruhové tyče	0,33	-	-	-	-

b Ztráta předpětí pokluzem

Míra ztráty předpětí pokluzem po délce kabelu vychází ze ztráty předpětí třením:

$$\beta = \frac{\Delta P_{p\mu,l}(L/2)}{\frac{L}{2}}$$

Délka, na které se projeví ztráta pokluzem, se stanoví z následujícího vztahu:

$$L_{di} = \sqrt{\frac{E_p * A_p * w}{\beta}}$$

Pokud $L_{di} \leq L/2$, ztráta předpětí pokluzem neovlivní předpínací sílu ve středu trámu

Pokud $L_{di} \geq L/2$, ztráta předpětí pokluzem ovlivní předpínací sílu ve středu trámu

Ztráta předpětí pokluzem kotvy v místě zakotvení se stanoví z následujícího vztahu:

$$\Delta P_{pw}(x = 0) = -2 * \beta * L_{di}$$

$$\Delta \sigma_{pw}(x = 0) = \frac{\Delta P_{pw}(x = 0)}{P_{max}} * \sigma_{max}$$

Ztráta předpětí pokluzem kotvy ve středu trámu se stanoví z následujícího vztahu:

$$\Delta P_{pw}\left(\frac{L}{2}\right) = -2 * \beta * \left(L_{di} - \frac{L}{2}\right)$$

$$\Delta \sigma_{pw}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\Delta P_{pw}\left(\frac{L}{2}\right)}{P_{max}} * \sigma_{max}$$

c Ztráta předpětí pružným přetvořením vyvolaným postupným předpínáním

Předpokládáme, že nejdříve je předepnut horní ze dvou kabelů, u kterého bude aplikováno dopínání, čímž se u něj eliminuje ztráta předpětí pružným přetvořením betonu. V okamžiku, kdy se započne předepínat dolní kabel, horní kabel je již zakotvený. Znamená to, že předepnutím druhého spodního kabelu dojde k pružnému přetvoření v betonu, které ovlivní horní zakotvený kabel. Druhý kabel je zároveň dopínán tak, aby se u něj ztráta pružným přetvořením neprojevila.

Předpínací výztuž se skládá ze dvou identických kabelů, přičemž v každý kabel bude předepnut stejnou silou.

$$\varepsilon_a = \frac{\frac{P_{max}}{2}}{A_c * E_{cm}(t)}$$

$$\Delta \sigma_{pe} = \varepsilon_a * E_p$$

Ztráta předpětí se projeví pouze v prvně předpínání kabelu, ale s ohledem na velikost ztráty předpětí postupným předpínáním bude tato skutečnost zanedbána a ztráta bude rovnoměrně rozdělena mezi oba kabely.

Hodnota počáteční předpínací síly P_{m0} (napětí $\sigma_{p,m,0}$) vnesená do betonu bezprostředně po napnutí a zakotvení v místě zakotvení se stanoví:

$$\sigma_{p,m,0}(x = 0) = \sigma_{p,max} - \Delta \sigma_{pw}(x = 0) - \Delta \sigma_{pe}$$

$$\sigma_{p,m,0}(x = 0) \leq \min\{k_7 * f_{pk} = 0,75 * f_{pk}; k_8 * f_{p0,1k} = 0,85 * f_{p0,1k}\}$$

Hodnota počáteční předpínací síly $P_{m0}(L/2)$ (napětí $\sigma_{p,m,0}(L/2)$) vnesená do betonu bezprostředně po napnutí a zakotvení ve středu trámu se stanoví:

$$\sigma_{p,m,0}\left(\frac{L}{2}\right) = \sigma_{p,max} - \Delta\sigma_{p\mu,l}\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta\sigma_{pw}\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta\sigma_{pe}$$

$$\sigma_{p,m,0}\left(\frac{L}{2}\right) \leq \min\{k_7 * f_{pk} = 0,75 * f_{pk}; k_8 * f_{p0,1k} = 0,85 * f_{p0,1k}\}$$

4.2 Dlouhodobé ztráty předpětí a Relaxace výztuže

Korelace napětí ve výztuži:

- Doba podržení napětí v přepínací výztuži t_{cor}

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(t_{cor})}{\sigma_{p,m,0}(x=0)} = 0,66 * \rho_{1000} * e^{9,1*\mu} * \left(\frac{t_{cor}}{1000}\right)^{0,75*(1-\mu)} * 10^{-5} ; \rho_{1000} = 2,5\%$$

$$\mu = \frac{\sigma_{p,m,0}(x=0)}{f_{pk}}$$

Celková kapacita relaxace výztuže:

- Doba podržení napětí v přepínací výztuži $t = 500\,000$ hod

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}(t=\infty)}{\sigma_{p,m,0}(x=0)} = 0,66 * \rho_{1000} * e^{9,1*\mu} * \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75*(1-\mu)} * 10^{-5} ; \rho_{1000} = 2,5\%$$

$$\mu = \frac{\sigma_{p,m,0}(x=0)}{f_{pk}}$$

Ztráta předpětí relaxací výztuže:

$$\Delta\sigma_{pr} = \Delta\sigma_{pr}(t=\infty) - \Delta\sigma_{pr}(t_{cor})$$

b Dotvarování a smršťování

Předpokládejte poměrné přetvoření od účinků dotvarování a smršťování $\varepsilon_{creep+shr} = 0,001$

$$\Delta\sigma_{creep+shr} = \varepsilon_{creep+shr} * E_p$$

Hodnota předpínací síly $P_{m\infty}$ (napětí $\sigma_{p,m,\infty}$) na konci životnosti konstrukce vnesená do betonu v místě zakotvení se stanoví:

$$\sigma_{p,m,\infty}(x=0) = \sigma_{p,m,0}(x=0) - \Delta\sigma_{pr} - \Delta\sigma_{creep+shr}$$

$$\sigma_{p,m,\infty}(x=0) \leq 0,75 * f_{pk}$$

Hodnota předpínací síly $P_{m\infty}$ (napětí $\sigma_{p,m,\infty}$) na konci životnosti konstrukce vnesená do betonu bezprostředně po napnutí a zakotvení ve středu trámu se stanoví:

$$\sigma_{p,m,\infty}(L/2) = \sigma_{p,m,0}\left(\frac{L}{2}\right) - \Delta\sigma_{pr} - \Delta\sigma_{creep+shr}$$

$$\sigma_{p,m,\infty}(L/2) \leq 0,75 * f_{pk}$$

Napětí na průřezu od působícího zatížení a účinků předpětí

Průřez		Napětí [MPa]	
		Stavební stav	Provozní stav – konec životnosti
Místo zakotvení	Horní vlákna		
	Spodní vlákna		
Střed trámu	Horní vlákna		
	Spodní vlákna		