Úloha 3 – Železobetonový sloup

Únosnost a posouzení průřezu namáhaného M+N

ÚPLNÁ prezentace k cvičení z předmětu NNKB (paralelka Štefan)

Autor: Jakub Holan

Poslední aktualizace: 03.05.2023 14:06

Náplň prezentace

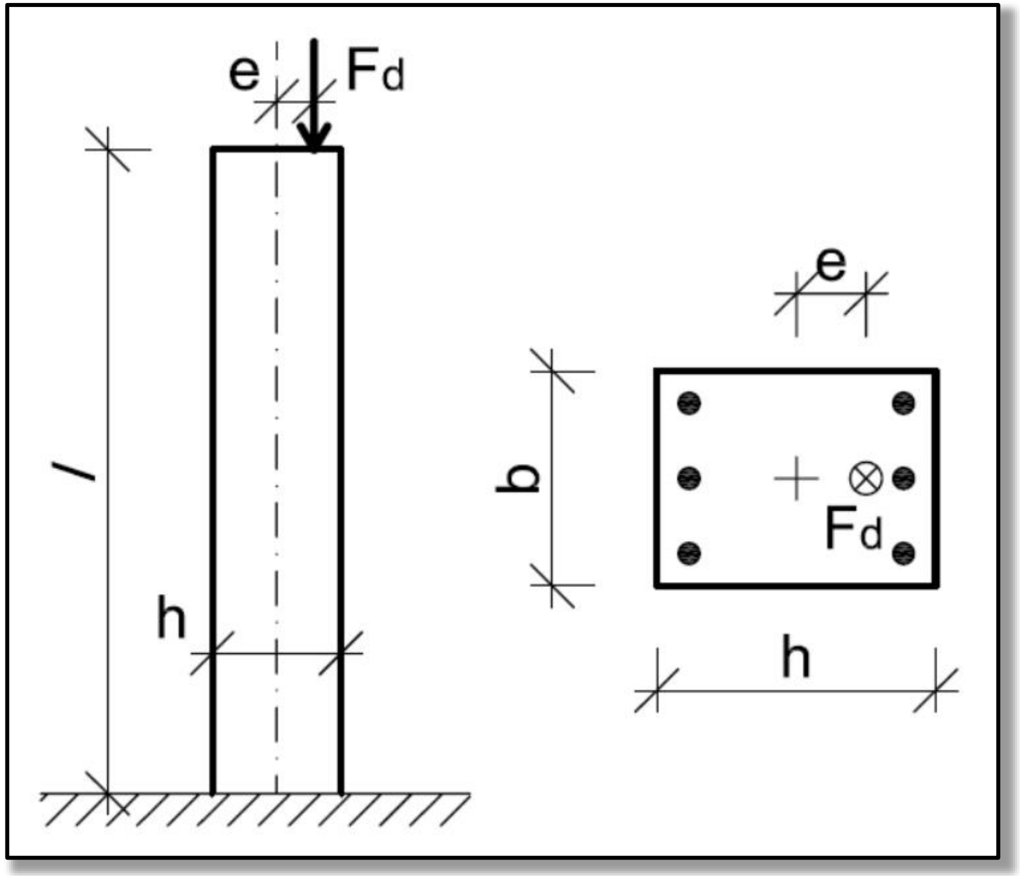
V této prezentaci je popsán postup **posouzení** průřezu namáhaného kombinací normálové síly a ohybového momentu.

Součástí posouzení je postup stanovení **únosnosti** $[N_{Rd}, M_{Rd}]$ průřezu namáhaného kombinací normálové síly a ohybového momentu.

Zadání Úlohy 3

Zadání Úlohy 3

Železobetonový sloup zatížený excentricky* působící normálovou silou.



* působící mimo těžiště průřezu

Zadání Úlohy 3

Pro zadaný železobetonový sloup o rozměrech $b \times h \times l$ zatížený normálovou silou F_d na rameni e navrhněte výztuž a průřez sloupu s výztuží posuďte pomocí interakčního diagramu.

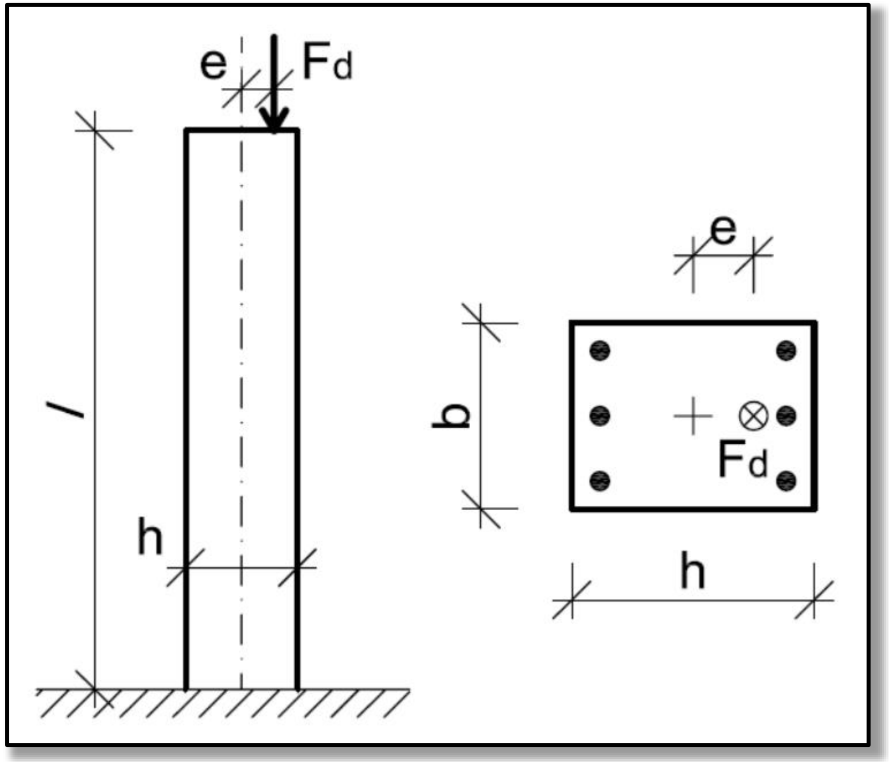
$b \ \ = \ldots \ \text{mm}$

$h \ \ = \ldots \ \text{mm}$

$l \ \ = \ldots \ \text{mm}$

$F_d = \ldots \ \text{kN}$

$e \ \ = \ldots \ \text{mm}$



Materiály a tloušťku krycí vrstvy uvažujeme shodné jako v úloze 2.

* působící mimo těžiště průřezu

Zadání Úkolu 3.2

Naším úkolem je

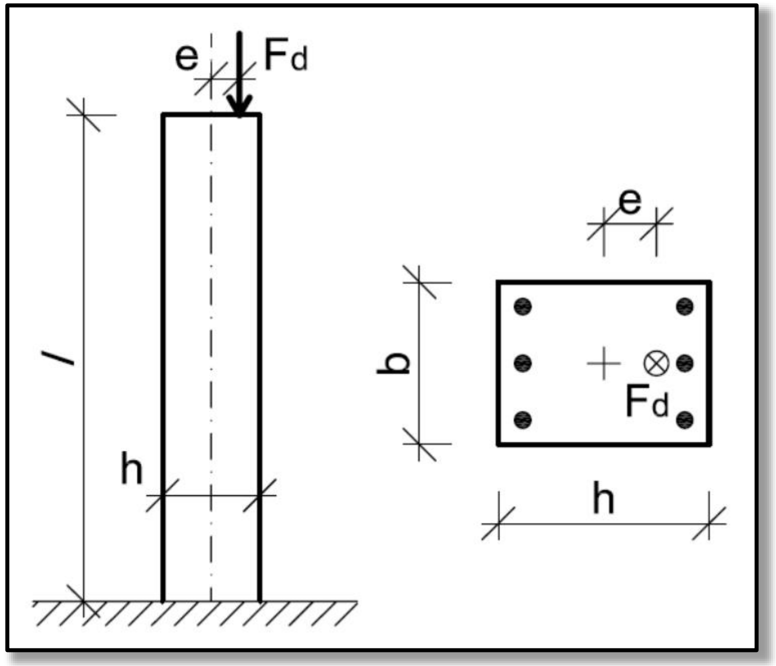
- **posoudit**, zda průřez s navrženou výztuží vyhovuje pro zadané namáhání od zatížení (normálovou sílu a ohybový moment) – tj. zda nedojde ke kolapsu.

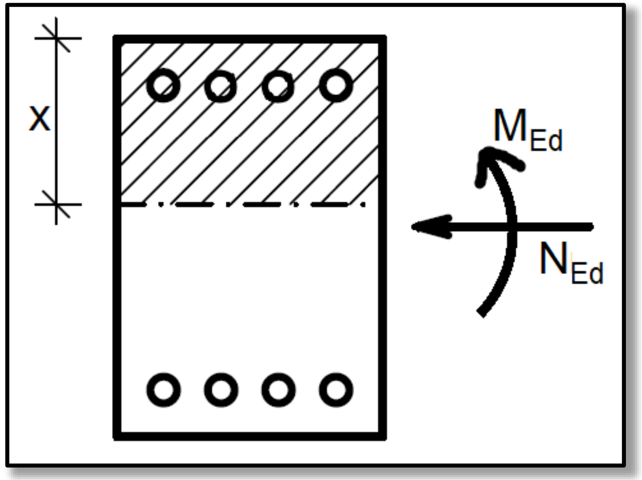
* působící mimo těžiště průřezu

Průřez namáhaný pouze M_{Ed}

V zadání máme zadaný průřez namáhaný normálovou silou na excentricitě – tj. průřez namáhaný kombinací normálové síly N_{Ed} a ohybového momentu M_{Ed}.

Tento průřez musíme posoudit – ale *jak?*





Postup výpočtu <u>únosnosti</u> prvku namáhaného <u>prostým ohybem</u>

Únosnost prostě ohýbaného prvku

U prostě ohýbaného prvku máme zadaný působící moment M_{Ed} a musíme určit únosnost M_{Rd} a pomocí něj průřez posoudit $(M_{Ed} \leq M_{Rd})^*$. Postup výpočtu únosnosti je následující:

1) Určit **výšku tlačené oblasti** (z rovnosti $F_c = F_s \ldots x = \frac{A_s f_{yd}}{0.8bf_{cd}}$).
2) Určit **přetvoření výztuže** (volíme, a později ověřujeme, $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$).
3) Vypočítat **napětí ve výztuži** ($\sigma_s = f_{yd}$).
4) Vypočítat **síly** v průřezu ($F_c = 0.8xbf_{cd}$ a $F_s = A_s f_{yd}$).
5) Vypočítat **ohybovou únosnost** ($M_{Rd} = A_s f_{yd}(d - 0.4x)$).

* Normálová síla je nula, takže vůbec neexistuje, takže normálovou únosnost nemusíme řešit.

Postup výpočtu únosnosti prvku namáhaného kombinací $N + M$

Únosnost prvku namáhaného $N + M$

Postup výpočtu pro prostě ohýbaný prvek platí i pro **únosnost prvku namáhaného kombinací $\boldsymbol{M_{Ed}}$ a $\boldsymbol{N_{Ed}}$.**

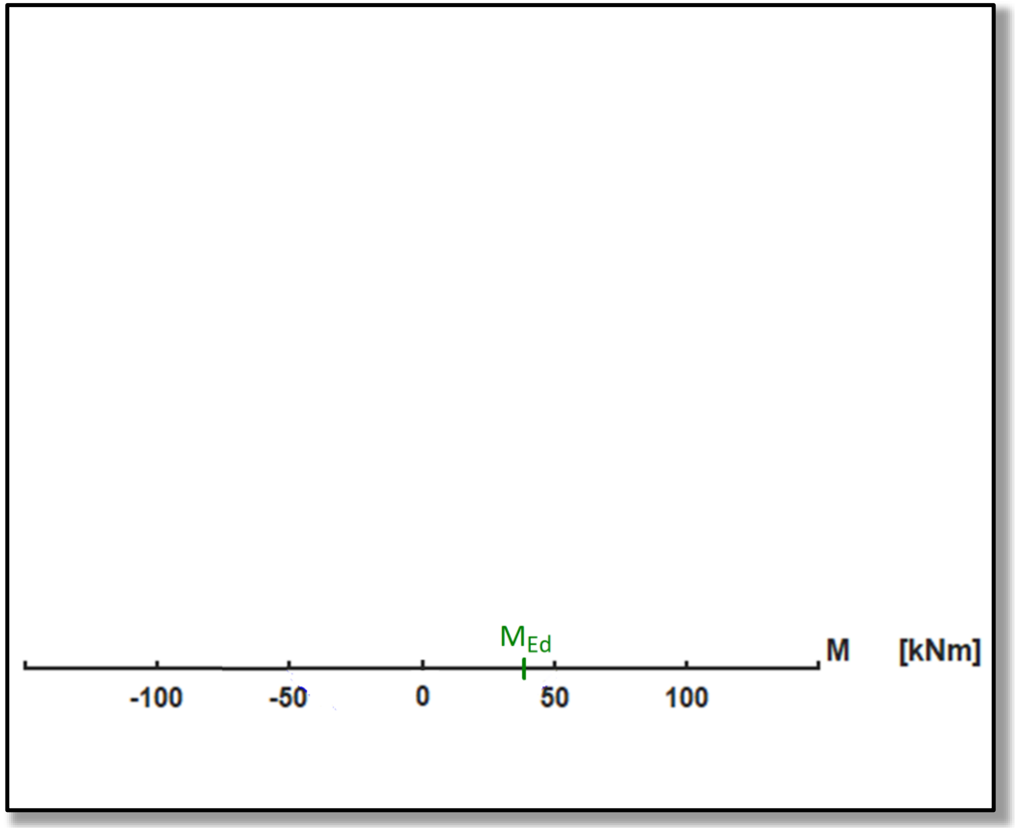
1) Určit **výšku tlačené oblasti**.
2) Určit **přetvoření výztuže**.
3) Vypočítat **napětí ve výztuži**.
4) Vypočítat **síly** v průřezu.
5) Vypočítat **normálovou a ohybovou únosnost**.

U namáhání kombinací $\boldsymbol{M + N}$ se ale liší způsob určení výšky tlačené oblasti a přetvoření výztuže!

Obecný přístup k <u>posuzování</u> prvků namáhaných <u>kombinací $N + M$</u>

Prostý ohyb ($M_{Ed} = \ldots$ a $N_{Ed} = 0$)

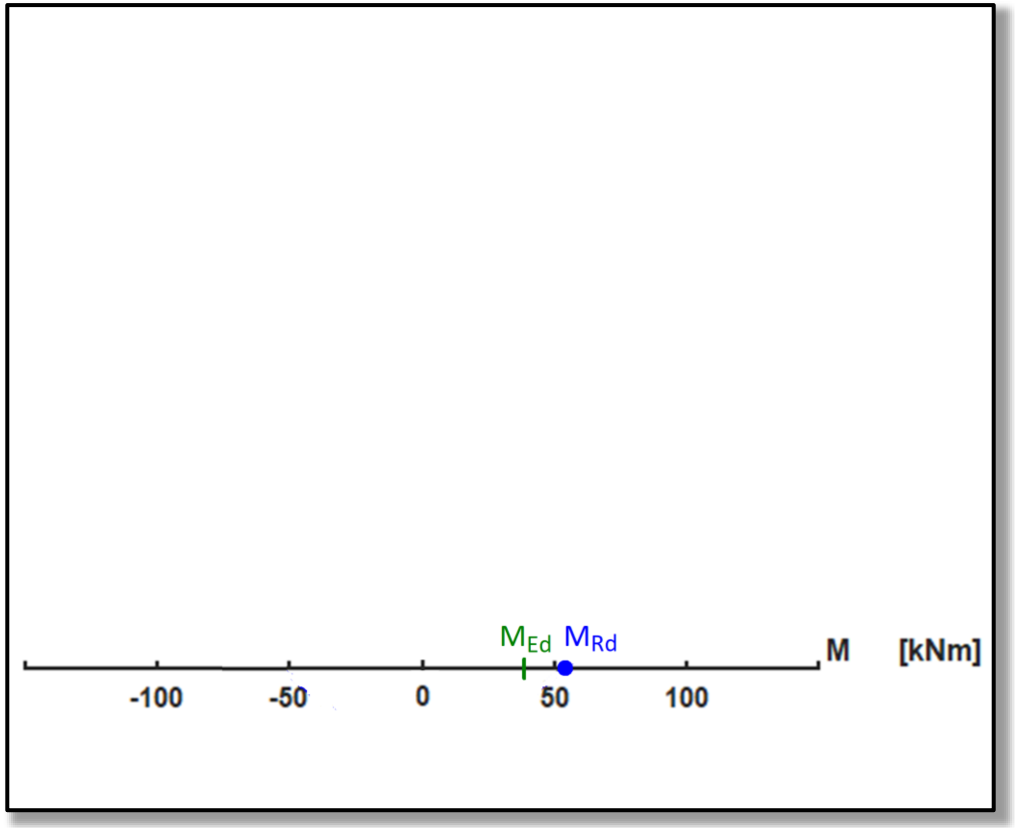
Kdyby se jednalo o prostý ohyb*, tak…



* Normálová síla je nulová ($N_{Ed} = 0$), takže je to přesně to, co jsme řešili u trámů a desek.

Prostý ohyb (M_{Ed} =... a $N_{Ed} = 0$)

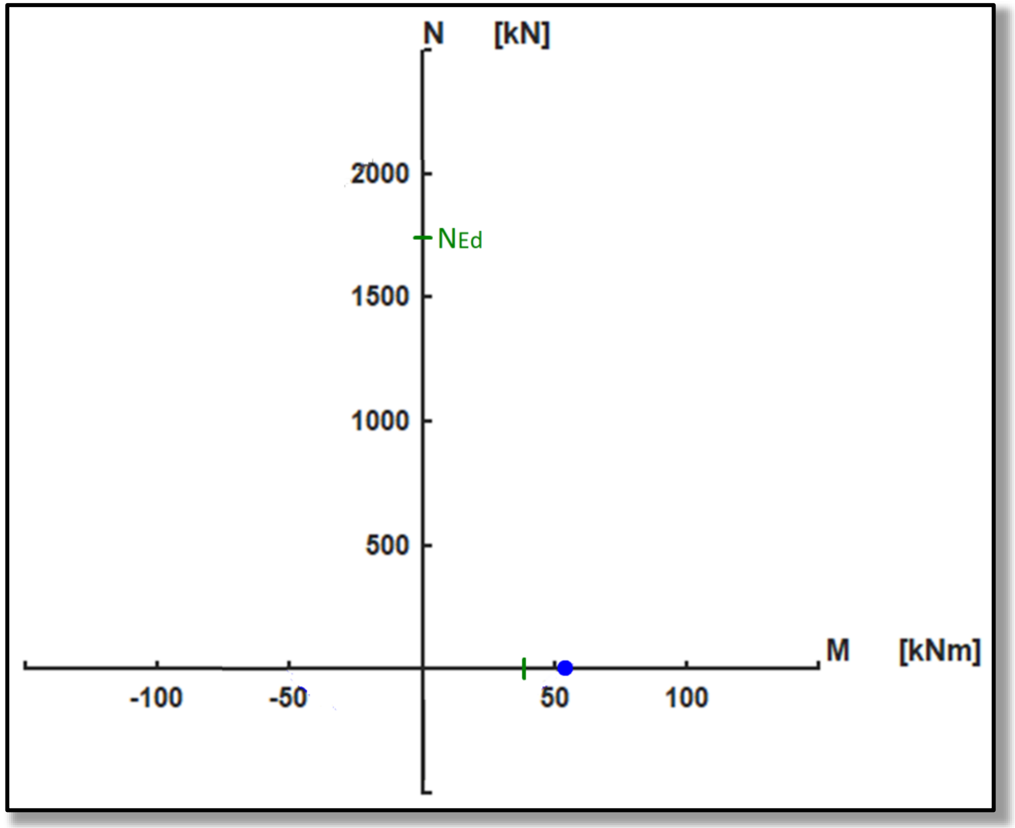
Kdyby se jednalo o prostý ohyb*, tak bychom spočítali moment únosnosti M_{Rd} a porovnali ho s působícím momentem M_{Ed}.



* Normálová síla je nulová ($N_{Ed} = 0$), takže je to přesně to, co jsme řešili u trámů a desek.

Prostý tlak ($M_{Ed} = 0$ a $N_{Ed} = \ldots$)

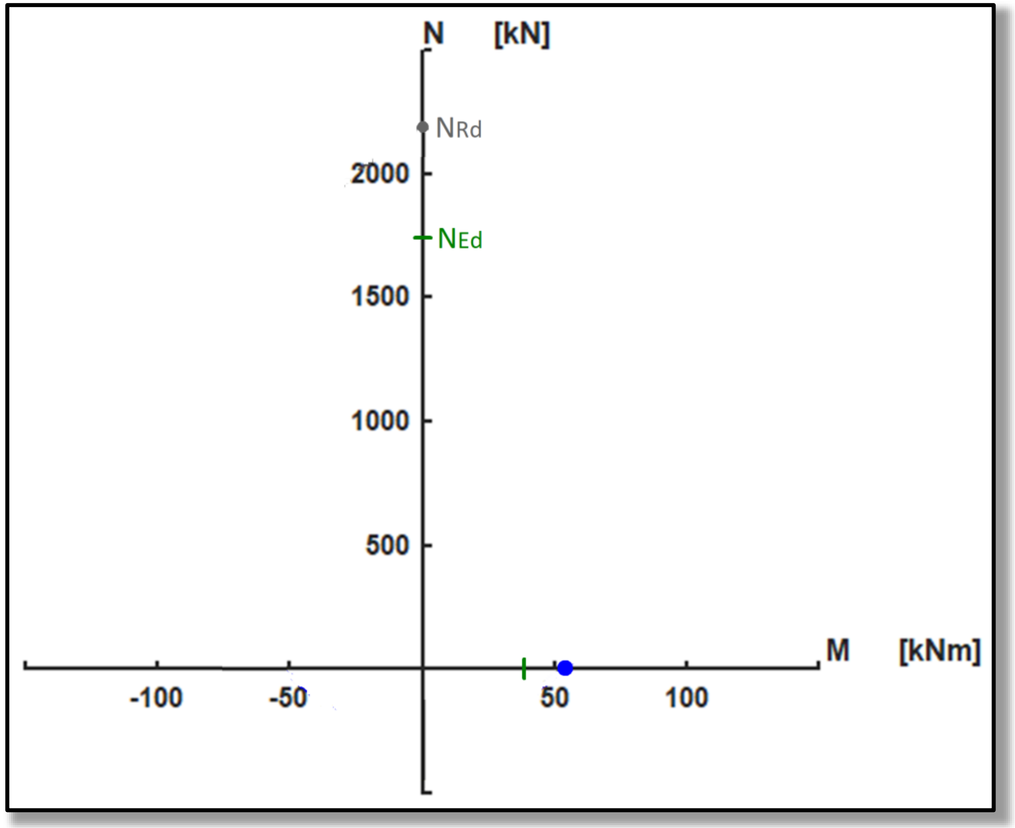
Kdyby se jednalo o prostý tlak*, tak…



* Moment je nula ($M_{Ed} = 0$), takže je to přesně to, co jsme uvažovali u dostředného tlaku.

Prostý tlak ($M_{Ed} = 0$ a $N_{Ed} = \ldots$)

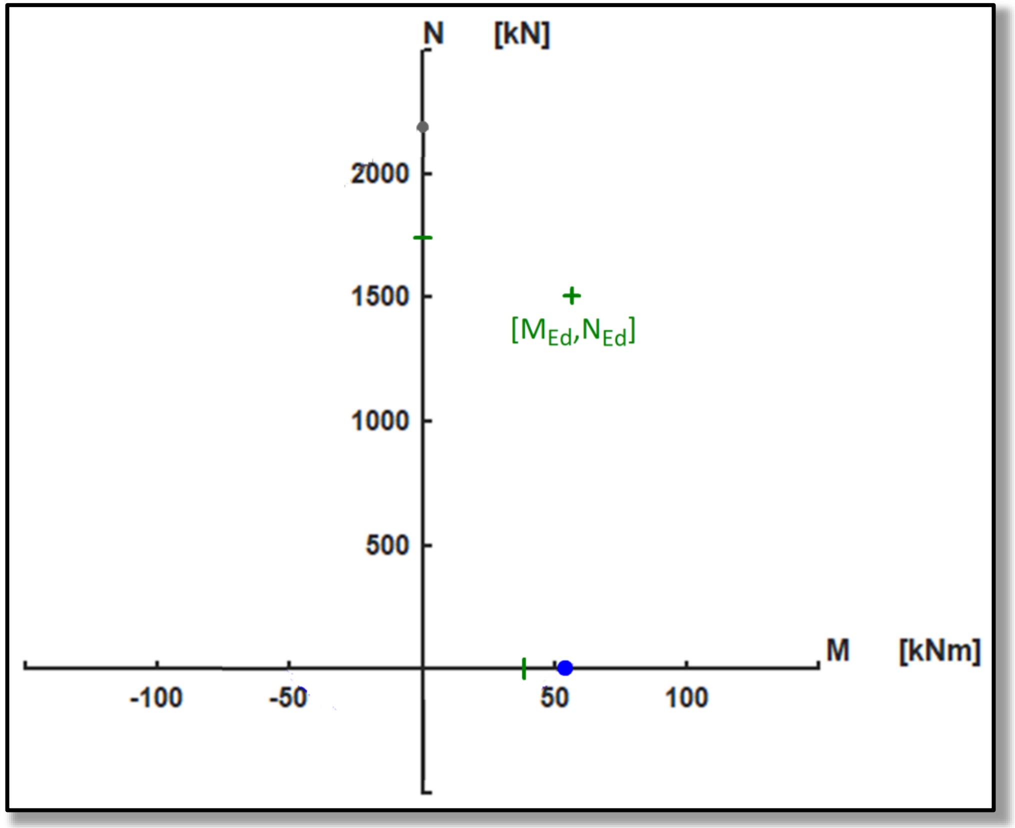
Kdyby se jednalo o prostý tlak*, tak bychom spočítali normálovou únosnost N_{Rd} a porovnali jí s působící normálovou silou N_{Ed}.



* Moment je nula ($M_{Ed} = 0$), takže je to přesně to, co jsme uvažovali u dostředného tlaku.

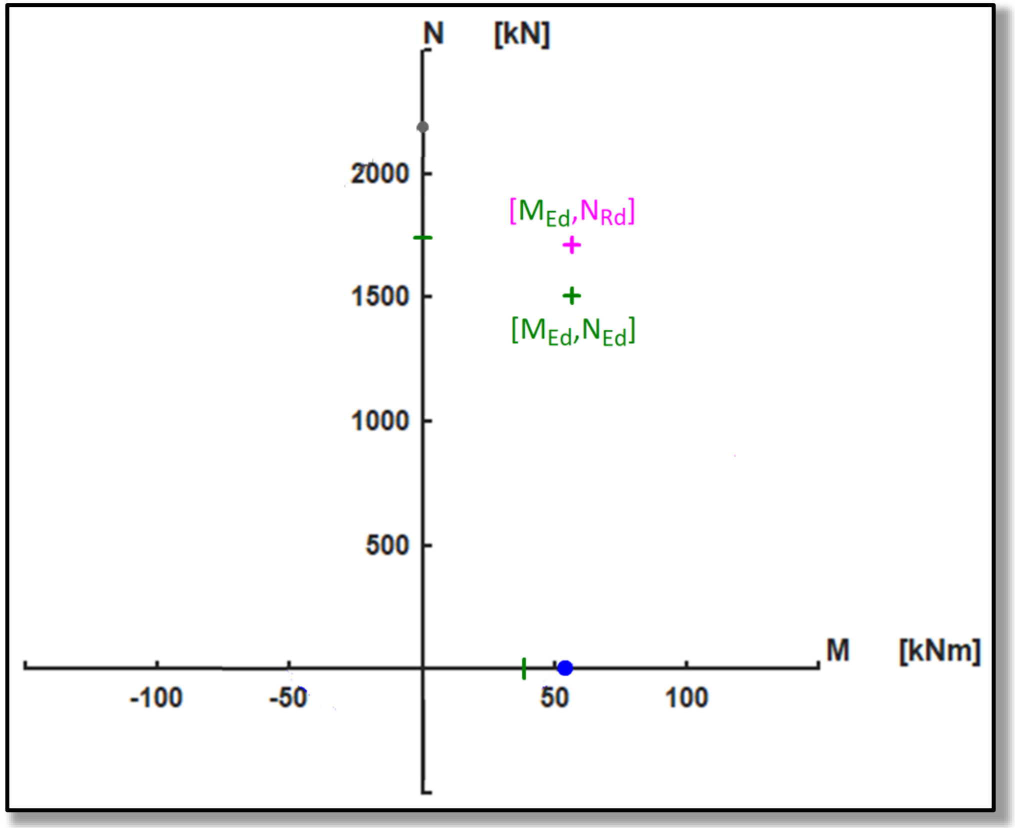
Kombinace namáhání (M_{Ed} =… a N_{Ed} =…)

No ale co když je průřez namáhaný normálovou silou i ohybovým momentem?



Kombinace namáhání (M_{Ed} =… a N_{Ed} =…)

Spočítáme normálovou únosnost při daném působícím momentu*?

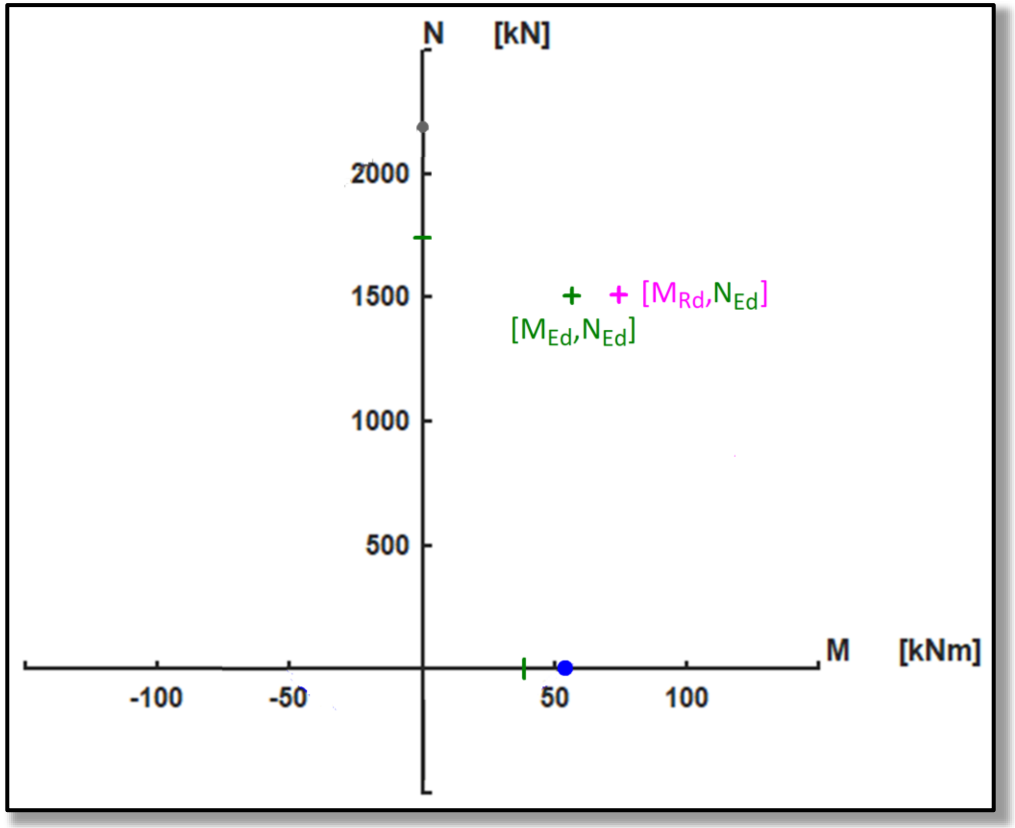


@7bratrstvo

* Tj. když mám daný neměnný moment M_{Ed}, tak na kolik můžu zvyšovat N_{Ed} než mi to spadne?

Kombinace namáhání (M_{Ed} =… a N_{Ed} =…)

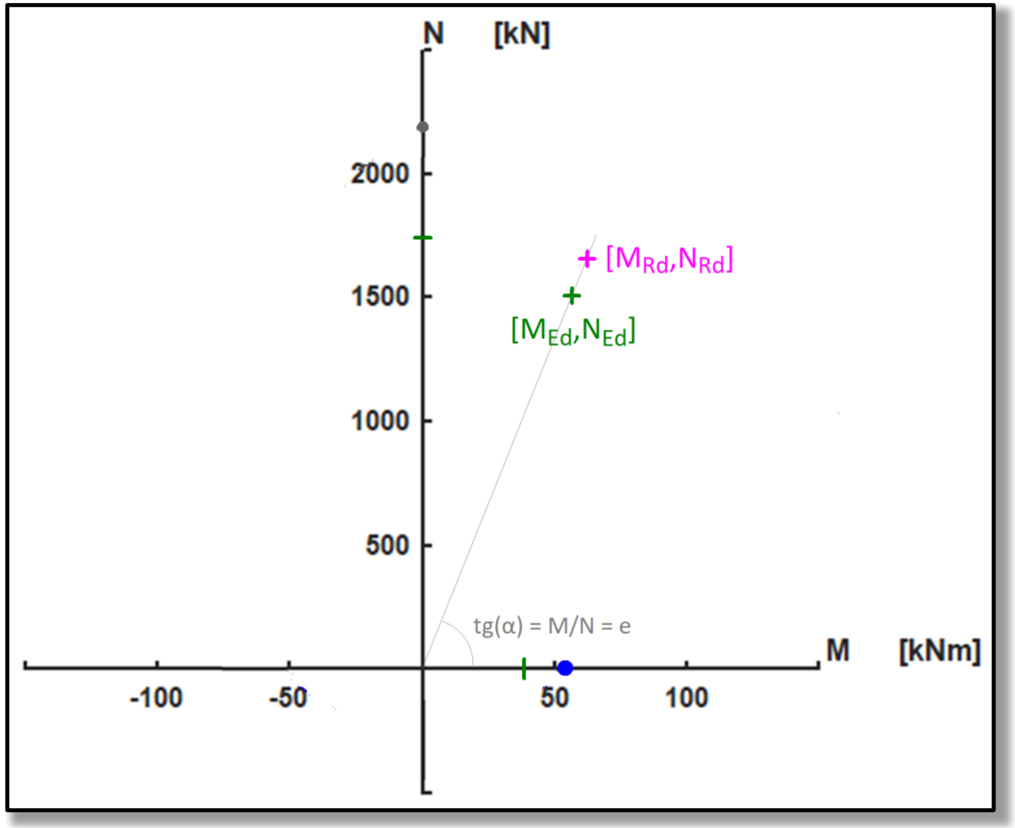
Spočítáme momentovou únosnost při dané působící normálové síle*?



* Tj. když mám danou neměnnou normálovku N, tak na kolik můžu zvyšovat M_{Ed} než mi to spadne?

Kombinace namáhání (M_{Ed} =… a N_{Ed} =…)

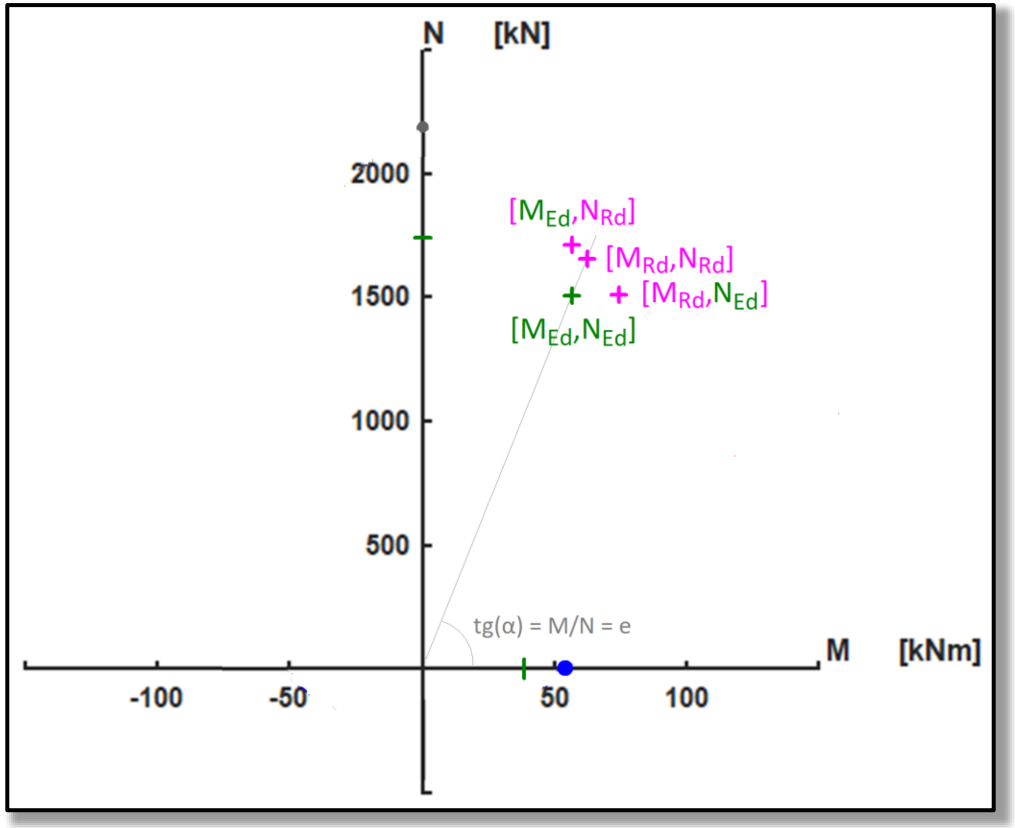
Spočítáme normálovou únosnost a momentovou únosnost při dané excentricitě působící síly (tj. daném poměru M/N)*?



* Tj. když mám danou neměnnou excentricitu e, tak na kolik můžu zvyšovat N (a M) než mi to spadne?

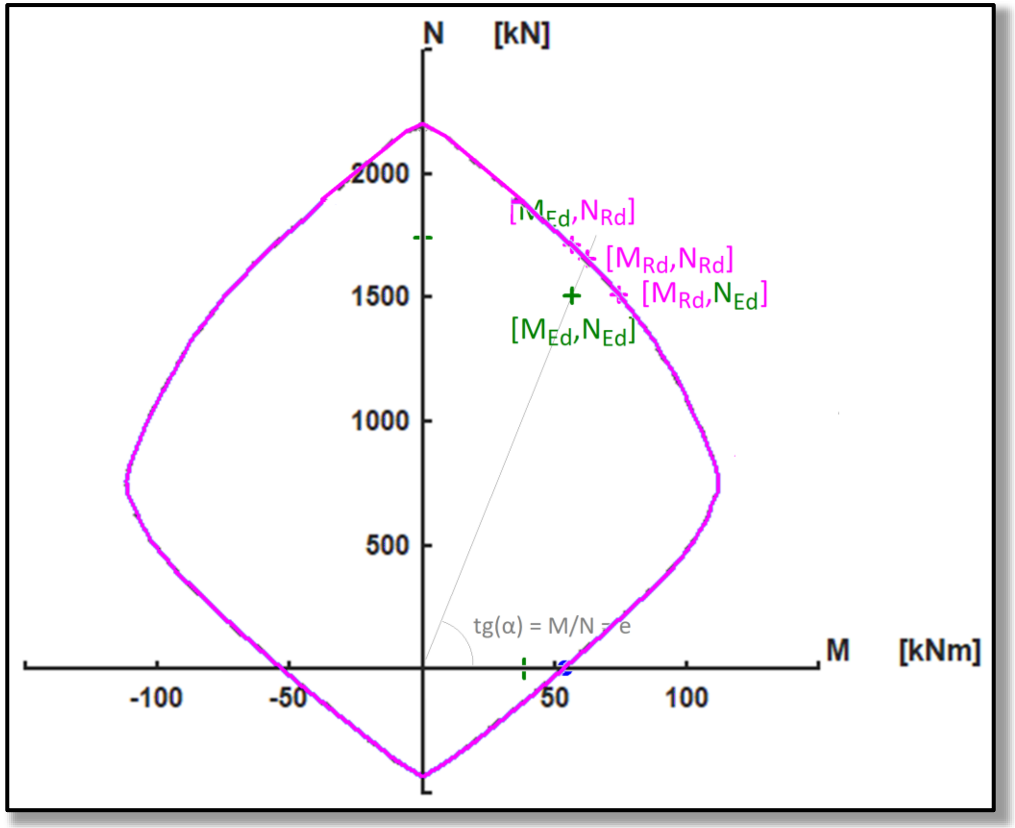
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

Spočítáme všechny tři možnosti.



Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \ldots$ a $N_{Ed} = \ldots$)

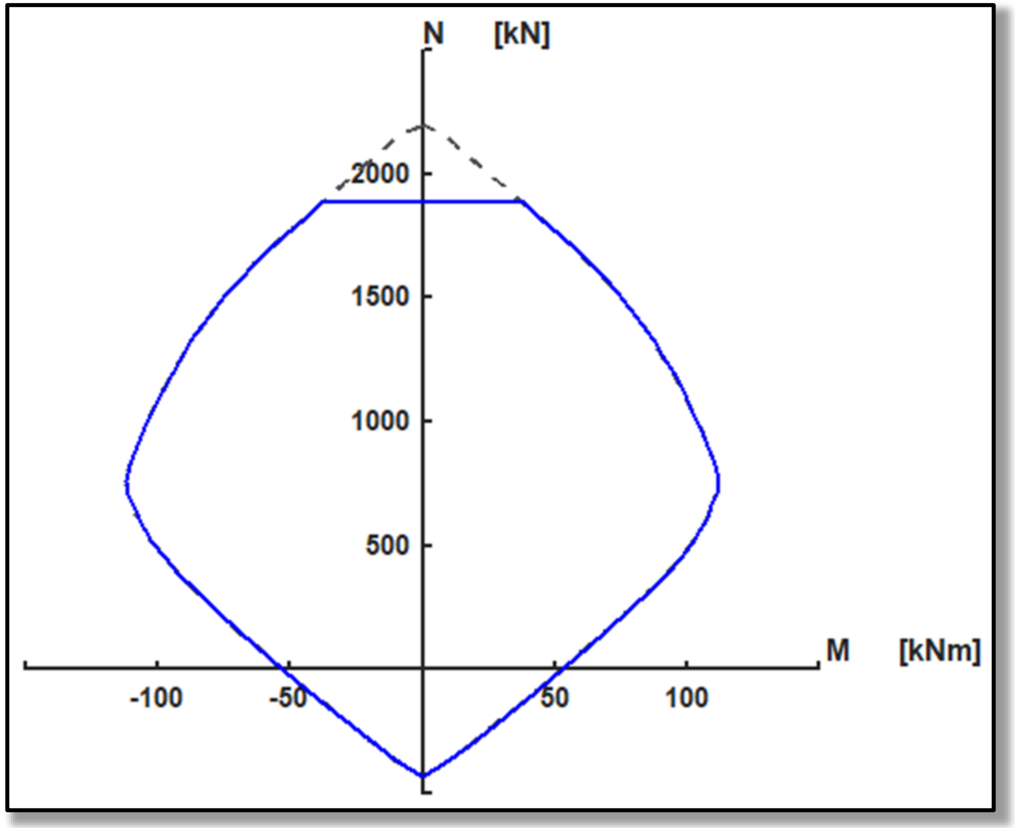
A nebo radši spočítáme úplně všechny možnosti* (tj. spočítáme únosnosti průřezu pro všechny možné kombinace M a N).



* Proč? Uvidíme za chvíli.

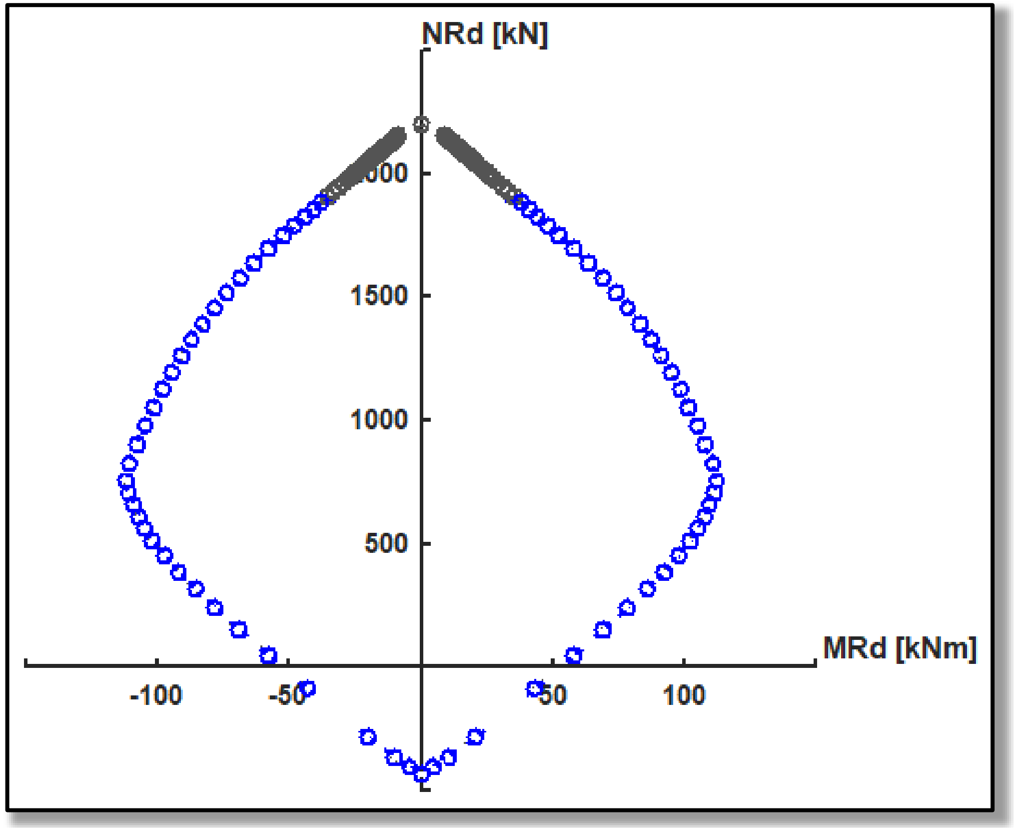
Interakční diagram průřezu

A získáme tím **interakční diagram průřezu** (IDP), který nám graficky zobrazuje únosnost průřezu pro všechny kombinace namáhání $M + N$.



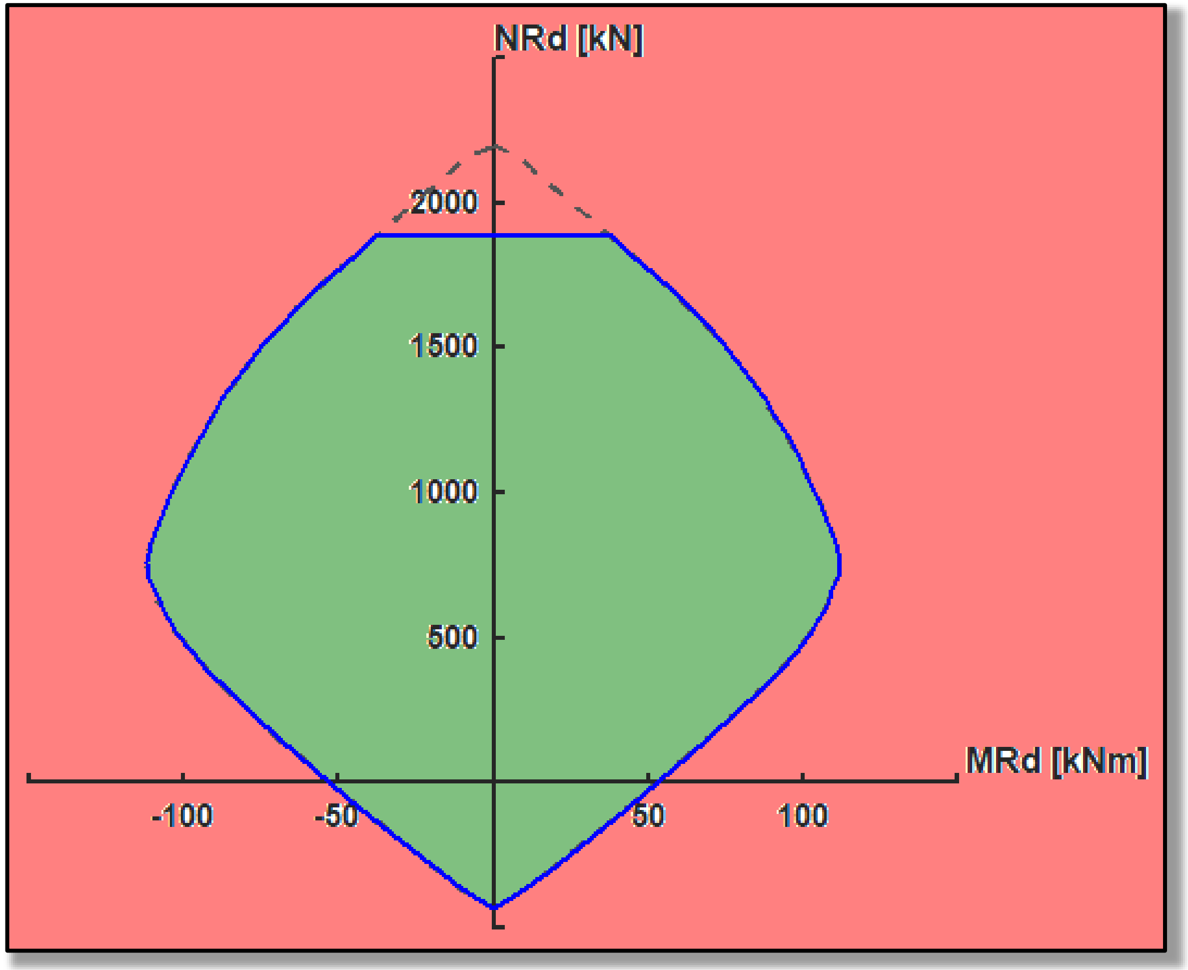
Interakční diagram průřezu

Interakční diagram průřezu (IDP) je **křivka složená z bodů popisujících únosnosti průřezu** $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ **při různých kombinacích namáhání** $M + N$.



Posouzení pomocí interakčního diagramu

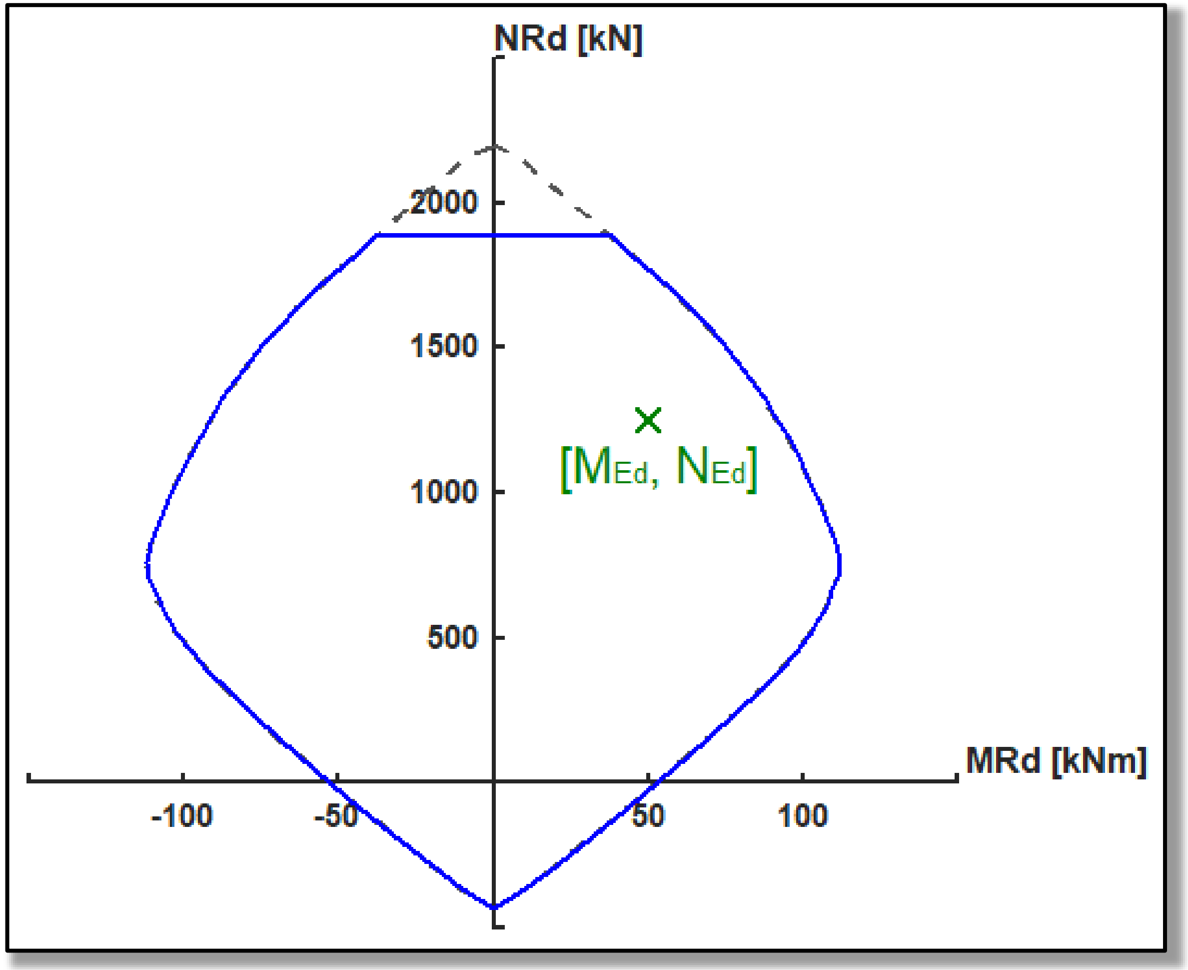
Jelikož interakční diagram průřezu znázorňuje únosnost průřezu, pak oblast uvnitř diagramu obsahuje vyhovující namáhání.



Posouzení průřezu namáhaného $M + N$

Jelikož interakční diagram průřezu znázorňuje únosnost průřezu, pak oblast uvnitř diagramu obsahuje vyhovující namáhání.

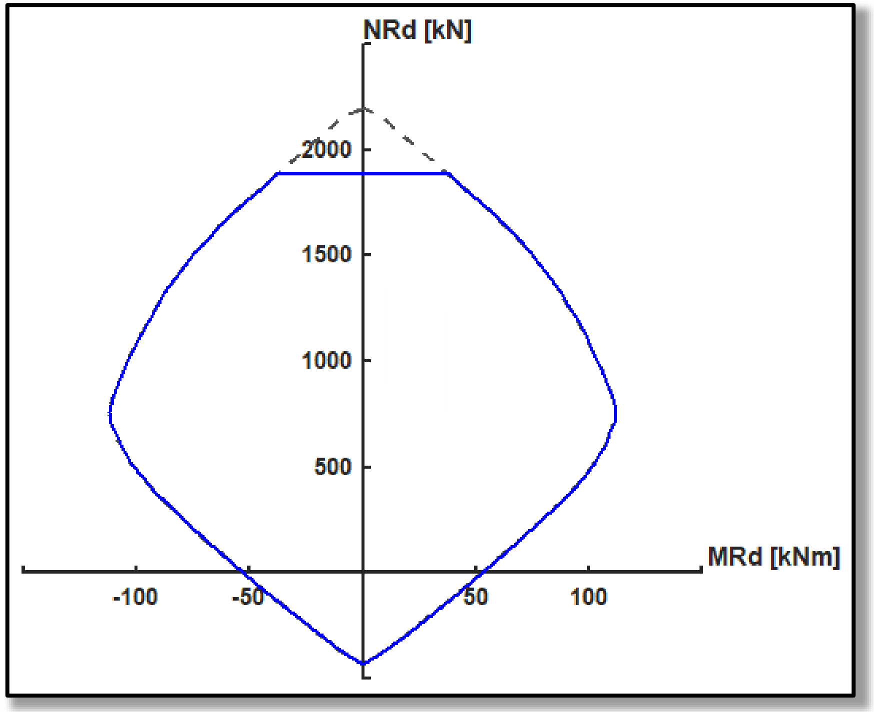
⟶ Pokud bod znázorňující působící síly leží uvnitř diagramu, jsou působící síly menší než únosnost a návrh **vyhovuje**.



Obecný přístup k posuzování

Postup posouzení je tedy:

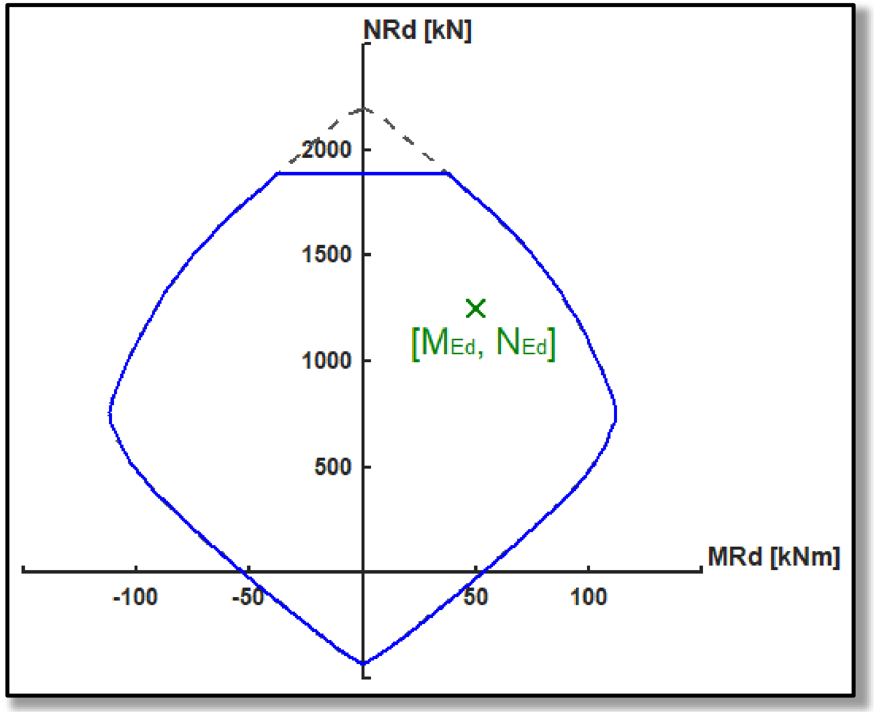
1. **Sestrojit interakční diagram průřezu.**
2. Do diagramu vynést zadané působící vnitřní síly a posoudit průřez.



Obecný přístup k posuzování

Postup posouzení je tedy

1. Sestrojit interakční diagram průřezu.
2. **Do diagramu vynést zadané působící vnitřní síly a tím posoudit průřez.**



TEORIE NAVÍC

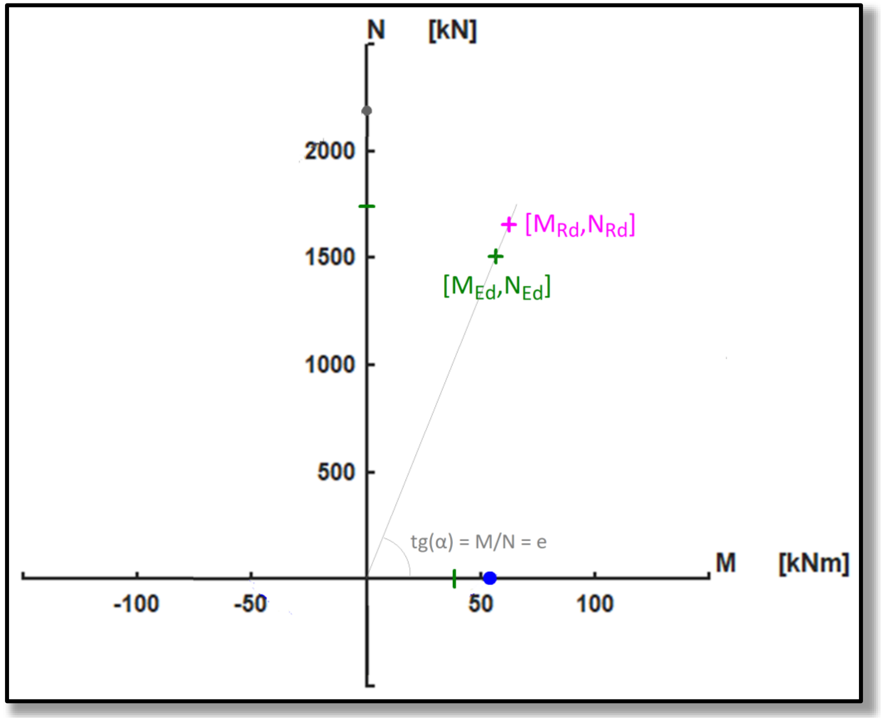
Proč používáme interakční diagram?

TEORIE NAVÍC

Proč používáme interakční diagram?

Někoho by mohlo napadnout: *Proč si dáváme takovou práci a sestrojujeme IDP a nevypočítáme prostě jen únosnost* $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ *při dané excentricitě působící síly?*

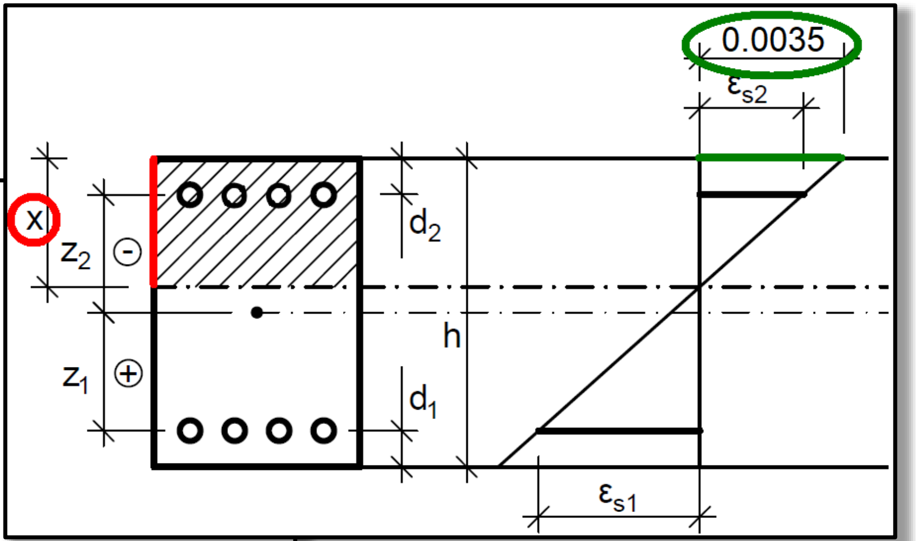
Důvod je následující.



TEORIE NAVÍC

Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

Pro jakkoliv namáhaný průřez lze jednoduše stanovit únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, pokud známe průběh přetvoření po průřezu – tj. pokud známe přetvoření krajních vláken a polohu neutrální osy. – viz postup výpočtu únosnosti.



Postup výpočtu únosnosti:

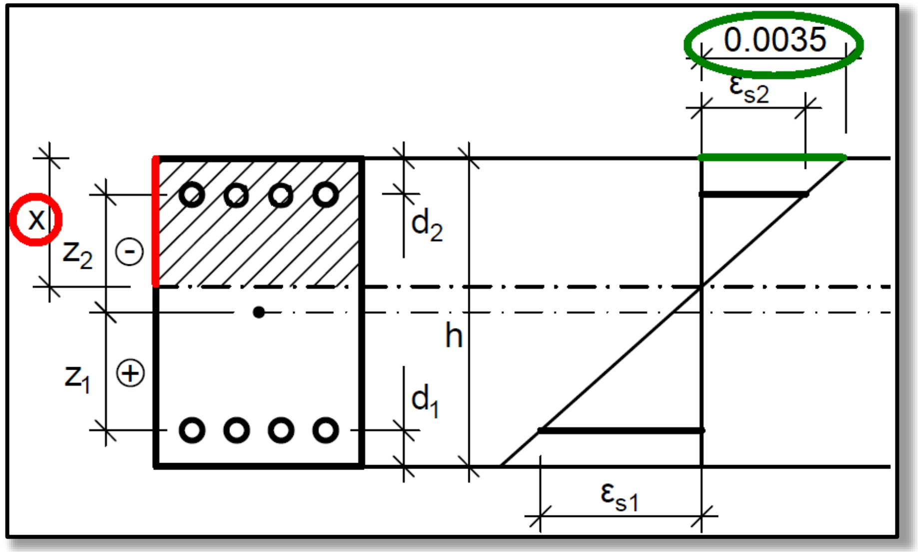
1) Určit **výšku tlačené oblasti**.
2) Určit **přetvoření výztuže**.
3) Vypočítat **napětí ve výztuži**.
4) Vypočítat **síly** v průřezu.
5) Vypočítat **normálovou a ohybovou únosnost**.

TEORIE NAVÍC

Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

Přetvoření krajních vláken je známé – to nám přesně udává norma.

Problém je však v tom, že nelze nijak jednoduše stanovit polohu neutrální osy pro danou kombinaci namáhání $N_{Ed} + M_{Ed}$*.



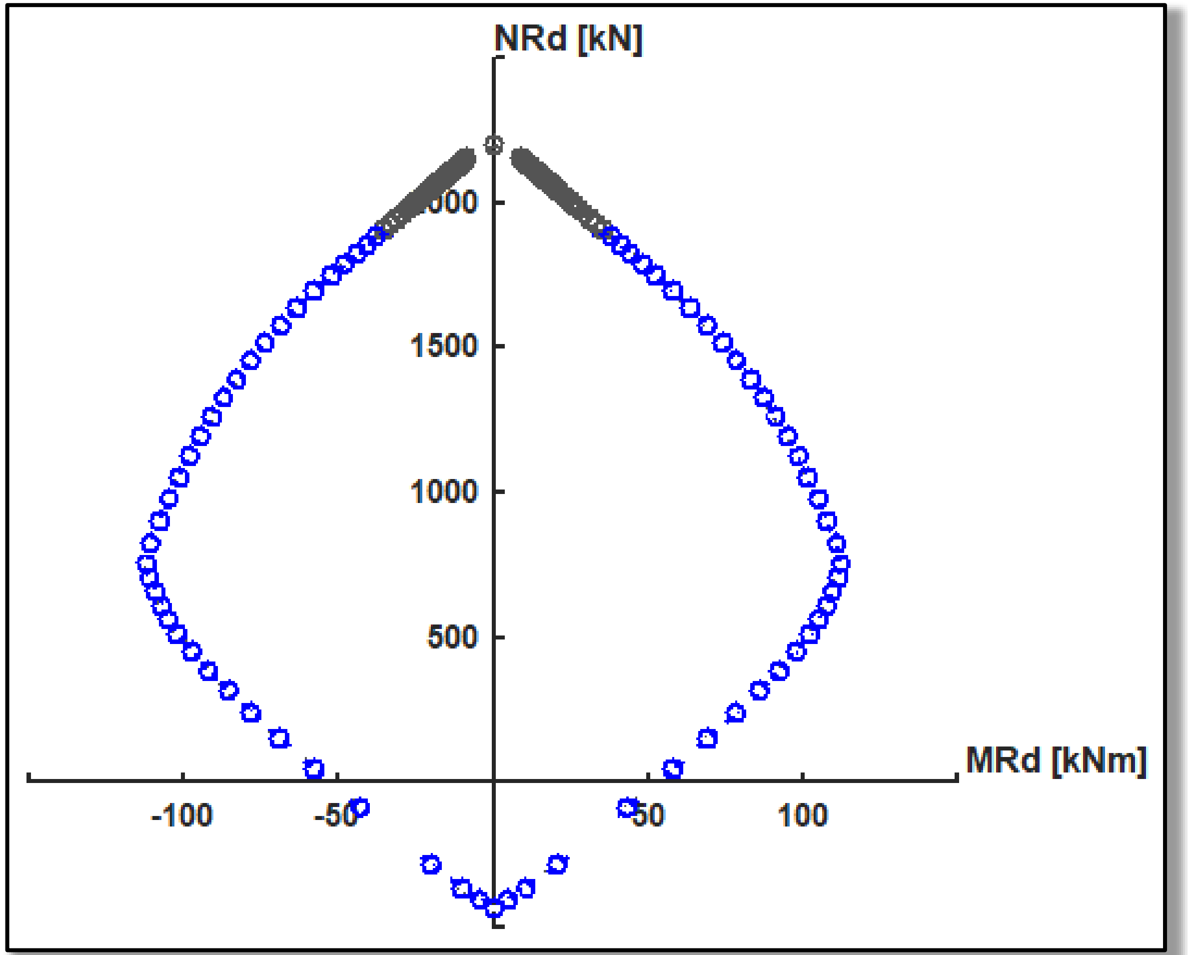
* Máme sloup zatížený silou N_{Ed} na excentricitě e_{Ed}. Kdybychom zvyšovali normálovou sílu N, tak poroste i moment $M = N \cdot e$. Chtěli bychom zjistit, až na jakou hodnotu ($N = N_{Rd}$) můžeme sílu s touto excentricitou e_{Ed} zvětšit. Tohle však neumíme nijak jednoduše spočítat, protože neumíme určit, jaká bude výška tlačené oblasti pro dané e_{Ed} :(

TEORIE NAVÍC

Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

Když nevíme, jakou zvolit polohu neutrální osy x pro výpočet, tak spočítáme únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ **pro všechny možné polohy neutrální osy***.

Tím dostaneme velké množství různých kombinací únosnosti $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, které si vyneseme do grafu.

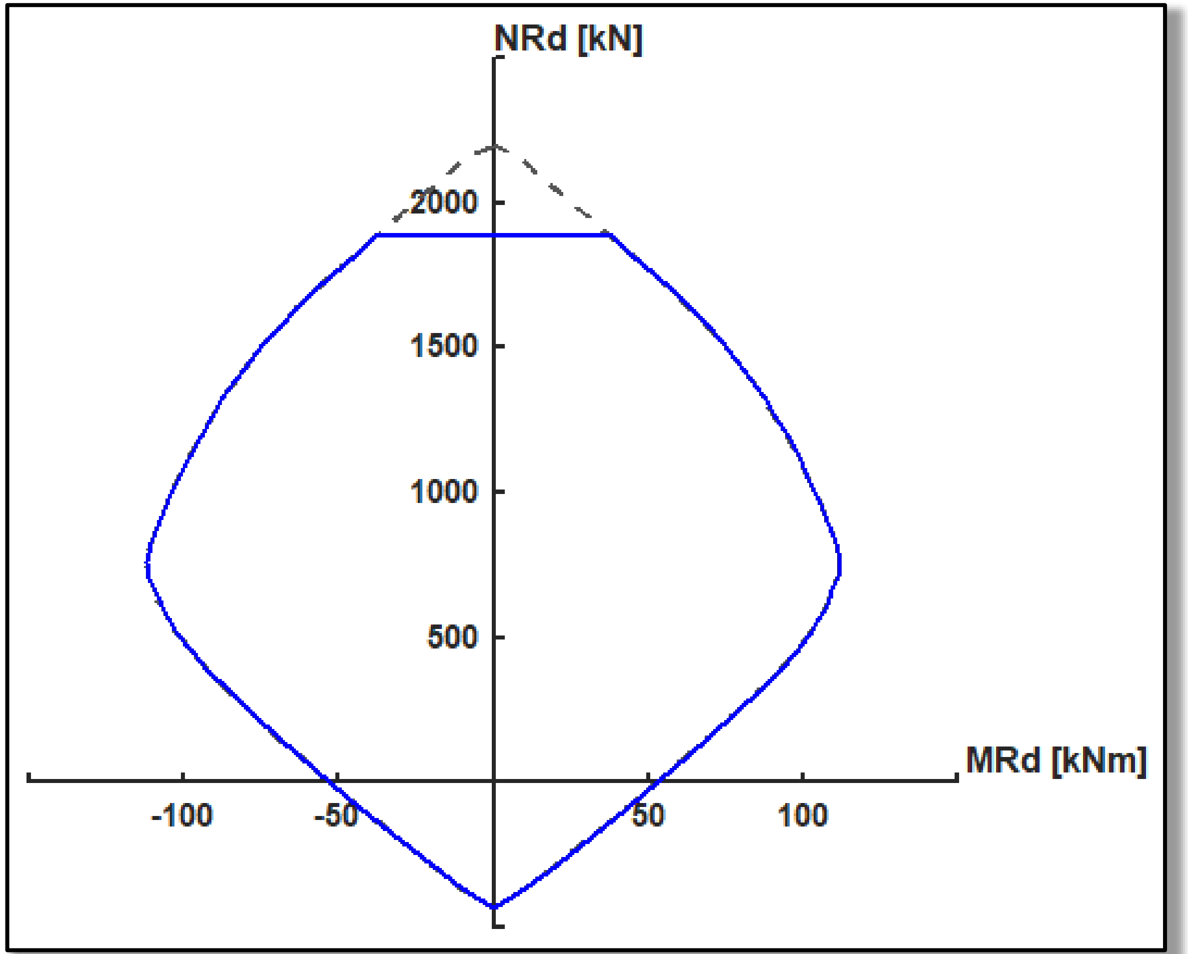


* tj. všechny možné kombinace $M + N$

TEORIE NAVÍC

Interakční diagram průřezu

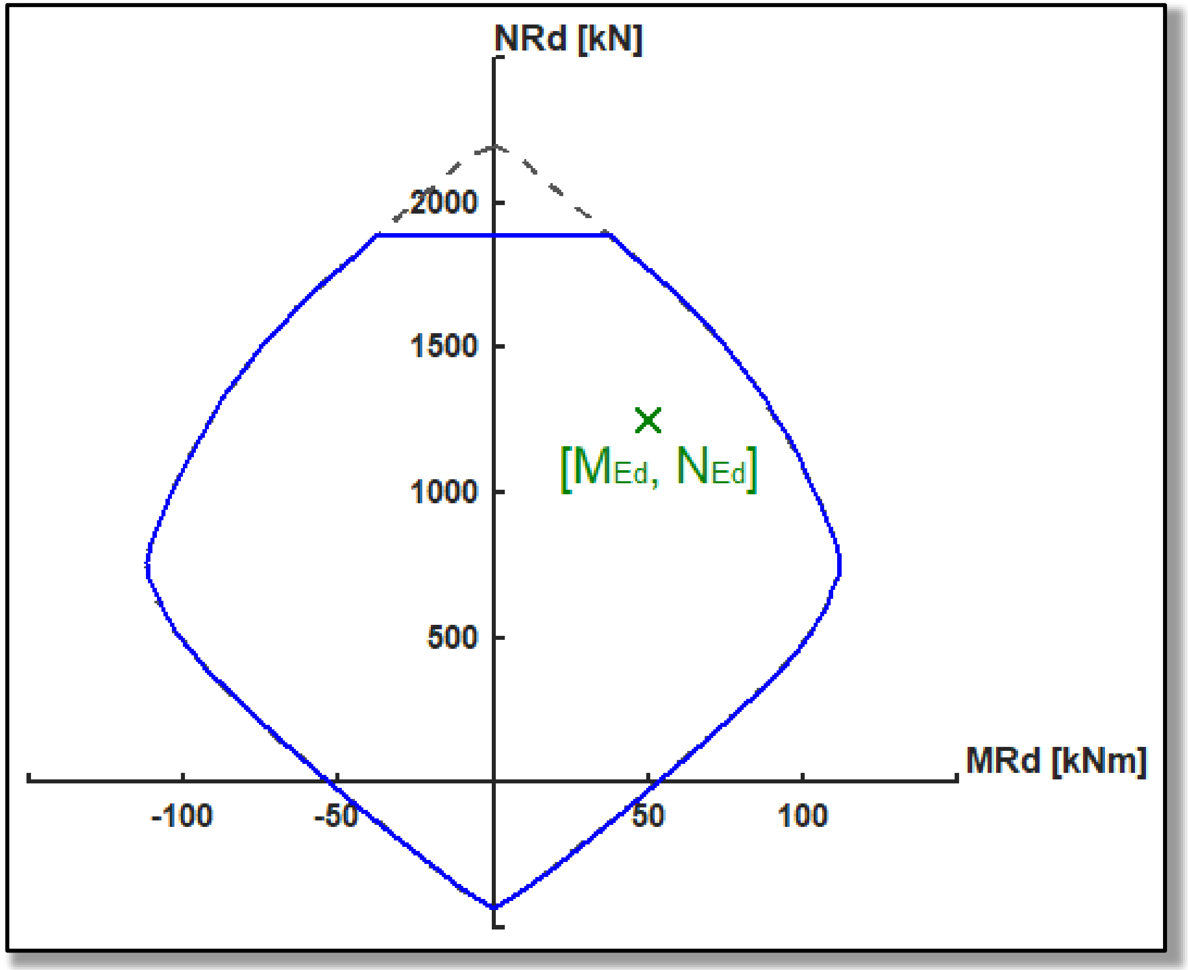
Kdybychom výpočet provedli pro <u>nekonečně mnoho poloh neutrální osy</u>, získali bychom nekonečně mnoho bodů a <u>vznikla by nám křivka</u> – a to je náš <u>**interakční diagram průřezu**</u>.



TEORIE NAVÍC

Interakční diagram průřezu

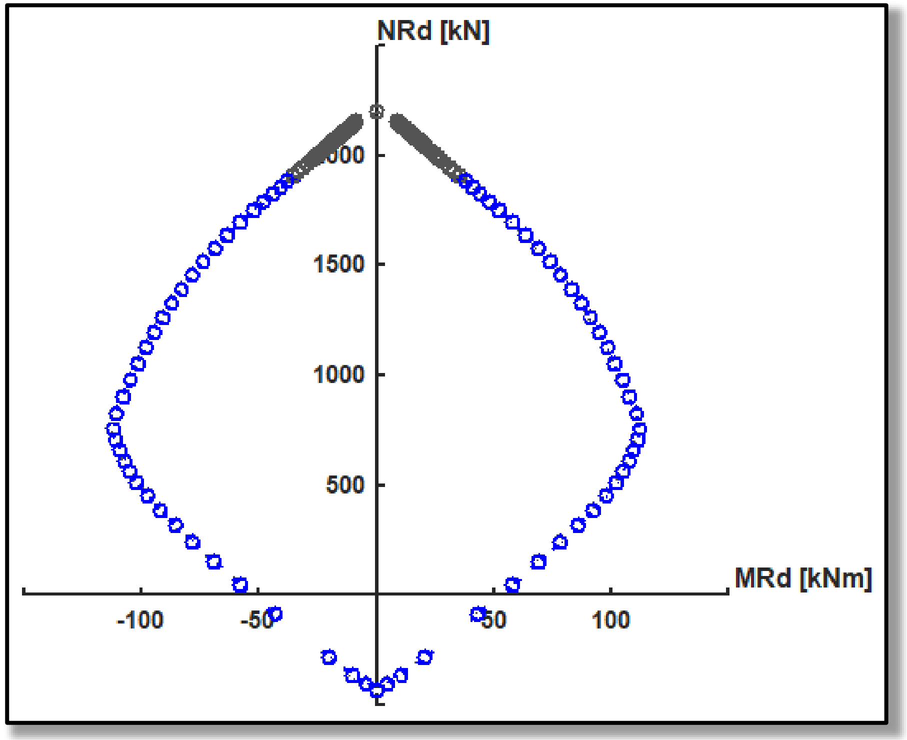
Interakční diagram pak můžeme **jednoduše použít pro posouzení** průřezu.



Sestrojení interakčního diagramu

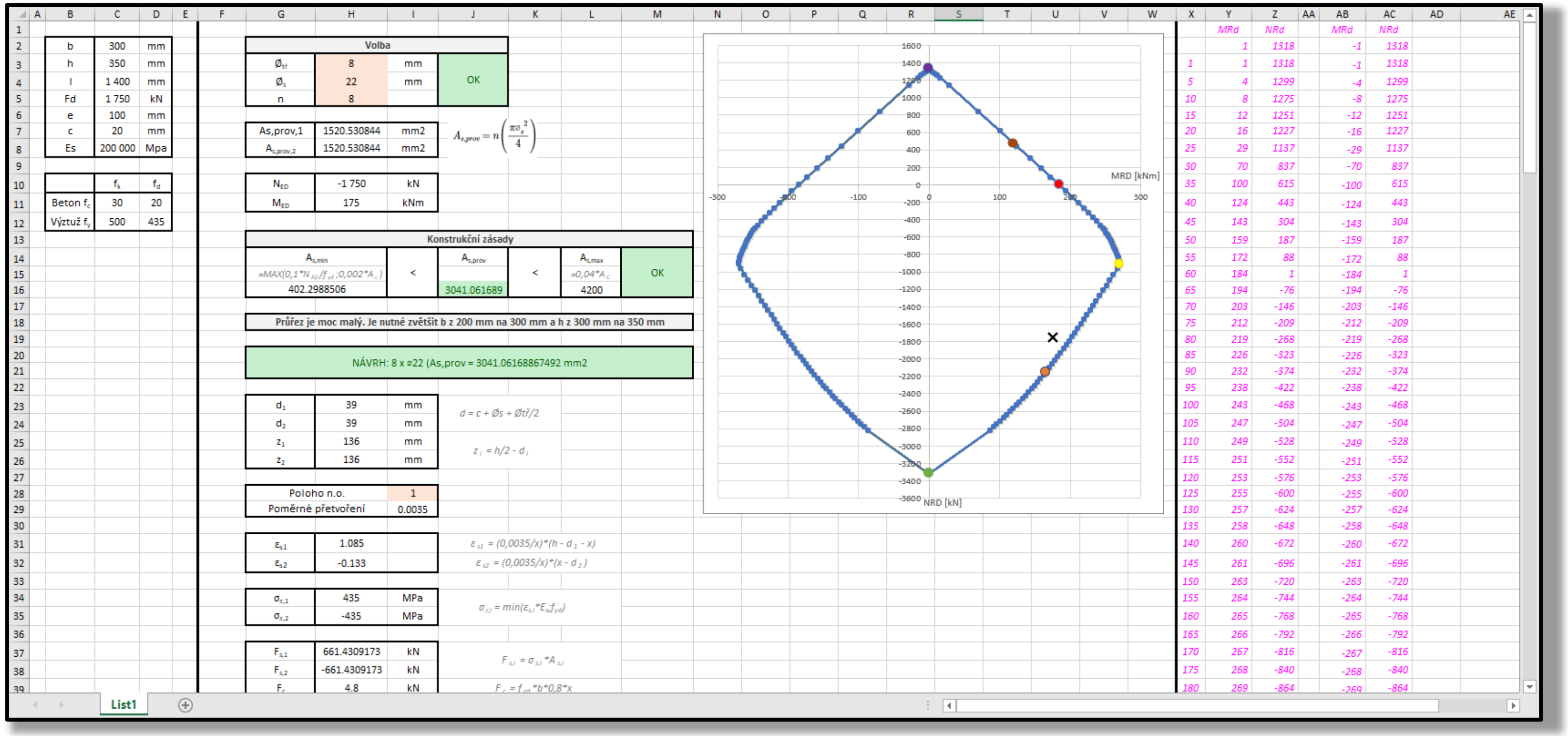
Sestrojení interakčního diagramu

Pro posouzení průřezu <u>potřebujeme sestrojit interakční diagram</u>. Ten můžeme sestrojit tak, že <u>spočítáme únosnost pro všechny možné polohy</u> neutrální osy.



Sestrojení interakčního diagramu

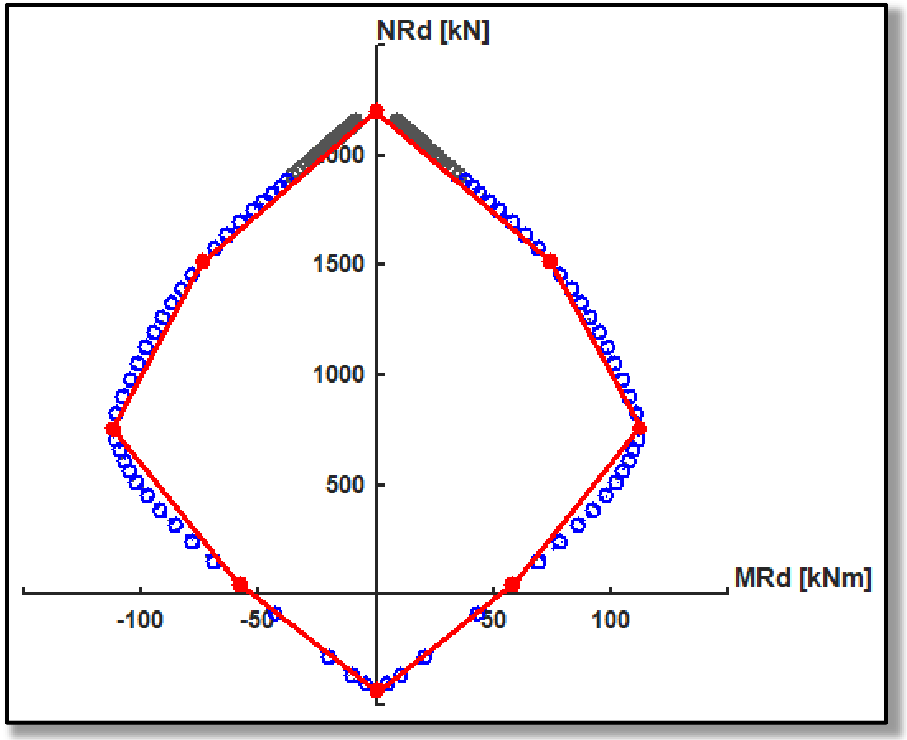
<u>Při použití počítače</u> (např. Excelu) je možné relativně <u>rychle vypočítat únosnosti</u> pro velké množství různých poloh neutrální osy. Tím <u>získáme velké množství bodů</u> a můžeme sestrojit <u>skutečný interakční diagram</u>.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

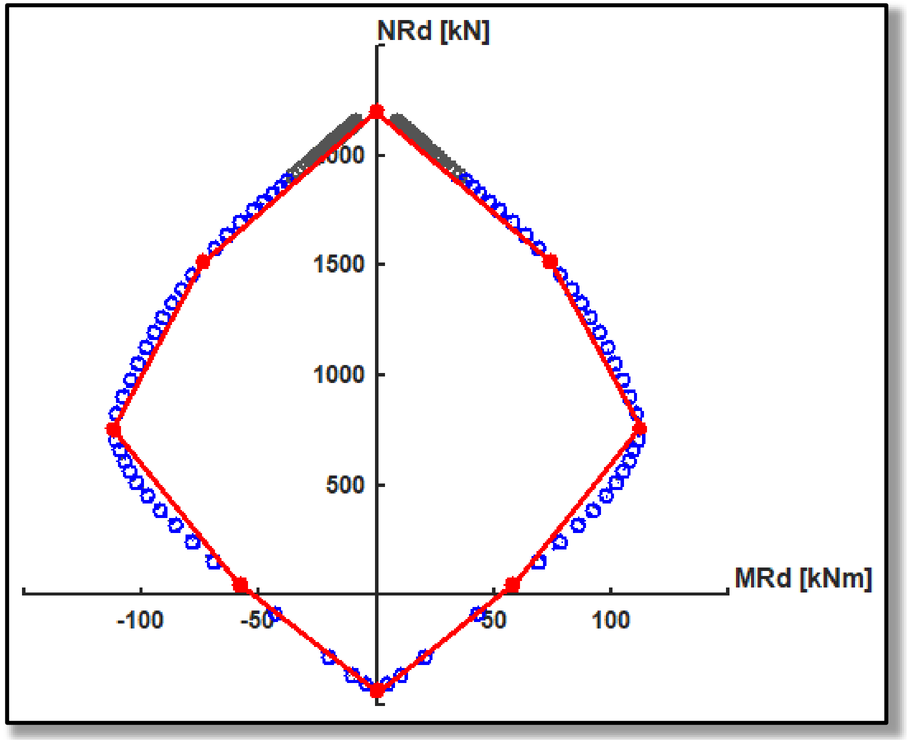
Při ručním výpočtu by ale vypočítat únosnosti pro velké množství různých poloh neutrální osy trvalo dlouho.

Když se ale podíváme na tvar diagramu tak vidíme, že stačí spočítat několik „významných“ bodů a ty spojit úsečkami.



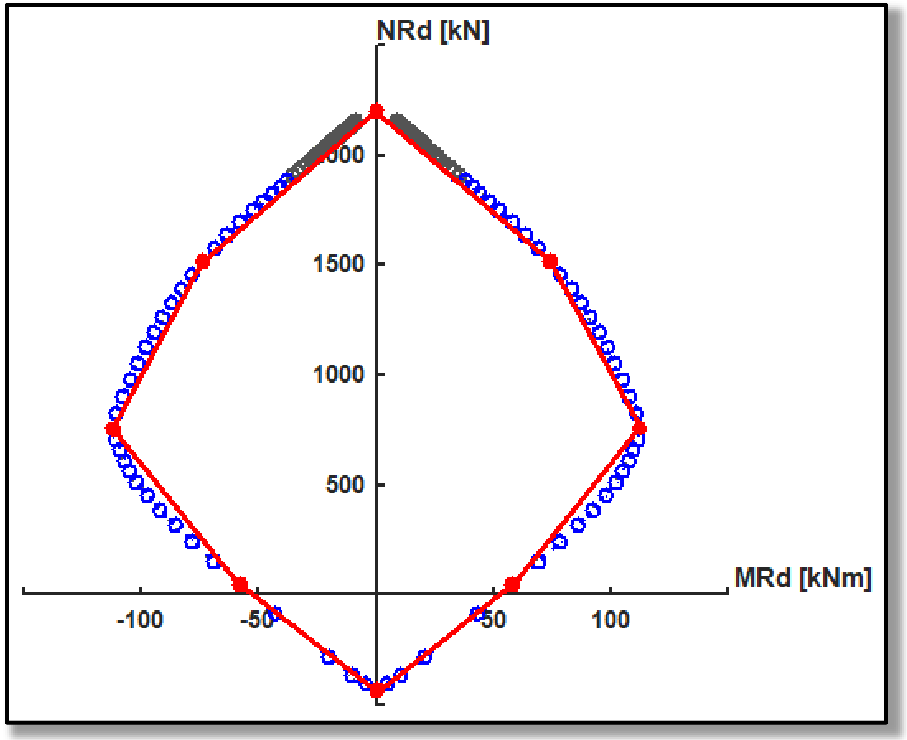
Bodový interakční diagram

Bodový interakční diagram (tj. interakční diagram sestrojený pouze z několika bodů) je mnohem **rychlejší** na sestrojení.



Bodový interakční diagram

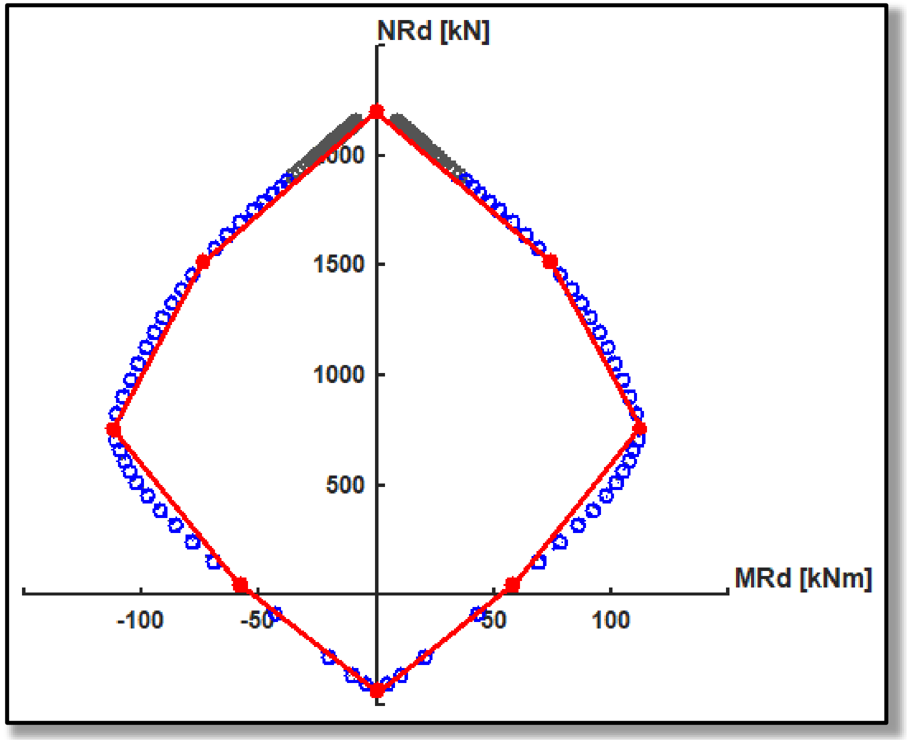
Bodový interakční diagram je menší než skutečný interakční diagram, a proto je jeho použití pro posouzení průřezu **bezpečnější**. (Protože uvažujeme, že únosnost je menší než jaká skutečně je.)



Bodový interakční diagram

Pro posouzení průřezu použijeme tento rychlejší (a bezpečnější) bodový interakční diagram.

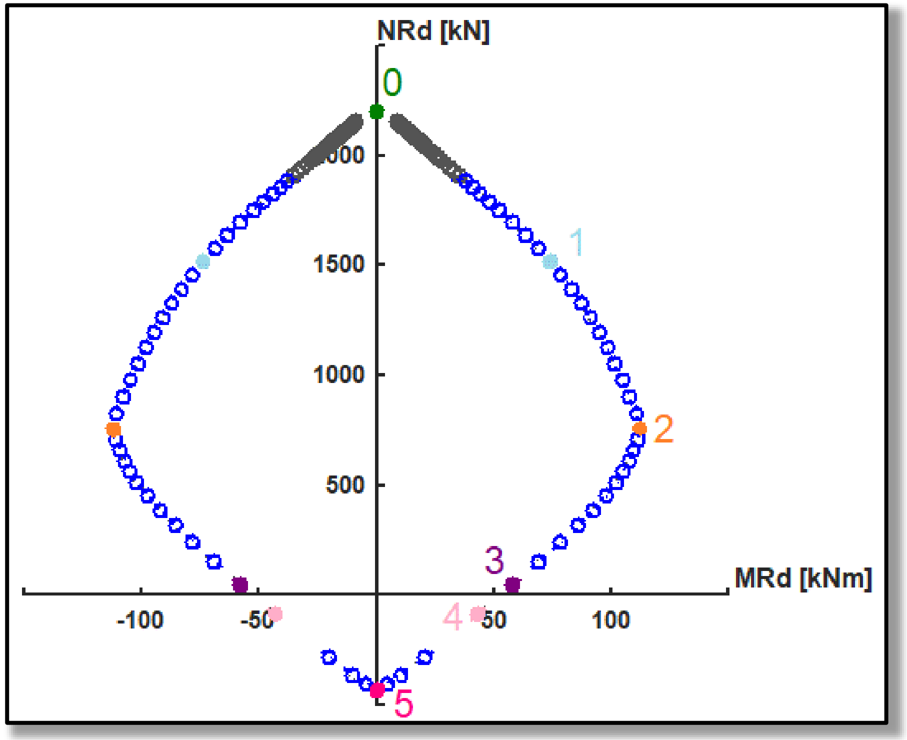
A jaké „významné“ body vypočítáme?



Bodový interakční diagram

Nejdůležitější jsou body zvláštního namáhání:

- bod 2: maximální momentová únosnost ($M_{Rd,max}$),
- bod 3: prostý ohyb ($N_{Rd} = 0$),
- bod 0: maximální únosnost v tlaku ($M_{Rd} = 0$),
- bod 5: maximální únosnost v tahu ($M_{Rd} = 0$).

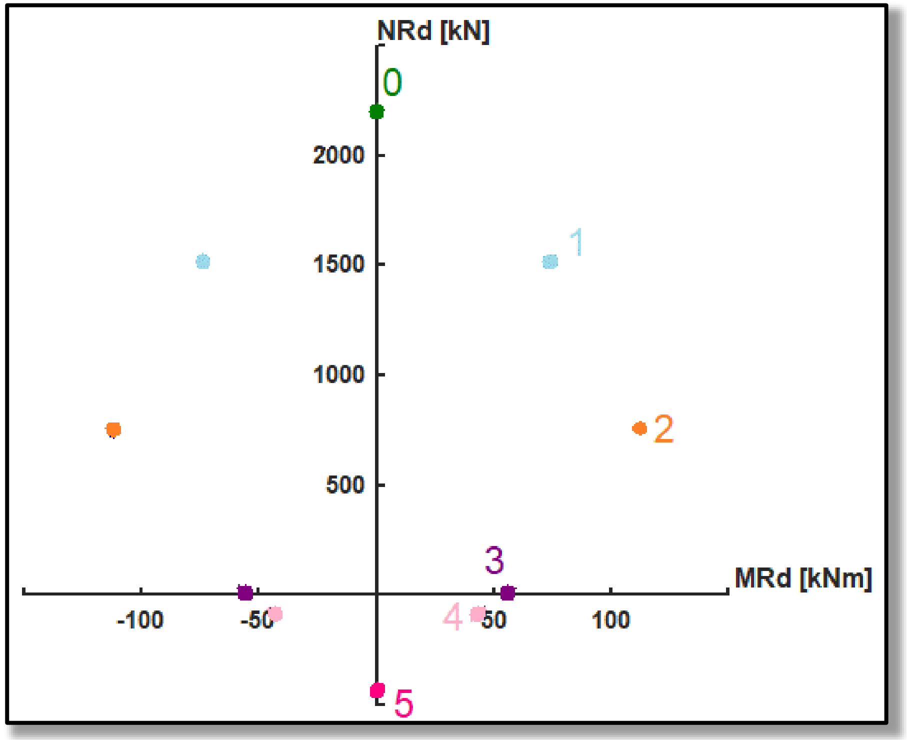


Pro zpřesnění se hodí vypočítat další dva zvláštní body

- bod 1 – nulové přetvoření dolní výztuže,
- bod 4 – nulové přetvoření horní výztuže.

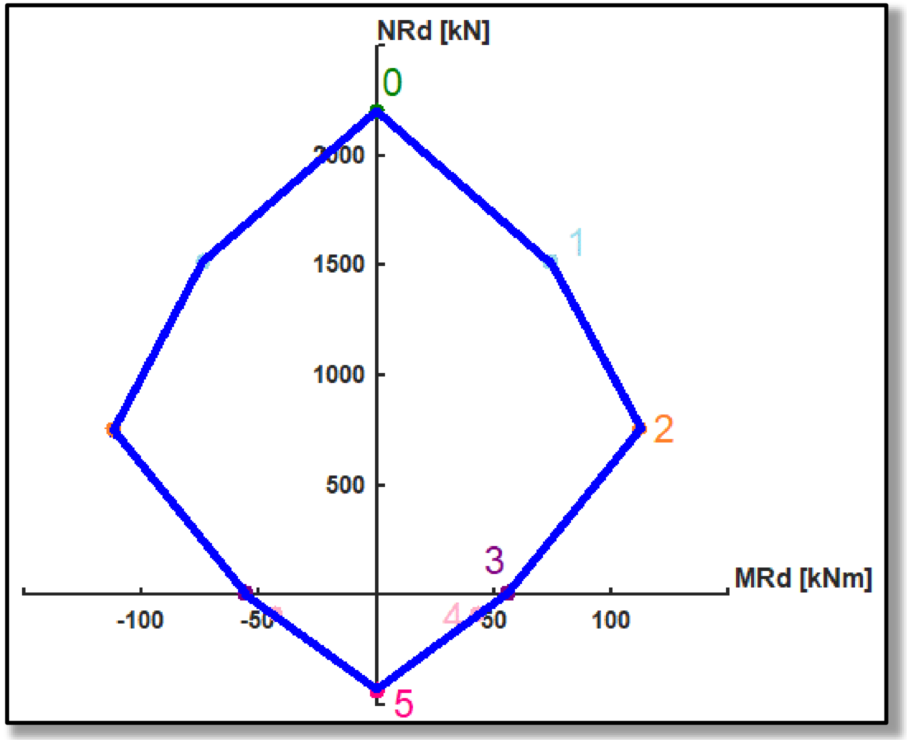
Sestrojení bodového interakčního diagramu

Ve chvíli, kdy máme vypočítané únosnosti pro různé druhy namáhání (body 0 až 5), můžeme tyto body vynést do grafu.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

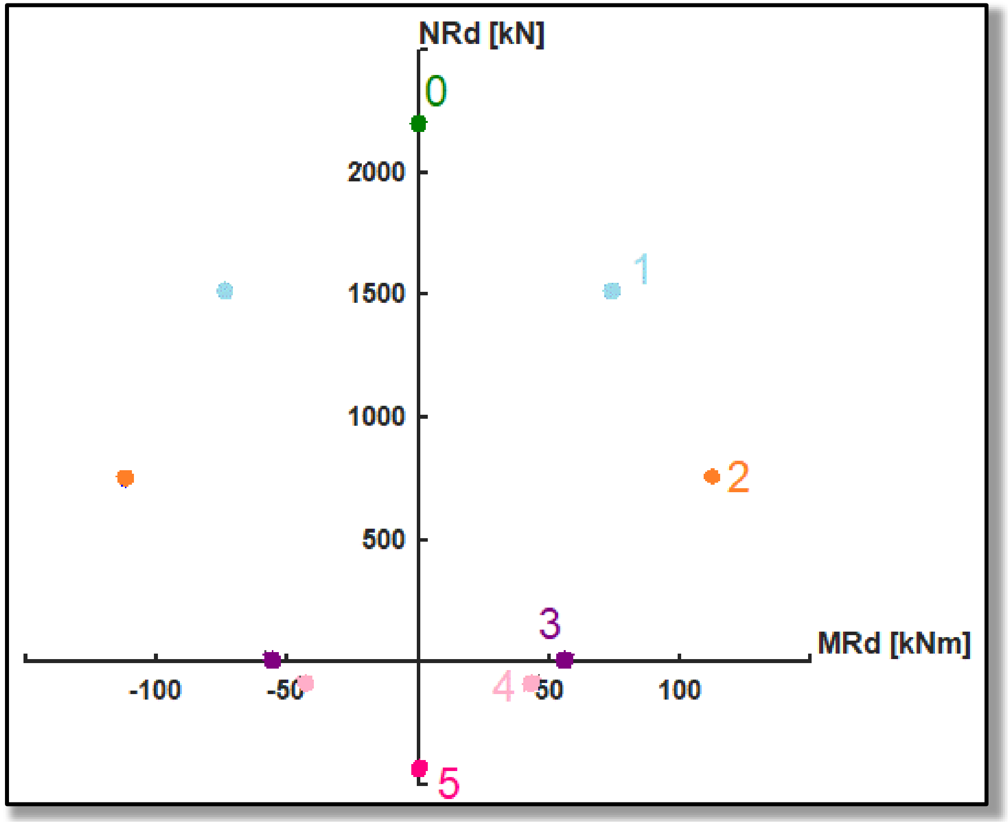
Spojením bodů dostaneme **bodový interakční diagram**.



Výpočet bodu interakčního diagramu

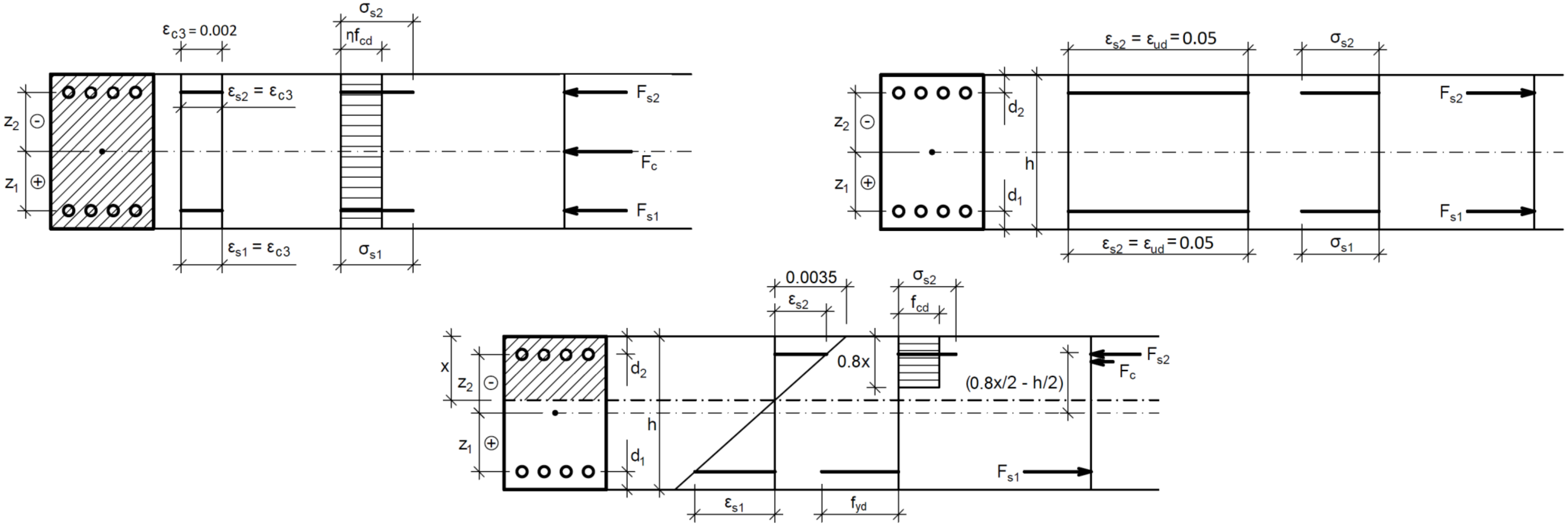
Výpočet bodu interakčního diagramu

Pro sestrojení interakčního diagramu **musíme vypočítat jednotlivé body**.



Výpočet bodu interakčního diagramu

Každý bod vyjadřuje **únosnost při daném (zvoleném) typu namáhání** – např. prostý ohyb, dostředný tlak, dostředný tah atd.



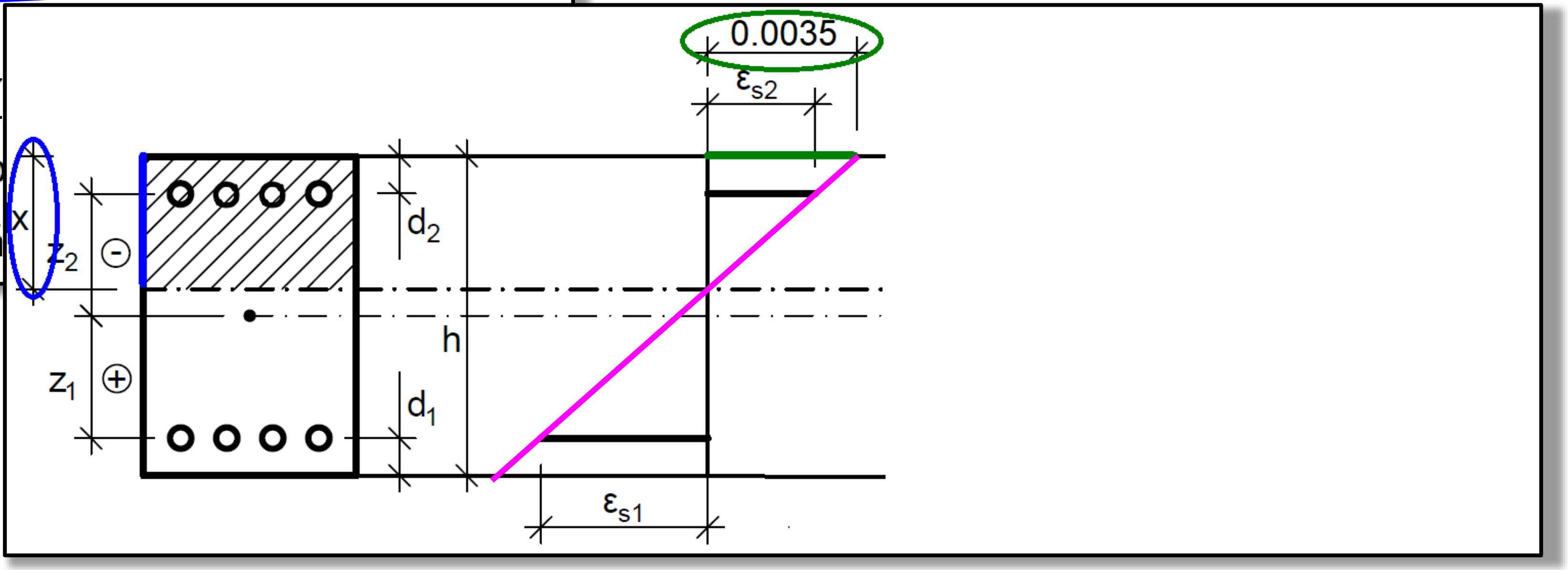
Prvním krokem při výpočtu únosnosti je tedy **volba řešeného namáhání**.

Výpočet bodu interakčního diagramu

Způsob namáhání průřezu vždy definujeme tak, že **zadáváme průběh přetvoření průřezu** při kolapsu prvku, a to pomocí zvolené polohy neutrální osy (tj. výšky tlačené oblasti) a zvoleného přetvoření krajních vláken.

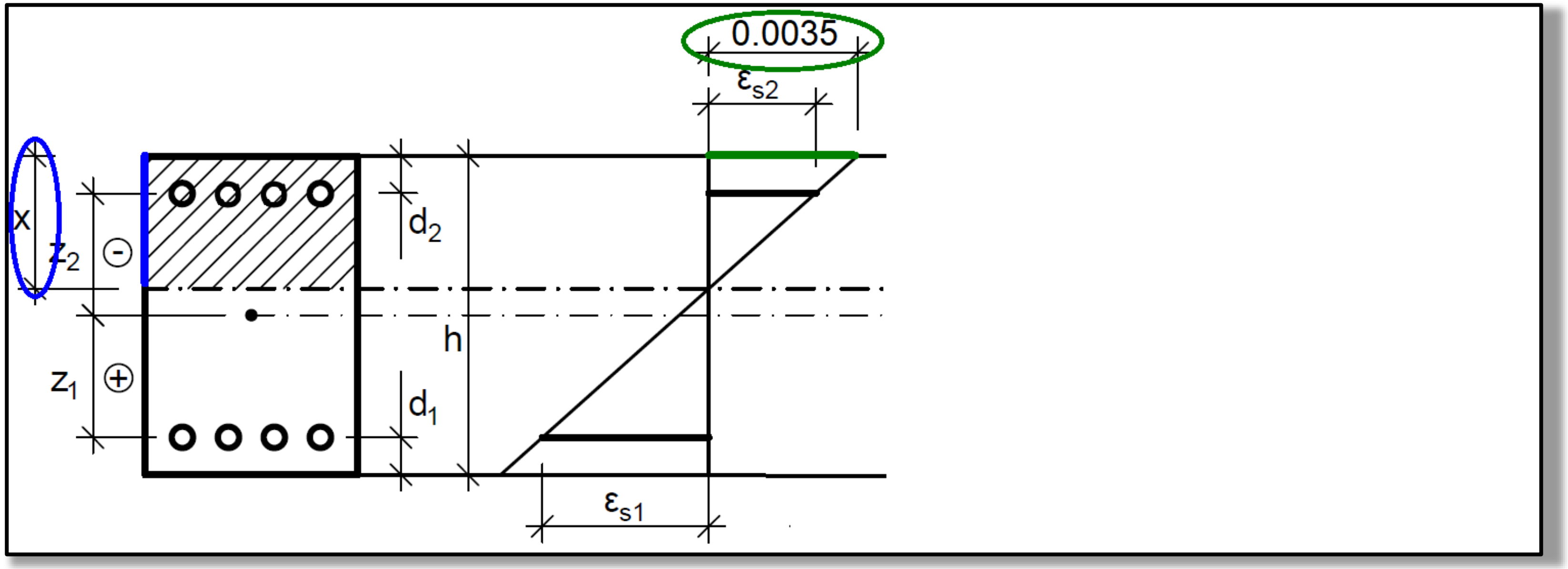
Postup výpočtu únosnosti:

1) Určit **výšku tlačené oblasti.**
2) Určit **přetvoření**
3) Vypočítat **napětí**
4) Vypočítat **síly** v p
5) Vypočítat **normá**



Výpočet bodu interakčního diagramu

Při výpočtu únosnosti průřezu tedy vycházíme ze známého (námi definovaného) průběhu přetvoření po výšce průřezu – tj. známe polohu neutrální osy (tj. výšku tlačené oblasti) a přetvoření krajních vláken.



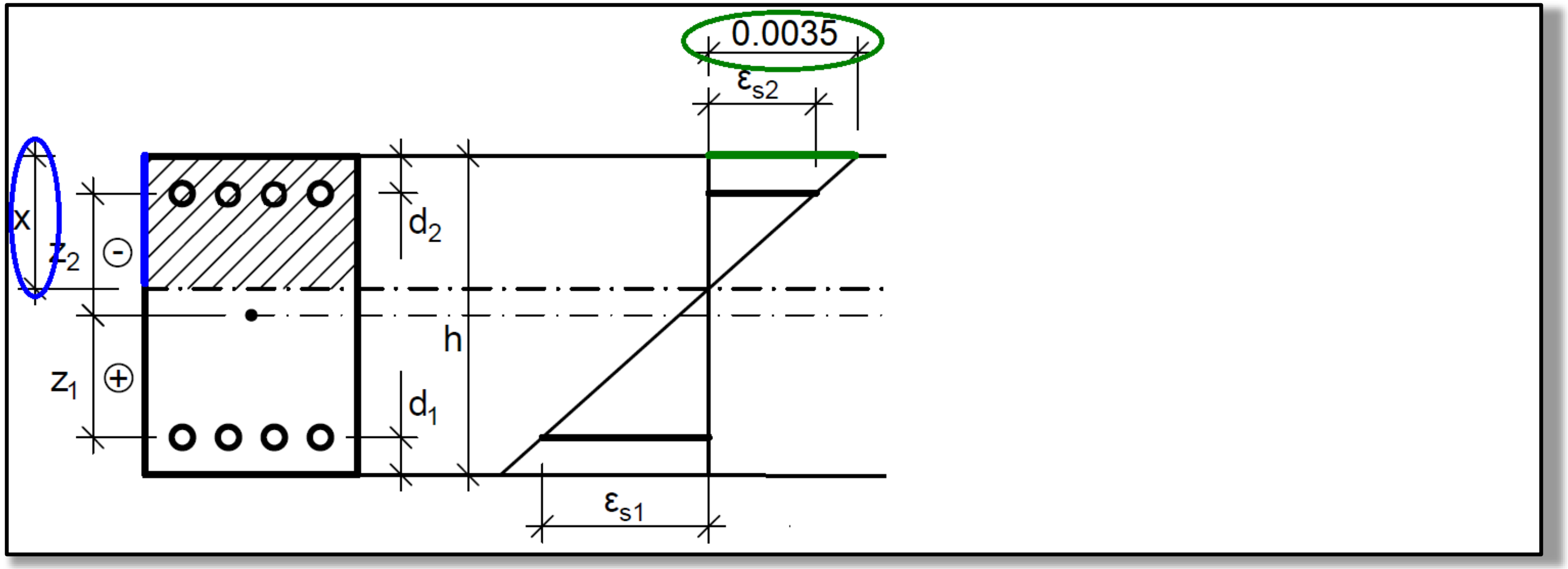
Průběh přetvoření průřezu

Polohu neutrální osy si sami volíme*.

Poměrné přetvoření krajních vláken je dáno normou jako:

- 0.0035 v případě částečně taženého průřezu,
- 0.002 v případě dostředně tlačeného průřezu†.

* Podle toho, jaký způsob namáhání řešíme. Např. u prostého ohybu si polohu neutrální osy „volíme“ tak, aby platilo $N = 0$.
Více k určení polohy neutrální osy dále v prezentaci.

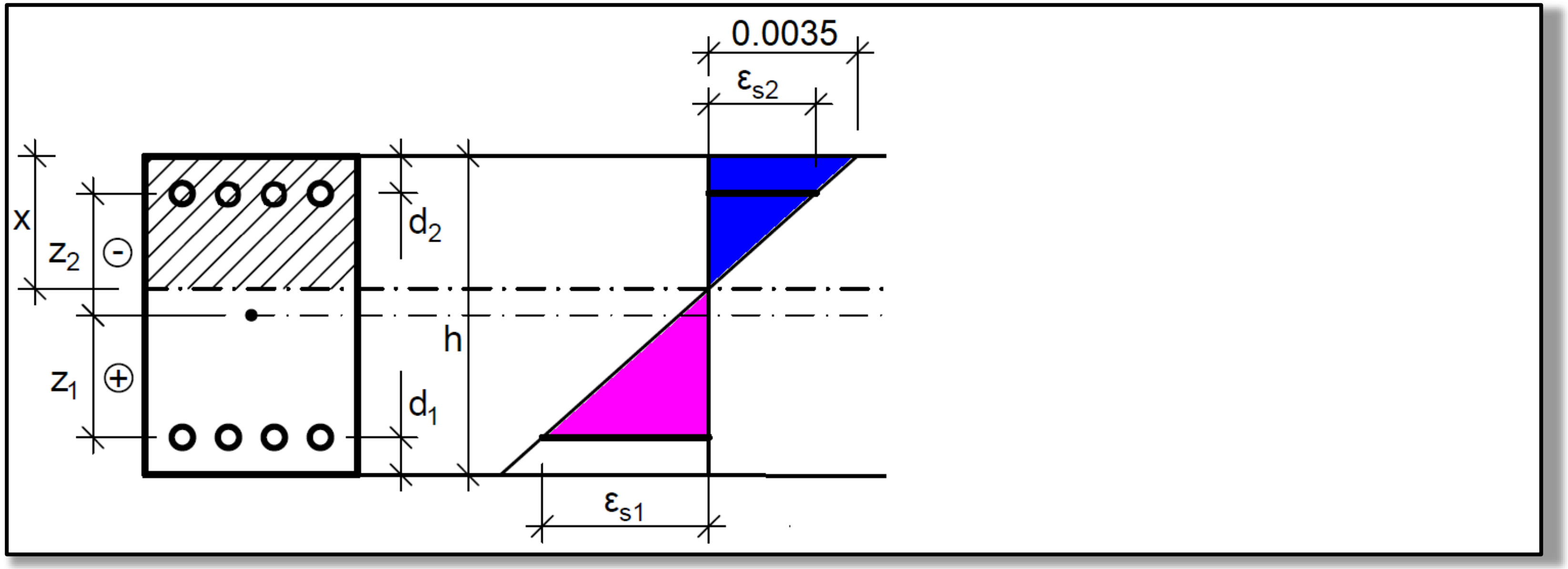


† U **nedostředně** tlačeného průřezu je přetvoření krajních vláken $\mathbf{0.002}\left(\frac{x}{x-\frac{3h}{7}}\right)$. Více viz přetvoření krajních vláken.

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0.0035}{x}(h - d_1 - x).$$

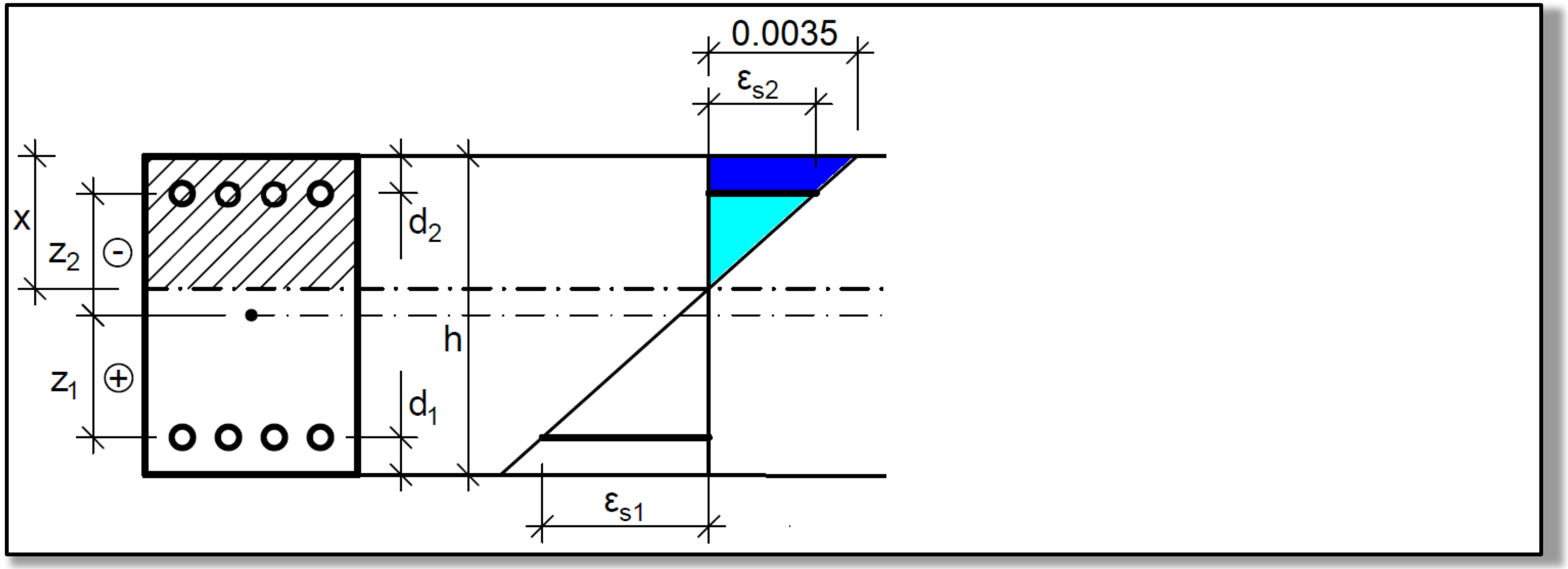


* z podobnosti trojúhelníků

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$

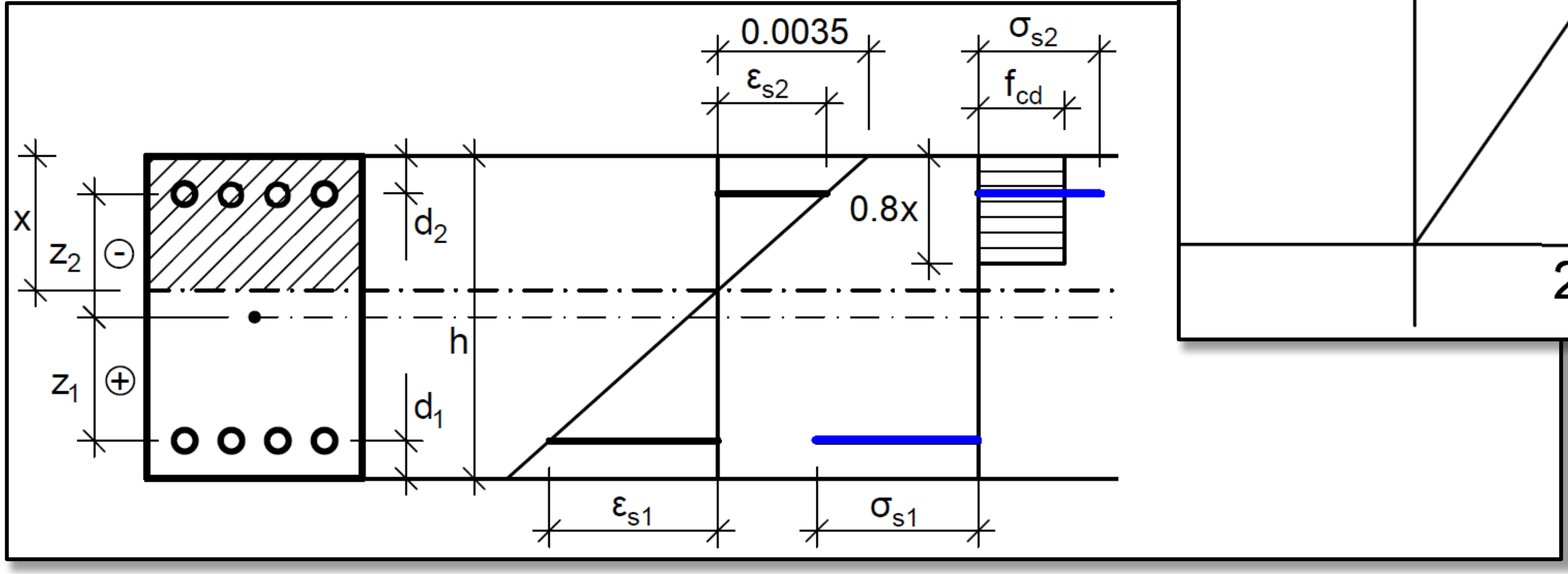


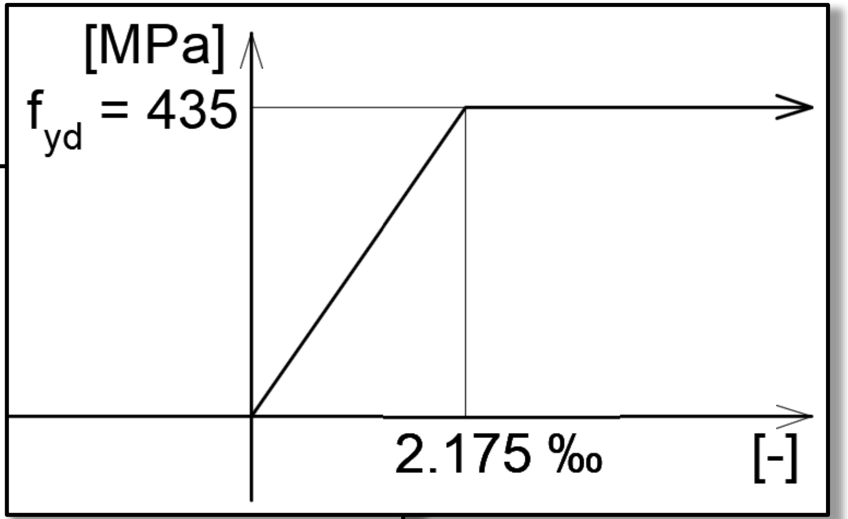
* z podobnosti trojúhelníků

Napětí ve výztuži

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram oceli, kdy uvažujeme, že napětí v oceli roste lineárně do meze kluzu a pak zůstává konstantní. Napětí ve výztuži vypočteme pomocí vztahu

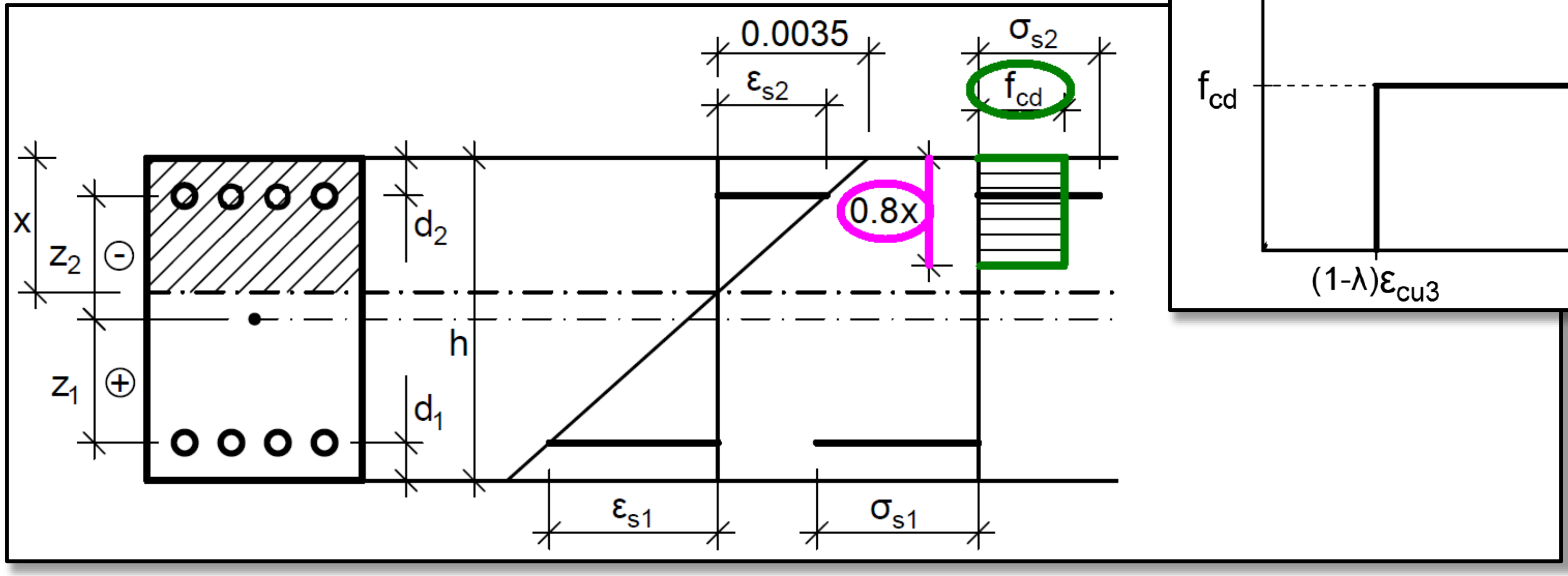
$$\sigma_{s,i} = \text{sign}(\varepsilon_{s,i}) \cdot \min(|\varepsilon_{s,i}|E_s; f_{yd}).$$

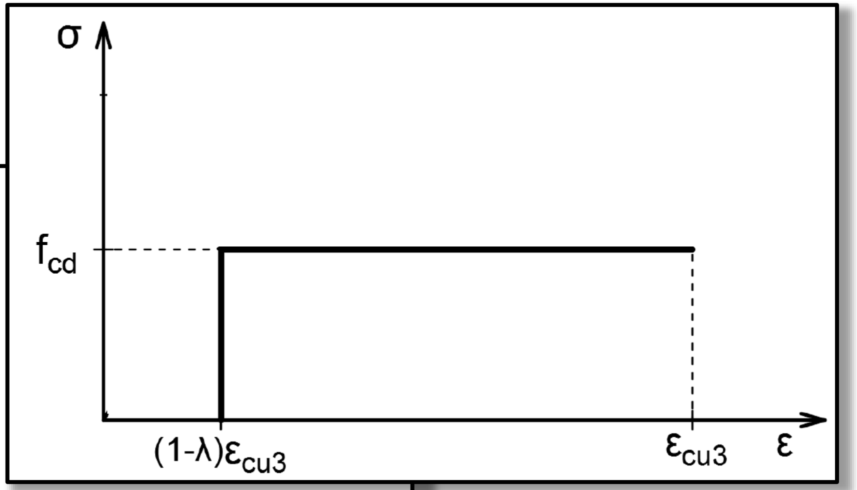




Napětí v betonu

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram betonu, kdy uvažujeme, že napětí v betonu je konstantní o hodnotě f_{cd} na redukované výšce $0.8x$.



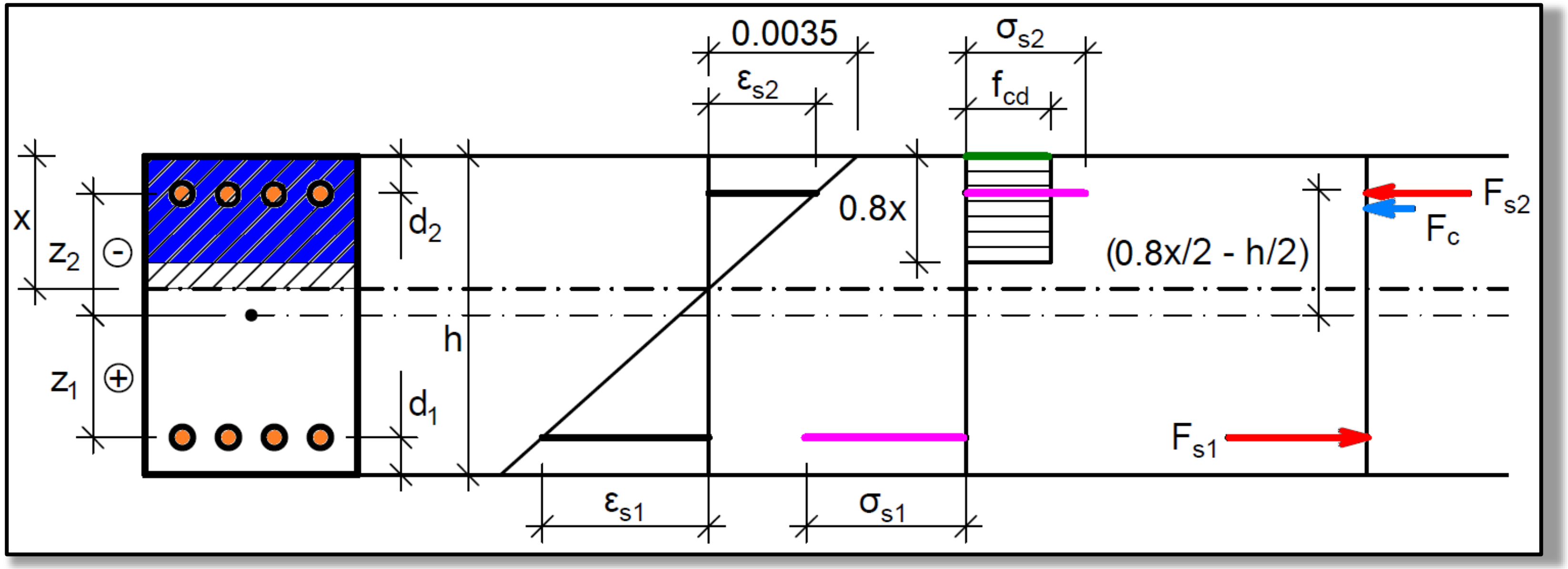


Síly v průřezu

Síly ve výztužích i sílu v tlačeném betonu můžeme určit jako napětí × plocha, tedy pomocí vztahů

$$F_{s,i} = \sigma_{s,i} A_{s,i},$$

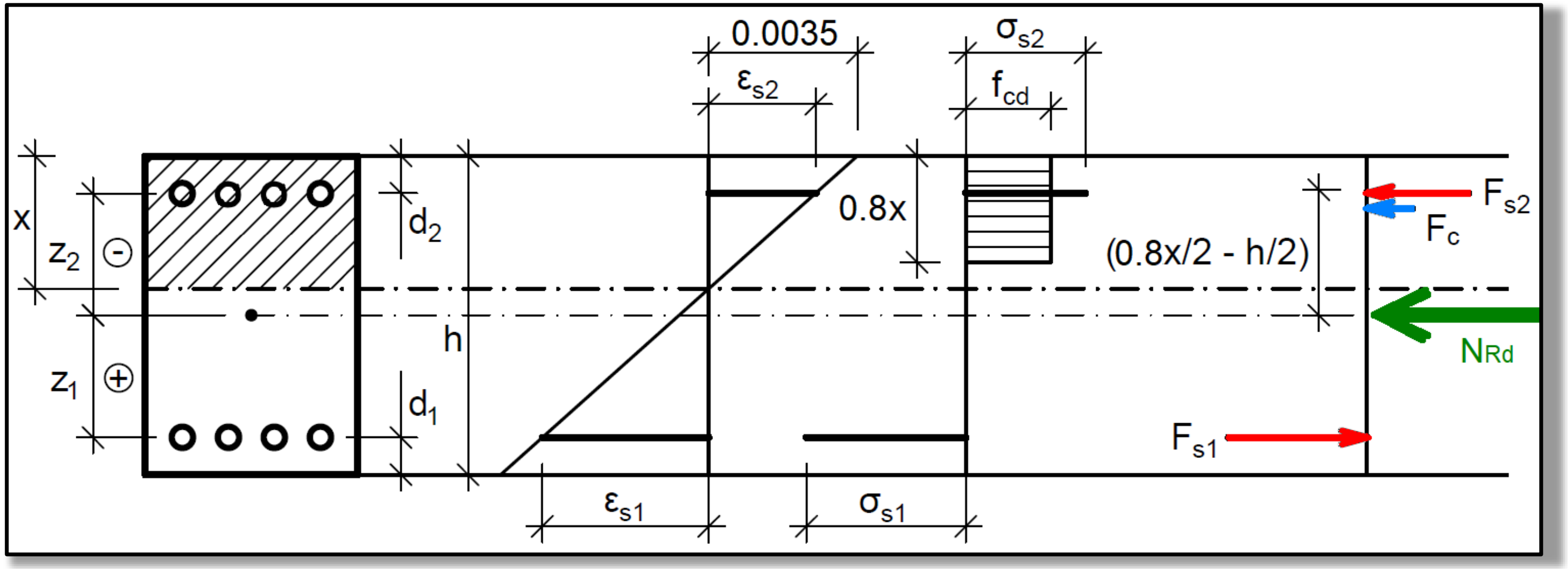
$$F_c = f_{cd} b 0.8x.$$



Normálová únosnost N_{Rd}

Počítáme stav, kdy dochází ke kolapsu průřezu. Síly $F_{s,i}$ a F_c jsou tedy síly v průřezu při kolapsu průřezu.

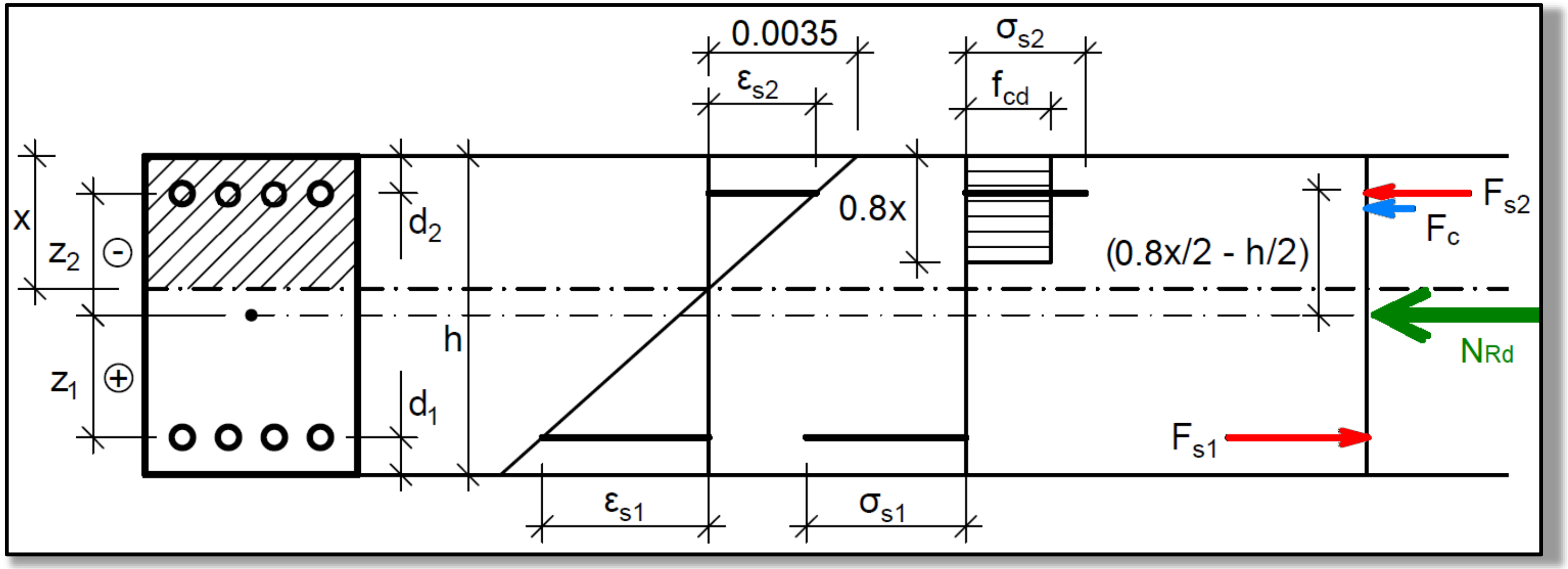
Když uděláme sumu těchto sil, získáme celkovou osovou sílu v průřezu při kolapsu průřezu, což je normálová únosnost průřezu.



Normálová únosnost N_{Rd}

Normálovou únosnost tedy vypočítáme jako sumu sil v průřezu

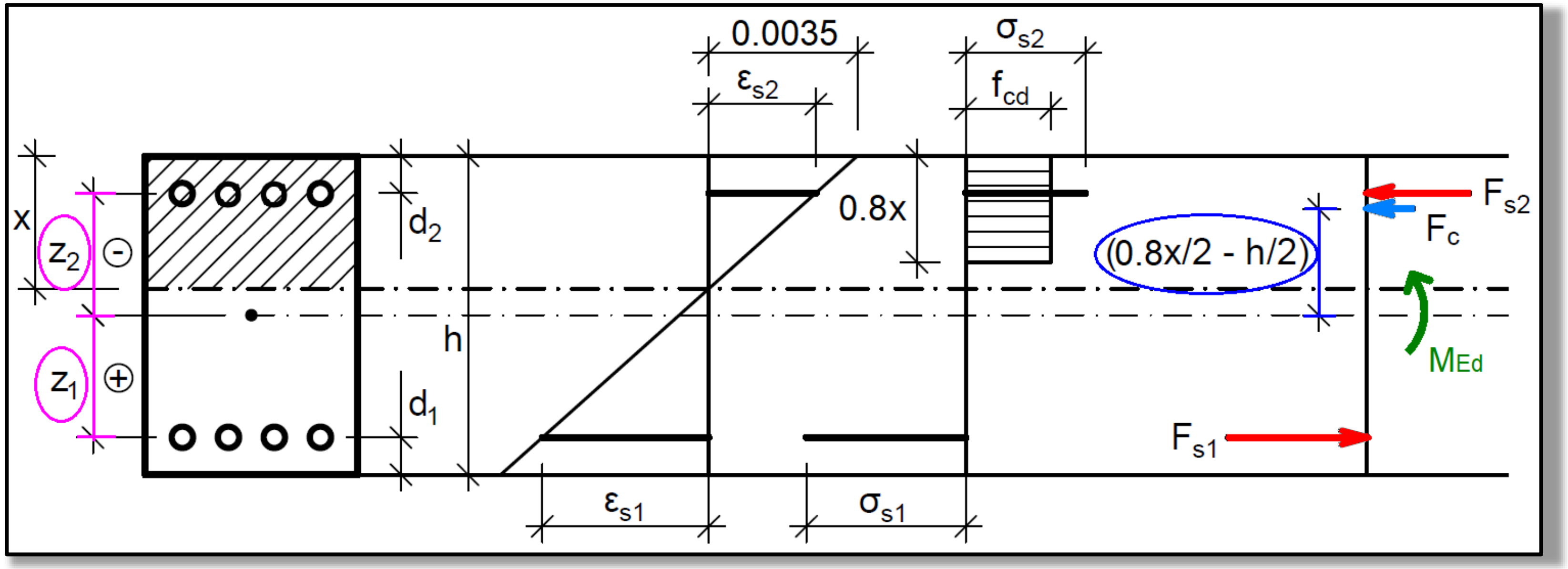
$$N_{Rd} = F_{s1} - F_c - F_{s2}.$$



Momentová únosnost M_{Rd}

Síly v průřezu ($F_{s,i}$ a F_c) působí mimo těžiště průřezu. Vzhledem k těžišti tedy vyvozují určitý momentový účinek.

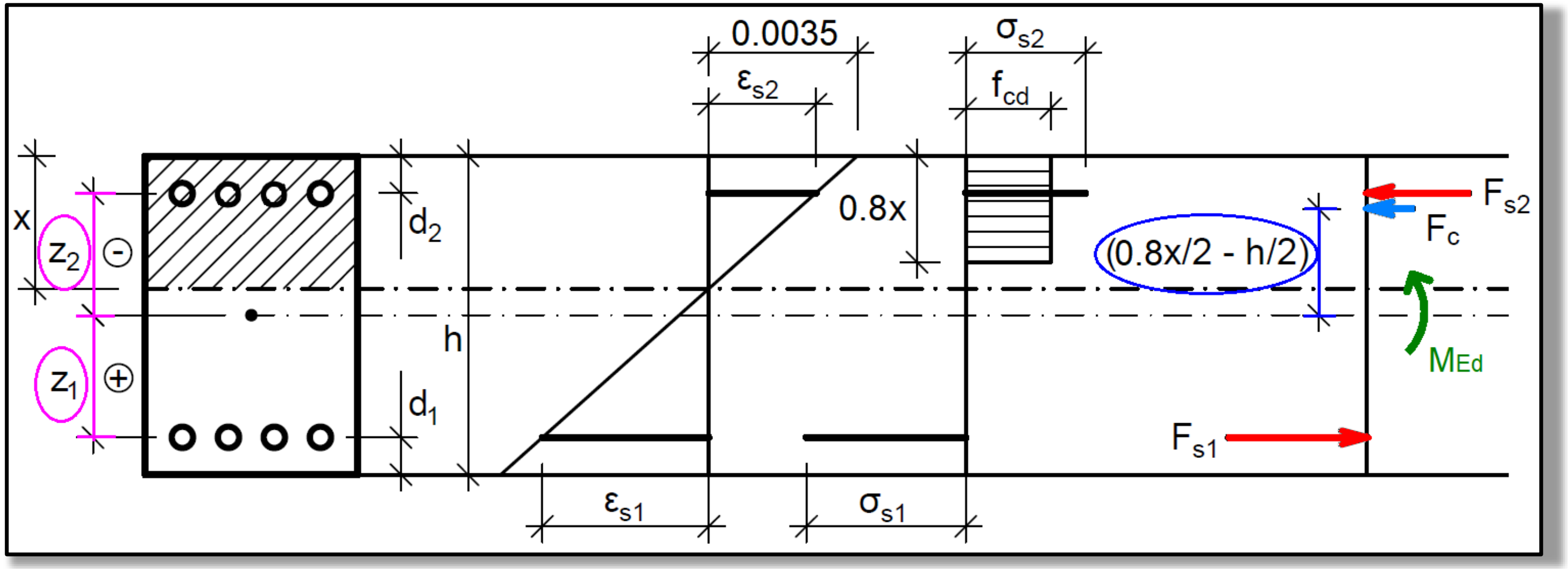
Momentová únosnost je součet momentových účinků sil v průřezu k jeho **těžišti**.



Momentová únosnost M_{Rd}

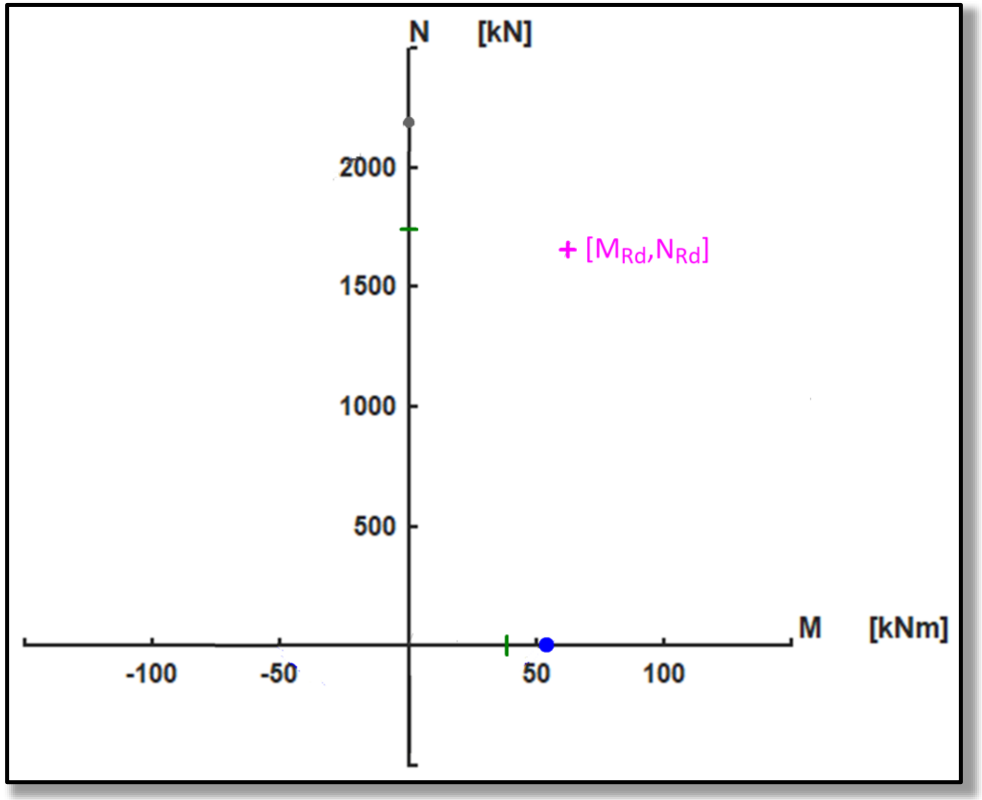
Momentovou únosnost tedy vypočítáme pomocí vztahu

$$M_{Rd} = F_{s1}z_1 + F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s2}z_2.$$



Bod interakčního diagramu (únosnost)

Po výpočtu normálové a momentové únosnosti máme hotovo – **známe únosnost průřezu** při daném zvoleném namáhání a **známe tedy polohu bodu** na grafu interakčního diagramu.



Souhrn vztahů

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \dfrac{h - d_1 - x}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \dfrac{x - d_2}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$\boxed{\begin{aligned} N_{Rd} &= -F_c + F_{s1} - F_{s2} \\ M_{Rd} &= F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2 \end{aligned}}$$

Excel

Vzhledem k tomu, že výpočet většinou provádíme několikrát*, je pro usnadnění práce vhodné výpočet zprogramovat v Excelu.

b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	44.231	mm
h =	300	mm		fyd =	434.8	MPa				
c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0.0035	(částečně tlačený průřez)
⌀tř =	6	mm		εsy =	0.002174			εs1 =	0.017152936	
⌀ =	16	mm						εs2 =	0.000413929	
n =	4	ks								
As1 =	402.1	mm2						σc =	20	MPa
As2 =	402.1	mm2						σs1 =	434.8	MPa
d1 =	39	mm						σs2 =	82.8	MPa
d2 =	39	mm								
								Fc =	141.5	kN
								Fs1 =	174.8	kN
								Fs2 =	33.3	kN
								zc =	132.3076	mm
								z1 =	111	mm
								z2 =	111	mm
								NRd =	0.0	kN
								MRd =	41.8	kNm

* Výpočet provádíme pro různé způsoby namáhání.

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. **Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.**
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze **bodem 1**.

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. **Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.**
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze **bodem 1**.

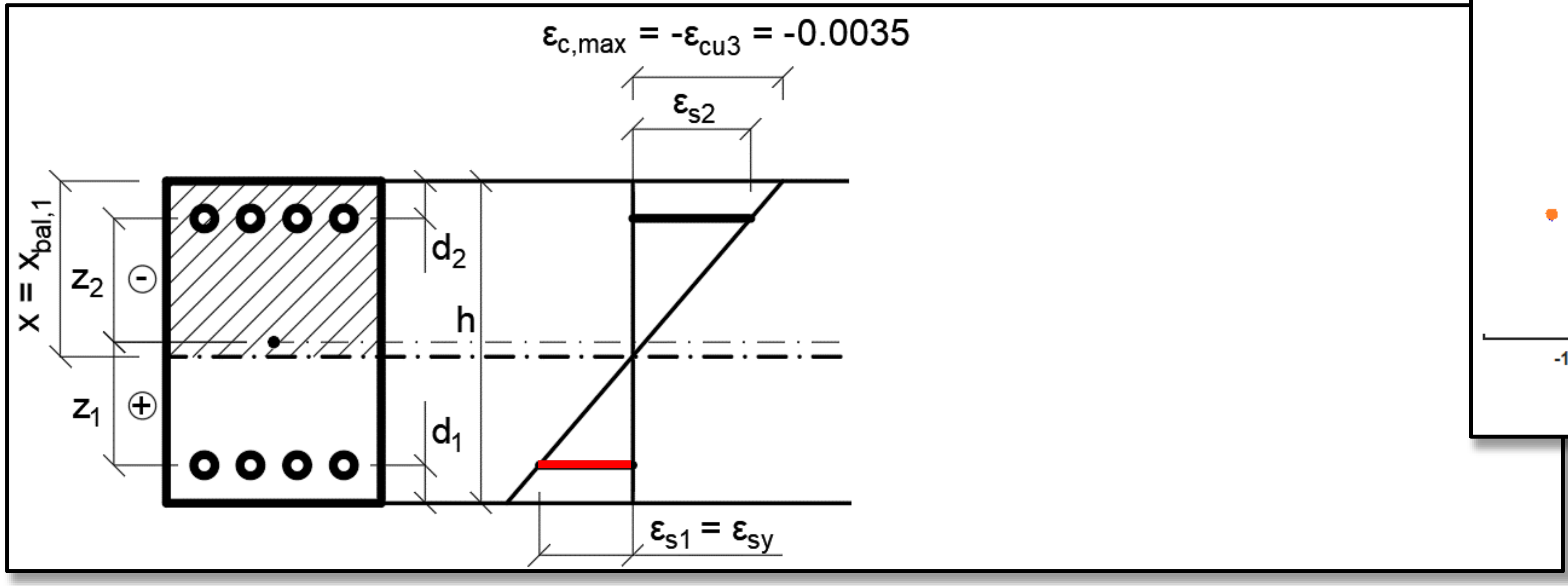
Další slidy jsou zaměřené na **specifika výpočtů únosností při daných konkrétních způsobech namáhání**.

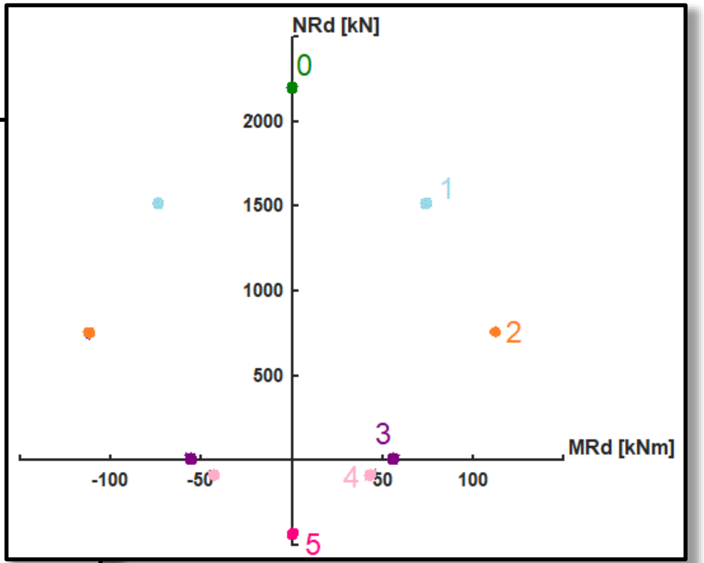
Specifika výpočtu konkrétních bodů

Maximální momentová únosnost (bod 2)

Maximální momentová únosnost (bod 2)

Maximální momentovou únosnost má průřez při takovém namáhání, kdy je napětí v tažené výztuži co největší a zároveň je výška tlačené oblasti co největší. Tento způsob namáhání je právě ve chvíli, kdy je **dosaženo meze kluzu v tažené výztuži**.

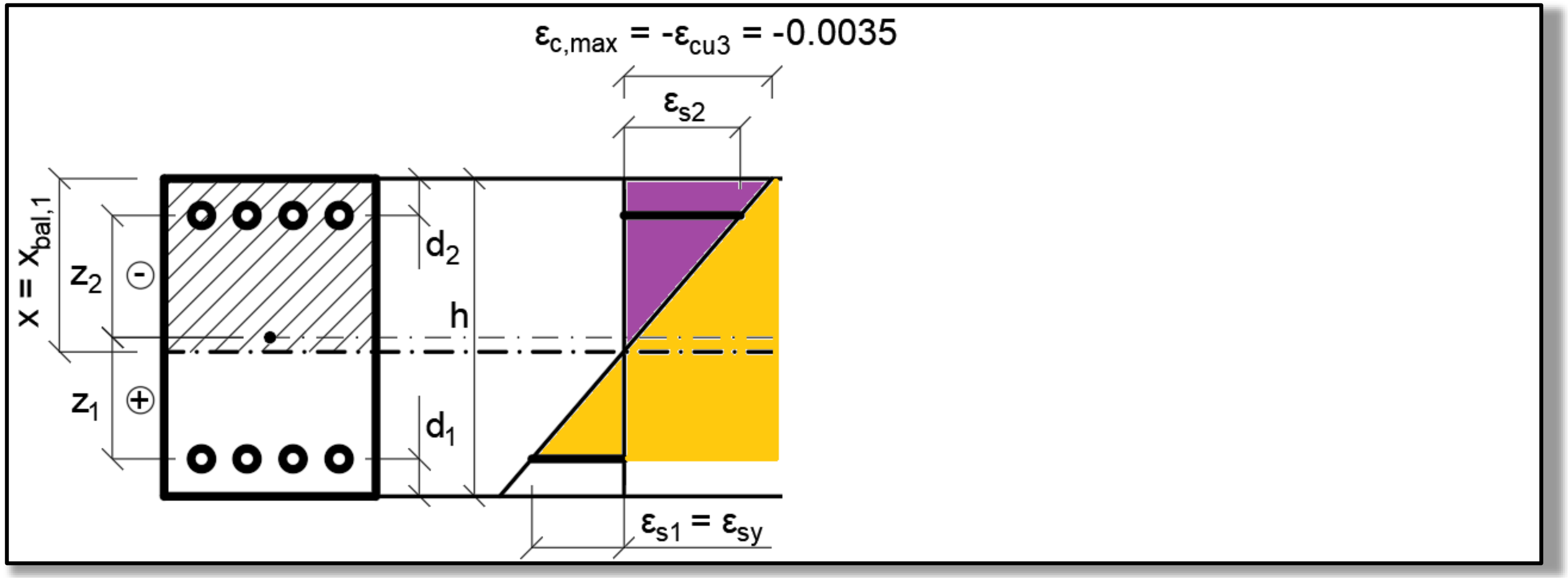




Maximální momentová únosnost (bod 2)

Výšku tlačené oblasti při dosažení meze kluzu vypočítáme pomocí vztahu odvozeného z podobnosti trojúhelníků

$$x = \frac{d}{0.0035 + \varepsilon_{sy}} 0.0035 = \frac{0.0035}{0.0035 + 435/200000} d \cong 0.617^{*} d$$



*Vzpomínáte na ověřování x/d=0.617 u ohybu? Když jsme ověřovali, že je výztuž za mezí kluzu? Tak tohle je přesně to 0.617.

Maximální momentová únosnost (bod 2)

Po výpočtu výšky tlačené oblasti $(x \cong 0.617d)$ můžeme vypočítat únosnost průřezu již nám známým postupem.

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \dfrac{h - d_1 - x}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \operatorname{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \dfrac{x - d_2}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \operatorname{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$N_{Rd} = -F_c + F_{s1} - F_{s2}$$

$$M_{Rd} = F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2$$

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)

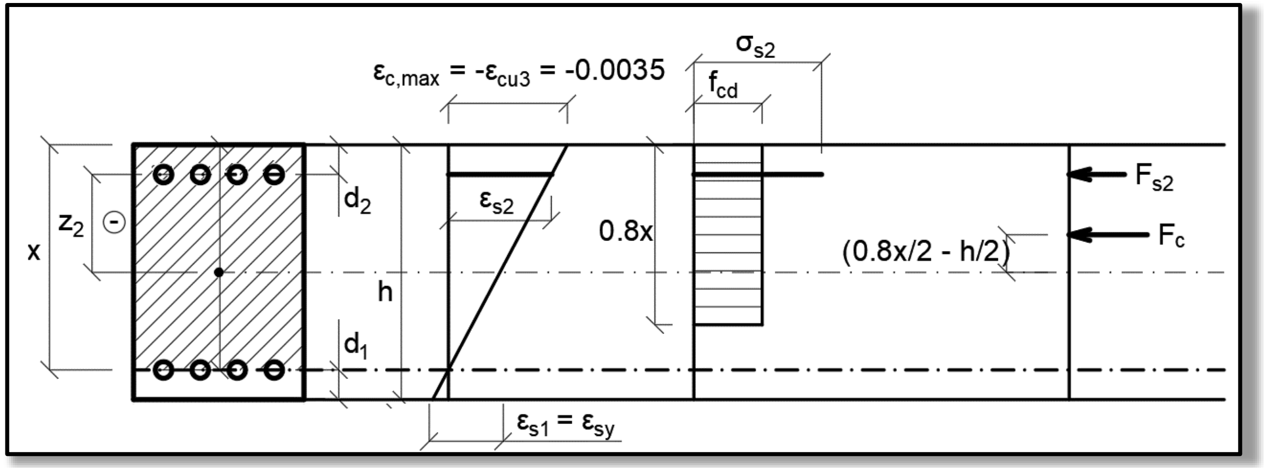
Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)

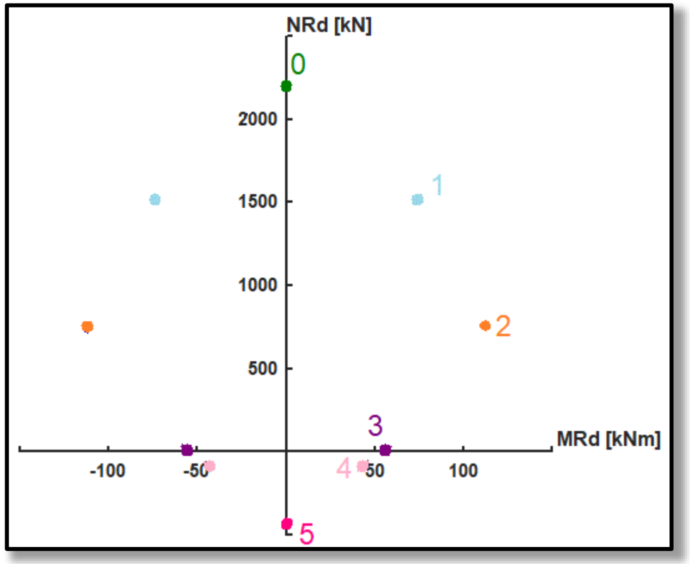
Často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy <u>neutrální osa prochází dolní výztuží</u>

$$x = h - d_1.$$

Při výpočtu této únosnosti je <u>výpočet jednodušší</u> protože platí

$$\varepsilon_{s1} = 0 \rightarrow \sigma_{s1} = 0 \rightarrow F_{s1} = 0.$$





Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)

Po výpočtu výšky tlačené oblasti $(x = h - d_1)$ můžeme vypočítat únosnost průřezu již nám známým postupem.

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \dfrac{h - d_1 - x}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \dfrac{x - d_2}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$N_{Rd} = -F_c + F_{s1} - F_{s2}$$

$$M_{Rd} = F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2$$

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

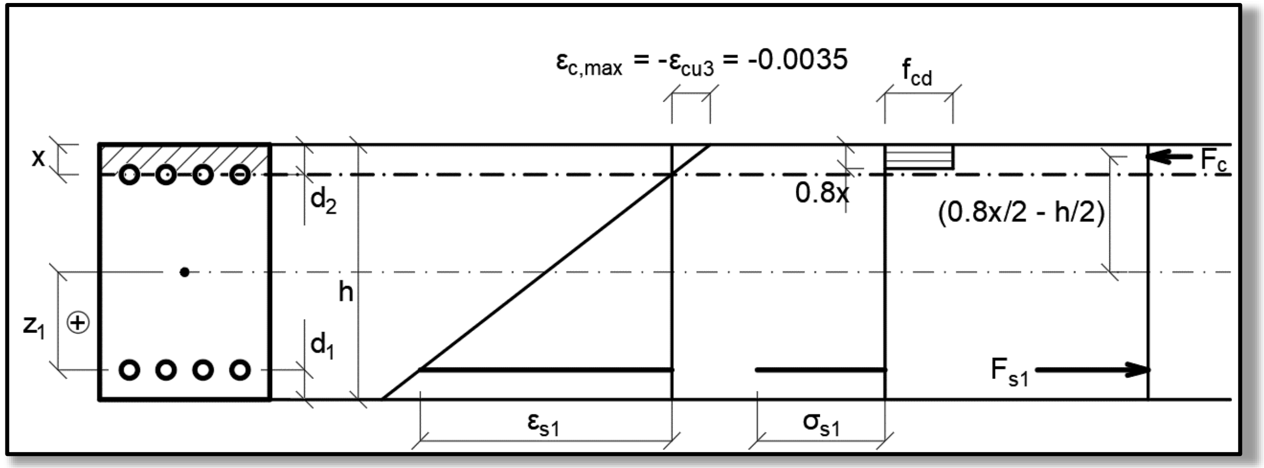
Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

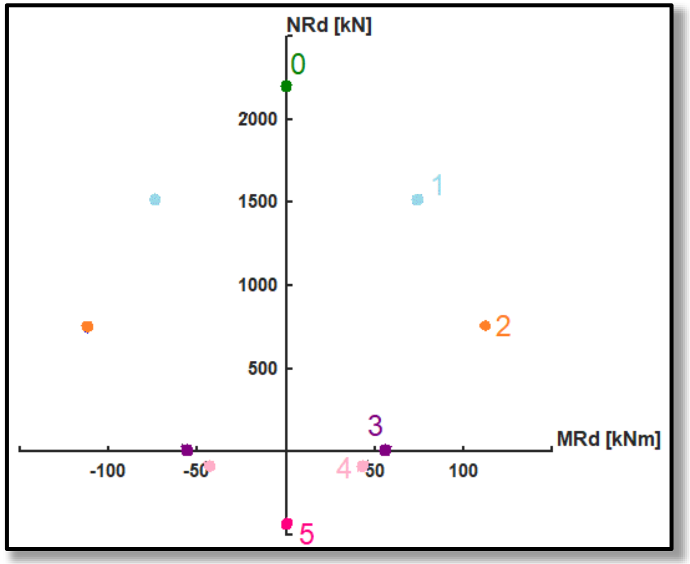
Další často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy neutrální osa prochází horní výztuží

$$x = d_2.$$

Při výpočtu této únosnosti je výpočet jednodušší protože platí

$$\varepsilon_{s2} = 0 \rightarrow \sigma_{s2} = 0 \rightarrow F_{s2} = 0.$$





Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

Po výpočtu výšky tlačené oblasti $(x = d_2)$ můžeme vypočítat únosnost průřezu již nám známým postupem.

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \frac{h - d_1 - x}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \text{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \frac{x - d_2}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \text{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

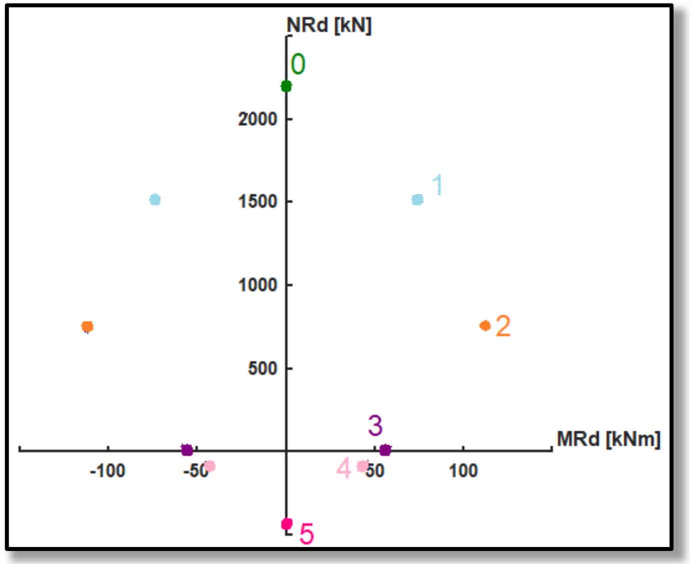
$$\boxed{\begin{aligned} N_{Rd} &= -F_c + F_{s1} - F_{s2} \\ M_{Rd} &= F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1}z_1 + F_{s2}z_2 \end{aligned}}$$

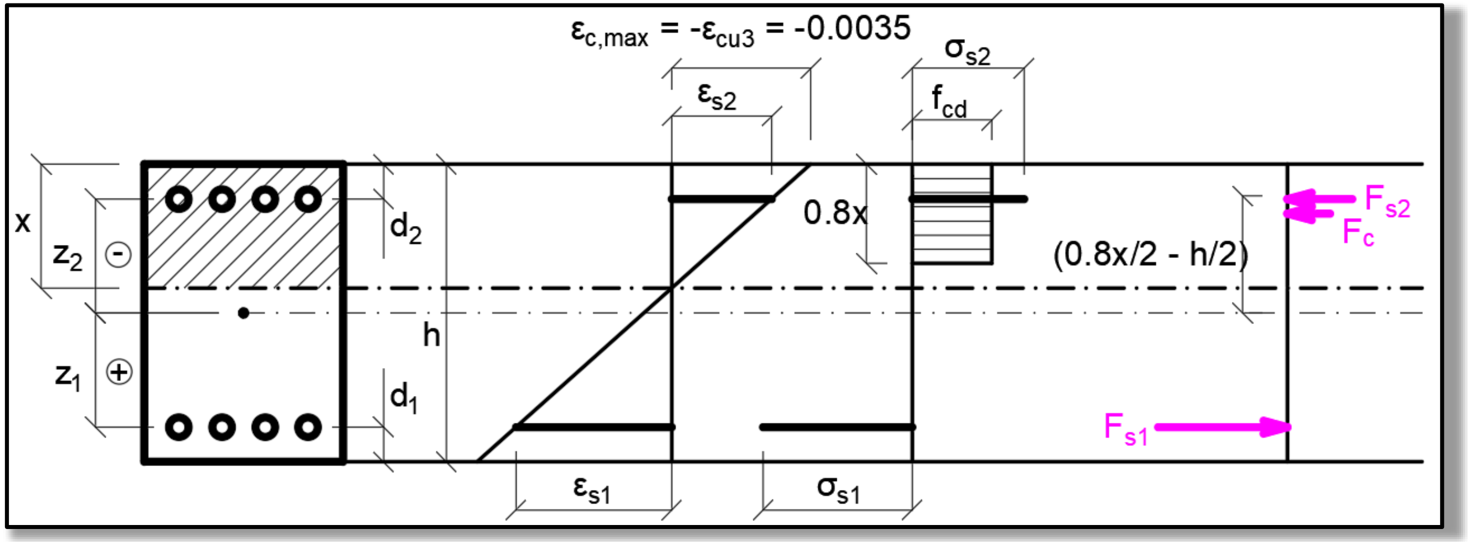
Specifika výpočtu konkrétních bodů

Prostý ohyb (bod 3)

Prostý ohyb

Prostý ohyb je takové namáhání, kdy normálová síla je nulová ($N = 0$), což znamená, že suma sil v průřezu musí být rovna nule – a to je podmínka, ze které vycházíme při stanovování výšky tlačené oblasti.

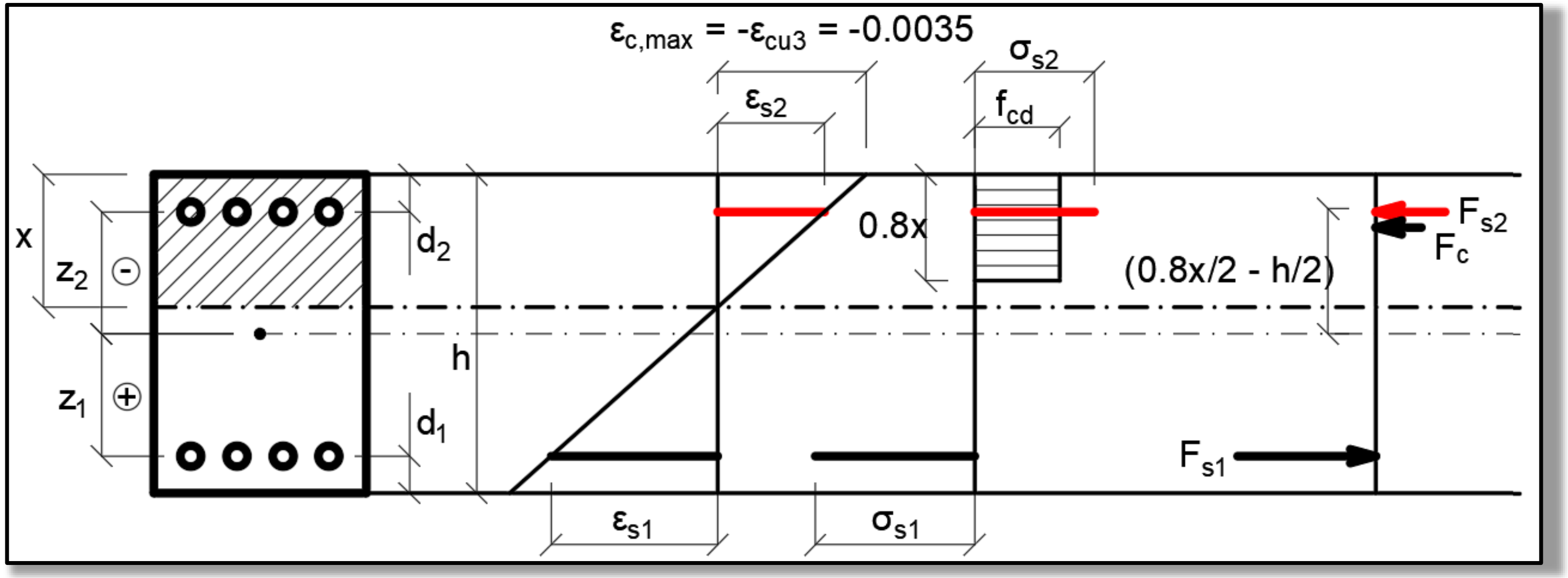




Prostý ohyb

Prostý ohyb jsme řešili už u desky a trámu. Nyní to je podobné, ale máme tu navíc i tlačenou výztuž a ta nám výpočet komplikuje

$$x = \frac{A_{s1} f_{yd} - A_{s2} \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$



Prostý ohyb

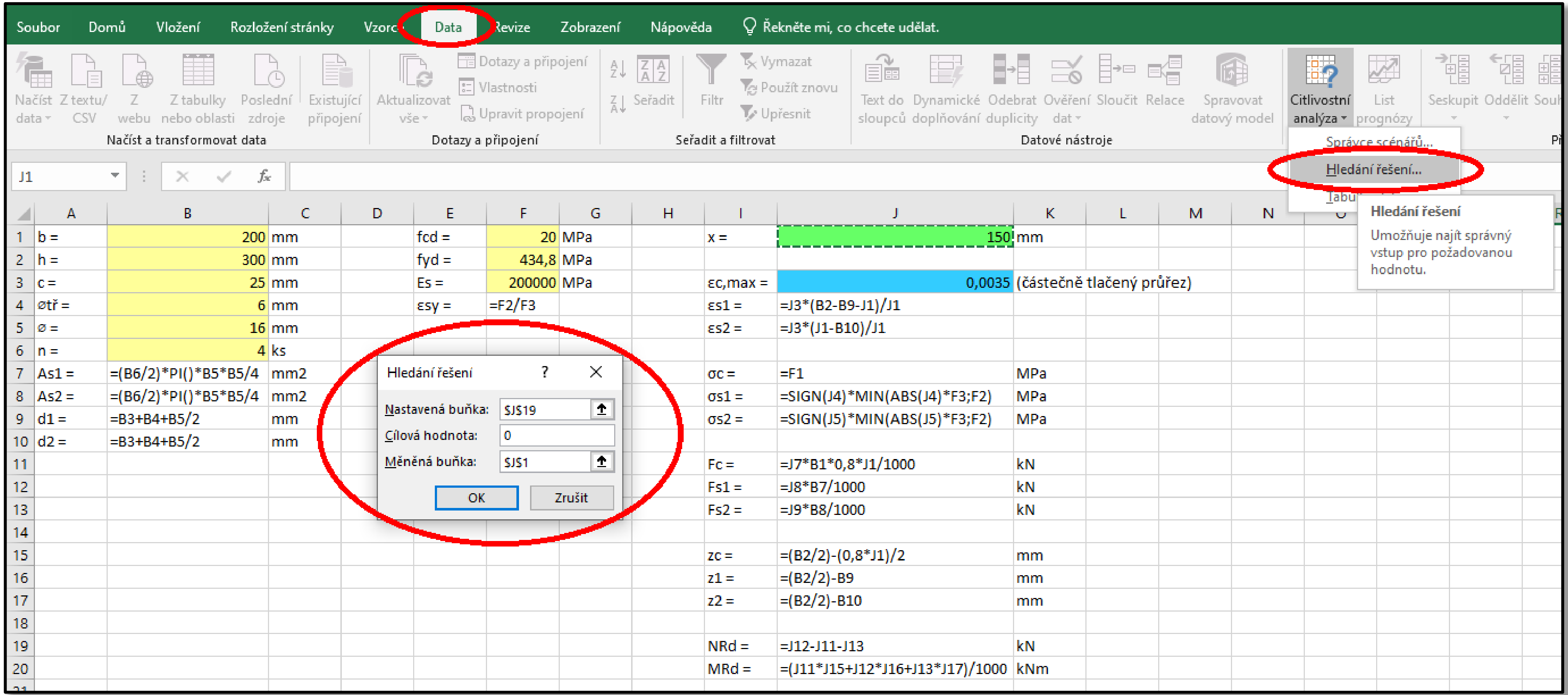
Výšku tlačené oblasti můžeme určit dvěma způsoby:

- iteračně (pokus/omyl) – v Excelu jednoduché a rychlé, ručně zdlouhavé,
  a) odhadneme x
  b) provedeme výpočet N_{Rd}
  c) vyhodnotíme N_{Rd}
    - Když $N_{Rd} < 0$ (průřez je tlačen) $\longrightarrow$ zvolíme nové x, které bude menší než to původní.
    - Když $N_{Rd} > 0$ (průřez je tažen) $\longrightarrow$ zvolíme nové x, které bude větší než to původní.
    - Když $N_{Rd} \cong 0$ $\longrightarrow$ průřez je skutečně prostě ohýbán. Dopočítáme M_{Rd}, čímž získáme únosnost v prostém ohybu.

  nebo použijeme „Hledání řešení“ v Excelu.
- analyticky (přesně) – náročnější na výpočet, ručně rychlejší.
  - Postup na dalších slidech.

Iterační stanovení výšky tlačené oblasti

pomocí Excelu



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Při výpočtu výšky tlačené oblasti vycházíme z toho, že se jedná o prostý ohyb – tedy, že normálová síla je nulová

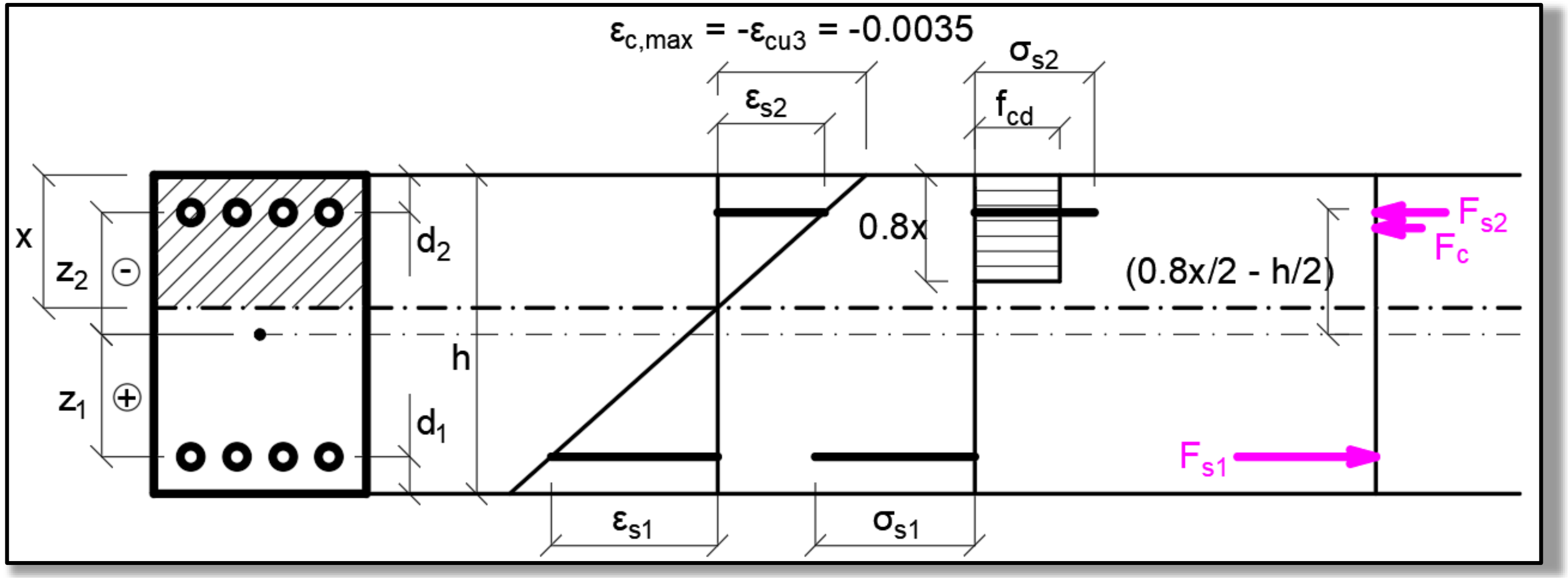
$$N = 0.$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Dále víme, že normálová síla je suma sil v průřezu. Platí tedy

$$N = F_{s1} - F_c - F_{s2} = 0.$$



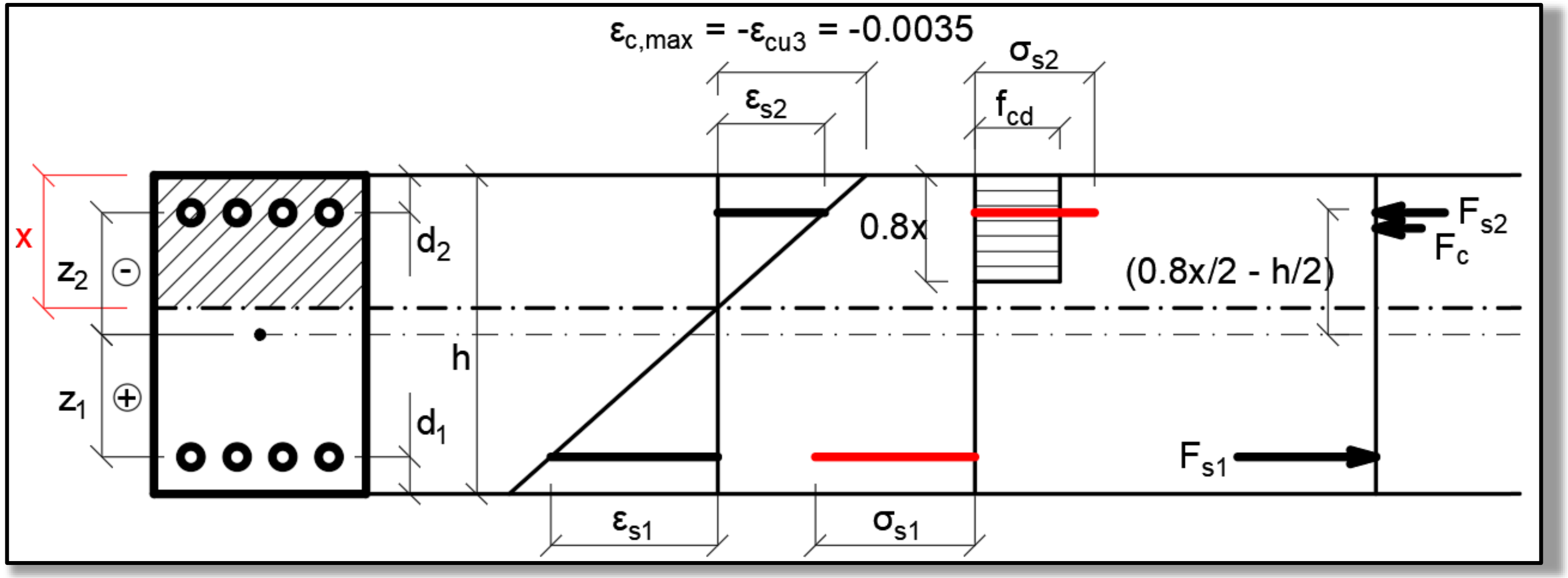
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Síly v průřezu si můžeme vyjádřit jako napětí × plochy a získáme rovnici

$$A_{s1}\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_{s2}\sigma_{s2} = 0,$$

ve které neznáme výšku tlačené oblasti a napětí ve výztužích.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Průřez máme rovnoměrně vyztužený, platí tedy

$$A_{s1} = A_{s2} = A_s = A_{s,prov}/2\,,$$

a rovnice pro normálovou sílu N se zjednodušuje na tvar

$$A_s\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_s\sigma_{s2} = 0.$$

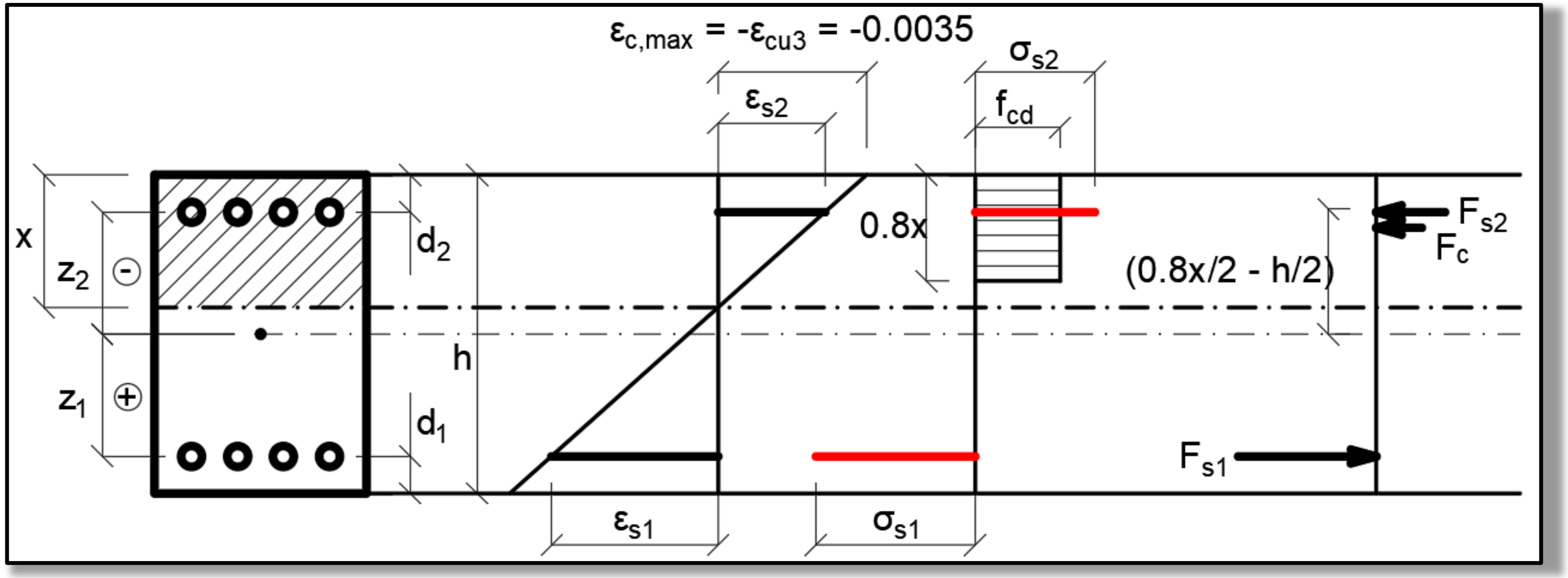
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Výšku tlačené oblasti hledáme, a proto si jí vyjádříme a získáme vztah

$$x = \frac{A_s \sigma_{s1} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve kterém neznáme napětí ve výztužích.



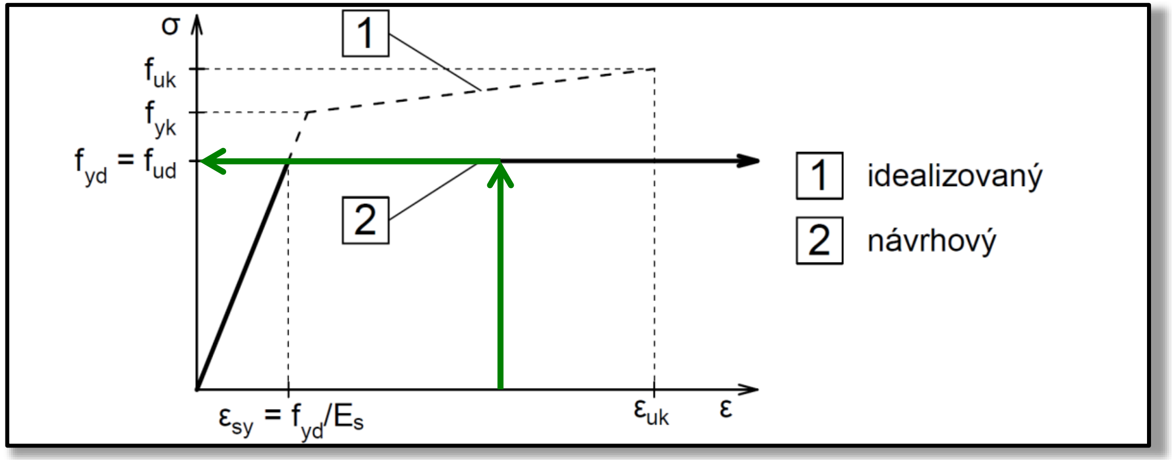
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Stejně jako u desky a trámu budeme nejprve předpokládat, že tažená (dolní) výztuž je za mezí kluzu ($\sigma_{s1} = f_{yd}$), čímž získáme vztah

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve které neznáme už pouze napětí v tlačené výztuži.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

S tlačenou (horní) výztuží to není tak jednoduché, protože v případě symetricky vyztuženého průřezu tato výztuž určitě nemůže být za mezí kluzu.

Kdybychom uvažovali, že tlačená (horní) výztuž je za mezí kluzu

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{0}{0.8 b f_{cd}} = 0,$$

dostali bychom, že tlačená oblast je nulová, což znamená, že tlačená výztuž není tlačená, ale tažená, což znamená, že ve vzorci mělo být $A_s f_{yd} + A_s f_{yd}$ (což znamená, že předpoklad a výpočet je špatně).

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

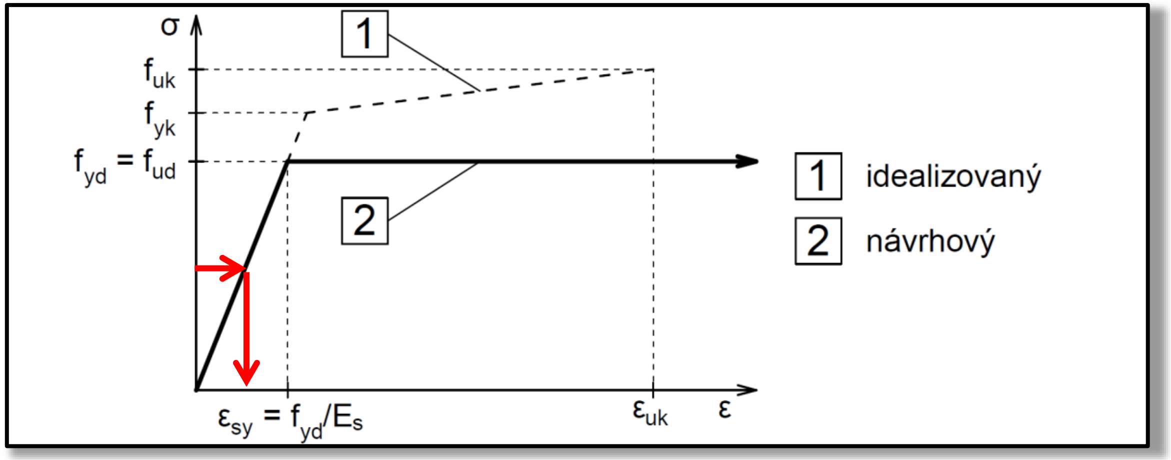
Tlačená výztuže tedy není za mezí kluzu, takže nemůžeme uvažovat

$$\sigma_{s2} = f_{yd}.$$

Když výztuž není za mezí kluzu, znamená to, že pro ni platí Hookův zákon, platí tedy

$$\boldsymbol{\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2}\, E_s}.$$

To jsme si ale moc nepomohli, protože neznáme přetvoření této výztuže.

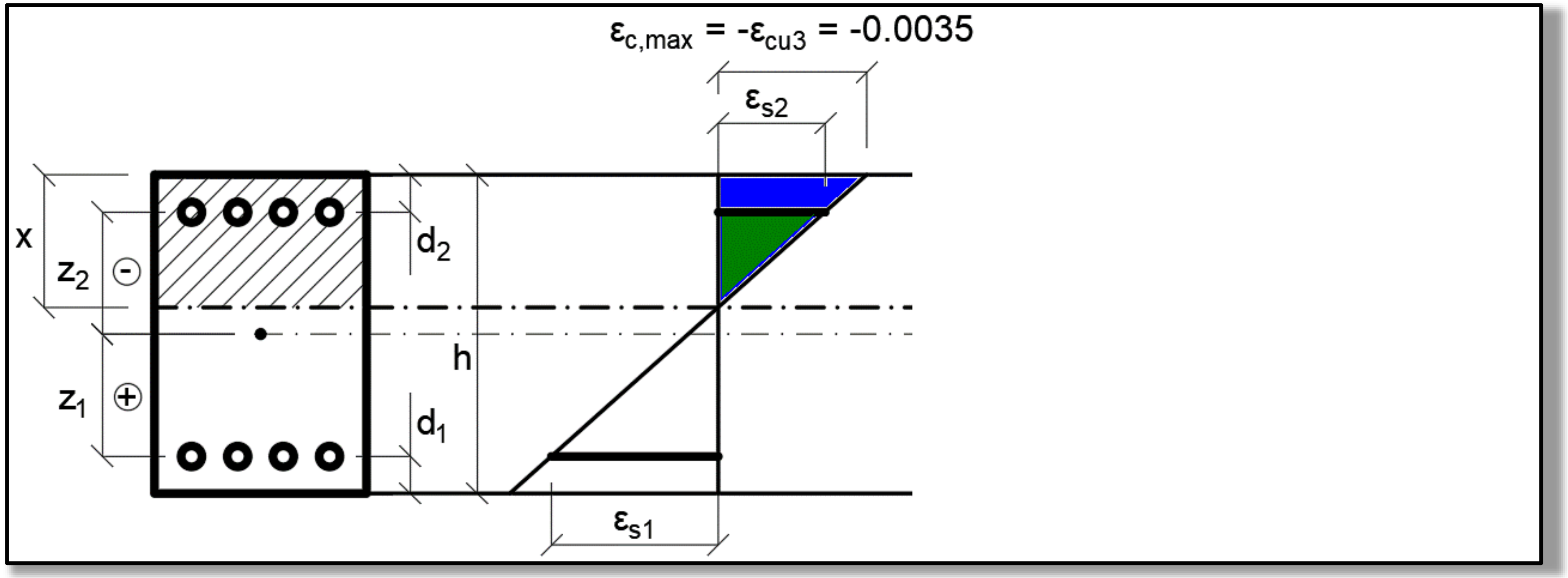


Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{s2} můžeme* vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$



*pomocí podobnosti trojúhelníků

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{s2} můžeme vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$

Nyní máme zase další neznámou, a to výšku tlačené oblasti.

ALE – to je ta neznámá, kterou hledáme. Nemůžeme tedy všechny ty vztahy dosadit do sebe a získat z toho „pěknou“ rovnici?

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2)$$

$$\boxed{x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x}(x - d_2)\right) E_s}{0.8 b f_{cd}}}$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Získali jsme tedy jednu rovnici o jedné neznámé

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x} (x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}},$$

ze které můžeme vyjádřit* a vypočítat výšku tlačené oblasti x

$$x = \frac{\sqrt{\left(0.0112 A_s b f_{cd} d_2 E_s + A_s^2 \left(0.0035 E_s - f_{yd}\right)^2\right)} + A_s\left(f_{yd} - 0.0035 E_s\right)}{1.6 b f_{cd}},$$

kde $A_s = A_{s,prov}/2$.

* Zkuste si tu rovnici pro výpočet x také sami odvodit.

Prostý ohyb

Po výpočtu výšky tlačené oblasti $(x = \ldots)$ můžeme vypočítat únosnost průřezu již nám známým postupem.

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \dfrac{h - d_1 - x}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(\|\varepsilon_{s1}\|E_s; f_{yd})$	$F_{s1} = \sigma_{s1}A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \dfrac{x - d_2}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(\|\varepsilon_{s2}\|E_s; f_{yd})$	$F_{s2} = \sigma_{s2}A_{s2}$

$$\boxed{\begin{aligned} N_{Rd} &= -F_c + F_{s1} - F_{s2} \\ M_{Rd} &= F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1}z_1 + F_{s2}z_2 \end{aligned}}$$

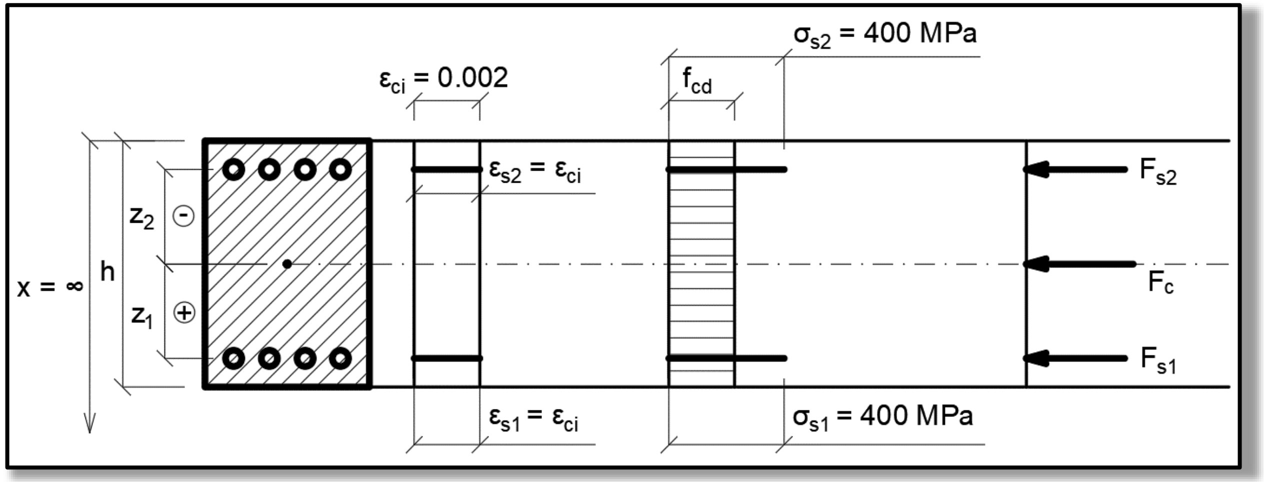
Specifika výpočtu konkrétních bodů

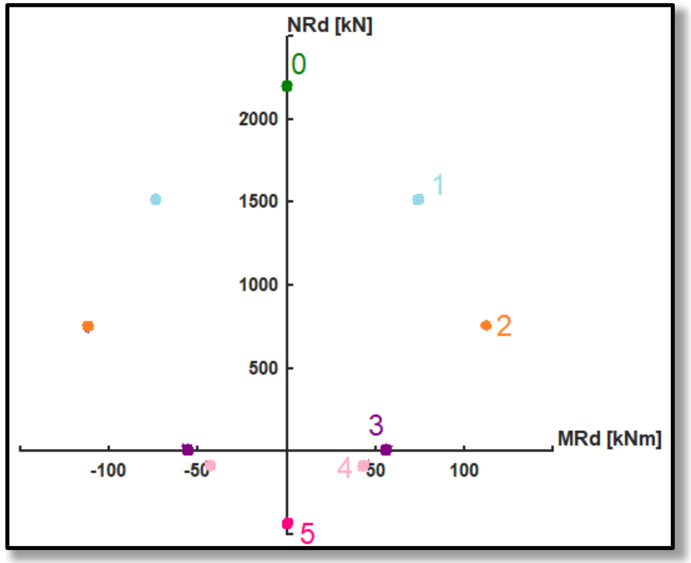
Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Průřez má maximální normálovou únosnost v tlaku při dostředném tlaku (tj. když je průřez všude stejně stlačen).

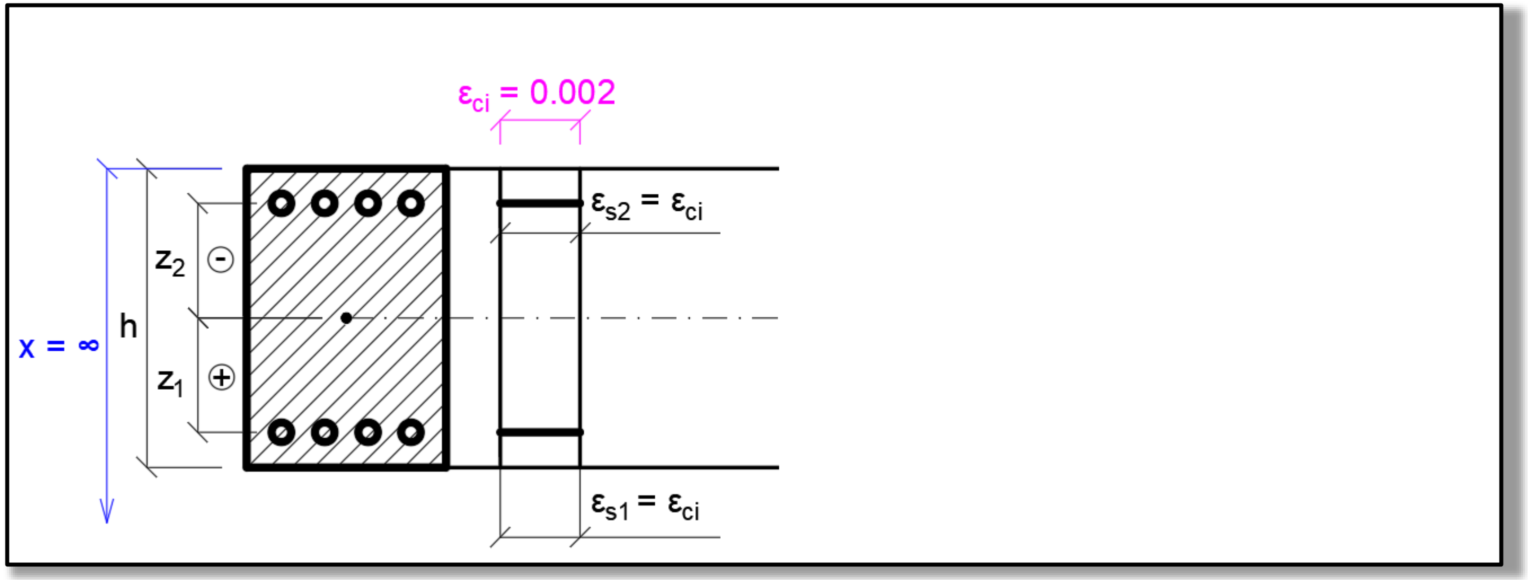
Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tlaku je **skoro stejný** jako v předchozích případech.





Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že <u>při dostředném tlaku</u> uvažujeme, že <u>poměrné stlačení krajních vláken je jen **0.002**</u> a <u>neutrální osa je v **nekonečnu**</u>.



Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Síly ve výztužích vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min\left(\varepsilon_s E_s; f_{yd}\right).$$

Sílu ve betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) vypočítáme jako

$$F_c = bhf_{cd}.$$

Síly ve výztužích vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min\left(\varepsilon_s E_s; f_{yd}\right).$$

Sílu ve betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) vypočítáme jako

$$F_c = bhf_{cd}.$$

Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Únosnost průřezu pak můžeme opět nám známým postupem s malými změnami*.

$x = \infty$	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.002$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c bh$
$\varepsilon_{s1} = 0.002$	$\sigma_{s1} = \text{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = 0.002$	$\sigma_{s2} = \text{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd})$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$N_{Rd} = -F_c - F_{s1} - F_{s2}$$
$$M_{Rd} = F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{2}\right) + F_{s1} z_1 - F_{s2} z_2$$

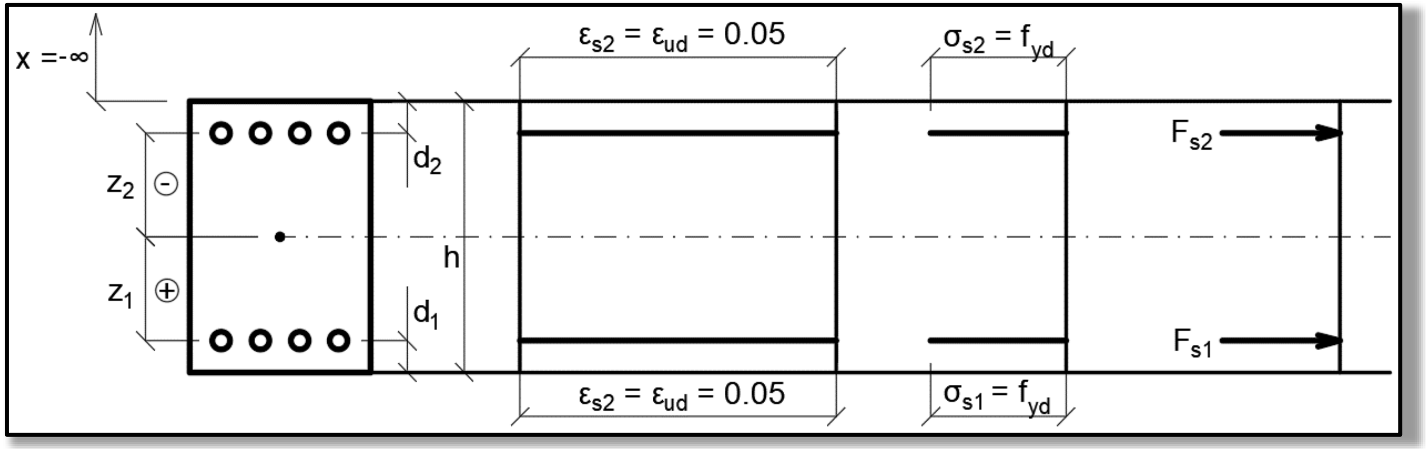
Specifika výpočtu konkrétních bodů

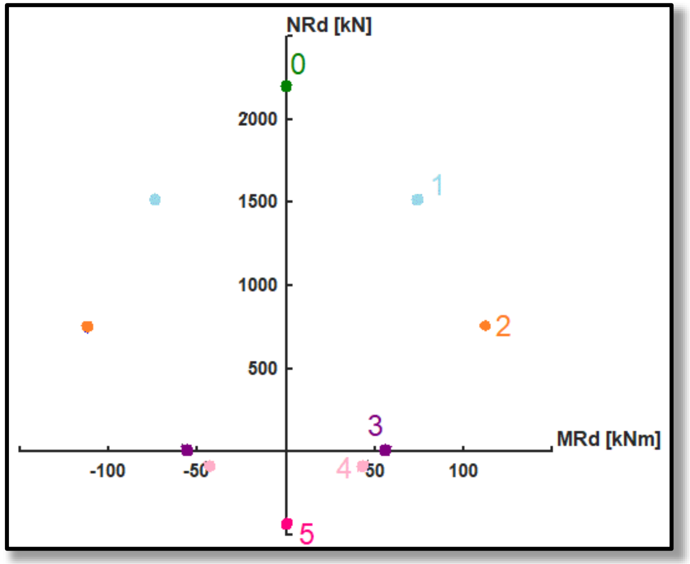
Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Průřez má maximální normálovou únosnost v tahu při <u>dostředném tahu</u> (tj. když je průřez všude stejně tažen).

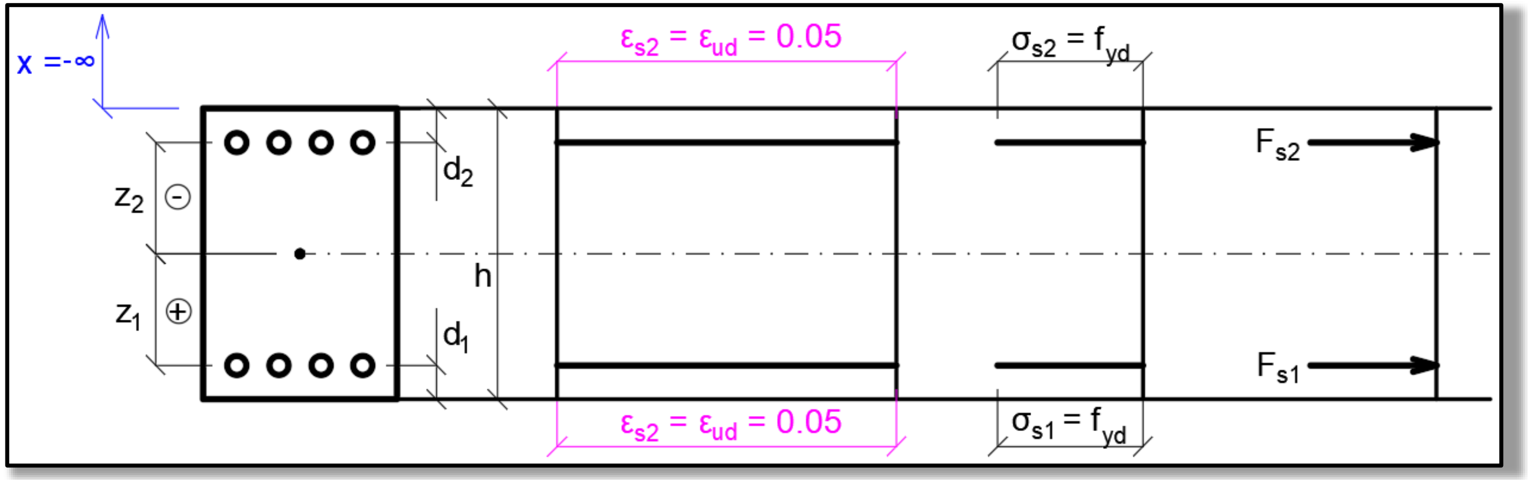
<u>Postup výpočtu</u> únosnosti průřezu při dostředném tahu je <u>skoro stejný jako v předchozích případech</u>.





Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že při dostředném tahu uvažujeme, že poměrné protažení vláken je **0.05*** a neutrální osa je v **mínus nekonečnu**.



*tj. mez protažení oceli

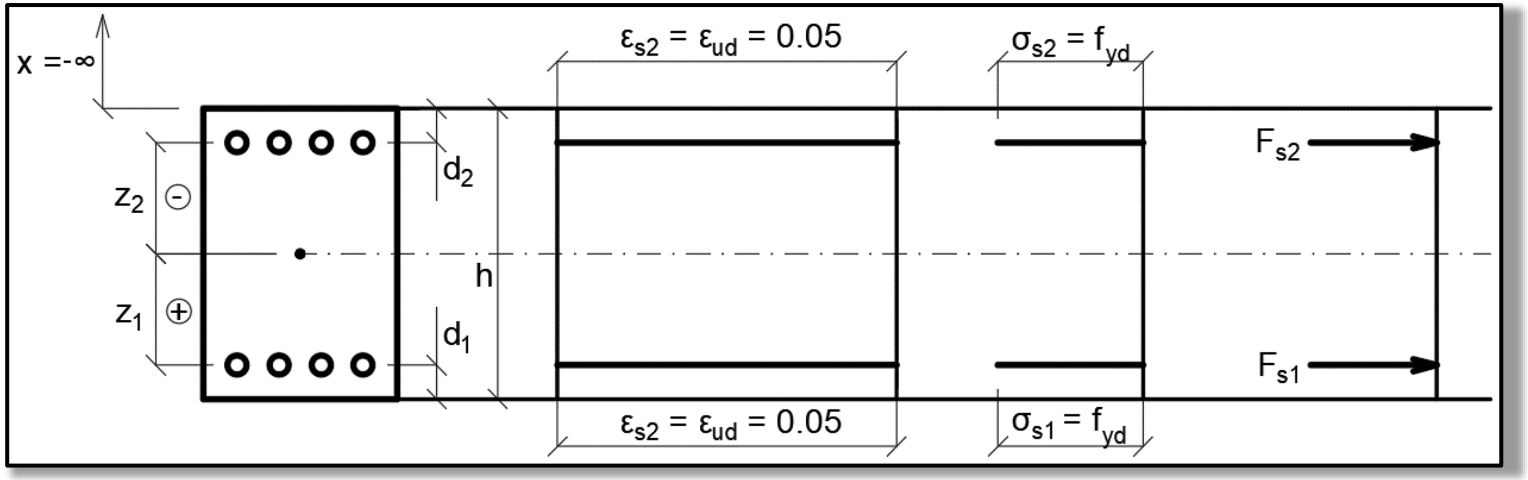
Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Síly ve výztuži vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min\left(\varepsilon_s E_s; f_{yd}\right).$$

Síla v betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) je nulová

$$F_c = 0 \cdot f_{cd} = 0.$$



Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Únosnost průřezu pak můžeme opět nám známým postupem s malými změnami*.

$x = -\infty$	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.05$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c \cdot 0 = 0$
$\varepsilon_{s1} = 0.05$	$\sigma_{s1} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = 0.05$	$\sigma_{s2} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$\boxed{\begin{aligned} N_{Rd} &= F_{s1} + F_{s2} \\ M_{Rd} &= F_{s1} z_1 - F_{s2} z_2 \end{aligned}}$$

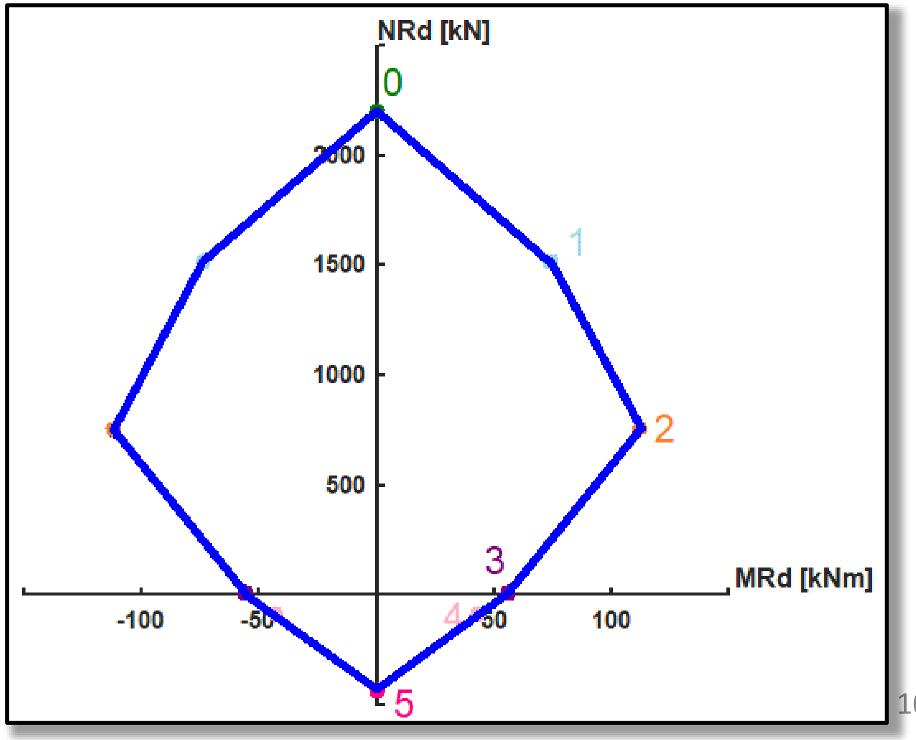
Omezení interakčního diagramu

Omezení interakčního diagramu

Norma nám udává, <u>že vždy musíme uvažovat minimální excentricitu zatížení</u>

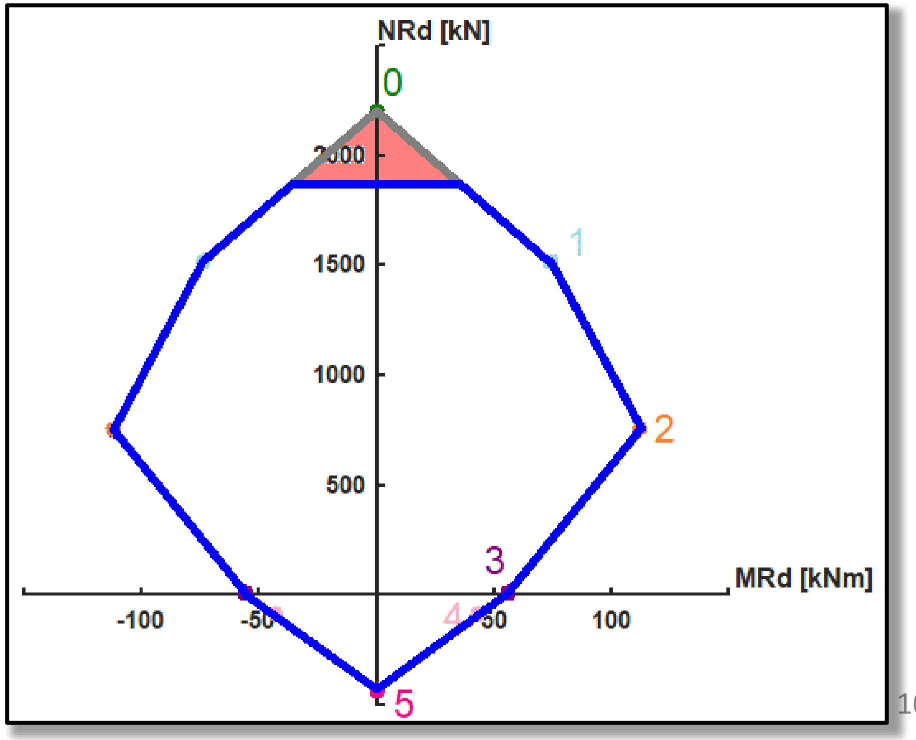
$$e_0 = \max(h/30\,;20\text{ mm})\,,$$

kde h je výška průřezu.



Omezení interakčního diagramu

Abychom na tuto minimální excentricitu nemuseli myslet při každém posouzení, můžeme ji graficky vyjádřit pomocí omezení interakčního diagramu.



Omezení interakčního diagramu

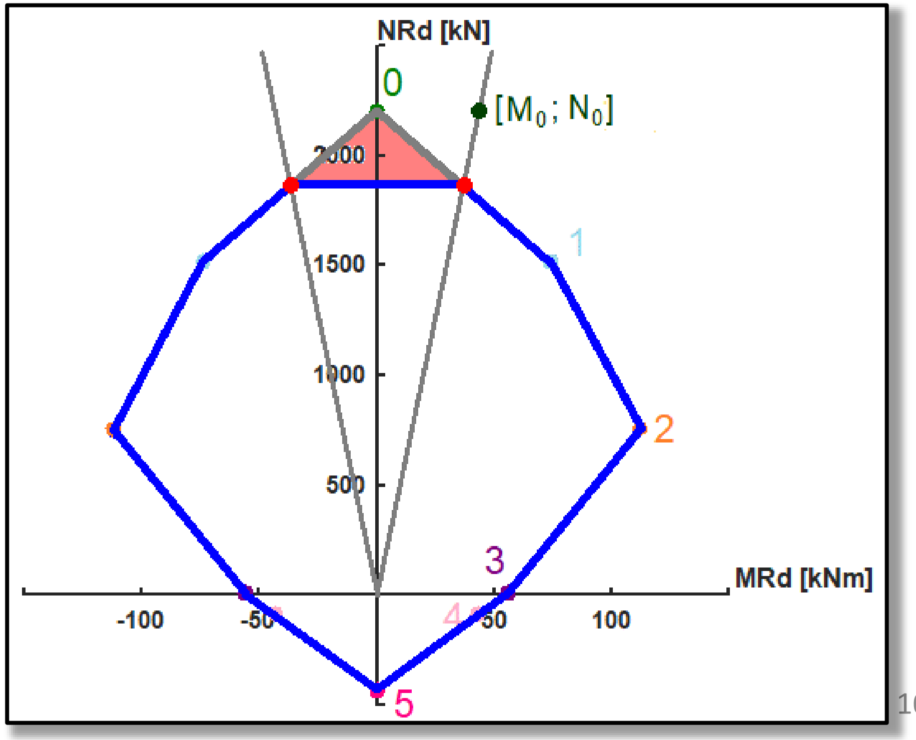
Odpovídající omezení interakčního diagramu získáme tak, že vyneseme bod $[M_0; N_0]$, kde

$$N_0 = N_{Rd,0},$$

$$M_0 = N_0 e_0,$$

a tento bod spojíme s počátkem.

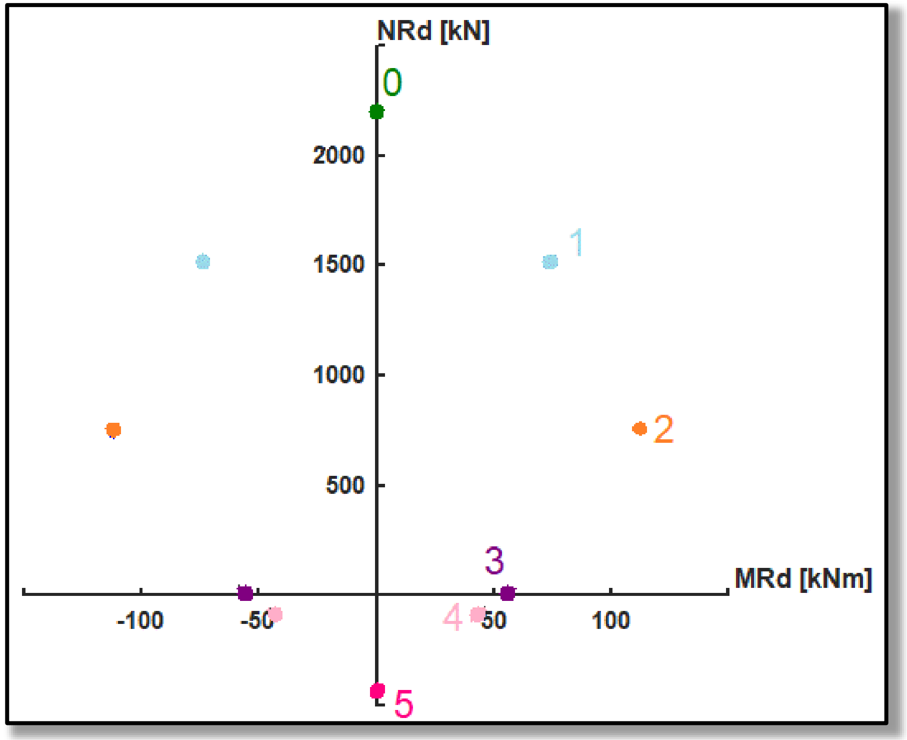
Průsečík spojnice a interakčního diagramu udává omezení interakčního diagramu.



Shrnutí postupu posouzení průřezu

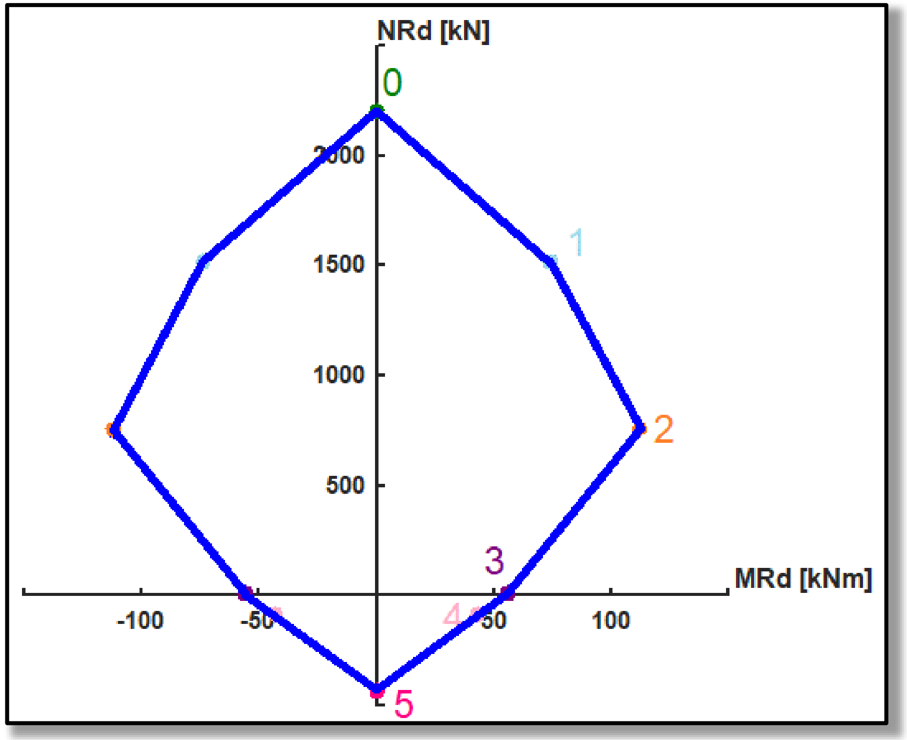
Výpočet bodů

Nejprve **vypočítáme jednotlivé body 0 až 5** (únosnosti při zvolených namáháních).



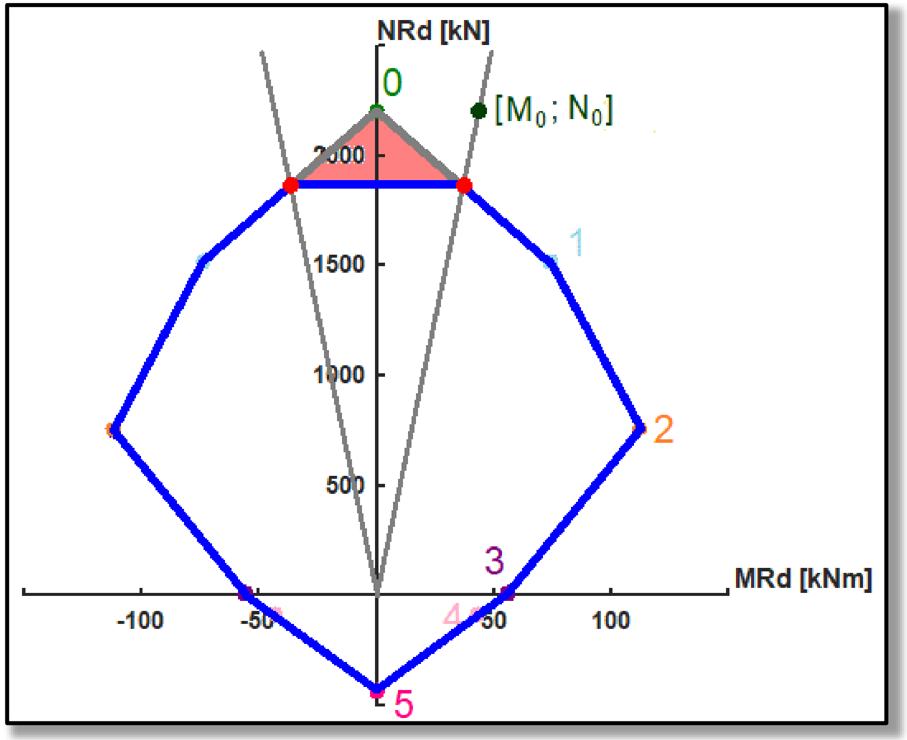
Sestrojení IDP

Následně body spojíme a **vytvoříme interakční diagram** průřezu.



Omezení IDP

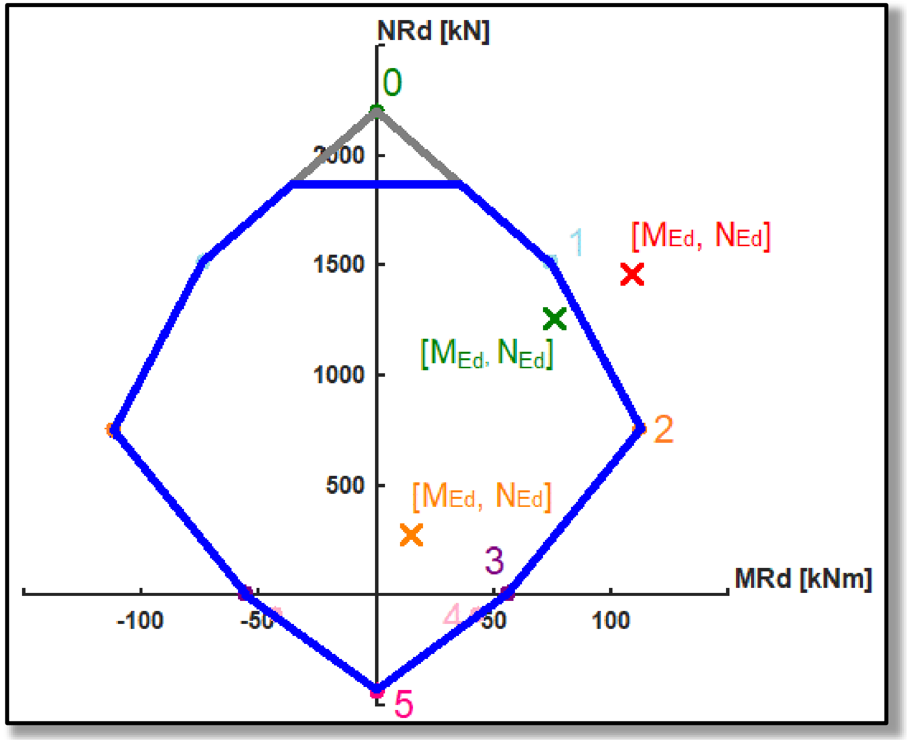
Interakční diagram následně „ořízneme“ kvůli podmínce minimální excentricity.



Posouzení

Pro posouzení průřezu do grafu **vyneseme bod vyjadřující zadané působící vnitřní síly**.

Pokud bod leží mimo oblast vyhraničenou interakčním diagramem – návrh nevyhovuje.



Pokud bod leží v oblasti oblast vyhraničené interakčním diagramem a je daleko od hranice – návrh vyhovuje, ale je neekonomický.

Pokud bod leží v oblasti oblast vyhraničené interakčním diagramem a je blízko hranice – návrh vyhovuje a je ekonomický.

díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi**, **Romanu Chylíkovi** a **Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace a **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému** a **Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.

Děkuji také všem, kteří si prezentaci pročetli až do konce, a v neposlední řadě, děkuji divákům v poslední řadě.