



*Úloha 2 – Železobetonový trémový strop*

# Návrh a posouzení ohybové výztuže trámů

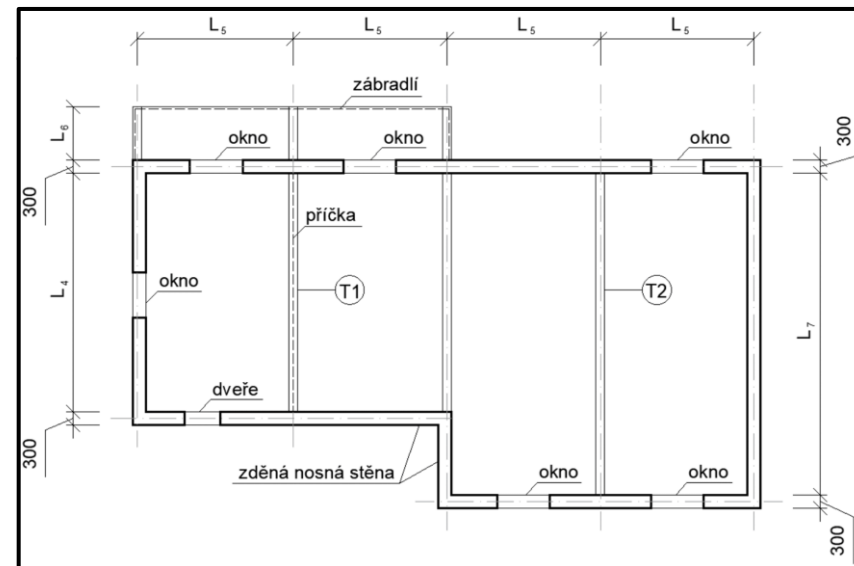
Prezentace k cvičení z předmětu NNKB (paralelka Štefan)

# Zadání Úlohy 2

# Zadání Úlohy 2

V rámci úlohy 2 vypracujeme

- návrh rozměrů stropních prvků (desky a trámů T1 a T2) + výpočet zatížení stropních prvků,
- výpočet vnitřních sil na desce a trámech T1 a T2,
- návrh a posouzení výztuže desky + výkres výztuže desky,
- **návrh a posouzení výztuže trámů**
- výkres tvaru.



# Úkol

Naším úkolem je

- navrhnout výztuž trámu T1 tak, aby trám zvládl ustát ohybové namáhání od zatížení a nedošlo ke kolapsu.
- navrhnout výztuž trámu T2 tak, aby trám zvládl ustát ohybové namáhání od zatížení a nedošlo ke kolapsu.

# Cíl

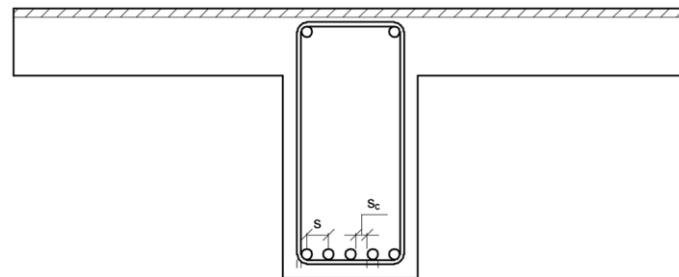
Cílem výpočtu je pro každý trám:

- navrhnout vhodné množství hlavní nosné výztuže ( $A_{s,prov}$ ),
- vypočítat momenty únosností nejvíce namáhaných průřezů s navrženou výztuží ( $M_{Rd}$ ),
- posoudit, jestli nejvíce namáhané průřezy odolají působící vnitřní síle\* ( $M_{Ed} \leq M_{Rd}$ ).

# Deska vs Trám

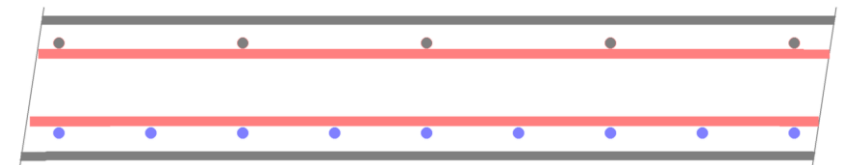
# Deska vs Trám

	Trám
Šířka průřezu:	skutečná šířku trámu $b_T$ (nebo efektivní šířka $b_{eff}$ )
Ohybový moment:	$M$ [kNm]
Plocha výztuže:	$A_s$ [mm <sup>2</sup> ]
Průměr výztuže:	$\langle 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, \dots \rangle$
Tvar návrhu výztuže:	$4 \times \varnothing 12$
Účinná výška:	$d = h - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2$



	Deska
výšek šířky 1 m	

$m$ [kNm/m']
$a_s$ [mm <sup>2</sup> /m']
$\langle 8, 10, 12 \rangle$
$\varnothing 8$ po 250 mm
$d = h - c - \varnothing_s/2$

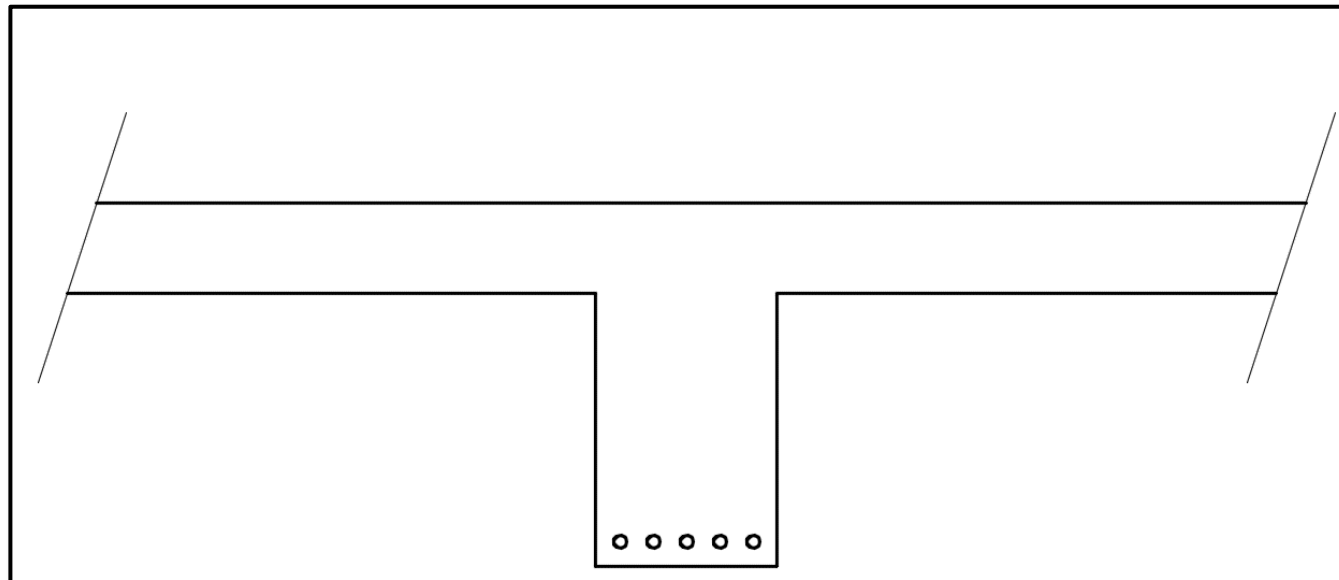


# Průřez trámu



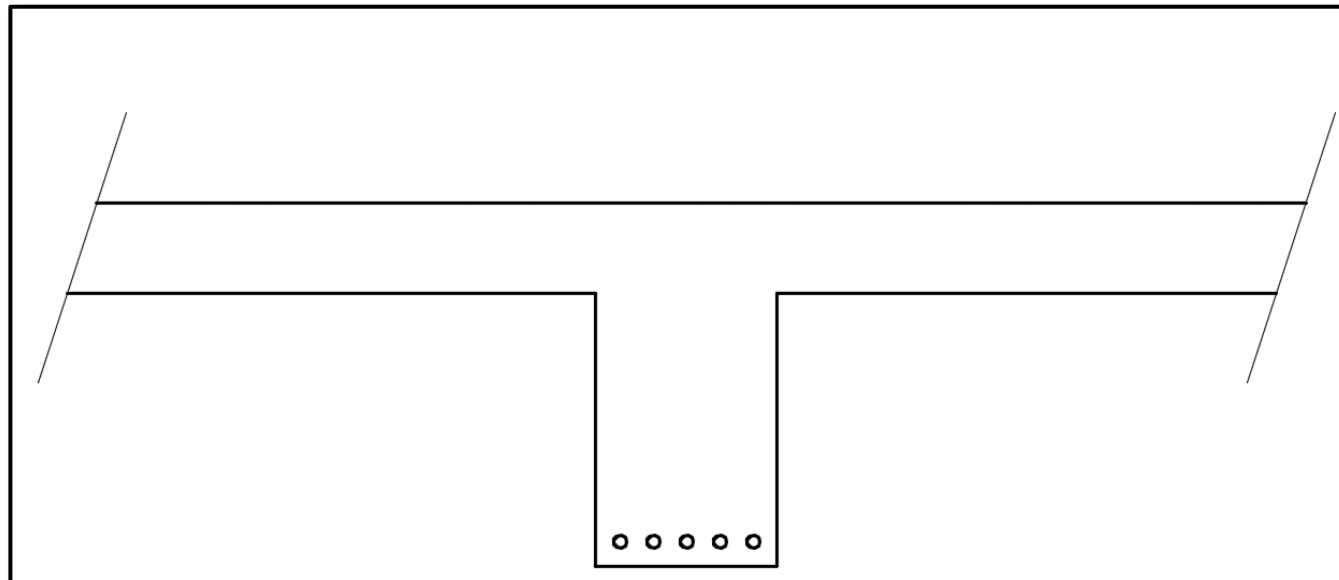
# Průřez trámu

Trám je monoliticky spojen s deskou. Část desky tedy „spolupůsobí s trámem“ (tzn. je součástí trámu a pomáhá s únosností).



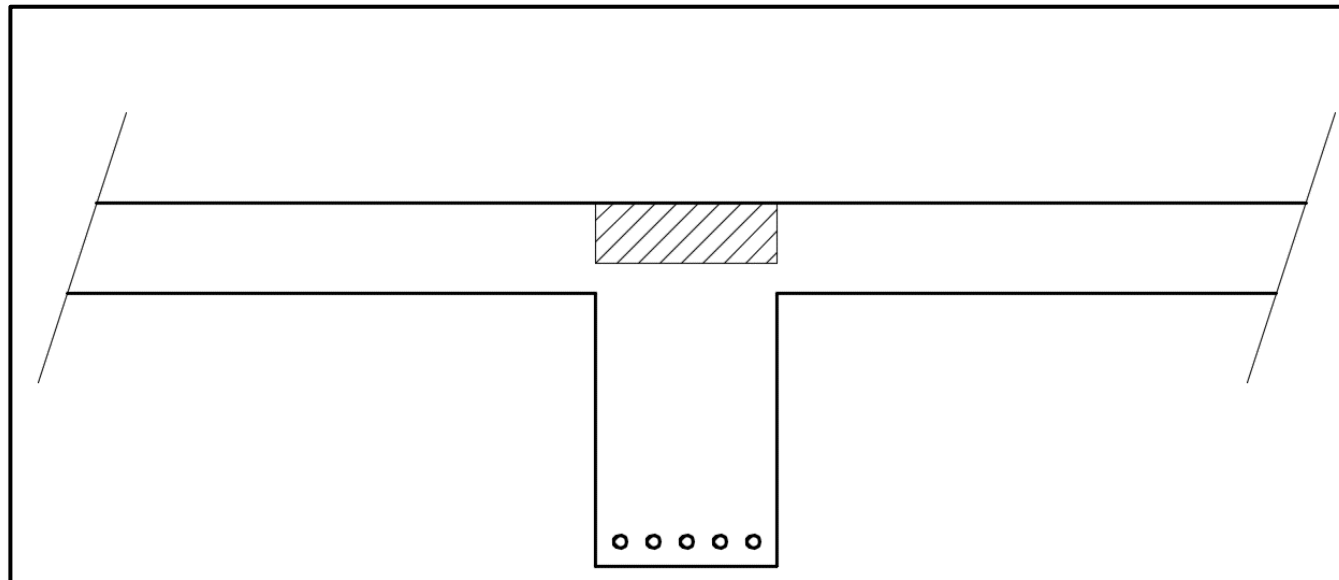
# Průřez trámu

Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



# Průřez trámu

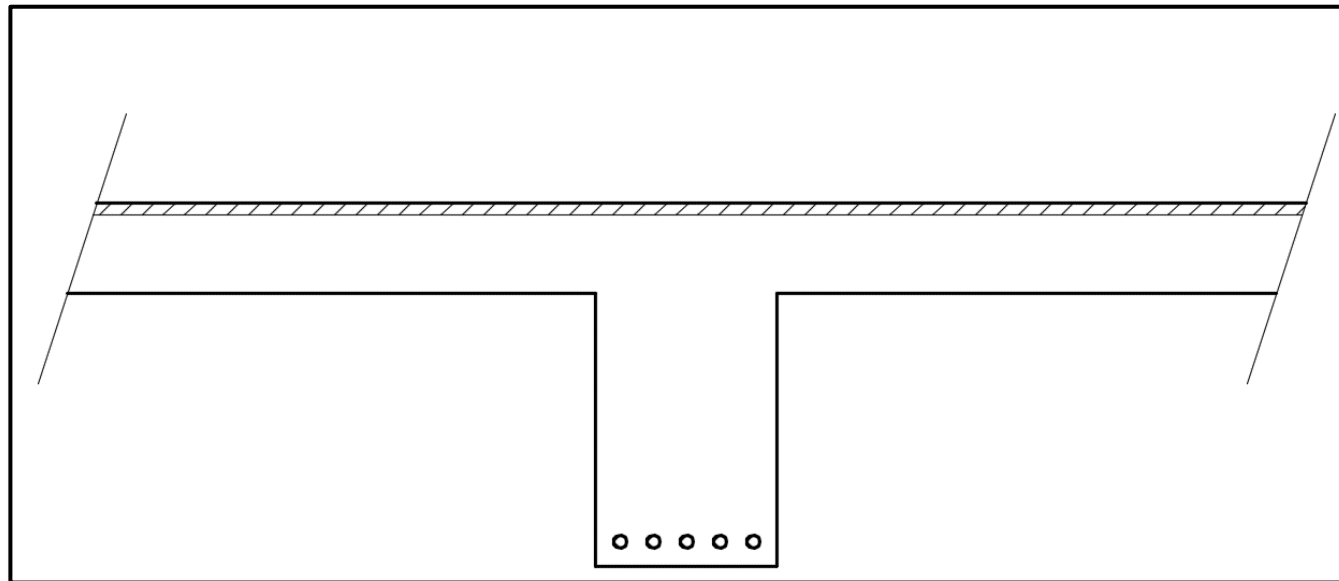
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



jen v šířce trámu? divný

# Průřez trámu

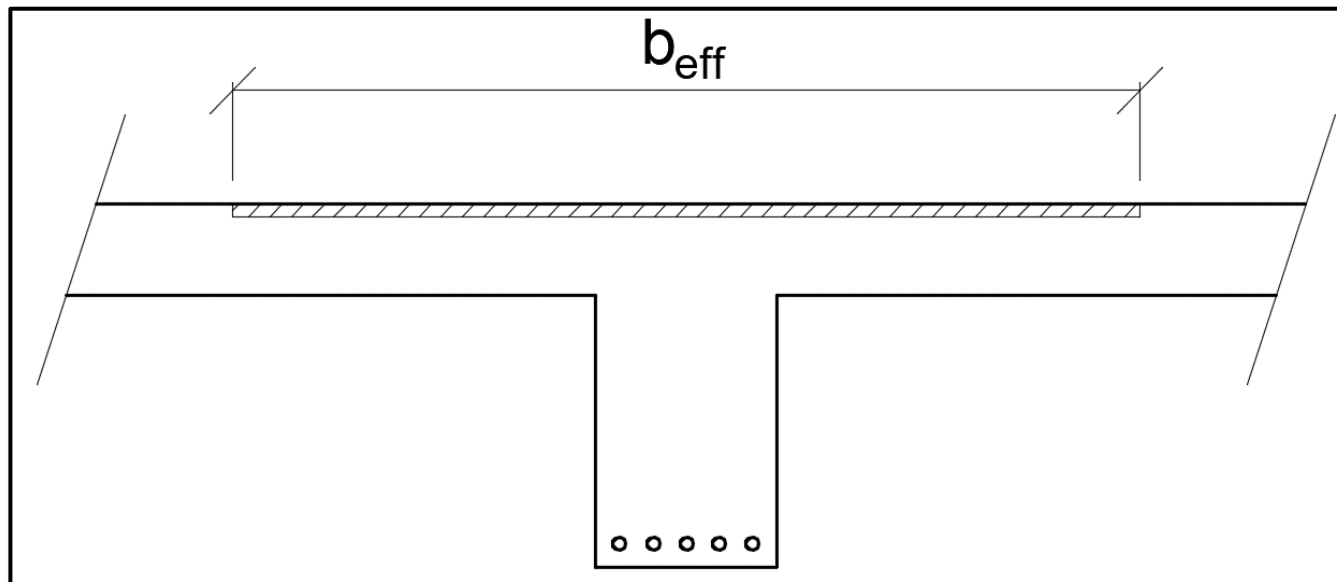
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



v celé šířce desky? divný

# Průřez trámu

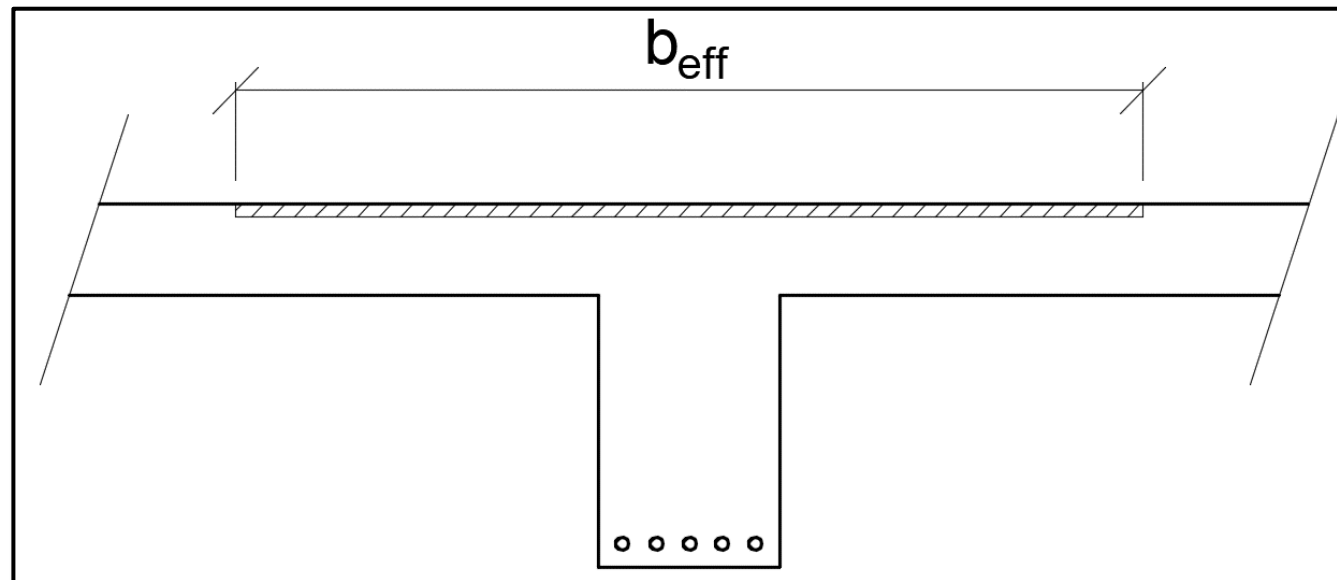
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



v určité efektivní šířce? to zní rozumně

# Spolupůsobící šířka desky

Norma definuje určitou **spolupůsobící (efektivní) šířku desky**, kterou můžeme uvažovat jako součást trámu.



# Spolupůsobící šířka desky

Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde  $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i)$ ,

kde  $b_i$  je polovina světlé rozteče trámů,

$l_0$  je vzdálenost nulových momentů na trámu.

# Spolupůsobící šířka desky

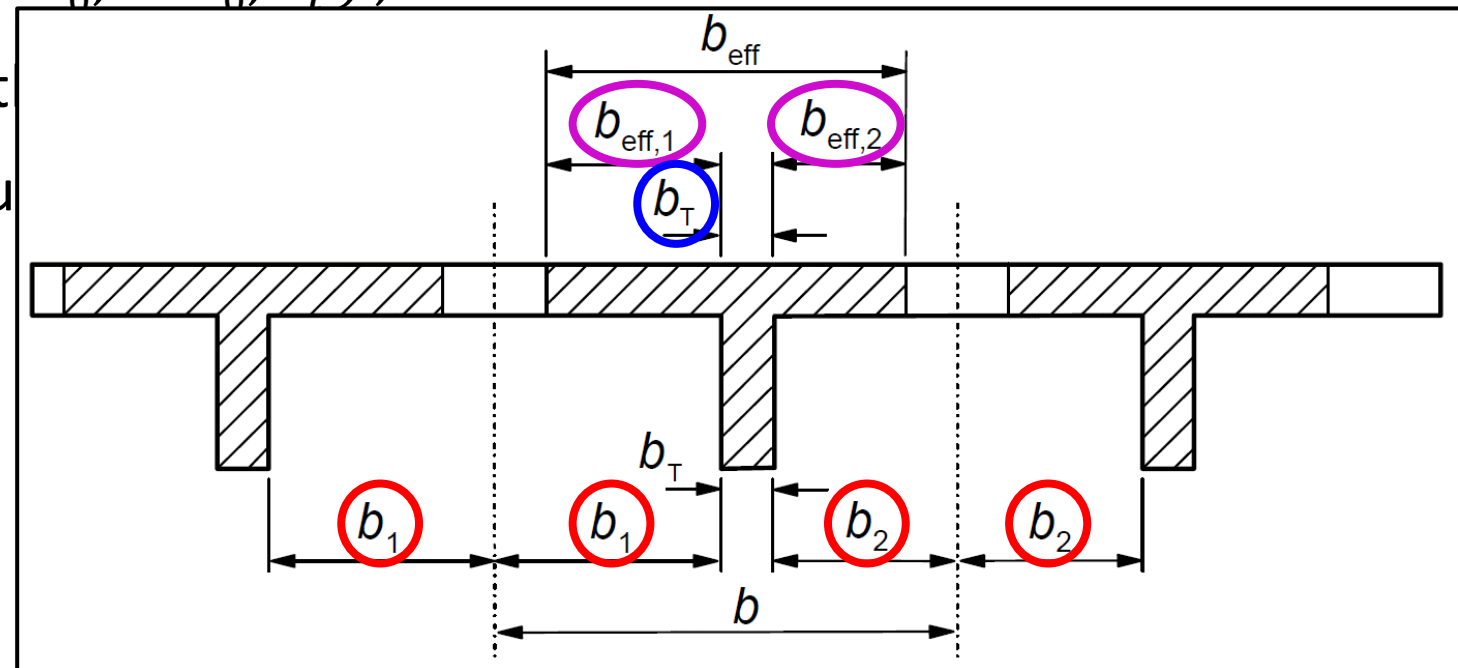
Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde  $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i),$

kde  $b_i$  je polovina světlosti

$l_0$  je vzdálenost nu





# Spolupůsobící šířka desky

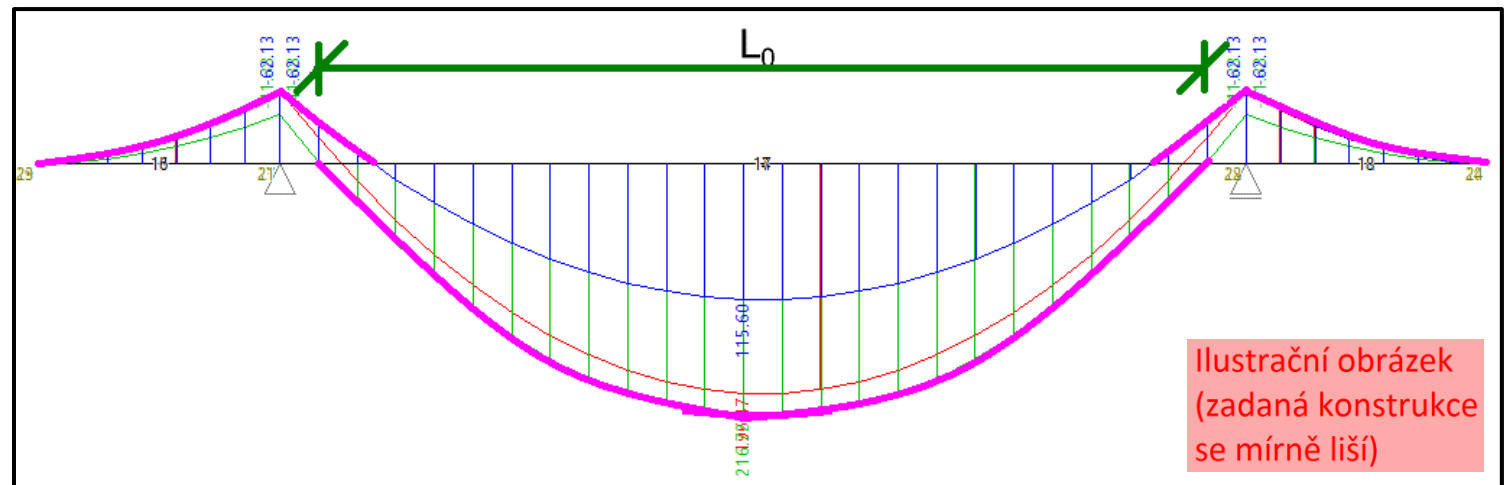
Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde  $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i)$ ,


kde  $b_i$  je polovina světlé rozteče trámů,

$l_0$  je vzdálenost nulových momentů na trámu.



# Spolupůsobící šířka desky

Vzdálenost nulových momentů na trámu  $l_0$  bereme z toho průběhu momentů, který nám dává moment, na který budeme posuzovat trám\*. Vzdálenost  $l_0$  můžeme určit:

• přibližným vztahem  $l_0 = 0.85L_T$  (pro vetknutí – kloub), 

• odměřením z momentů vykreslených v měřítku, 

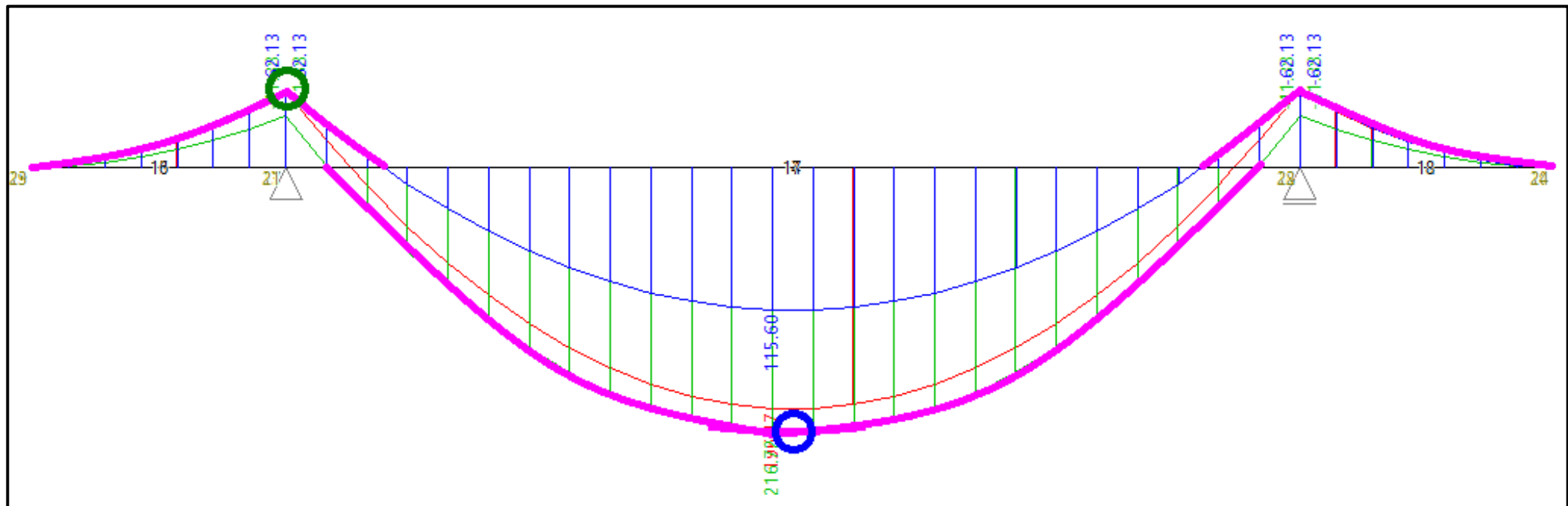
• přesným výpočtem z rovnice pro moment  $M(x) = \dots$  100

(funkci popisující moment v závislosti na  $x$  položíme rovnou nule a vyjádříme  $x$ )

# Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu

# Návrh výztuže a posouzení průřezů

Musíme navrhnout výztuž (a posoudit průřez) v místě největších namáhání – tj. v místě **maximálního záporného momentu (nad podporou)** a v místě **maximálního kladného momentu (v poli)**.



# Návrh výztuže a posouzení průřezů

Musíme navrhnout výztuž (a posoudit průřez) v místě největších namáhání – tj. v místě **maximálního záporného momentu (nad podporou)** a v místě **maximálního kladného momentu (v poli)**.

Výpočty se mírně liš pro moment nad podporou a moment v poli.

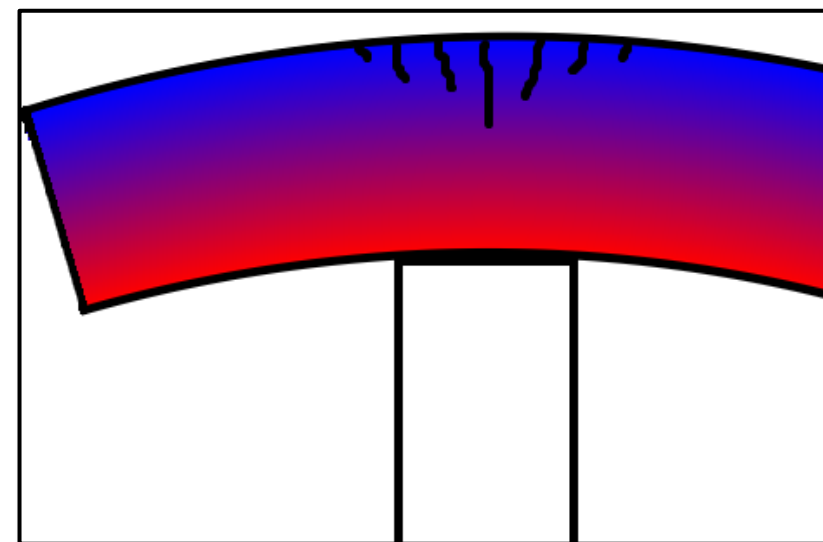
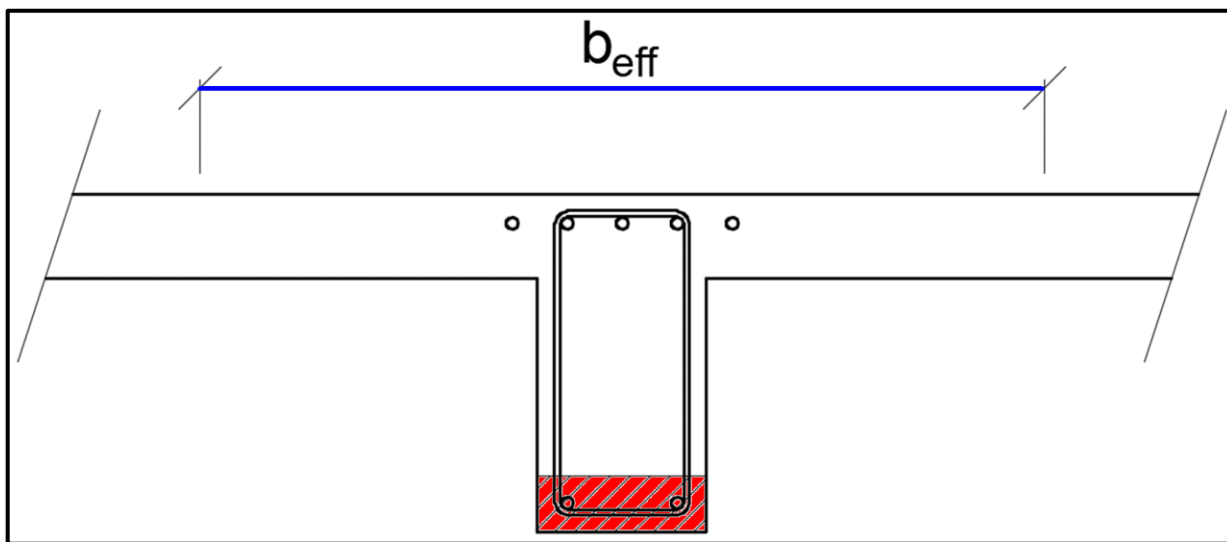
*Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu*

# Průřez nad podporou (záporný moment)

# Tlačená oblast a poloha výztuže

## Záporný moment

- spodní vlákna jsou **tlačená** → tlačená oblast je dole a má šířku  $b = b_T$
- horní vlákna jsou **tažená** → výztuž je u horního povrchu a může být rozmístěna v části desky o šířce  $b_{eff}^*$ .



# Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí staticky účinné výšky průřezu

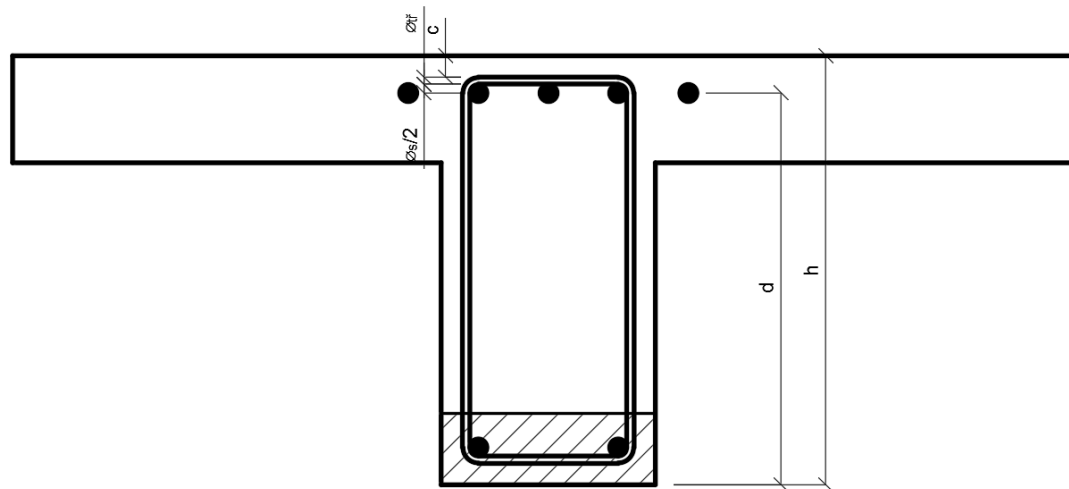
$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2,$$

kde  $h_T$  je výška trámu (máme navrženo),

$c$  je krytí výztuže (máme zadáno),

$\varnothing_{tř}$  je průměr třmínek (volíme 8 mm, blíže viz další prezentace),

$\varnothing_s$  je průměr výztuže (volíme 12 mm až 20 mm).





# Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí

$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_S / 2,$$

kde  $h_T$  je výška trámu (máme)

$c$  je krytí výztuže (máme)

$\varnothing_{tř}$  je průměr třmínků (v

$\varnothing_S$  je průměr výztuže (v

	110100	Ocel betonářská 6mm v tyčích	m	0,22 kg	6,95 / 8,41 Kč	31,59 / 38,22 Kč	Detail zboží
	110200	Ocel betonářská 8mm v tyčích	m	0,40 kg	12,40 / 15,00 Kč	31,00 / 37,51 Kč	Detail zboží
	110300	Ocel betonářská 10mm v tyčích	m	0,62 kg	19,13 / 23,15 Kč	30,85 / 37,33 Kč	Detail zboží
	110400	Ocel betonářská 12mm v tyčích	m	0,89 kg	27,42 / 33,18 Kč	30,81 / 37,28 Kč	Detail zboží
	110500	Ocel betonářská 14mm v tyčích	m	1,21 kg	37,31 / 45,15 Kč	30,83 / 37,31 Kč	Detail zboží
	110600	Ocel betonářská 16mm v tyčích	m	1,58 kg	50,05 / 60,56 Kč	31,68 / 38,33 Kč	Detail zboží
	110700	Ocel betonářská 18mm v tyčích	m	2,00 kg	57,24 / 69,26 Kč	28,62 / 34,63 Kč	Detail zboží
	110800	Ocel betonářská 20mm v tyčích	m	2,47 kg	70,51 / 85,32 Kč	28,55 / 34,54 Kč	Detail zboží
	110900	Ocel betonářská 22mm v tyčích	m	2,98 kg	77,67 / 93,98 Kč	26,06 / 31,54 Kč	Detail zboží
	111000	Ocel betonářská 25mm v tyčích	m	3,85 kg	100,35 / 121,42 Kč	26,06 / 31,54 Kč	Detail zboží
	111100	Ocel betonářská 28mm v tyčích	m	4,83 kg	125,89 / 152,33 Kč	26,06 / 31,54 Kč	Detail zboží
	111200	Ocel betonářská 32mm v tyčích	m	6,31 kg	184,45 / 223,18 Kč	29,23 / 35,37 Kč	Detail zboží

# Návrh výztuže – požadovaná plocha

**Požadovanou plochu** ( $A_{s,req}$ ) můžeme určit:

- přesným vzorcem

$$A_{s,req} = \frac{b_T d f_{cd}}{f_{yd}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed,podp}}{b_T d^2 f_{cd}}} \right),$$

- ze vzorce pro posouzení a inženýrským odhadem ramene vnitřních sil,

$$A_s f_{yd} z \geq M_{Ed} \quad (M_{Rd} \geq M_{Ed}),$$

$$A_s f_{yd} 0.7d \geq M_{Ed} \quad (\text{odhaduji, že bude platit } z = 0.7d),$$

$$A_{s,req} = M_{Ed,podp} / (f_{yd} 0.7d),$$

- vytvoření Excelu pro posouzení průřezu (stanovení  $M_{Rd}$ ) a návrhem výztuže metodou pokus-omyl.

# Návrh výztuže

Výztuž v trámu navrhujeme tak, že specifikujeme **kolik** prutů jakého **průměru** je v průřezu.

$$\text{NÁVRH: } n \times \varnothing X \text{ (} A_{s,prov} = Z \text{ mm}^2 \text{)}$$

**Návrh výztuže ve výše uvedeném formátu je vždy nutné uvést ve statickém výpočtu!**

# Návrh výztuže

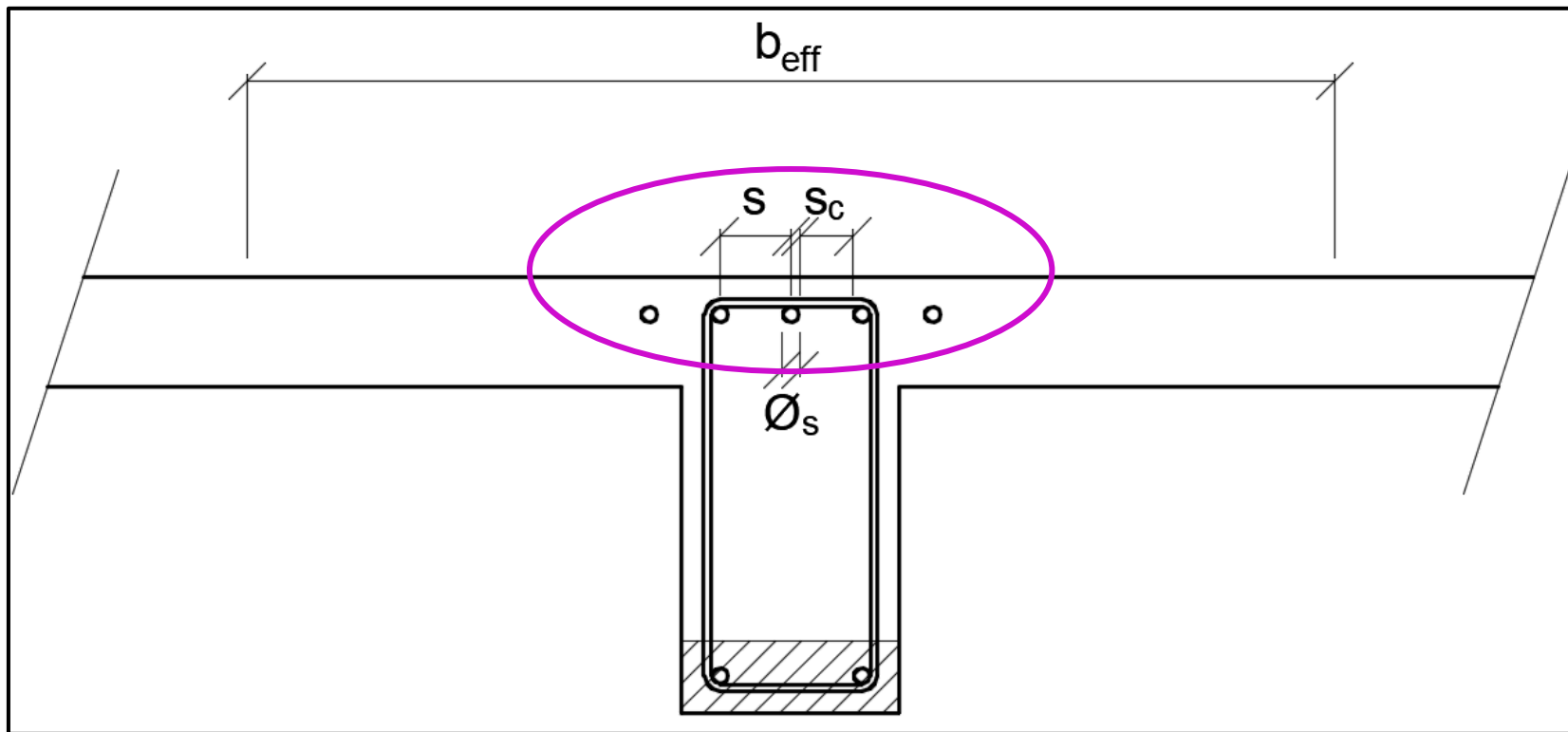
Návrh provedeme tak, aby skutečná plocha ( $A_{s,prov} = n\pi\varnothing_s^2/4$ ) byla větší než požadovaná plocha ( $A_{s,req}$ ).

Průměr  $\varnothing_s$  volíme z běžně dodávaných průměrů – tj.  $\langle 8, 10, \mathbf{12}, \mathbf{14}, \mathbf{16}, \mathbf{18}, 20, 22, 25, 28, 32 \rangle$ . Obecně je lepší větší počet prutů s menším průměrem.

Z ekonomických důvodů je vhodné\* výztuž navrhovat tak, aby skutečná plocha ( $A_{s,prov}$ ) byla maximálně o cca 30 % větší než požadovaná plocha ( $A_{s,req}$ ).

# Návrh výztuže

**Pruty rozmístíme** tak, aby se všechny pruty vešly do  $b_{eff}$ , a zároveň, aby splňovaly konstrukční zásady (viz další slidy) a geometrie dávala smysl (tzn. pruty do každého rohu třmínku).



# Ověření konstrukčních zásad – rozteč výztuže

Skutečná rozteč výztuže musí splňovat podmínky pro rozteč výztuže.

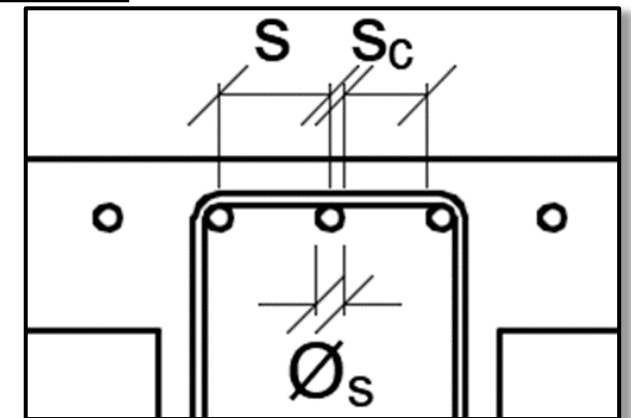
Světlá rozteč prutů  $s_c$

$$s_c \geq s_{min},$$

kde  $s_{min} = \max(20 \text{ mm}, 1.2\varnothing_s, D_{max} + 5 \text{ mm}),$

$\varnothing_s$  je průměr výztuže (máme navrženo – viz výše),

$D_{max}$  je maximální velikost kameniva (uvažujeme 16 mm).



Osová rozteč prutů  $s$

$$s \leq s_{max},$$

kde  $s_{max} = \min(2h_T, 250 \text{ mm}),$

$h_T$  je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

# Ověření konstrukčních zásad – plocha výztuže

Skutečná plocha výztuže musí splňovat podmínky pro plochu výztuže

$$A_{S,min} \leq A_{S,prov} \leq A_{S,max}$$

kde  $A_{S,min} = \frac{0.2k_h f_{ctm} b_T h_T}{f_{yk}}$ ,

$$A_{S,max} = 0.04 b_T h_T,$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$
 (střední hodnota tahové pevnosti betonu),

$f_{ck}$  je charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku (zadáno),

$f_{yk}$  je charakteristická hodnota meze kluzu oceli (500 MPa),

$b_T$  je šířka trámu (máme navrženo),

$h_T$  je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

$k_h$  je součinitel vyjadřující redukci pevnosti v tahu vlivem nerovnoměrného rozdělení napětí po průřezu:

$$k_h = \min( 0.8; \max(0.8 - 0.6(\min(b; h) - 0.3); 0.5) ) )$$

# Posouzení průřezu – výška tlačené oblasti

Výška tlačené oblasti\*:

$$x = \frac{A_{s,prov} f_{yd}}{0.8 b_T f_{cd}}.$$

Ověření předpokladu protažení výztuže za mez kluzu:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.617 \quad \text{nebo} \quad \varepsilon_s = \frac{0.0035}{x} (d - x) \geq \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Ověření normové podmínky pro poměrnou výšku:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.45.$$



# Posouzení průřezu

Rameno vnitřních sil:

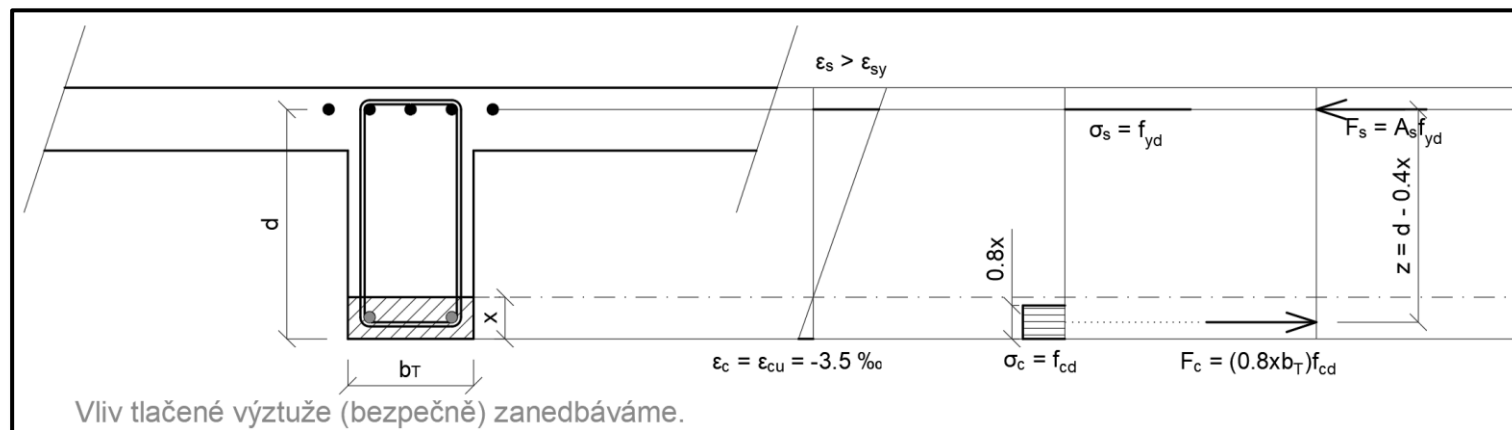
$$z = (d - 0.4x).$$

Výpočet momentu únosnosti:

$$M_{Rd} = A_{s,prov} f_{yd} z.$$

Posouzení:

$$M_{Ed,podp} \leq M_{Rd}$$



Ideálně by stupeň\* využití ( $M_{Ed}/M_{Rd}$ ) měl být 70 % až 90 %.

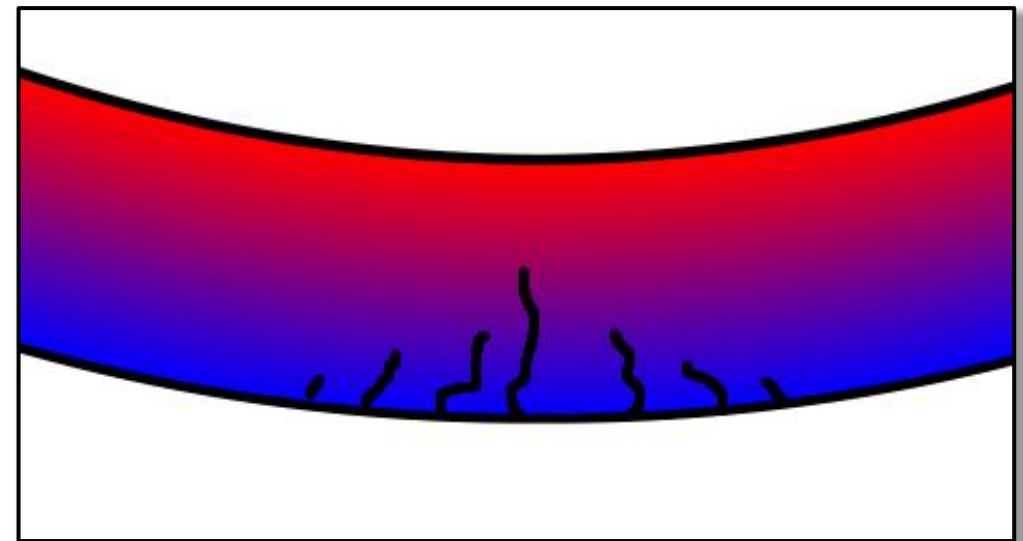
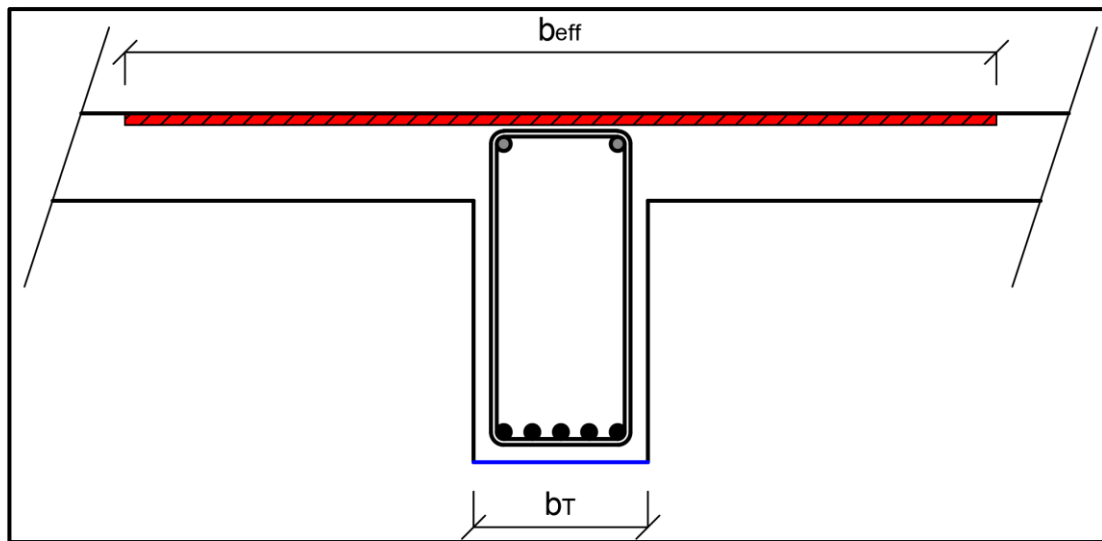
\* Pojem „stupeň“ neznačí, že to dělíme na nějaké „stupně“. Pojem „stupeň využití“ zde chápeme jen jako „procento využití“.

*Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu*  
Průřez v poli (kladný moment)

# Tlačená oblast a poloha výztuže

Kladný moment

- horní vlákna jsou **tlačená** → tlačená oblast je nahoře a má šířku  $b = b_{eff}$
- spodní vlákna jsou **tažená** → výztuž je u dolního povrchu a musí se vejít do šířky trámu  $b_T$



# Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí staticky účinné výšky průřezu

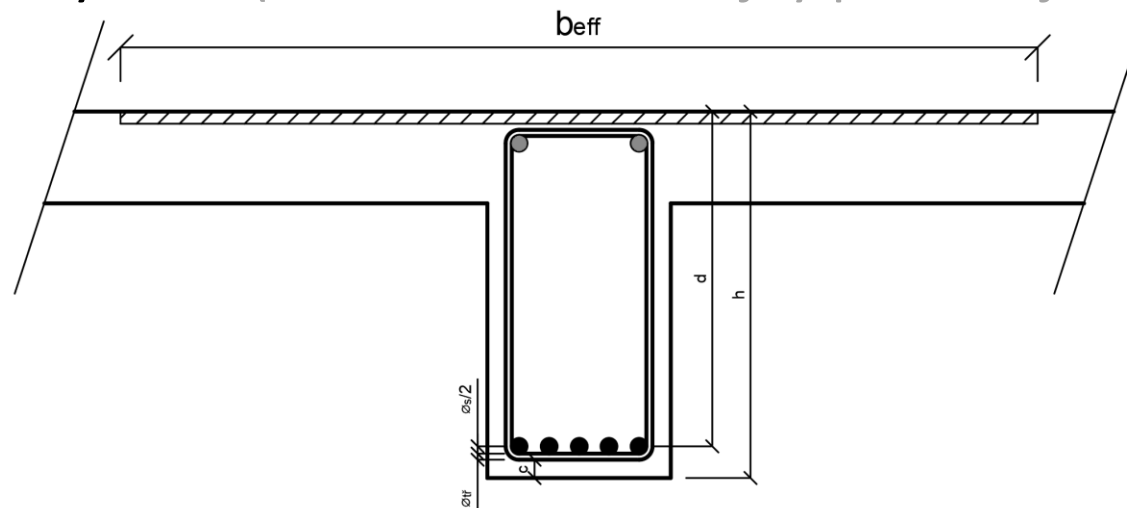
$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2,$$

kde  $h_T$  je výška trámu (máme navrženo),

$c$  je krytí výztuže (máme zadáno),

$\varnothing_{tř}$  je průměr třmínků (volíme 8 mm, blíže viz další prezentace),

$\varnothing_s$  je průměr výztuže (ideálně volíme stejný průměr jako nad podporou).



# Návrh výztuže – požadovaná plocha

**Požadovanou plochu** ( $A_{s,req}$ ) můžeme určit:

- přesným vzorcem

$$A_{s,req} = \frac{b_{eff} d f_{cd}}{f_{yd}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed,pole}}{b_{eff} d^2 f_{cd}}} \right),$$

- ze vzorce pro posouzení a inženýrským odhadem ramene vnitřních sil,

$$A_{s,req} = M_{Ed,pole} / (f_{yd} 0.9d)^*,$$

- vytvoření Excelu pro posouzení průřezu (stanovení  $M_{Rd}$ ) a návrhem výztuže metodou pokus-omyl.

\*U nadpodporového bylo  $z = 0.7d$ . Nyní dáváme  $z = 0.9d$ , protože šířka tlačené oblasti je výrazně větší a její výška  $x$  bude tedy výrazně menší a  $z$  bude výrazně větší.

# Návrh výztuže

Výztuž v trámu navrhujeme tak, že specifikujeme **kolik** prutů jakého **průměru** je v průřezu.

$$\text{NÁVRH: } n \times \varnothing X \text{ (} A_{s,prov} = Z \text{ mm}^2 \text{)}$$

**Návrh výztuže ve výše uvedeném formátu je vždy nutné uvést ve statickém výpočtu!**

# Návrh výztuže

Návrh provedeme tak, aby skutečná plocha ( $A_{s,prov} = n\pi\phi_s^2/4$ ) byla větší než požadovaná plocha ( $A_{s,req}$ ).

Průměr  $\phi_s$  ideálně volíme stejný jako nad podporou. Pokud by to nejde, tak volíme průměr z běžně dodávaných průměrů\*, a to tak, aby se výztuž v poli lišila od výztuže nad podporou minimálně „ob průměr“†.

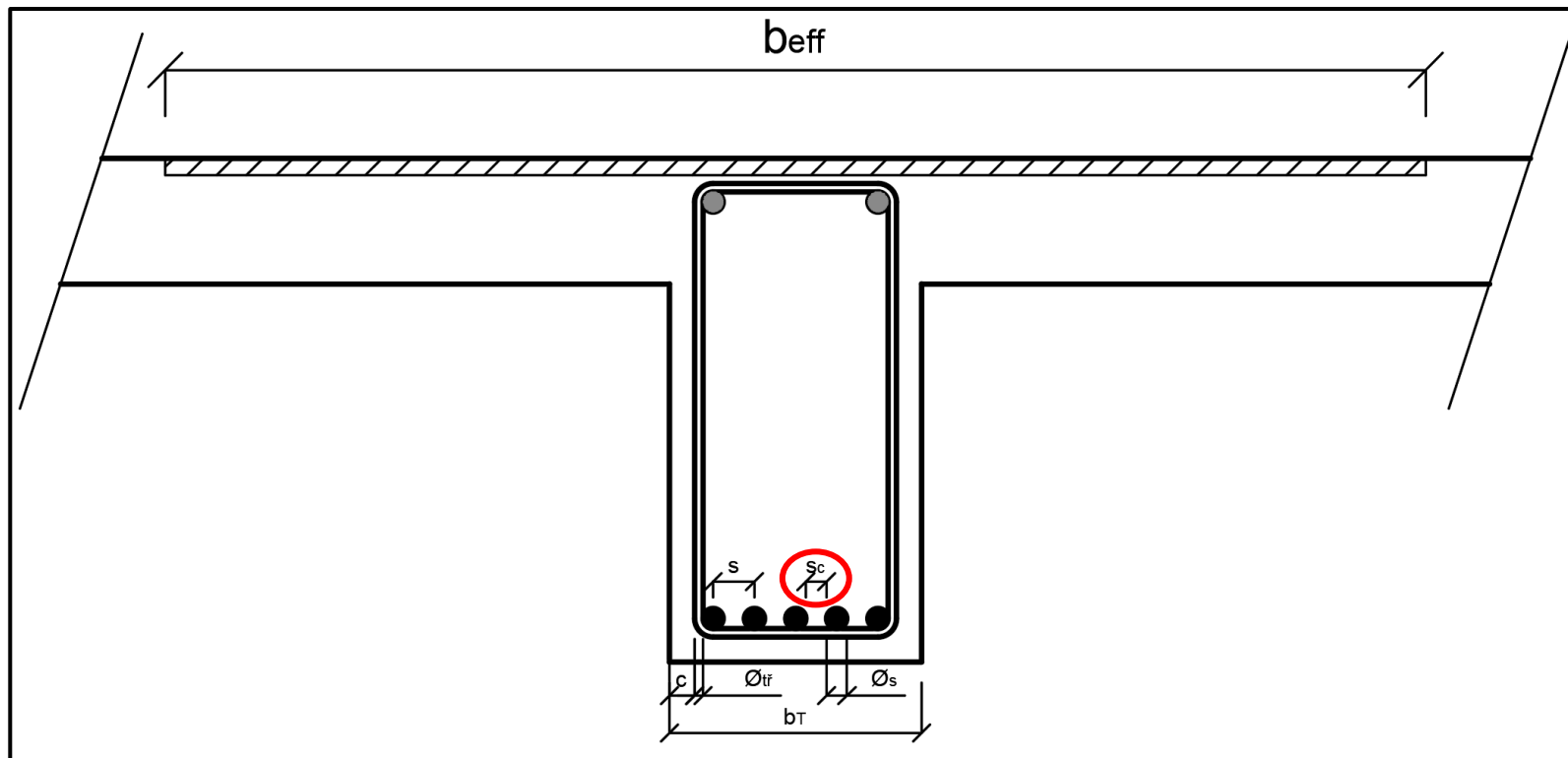
Z ekonomických důvodů je vhodné výztuž navrhovat tak, aby skutečná plocha ( $A_{s,prov}$ ) byla maximálně o cca 30 % větší než požadovaná plocha ( $A_{s,req}$ ).

\* {8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32}

† Když nad podporou  $\phi_{16}$ , tak v poli  $\phi_{12}$  nebo  $\phi_{20}$ .

# Návrh výztuže

Pruty se nám musí vejít do šířky trámu. **Může být problém s dodržením minimální světlé vzdálenosti** – viz ověření konstrukčních zásad níže.





# Ověření konstrukčních zásad – rozteč výztuže

Skutečná rozteč výztuže musí splňovat podmínky pro rozteč výztuže.

Světlá rozteč prutů  $s_c$

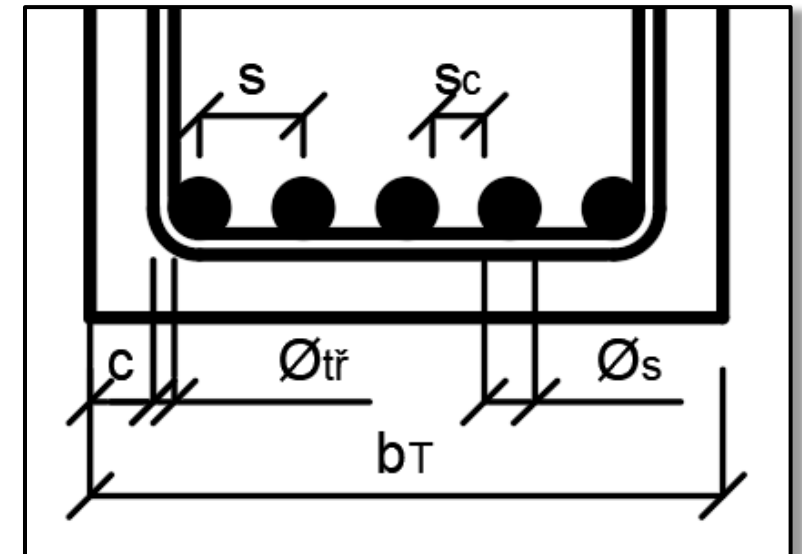
$$s_c \geq s_{min},$$

kde  $s_{min} = \max(20 \text{ mm}, 1.2\varnothing_s, D_{max} + 5 \text{ mm}),$   
 $s_c = \frac{b_T - 2c - 2\varnothing_{tř} - n\varnothing_s}{n-1}$  (viz geometrie vpravo).

Osová rozteč prutů  $s$

$$s \leq s_{max},$$

kde  $s_{max} = \min(2h_T, 250 \text{ mm}),$   
 $s = s_c + \varnothing_s.$



# Ověření konstrukčních zásad – plocha výztuže

Skutečná plocha výztuže musí splňovat podmínky pro plochu výztuže

$$A_{S,min} \leq A_{S,prov} \leq A_{S,max}$$

kde  $A_{S,min} = \frac{0.2k_h f_{ctm} b_T h_T}{f_{yk}}$ ,

$$A_{S,max} = 0.04 b_T h_T,$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3}$$
 (střední hodnota tahové pevnosti betonu),

$f_{ck}$  je charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku (zadáno),

$f_{yk}$  je charakteristická hodnota meze kluzu oceli (500 MPa),

$b_T$  je šířka trámu (máme navrženo),

$h_T$  je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

$k_h$  je součinitel vyjadřující redukci pevnosti v tahu vlivem nerovnoměrného rozdělení napětí po průřezu:

$$k_h = \min( 0.8; \max(0.8 - 0.6(\min(b; h) - 0.3); 0.5) ) )$$

# Posouzení průřezu – výška tlačené oblasti

Výška tlačené oblasti:

$$x = \frac{A_{s,prov} f_{yd}}{0.8 b_{eff} f_{cd}}$$

Ověření předpokladu protažení výztuže za mez kluzu:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.617 \quad \text{nebo} \quad \varepsilon_s = \frac{0.0035}{x} (d - x) \geq \frac{f_{yd}}{E_s}$$

Ověření normové podmínky pro poměrnou výšku:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.45.$$

# Posouzení průřezu

Rameno vnitřních sil:

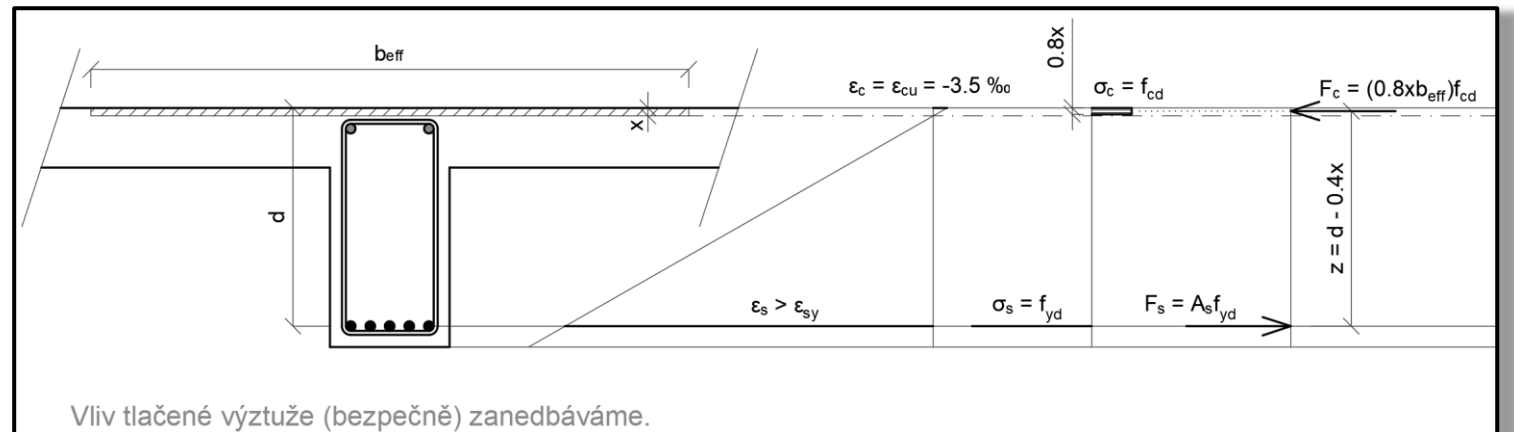
$$z = (d - 0.4x).$$

Výpočet momentu únosnosti:

$$M_{Rd} = A_{s,prov} f_{yd} z.$$

Posouzení:

$$M_{Ed,pole} \leq M_{Rd}.$$



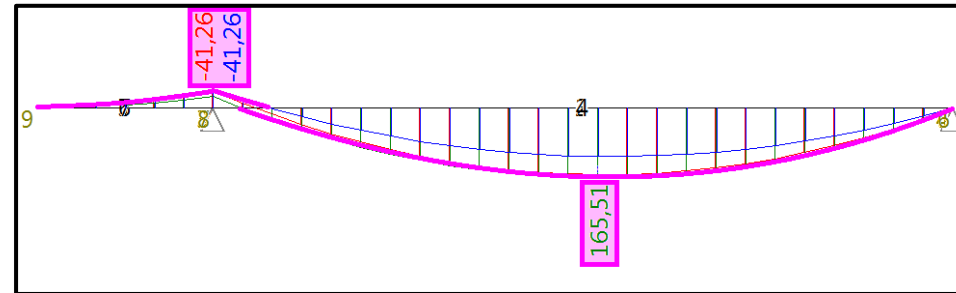
Ideálně by stupeň využití ( $M_{Ed}/M_{Rd}$ ) měl být 70 % až 90 %.

# Domácí úkol – shrnutí

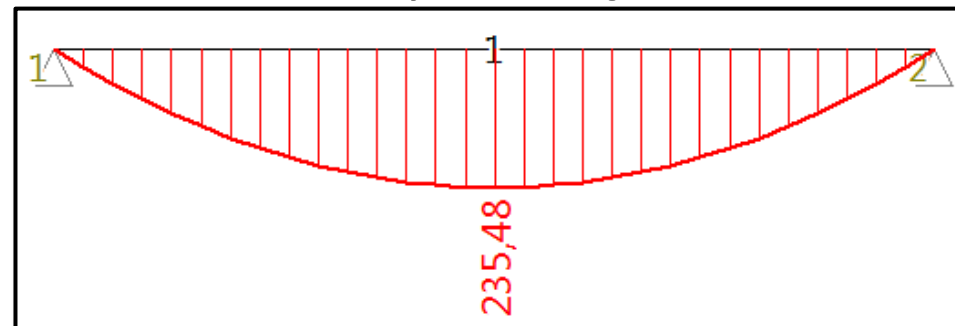
# Domácí úkol – shrnutí

V rámci domácího úkolu musíme:

- navrhnout a posoudit hlavní nosnou výztuž **nad podporou** trámu **T1**,
- navrhnout a posoudit hlavní nosnou výztuž **v poli** trámu **T1**,



- navrhnout a posoudit hlavní nosnou výztuž **v poli** trámu **T2**.



díky za pozornost

# Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi, Romanu Chylíkovi a Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace a **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému a Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.

Děkuji také všem, kteří si prezentaci pročetli až do konce, a [v neposlední řadě, děkuji divákům v poslední řadě.](#)