



Úloha 3 – Železobetonový sloup

Únosnost a posouzení průřezu namáhaného M+N

ÚPLNÁ prezentace k cvičení z předmětu NNKB (paralelka Štefan)

Náplň prezentace

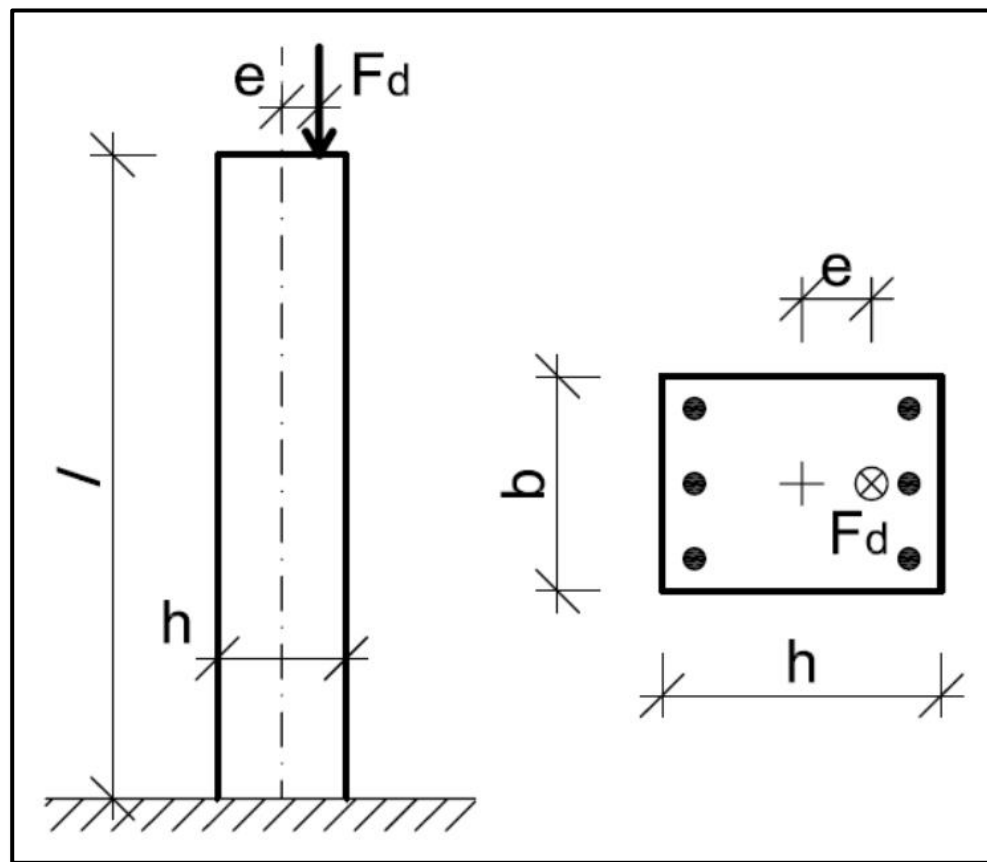
V této prezentaci je popsán postup posouzení průřezu namáhaného kombinací normálové síly a ohybového momentu.

Součástí posouzení je postup stanovení únosnosti $[N_{Rd}, M_{Rd}]$ průřezu namáhaného kombinací normálové síly a ohybového momentu.

Zadání Úlohy 3

Zadání Úlohy 3

Železobetonový sloup zatížený excentricky* působící normálovou silou.



Zadání Úlohy 3

Pro zadaný železobetonový sloup o rozměrech $b \times h \times l$ zatížený normálovou silou F_d na rameni e navrhnete výztuž a průřez sloupu s výztuží posudíte pomocí interakčního diagramu.

$$b = \dots \text{ mm}$$

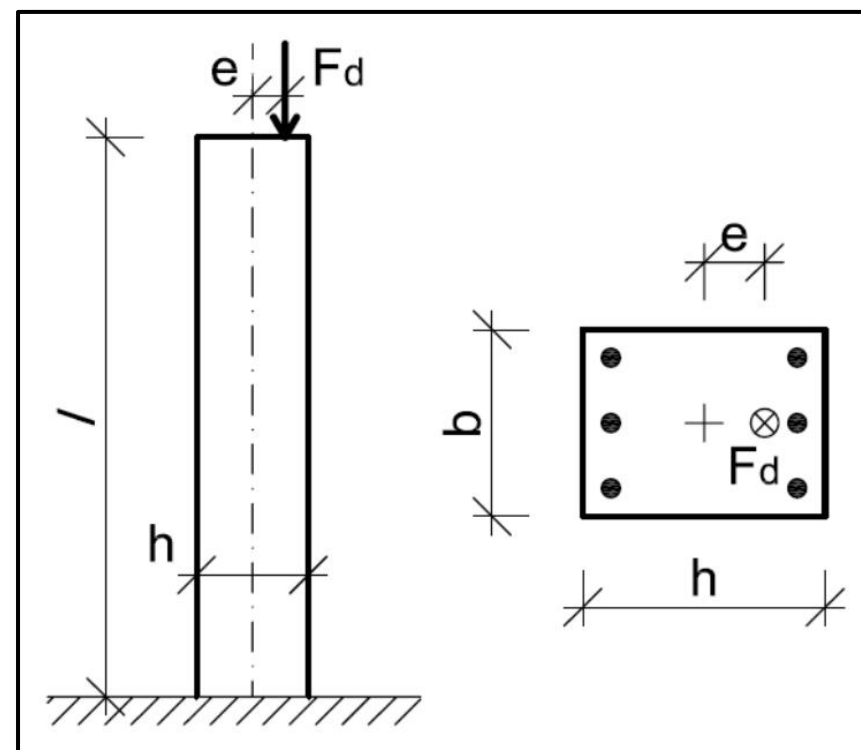
$$h = \dots \text{ mm}$$

$$l = \dots \text{ mm}$$

$$F_d = \dots \text{ kN}$$

$$e = \dots \text{ mm}$$

Materiály a tloušťku krycí vrstvy uvažujeme shodné jako v úloze 2.



Zadání Úkolu 3.2

Naším úkolem je

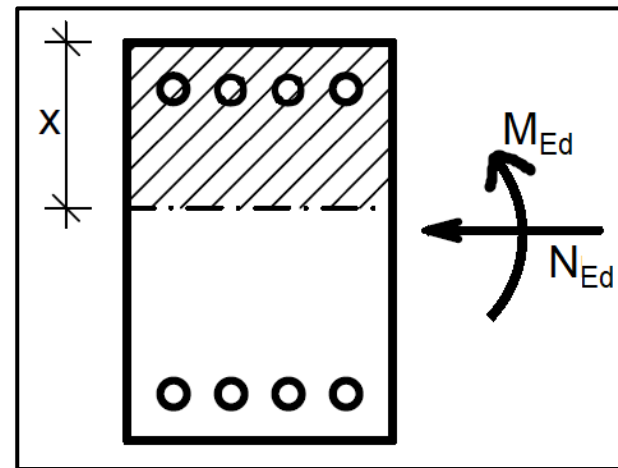
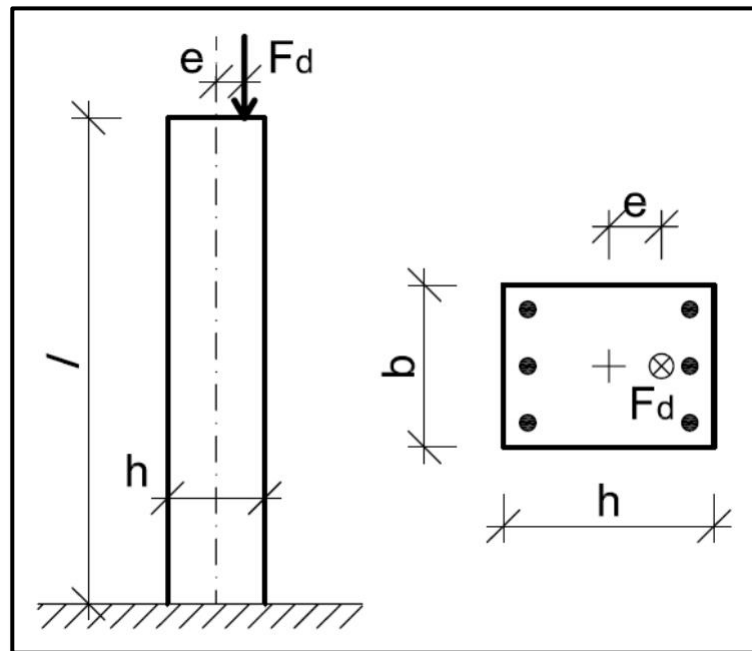
- **posoudit**, zda průřez s navrženou výztuží vyhovuje pro zadané namáhání od zatížení (normálovou sílu a ohybový moment) – tj. zda nedojde ke kolapsu.

Obecný přístup k posuzování

Průřez namáhaný M_{Ed} a N_{Ed}

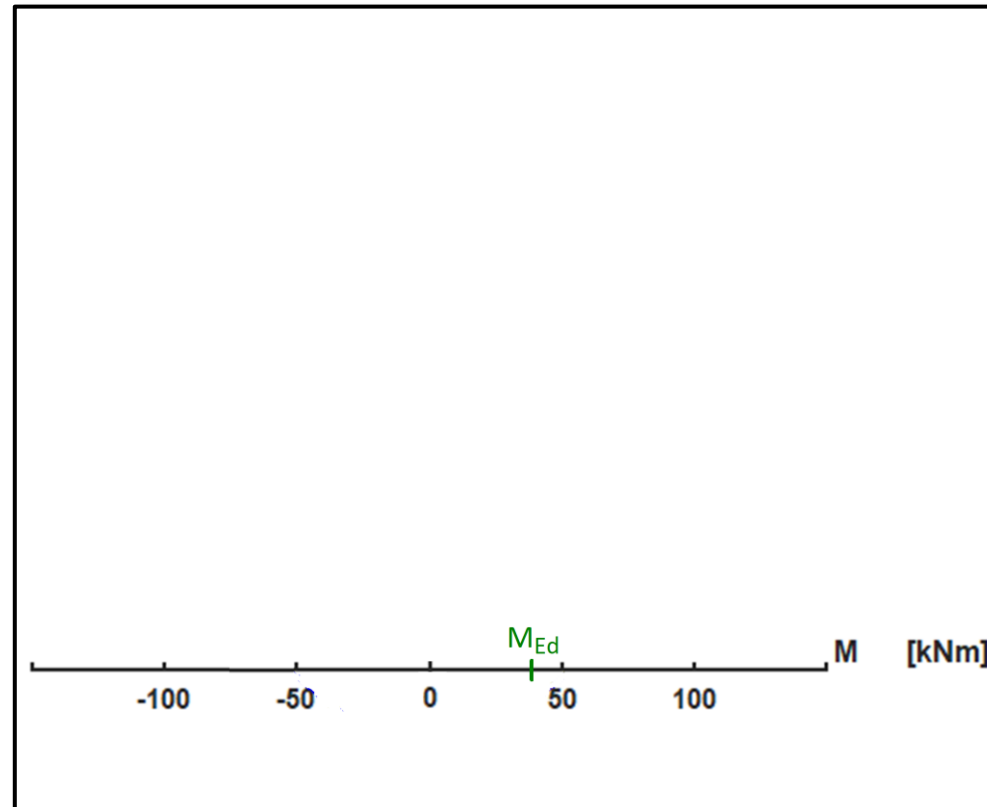
V zadání máme zadaný průřez namáhaný normálovou silou na excentricitě – tj. průřez namáhaný kombinací normálové síly N_{Ed} a ohybového momentu M_{Ed} .

Tento průřez musíme posoudit – ale *jak?*



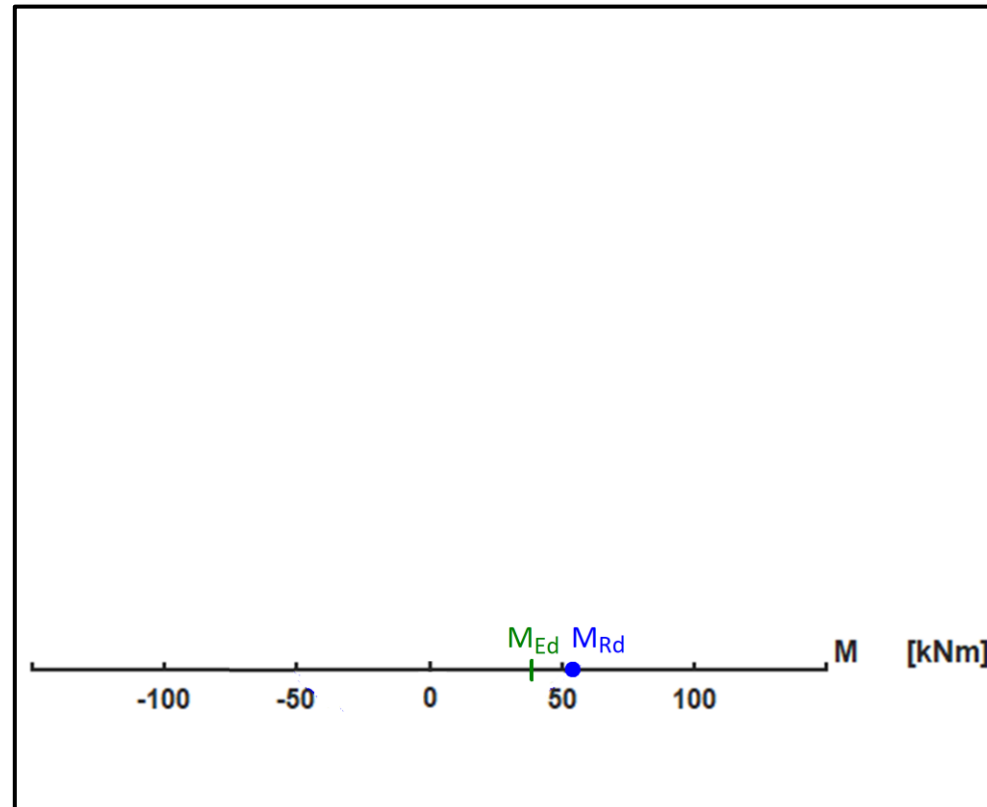
Prostý ohyb ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = 0$)

Kdyby se jednalo o prostý ohyb*, tak...



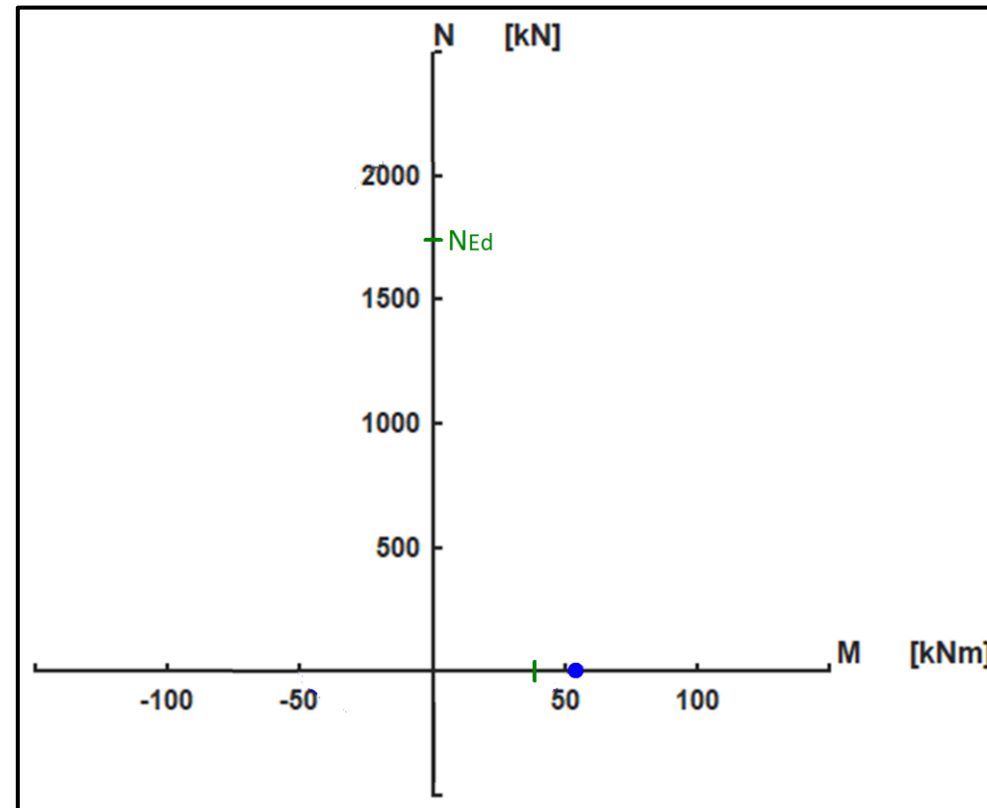
Prostý ohyb ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = 0$)

Kdyby se jednalo o prostý ohyb*, tak bychom spočítali moment únosnosti M_{Rd} a porovnali ho s působícím momentem M_{Ed} .



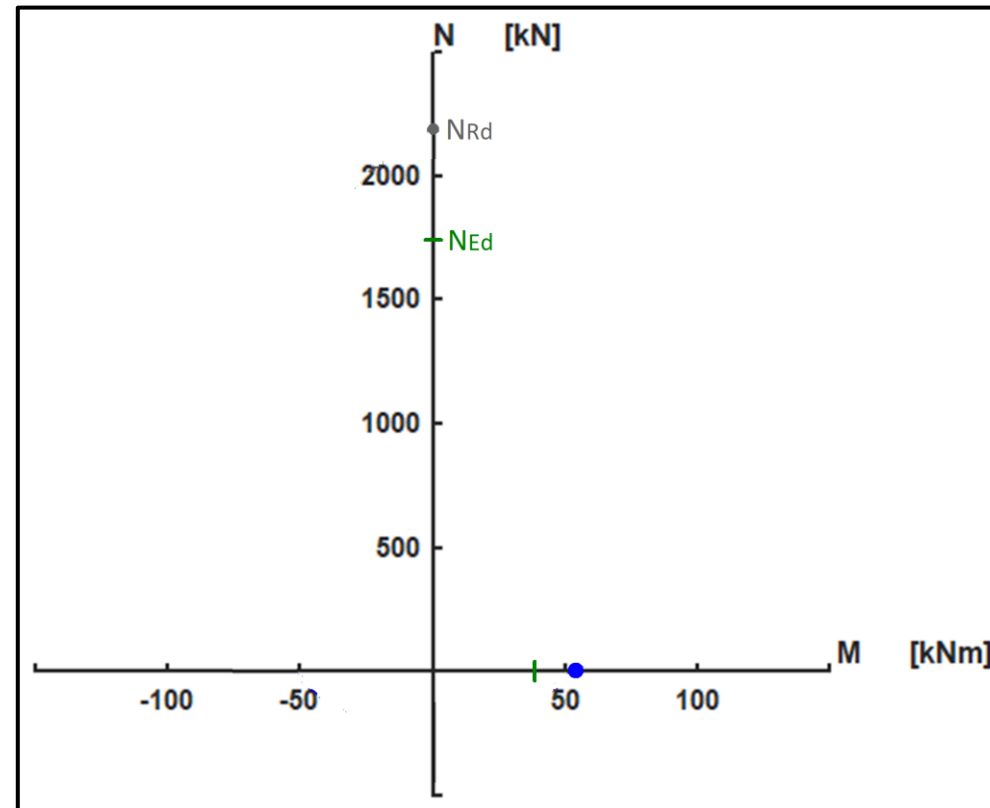
Prostý tlak ($M_{Ed} = 0$ a $N_{Ed} = \dots$)

Kdyby se jednalo o prostý tlak*, tak...



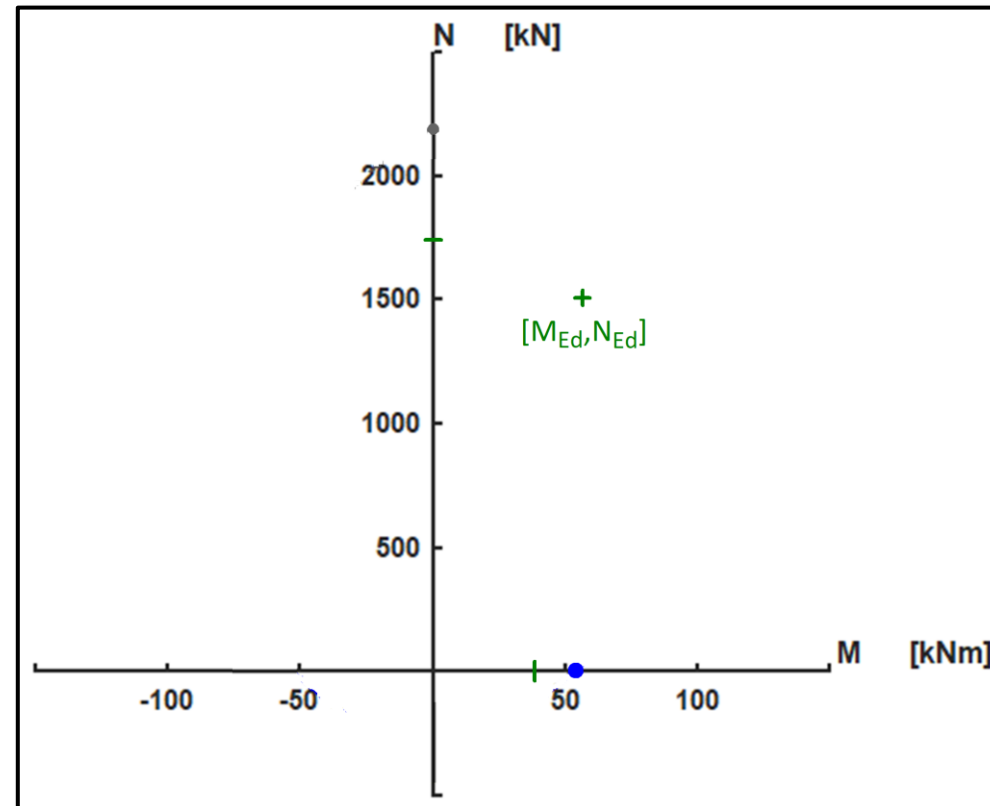
Prostý tlak ($M_{Ed} = 0$ a $N_{Ed} = \dots$)

Kdyby se jednalo o prostý tlak*, tak bychom spočítali normálovou únosnost N_{Rd} a porovnali jí s působící normálovou silou N_{Ed} .



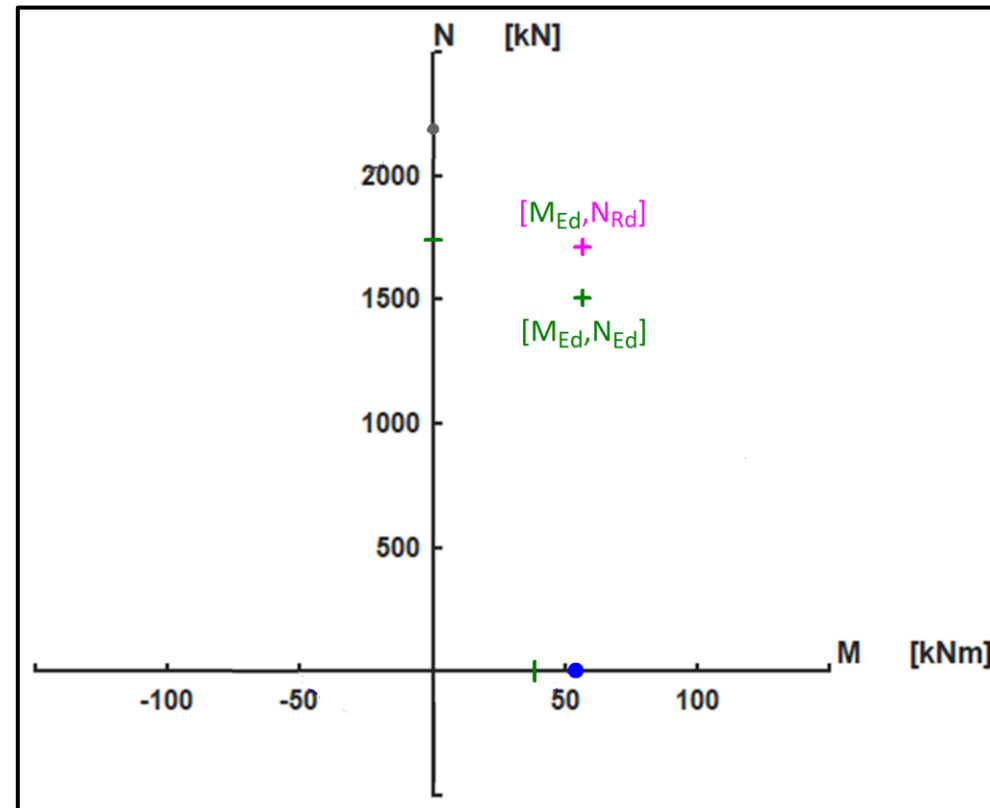
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

No ale co když je průřez namáhaný normálovou silou i ohybovým momentem?



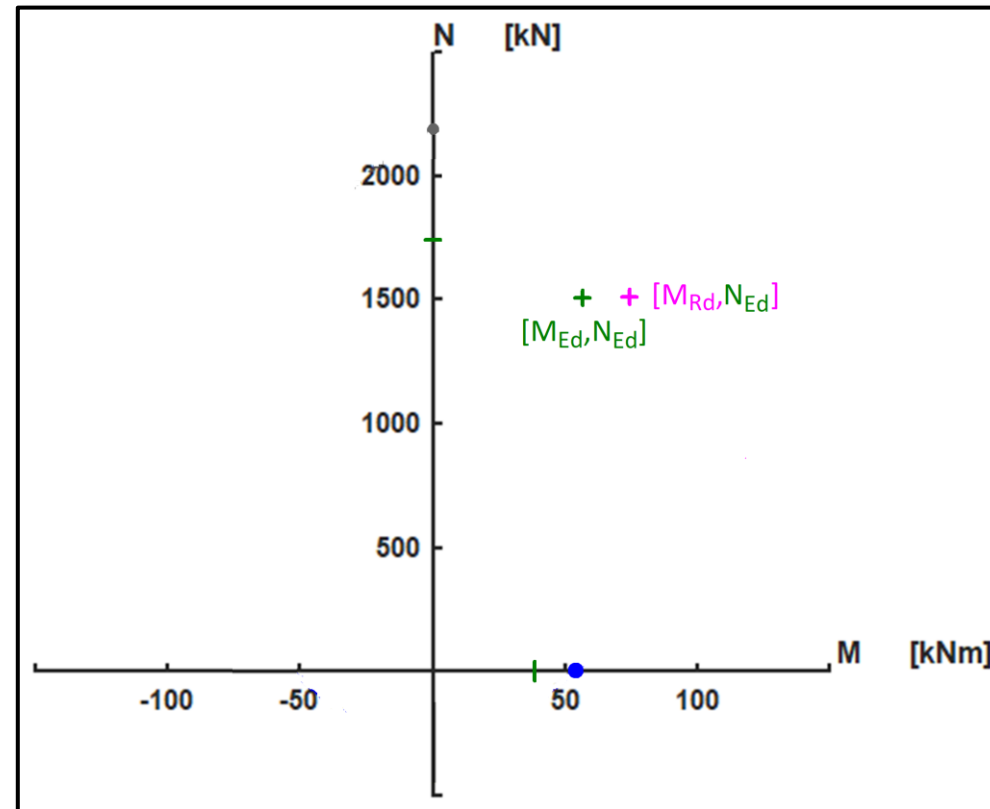
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

Spočítáme normálovou únosnost při daném působícím momentu*?



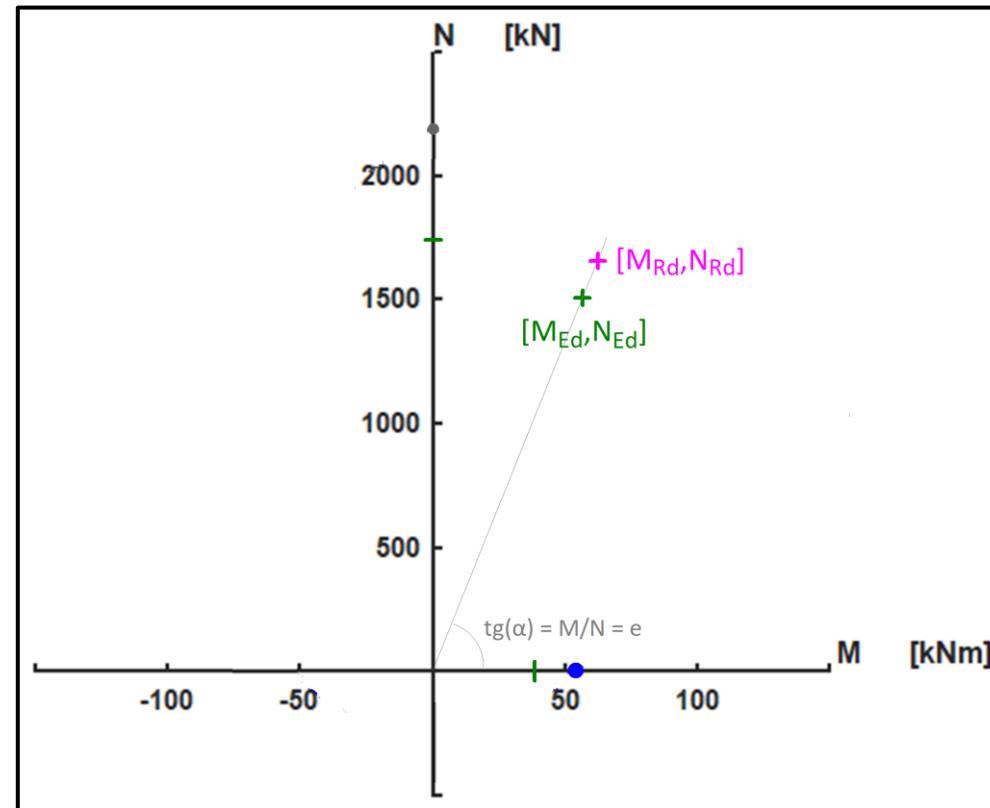
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

Spočítáme momentovou únosnost při dané působící normálové síle*?



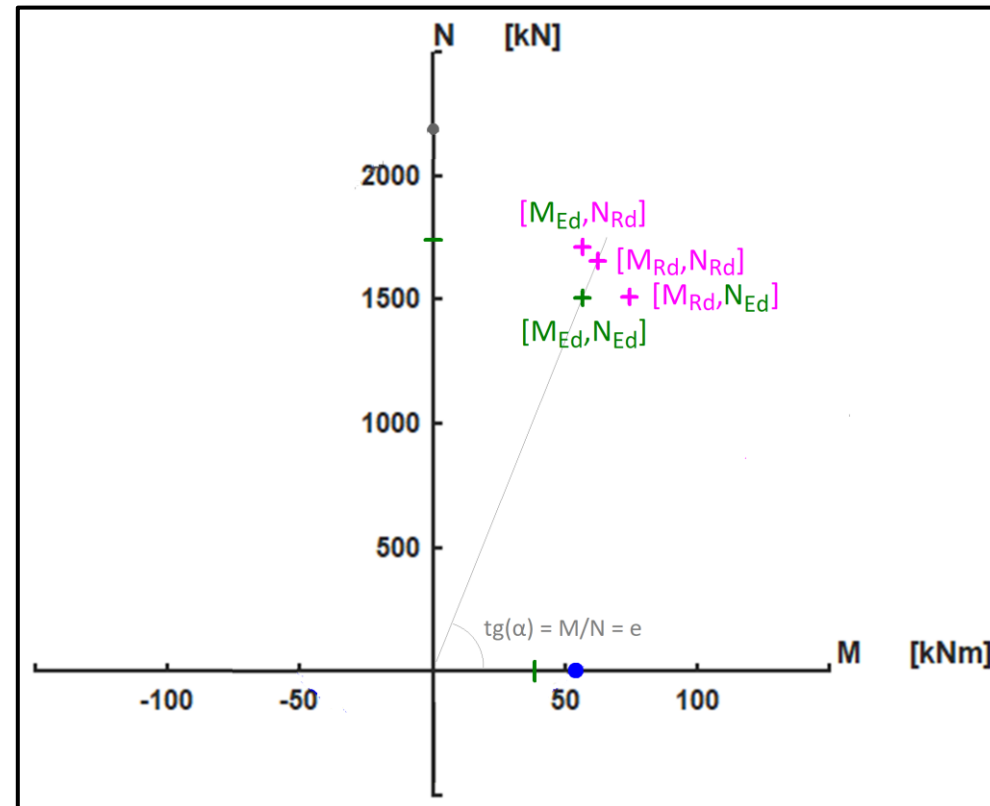
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

Spočítáme normálovou únosnost a momentovou únosnost při dané excentricitě působící síly (tj. daném poměru M/N)*?



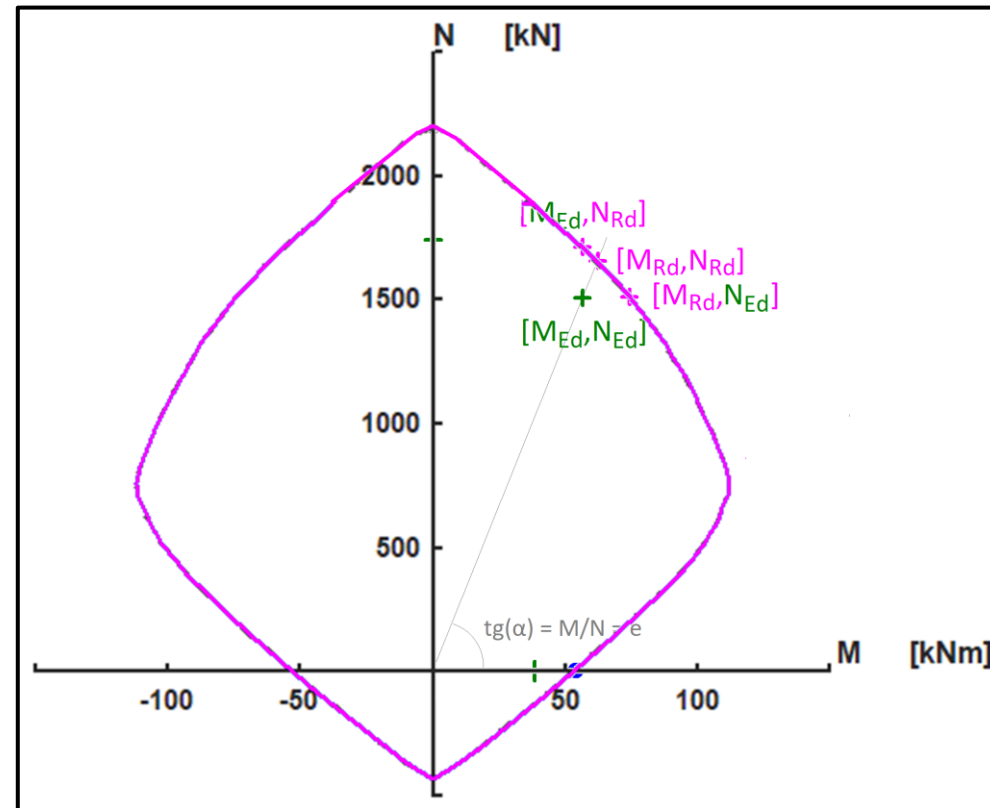
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

Spočítáme všechny tři možnosti.



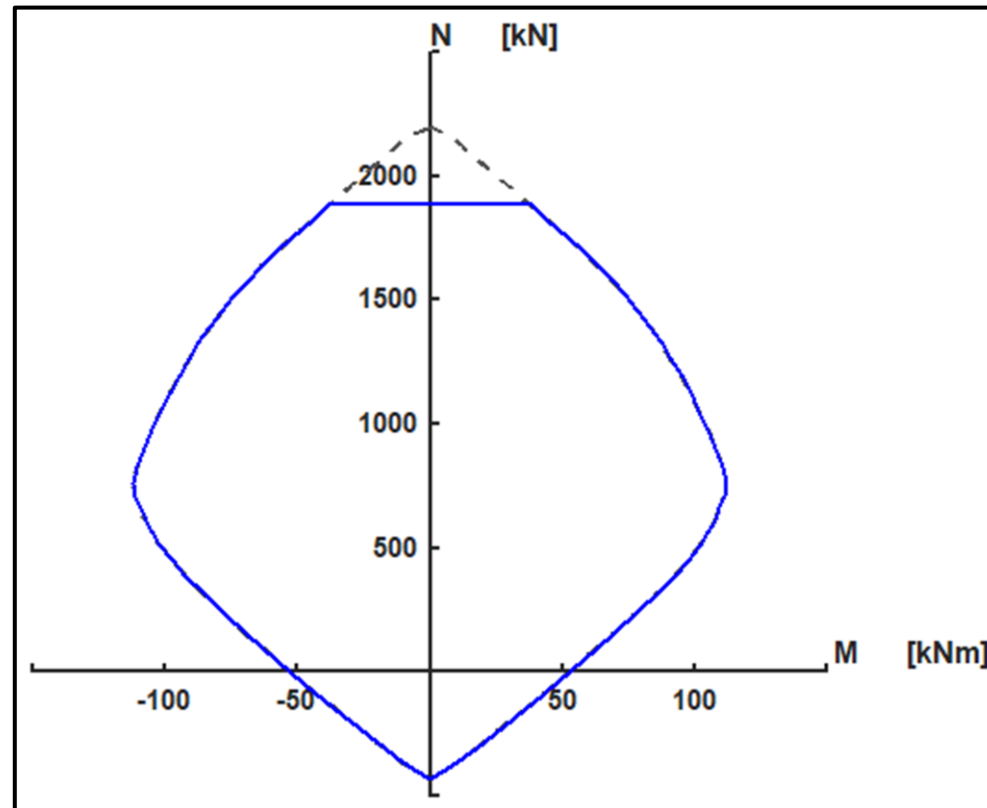
Kombinace namáhání ($M_{Ed} = \dots$ a $N_{Ed} = \dots$)

A nebo radši spočítáme úplně všechny možnosti*.



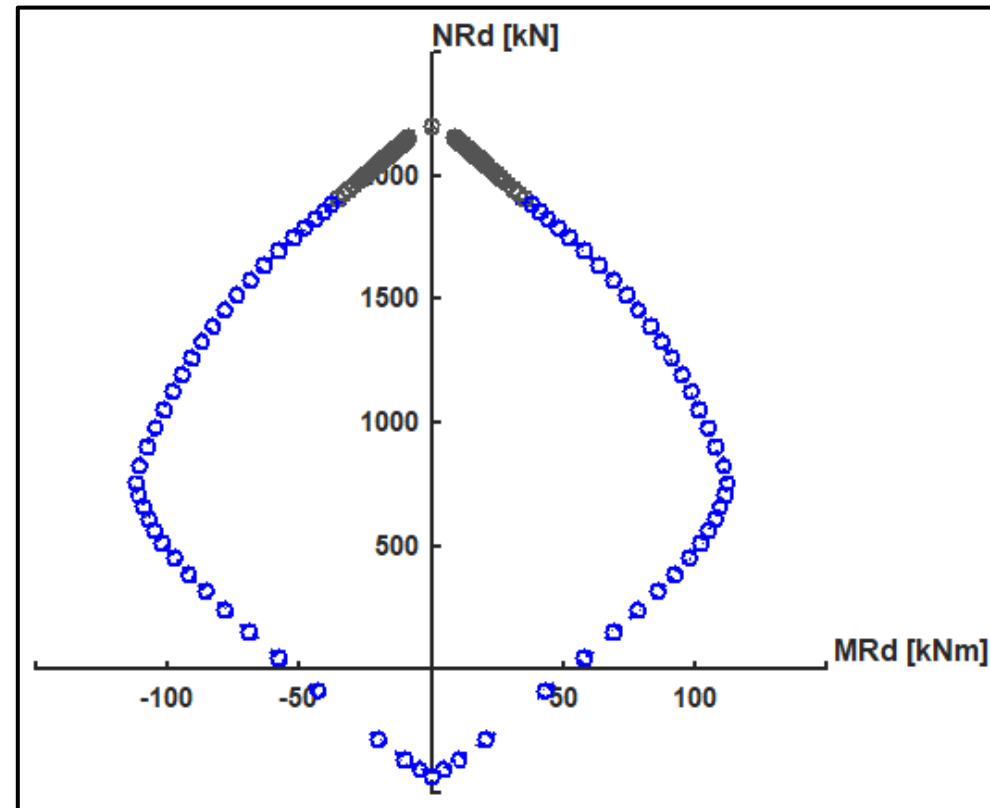
Interakční diagram průřezu

A získáme tím **interakční diagram průřezu** (IDP), který nám graficky zobrazuje únosnost průřezu pro všechny kombinace namáhání $M + N$.



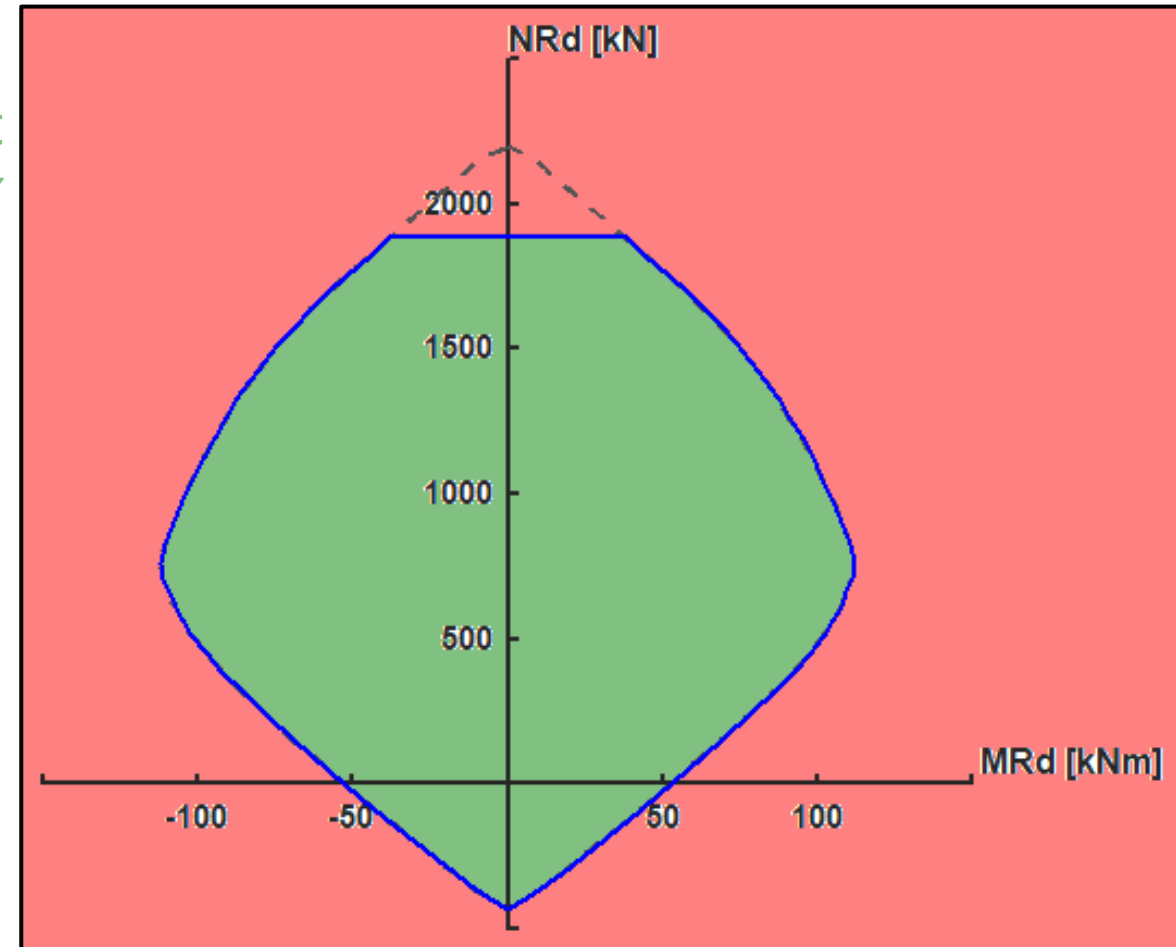
Interakční diagram průřezu

Interakční diagram průřezu (IDP) je **křivka složená z bodů popisujících únosnosti průřezu $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ při různých kombinacích namáhání $M + N$.**



Posouzení pomocí interakčního diagramu

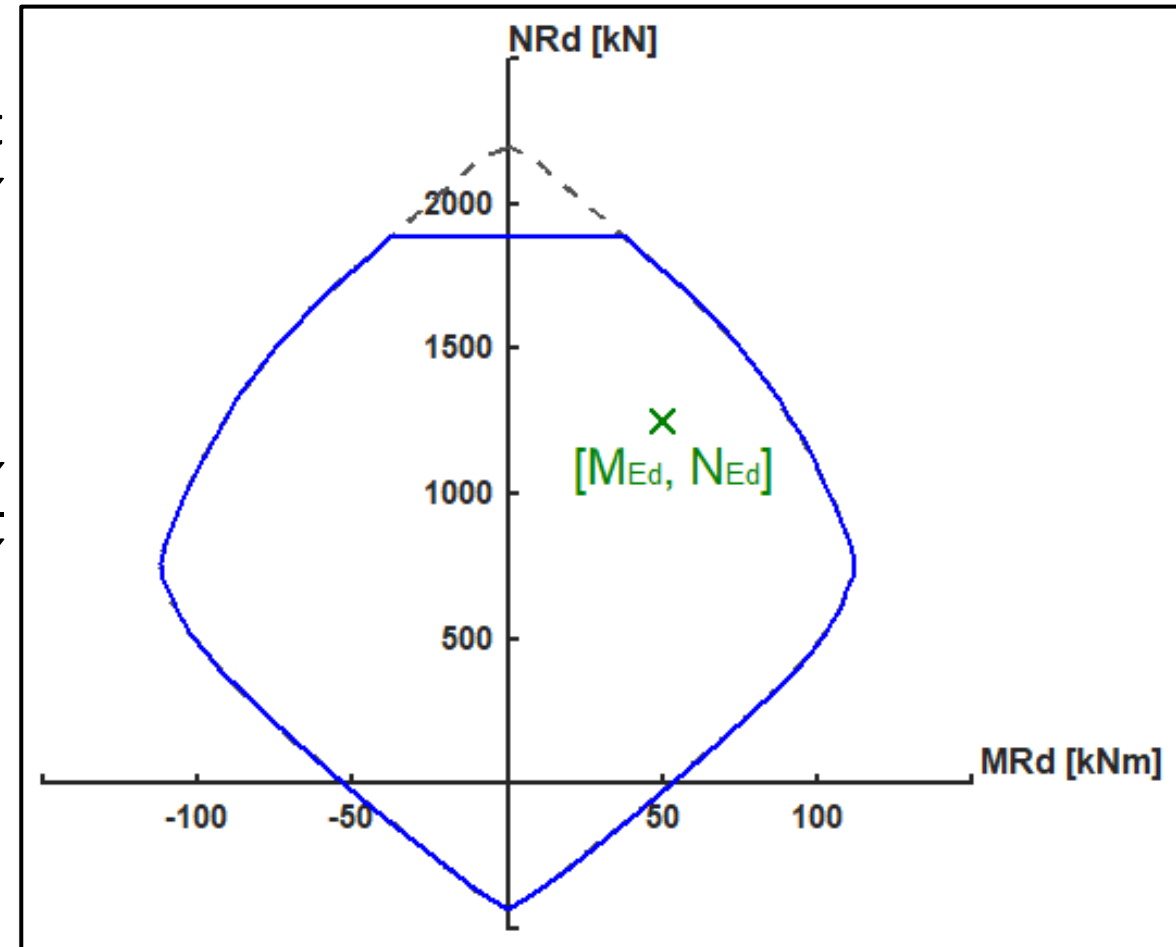
Jelikož interakční diagram průřezu znázorňuje únosnost průřezu, pak oblast uvnitř diagramu obsahuje vyhovující namáhání.



Posouzení průřezu namáhaného $M + N$

Jelikož interakční diagram průřezu znázorňuje únosnost průřezu, pak oblast uvnitř diagramu obsahuje vyhovující namáhání.

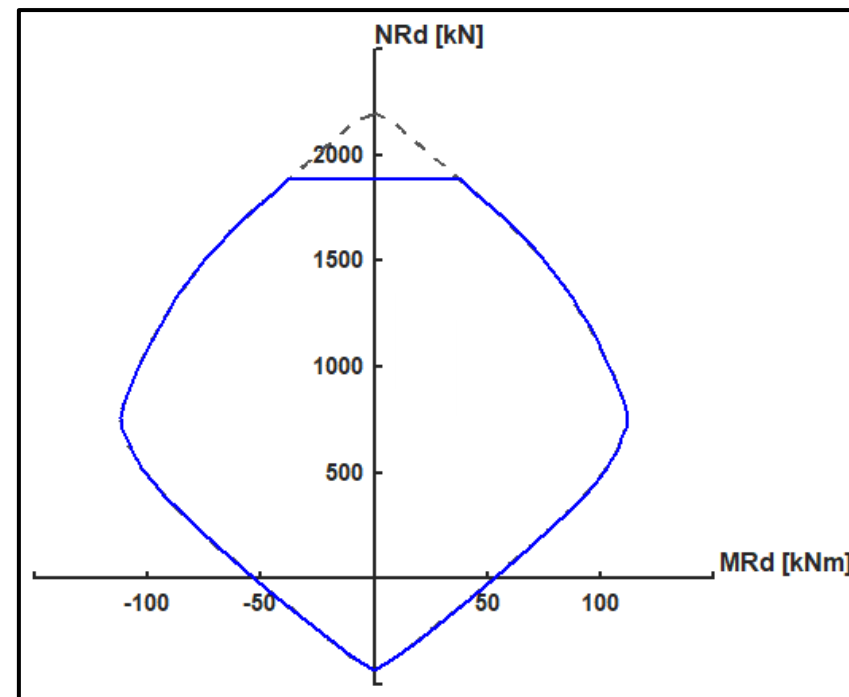
→ Pokud bod znázorňující působící síly leží uvnitř diagramu, jsou působící síly menší než únosnost a návrh vyhovuje.



Obecný přístup k posuzování

Postup posouzení je tedy:

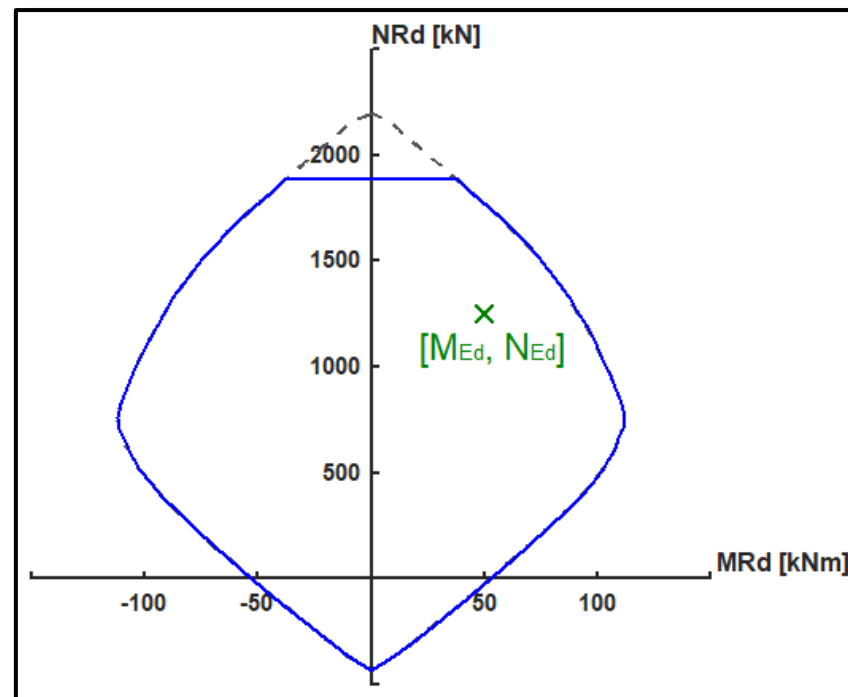
1. **Sestrojit interakční diagram průřezu.**
2. Do diagramu vyčíst zadané působící vnitřní síly a posoudit průřez.



Obecný přístup k posuzování

Postup posouzení je tedy

1. Sestrojit interakční diagram průřezu.
2. Do diagramu vynést zadané působící vnitřní síly a tím posoudit průřez.

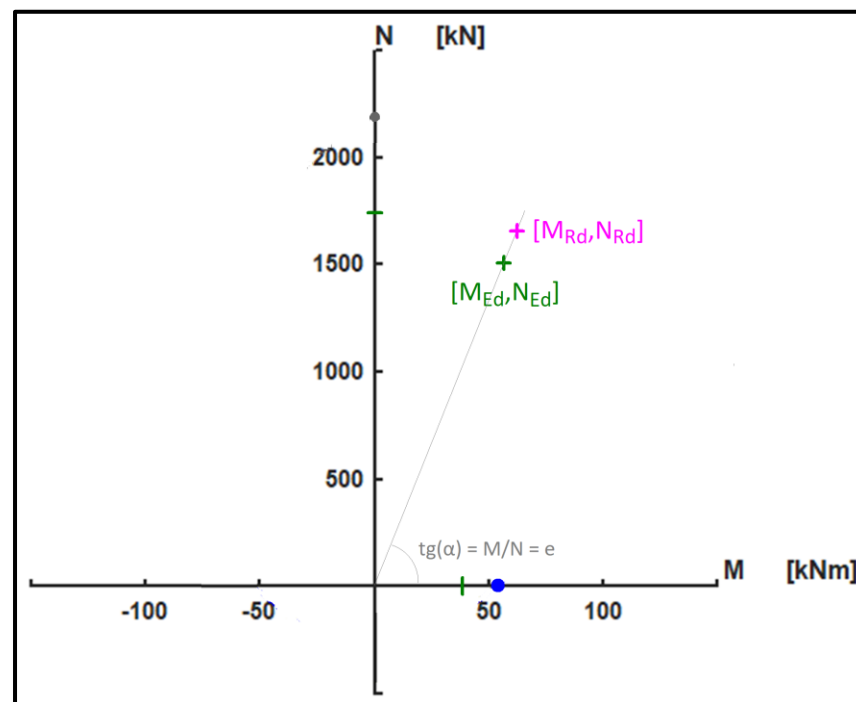


Proč používáme interakční diagram?

Proč používáme interakční diagram?

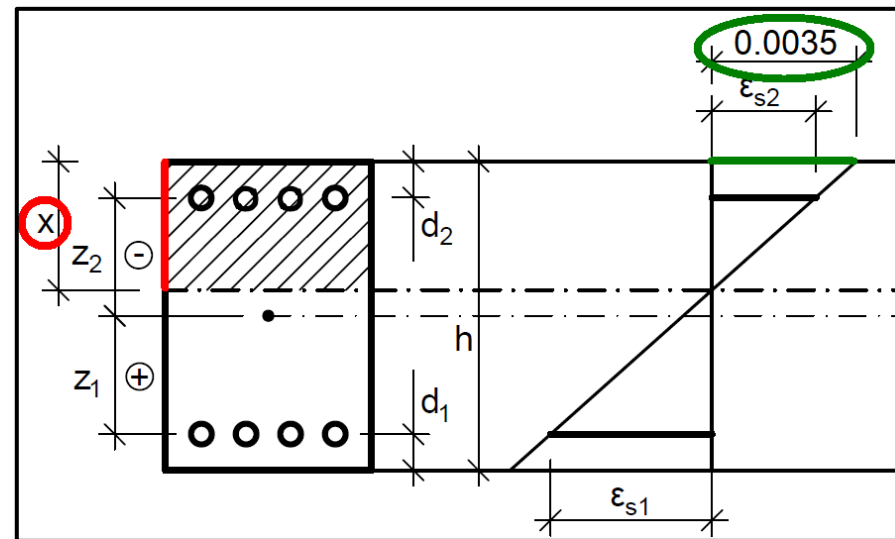
Někoho by mohlo napadnout: *Proč si dáváme takovou práci a sestavujeme IDP a nevypočítáme prostě jen únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ při dané excentricitě působící síly?*

Důvod je následující.



Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

Pro jakkoliv namáhaný průřez lze jednoduše stanovit únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, pokud známe průběh přetvoření po průřezu – tj. pokud známe přetvoření krajních vláken a polohu neutrální osy.

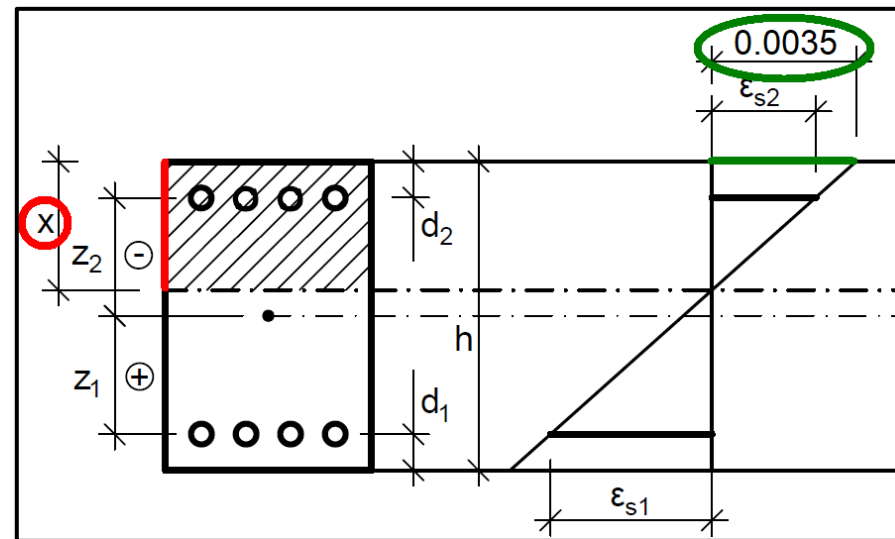


TEORIE NAVÍC

Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

Přetvoření krajních vláken je známé – to nám přesně udává norma.

Problém je však v tom, že nelze nijak jednoduše stanovit polohu neutrální osy pro danou kombinaci namáhání $N_{Ed} + M_{Ed}^*$.



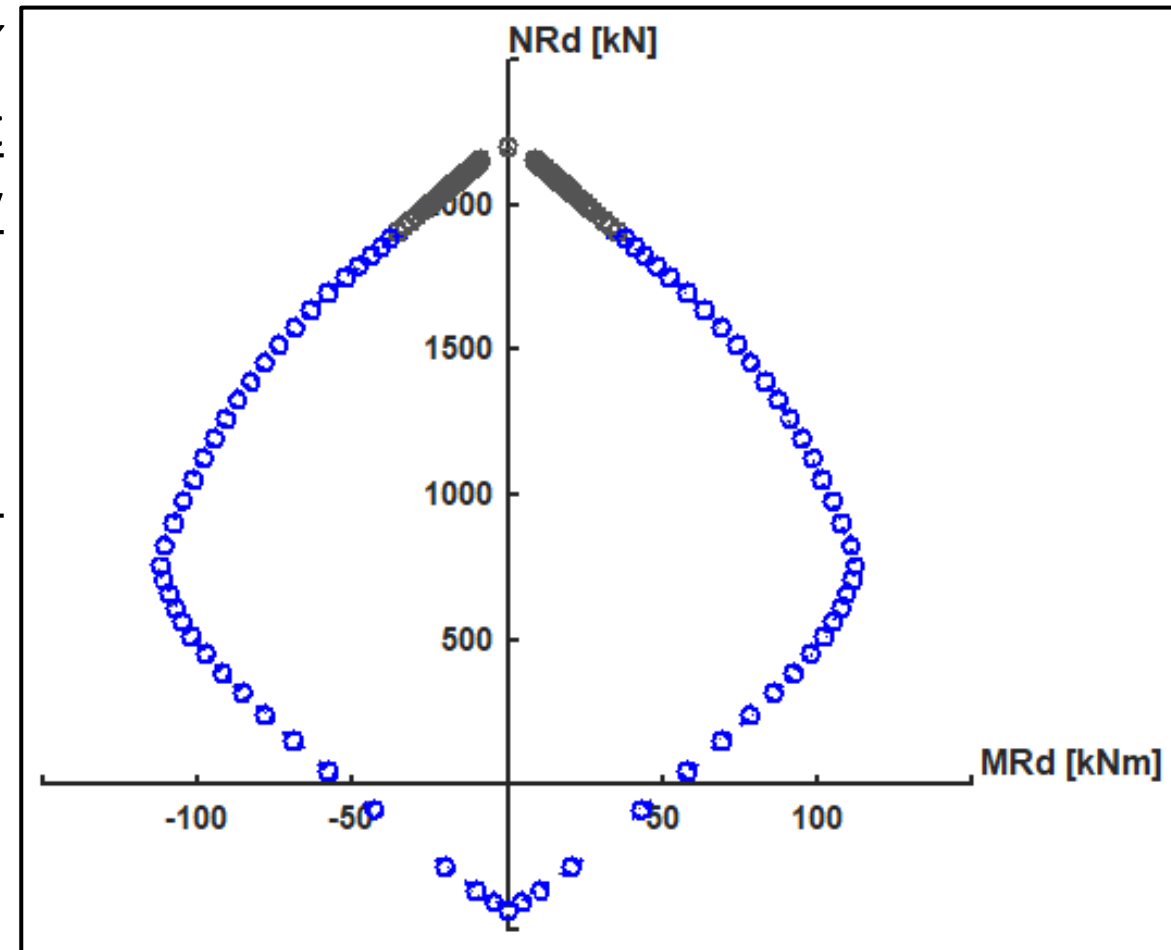
* Máme sloup zatížený silou N_{Ed} na excentricitě e_{Ed} . Kdybychom zvyšovali normálovou sílu N , tak poroste i moment $M = N \cdot e$. Chtěli bychom zjistit, až na jakou hodnotu ($N = N_{Rd}$) můžeme sílu s touto excentricitou e_{Ed} zvětšit. Tohle však neumíme nijak jednoduše spočítat, protože neumíme určit, jaká bude výška tlačené oblasti pro dané e_{Ed} :(

TEORIE NAVÍC

Únosnost při kombinaci namáhání $[M_{Rd}, N_{Rd}]$

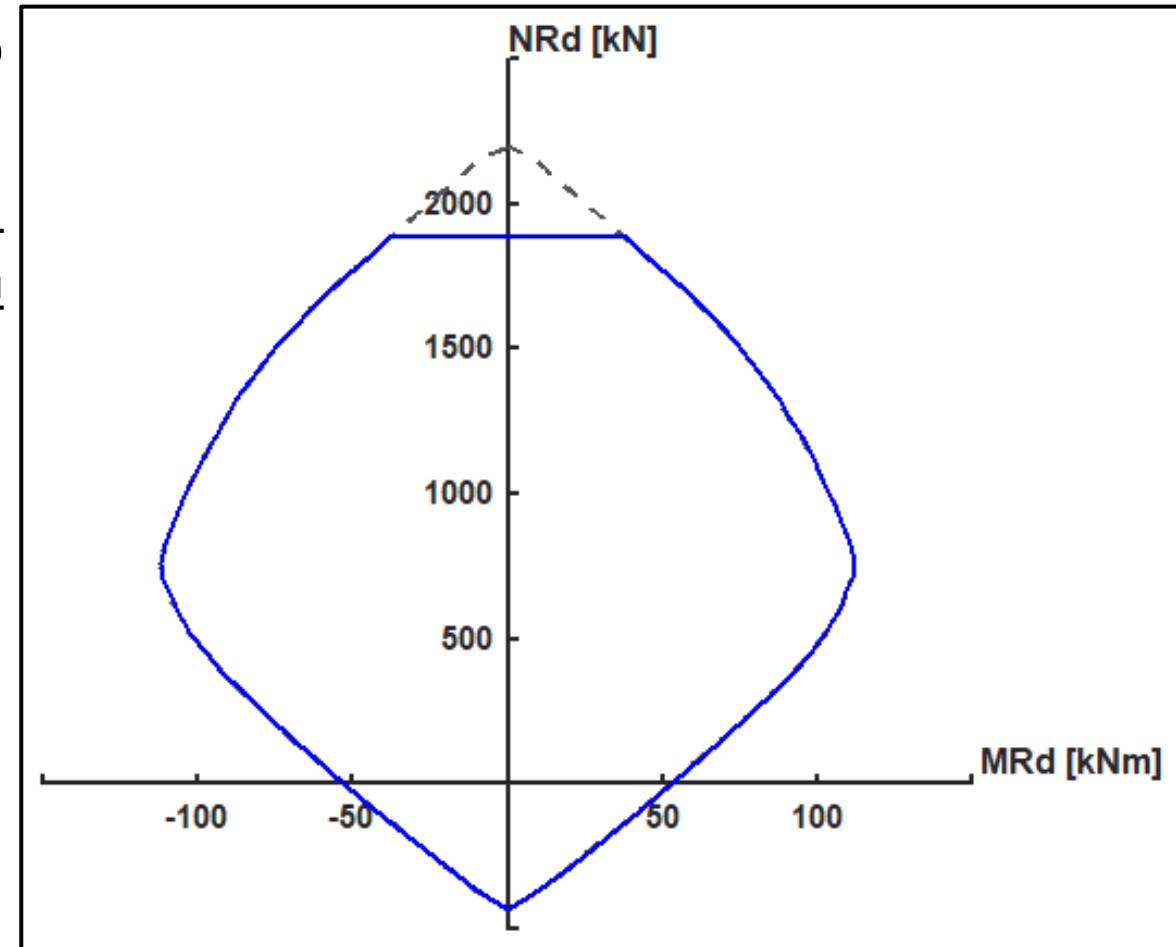
Když nevíme, jakou zvolit polohu neutrální osy x pro výpočet, tak spočítáme únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ pro všechny možné polohy neutrální osy*.

Tím dostaneme velké množství různých kombinací únosnosti $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, které si vyneseme do grafu.



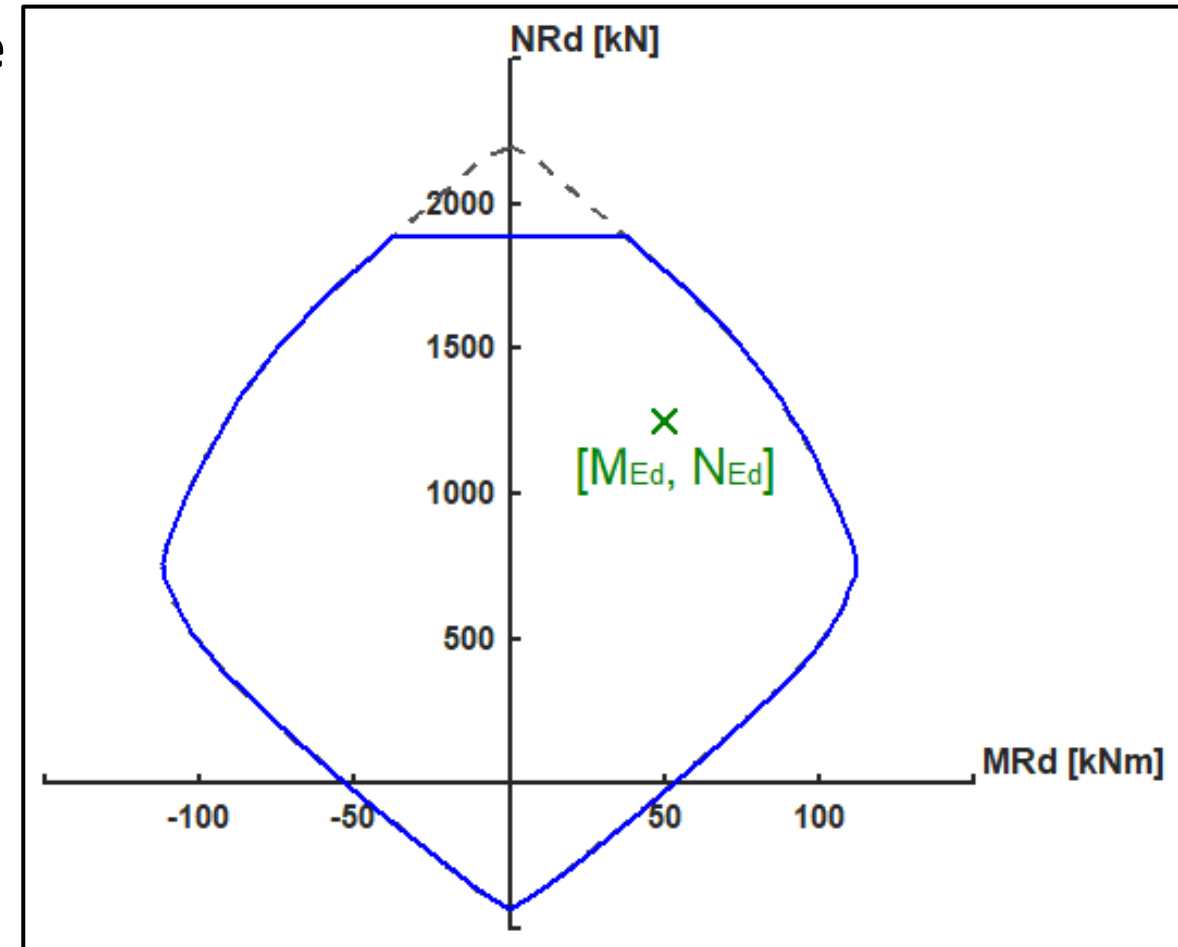
Interakční diagram průřezu

Kdybychom výpočet provedli pro nekonečně mnoho poloh, získali bychom nekonečně mnoho bodů a vznikla by nám křivka – a to je náš interakční diagram průřezu.



Interakční diagram průřezu

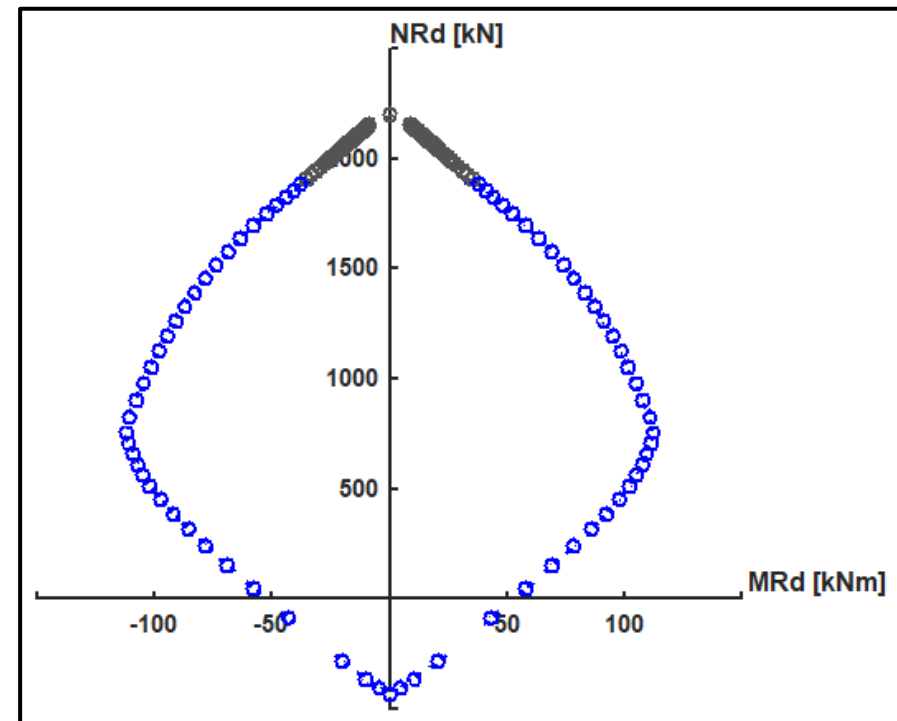
Interakční diagram pak můžeme **jednoduše použít pro posouzení průřezu**.



Sestrojení interakčního diagramu

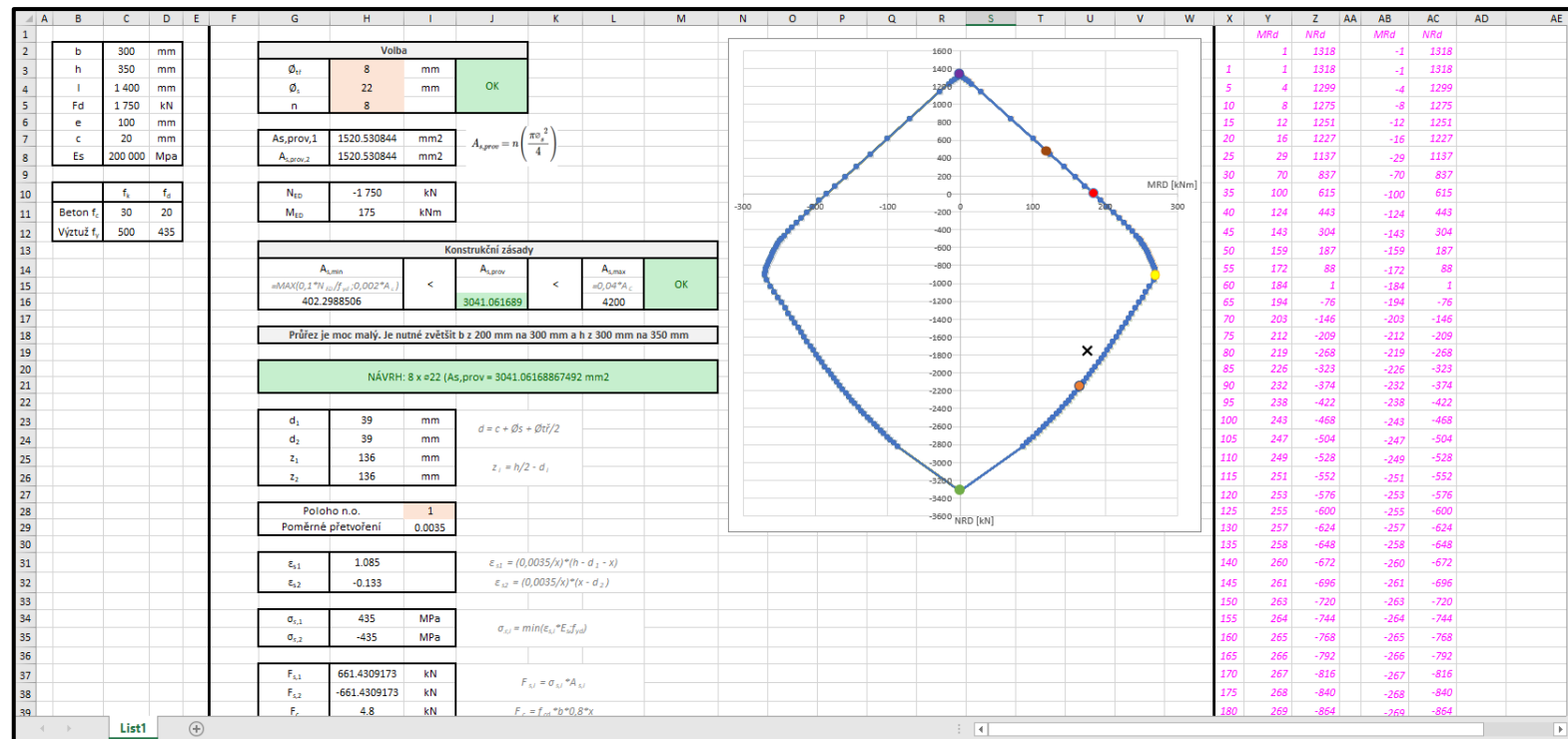
Sestrojení interakčního diagramu

Pro posouzení průřezu potřebujeme sestavit interakční diagram. Ten můžeme sestavit tak, že spočítáme únosnost pro všechny možné polohy neutrální osy.



Sestrojení interakčního diagramu

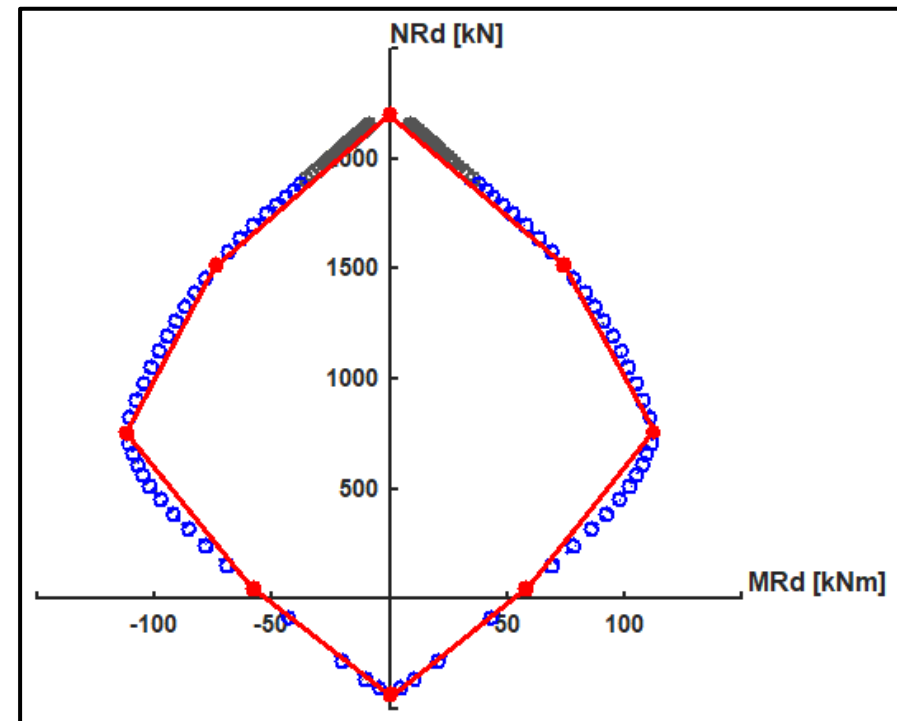
Při použití počítače (např. Excelu) je možné relativně rychle vypočítat únosnosti pro velké množství různých poloh neutrální osy. Tím získáme velké množství bodů a můžeme sestavit skutečný interakční diagram.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

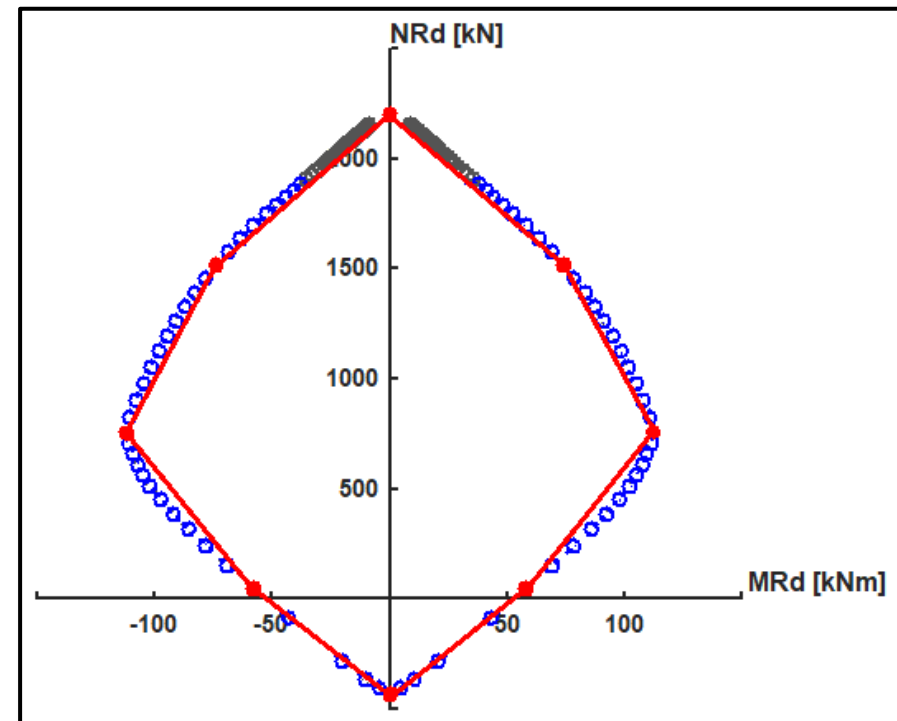
Při ručním výpočtu by ale vypočítat únosnosti pro velké množství různých poloh neutrální osy trvalo dlouho.

Když se ale podíváme na tvar diagramu tak vidíme, že **stačí spočítat několik „významných“ bodů a ty spojit úsečkami.**



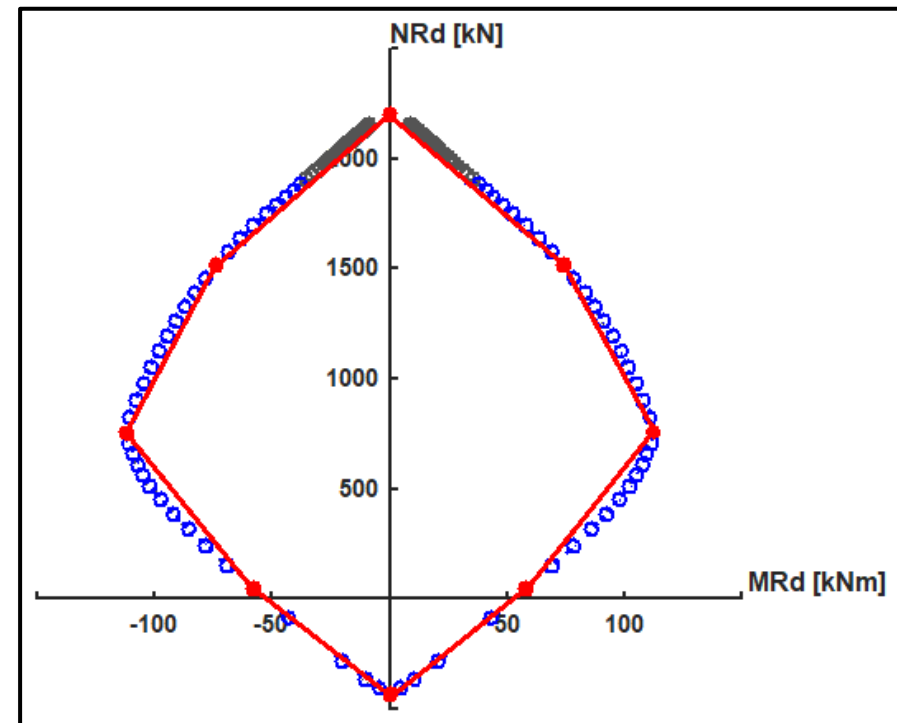
Bodový interakční diagram

Bodový interakční diagram (tj. interakční diagram sestavený pouze z několika bodů) je mnohem rychlejší na sestavení.



Bodový interakční diagram

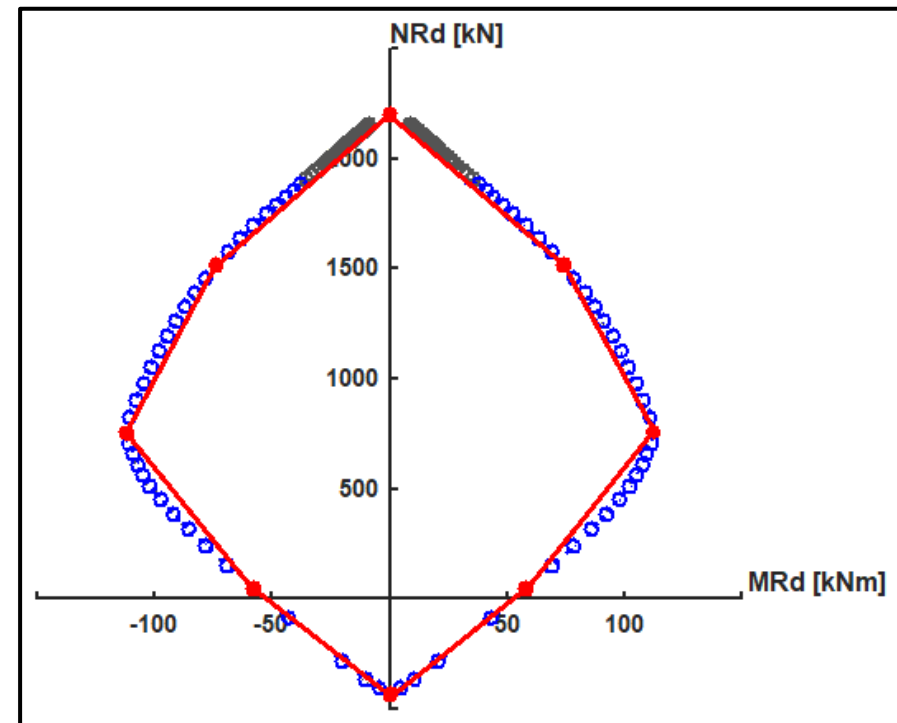
Bodový interakční diagram je menší než skutečný interakční diagram, a proto je jeho použití pro posouzení průřezu bezpečnější. (Protože uvažujeme, že únosnost je menší než jaká skutečně je.)



Bodový interakční diagram

Pro posouzení průřezu použijeme tento rychlejší (a bezpečnější) bodový interakční diagram.

A jaké „významné“ body vypočítáme?



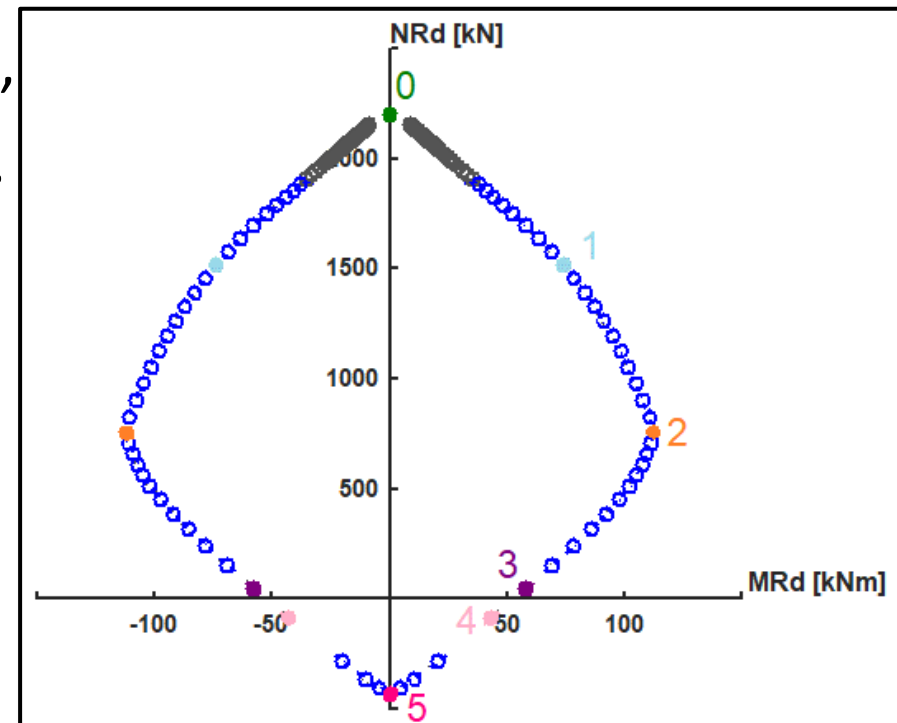
Bodový interakční diagram

Nejdůležitější jsou body zvláštního namáhání:

- bod 2: maximální momentová únosnost ($M_{Rd,max}$),
- bod 3: prostý ohyb ($N_{Rd} = 0$),
- bod 0: maximální únosnost v tlaku ($M_{Rd} = 0$),
- bod 5: maximální únosnost v tahu ($M_{Rd} = 0$).

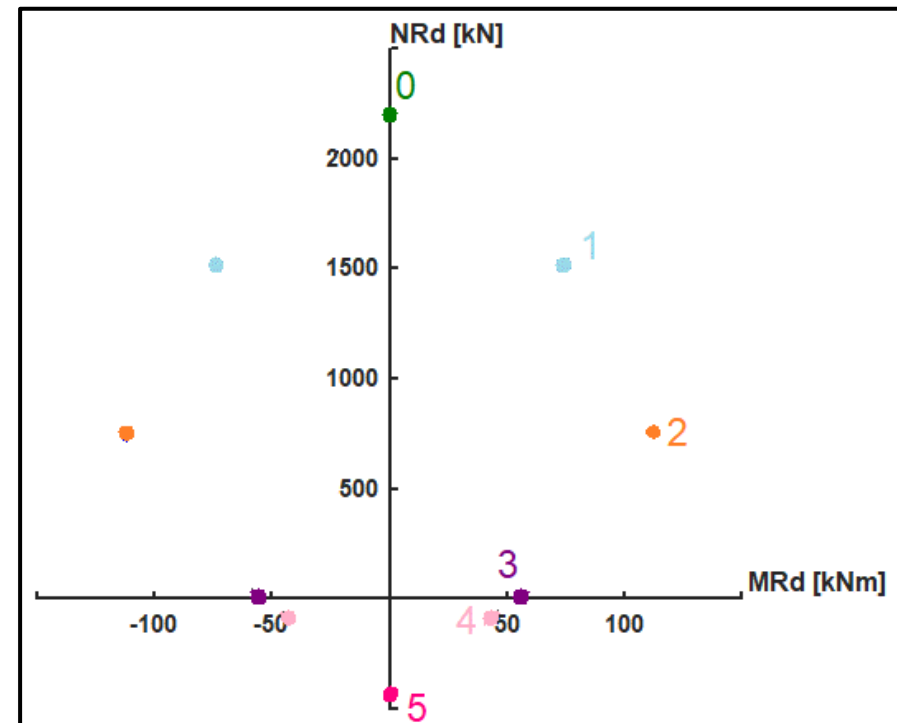
Pro zpřesnění se hodí vypočítat další dva zvláštní body

- bod 1 – nulové přetvoření dolní výztuže,
- bod 4 – nulové přetvoření horní výztuže.



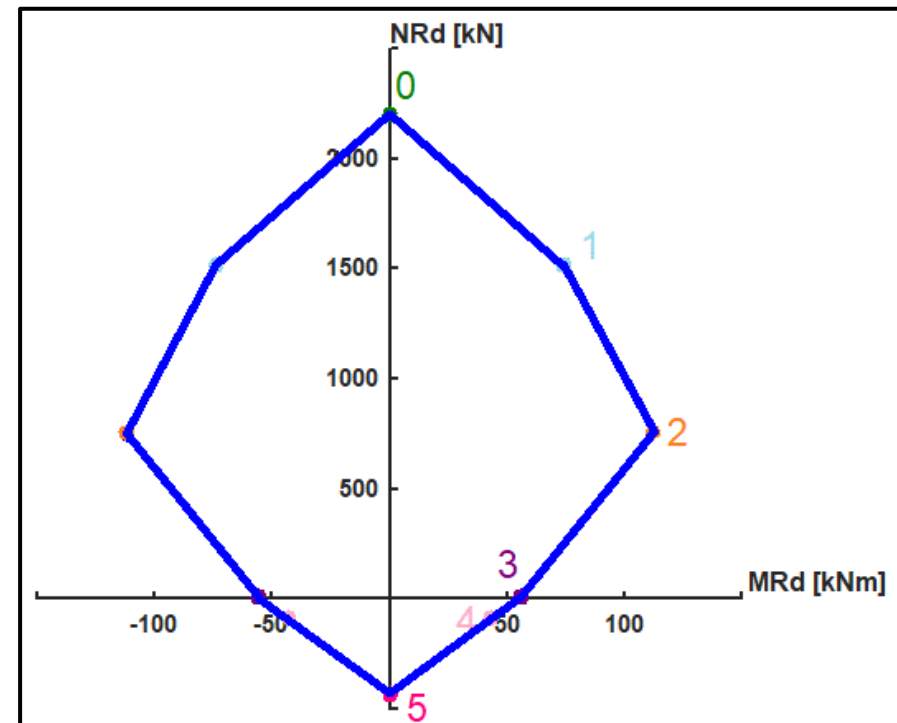
Sestrojení bodového interakčního diagramu

Ve chvíli, kdy máme vypočítané únosnosti pro různé druhy namáhání (body 0 až 5), můžeme tyto body vynést do grafu.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

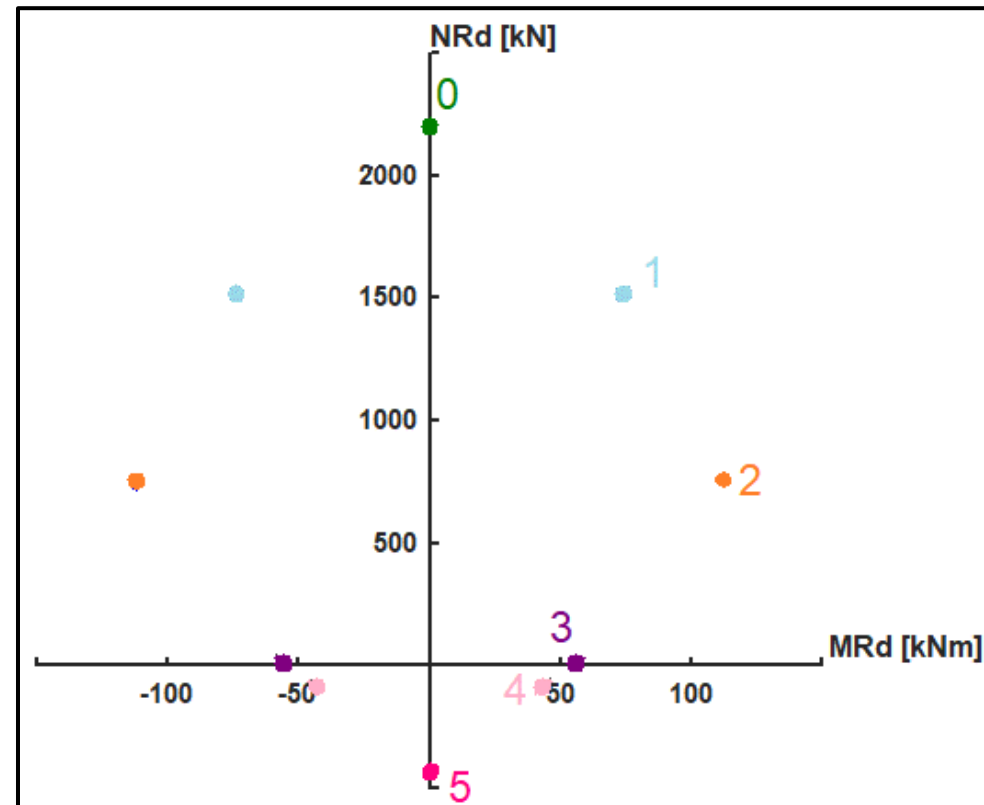
Spojením bodů dostaneme **bodový interakční diagram**.



Výpočet bodu interakčního diagramu

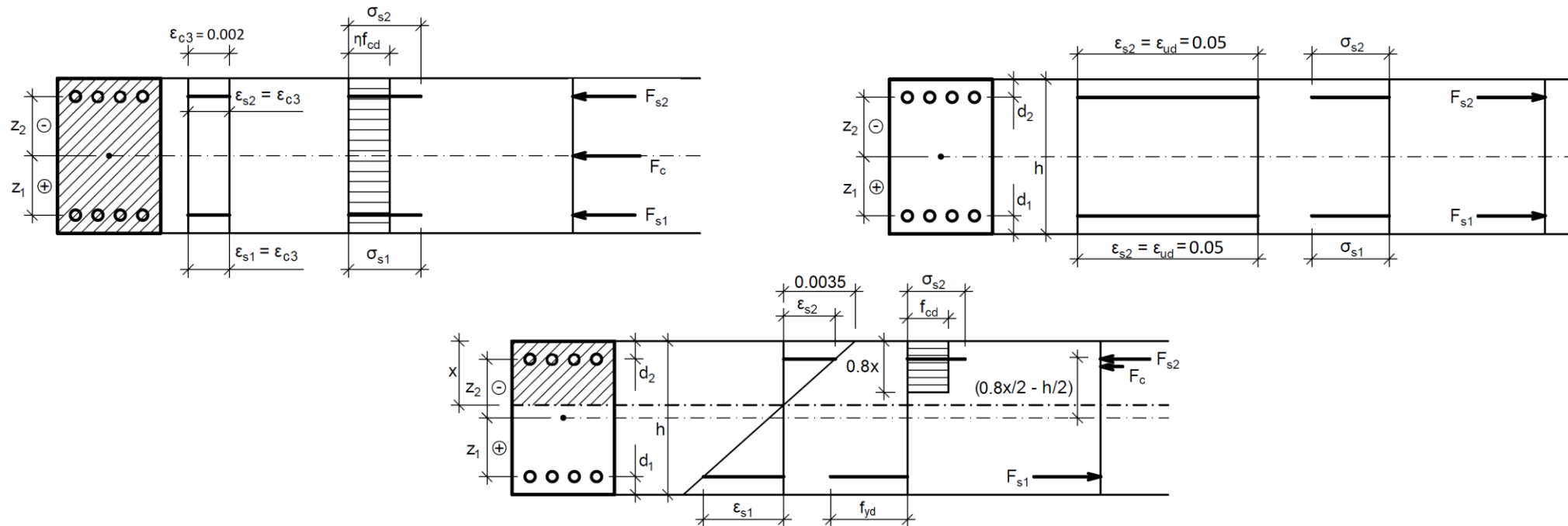
Výpočet bodu interakčního diagramu

Pro sestavení interakčního diagramu **musíme vypočítat jednotlivé body.**



Výpočet bodu interakčního diagramu

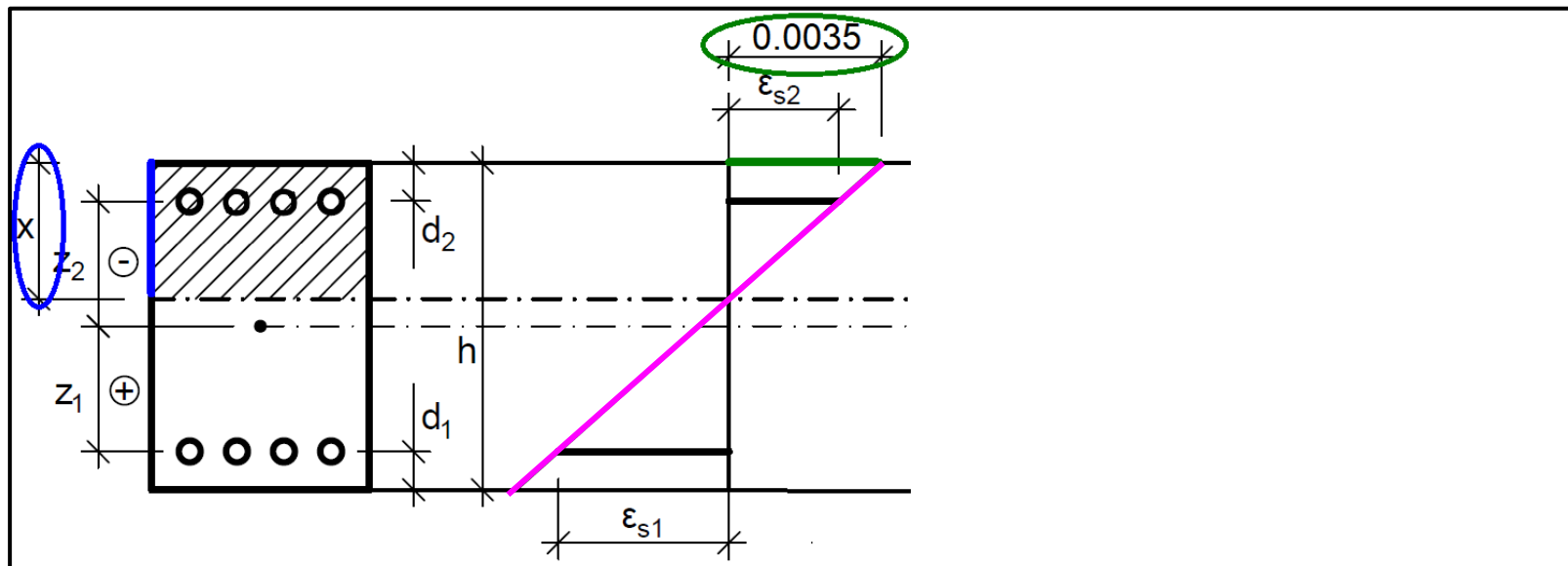
Každý bod vyjadřuje **únosnost při daném (zvoleném) typu namáhání** – např. prostý ohyb, dostředný tlak, dostředný tah atd.



Prvním krokem při výpočtu únosnosti je tedy **volba řešeného namáhání**.

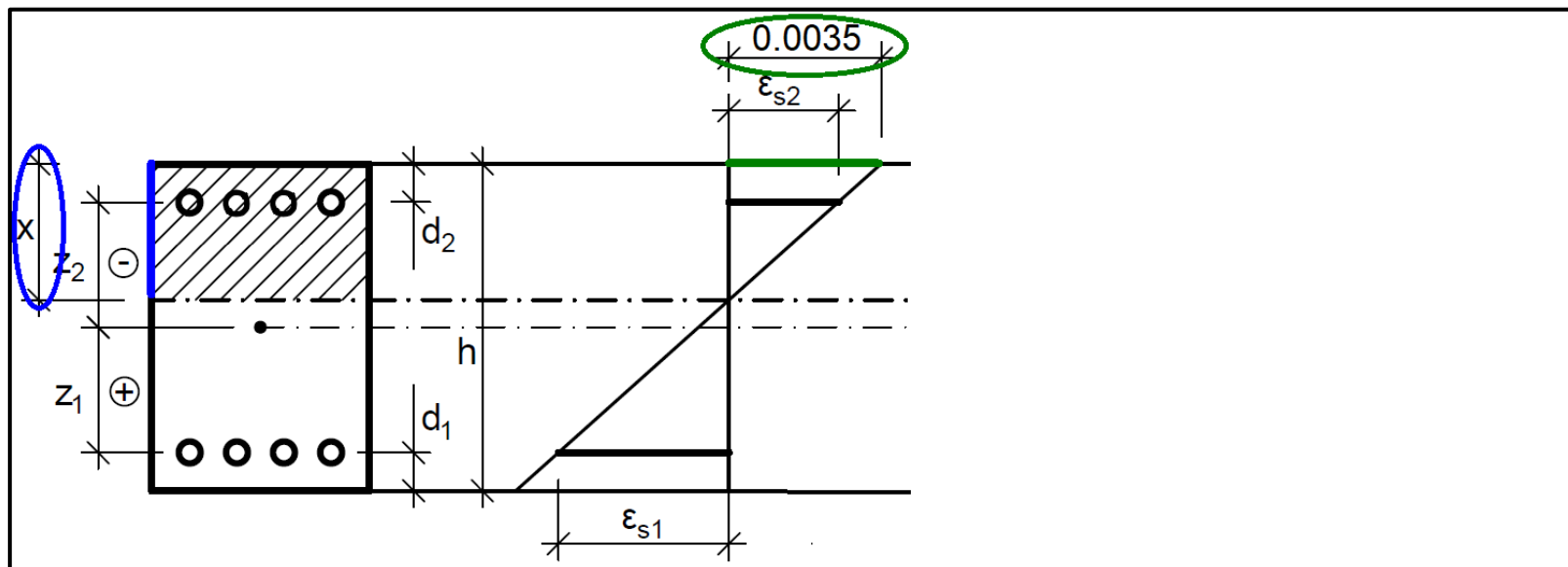
Výpočet bodu interakčního diagramu

Způsob namáhání průřezu vždy definujeme tak, že zadááme průběh přetvoření průřezu při kolapsu prvku, a to pomocí zvolené polohy neutrální osy (tj. výšky tlačené oblasti) a zvoleného přetvoření krajních vláken.



Výpočet bodu interakčního diagramu

Při výpočtu únosnosti průřezu tedy vycházíme ze známého (námi definovaného) průběhu přetvoření po výšce průřezu – tj. známe polohu neutrální osy (tj. výšku tlačené oblasti) a přetvoření krajních vláken.



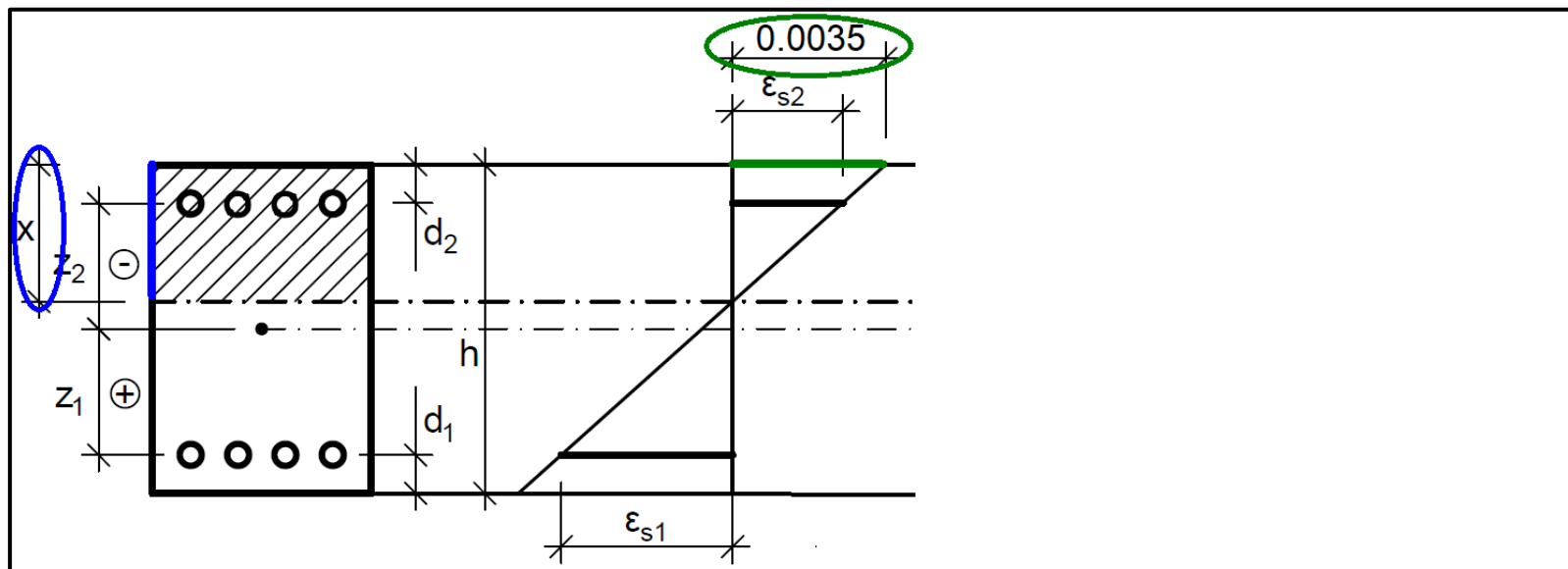
Průběh přetvoření průřezu

Polohu **neutrální osy** si sami volíme*.

Poměrné přetvoření **krajních vláken** je dáno normou jako:

- 0.0035 v případě částečně taženého průřezu,
- 0.002 v případě dostředně tlačného průřezu†.

* Podle toho, jaký způsob namáhání řešíme. Např. u prostého ohybu si polohu neutrální osy „volíme“ tak, aby platilo $N = 0$.
Více k určení polohy neutrální osy dále v prezentaci.

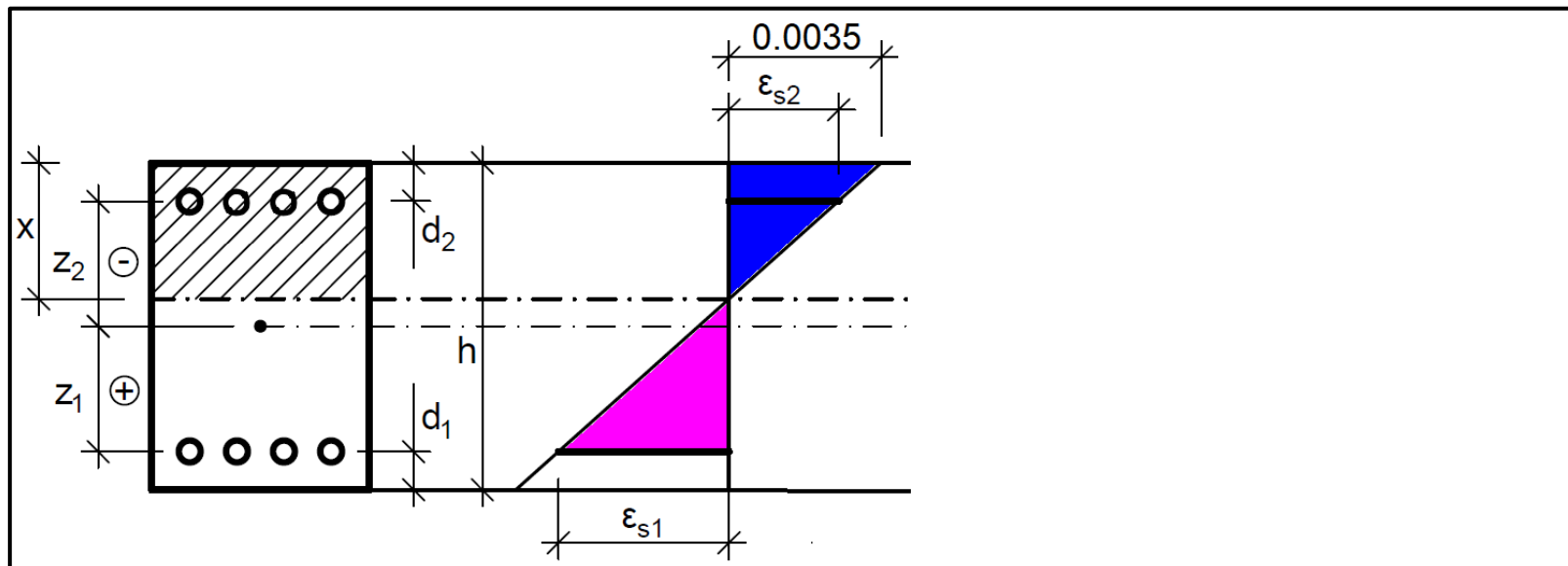


† U **nedostředně** tlačného průřezu je přetvoření krajních vláken $0.002 \left(\frac{x}{x - \frac{3h}{7}} \right)$. Více viz [přetvoření krajních vláken](#).

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0.0035}{x} (h - d_1 - x).$$

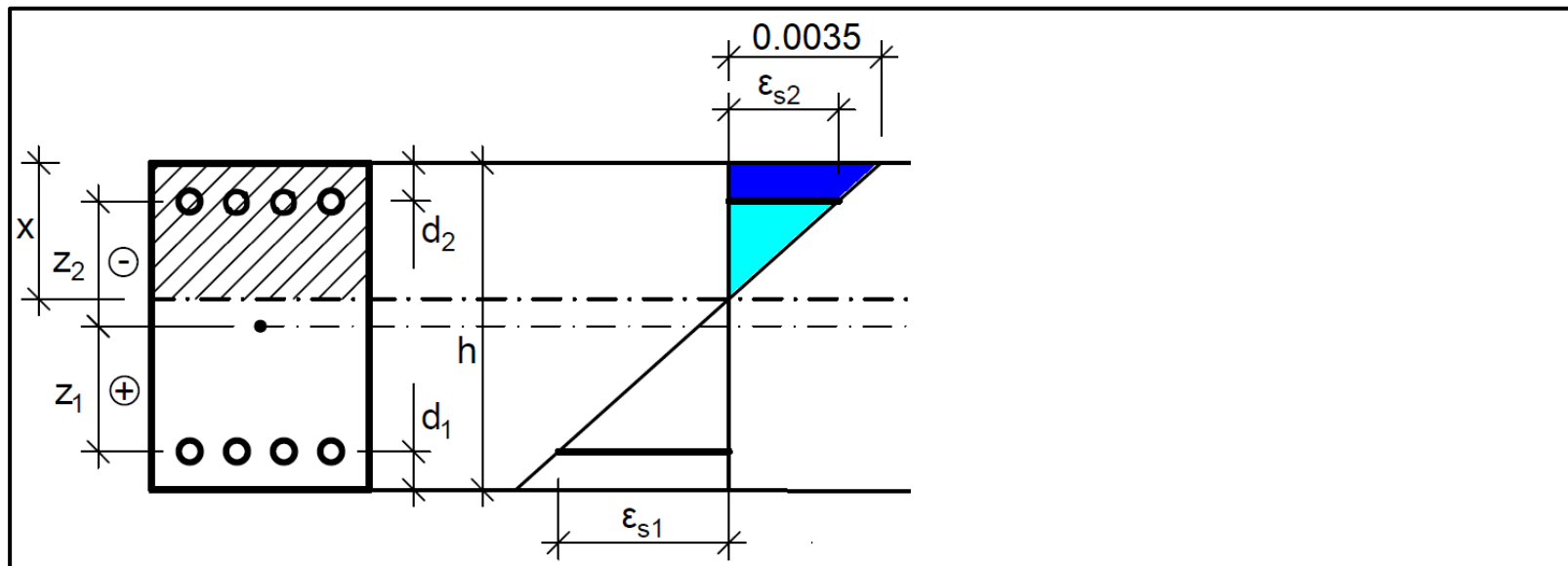


* z podobnosti trojúhelníků

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2).$$

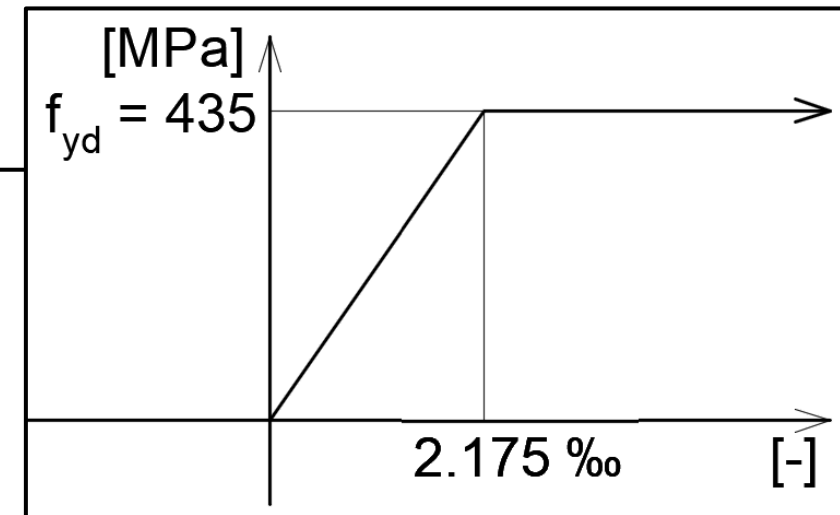
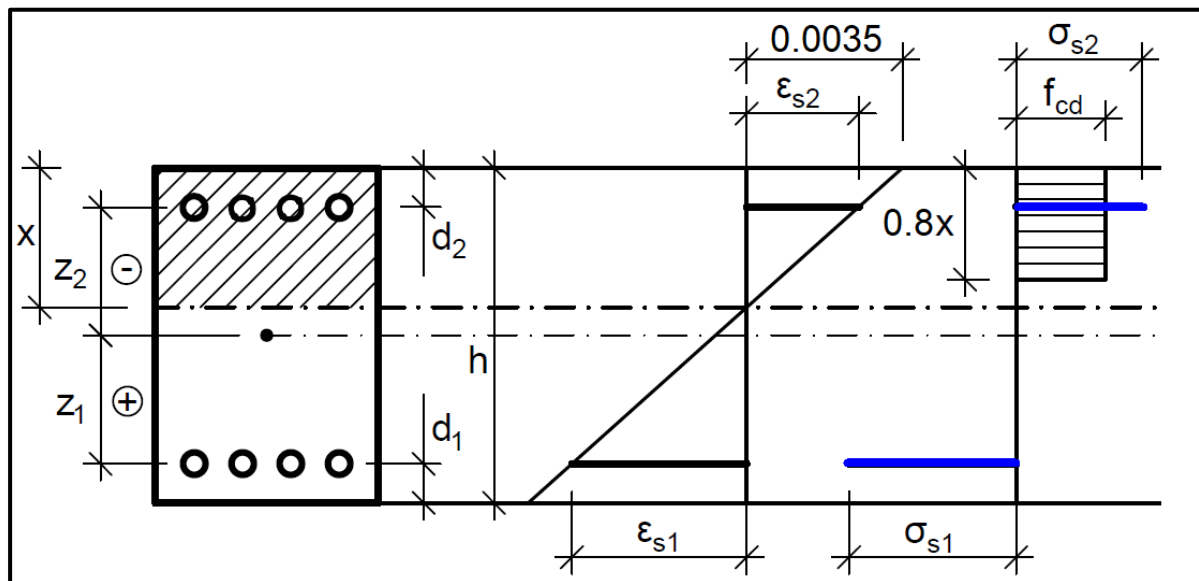


* z podobnosti trojúhelníků

Napětí ve výztuži

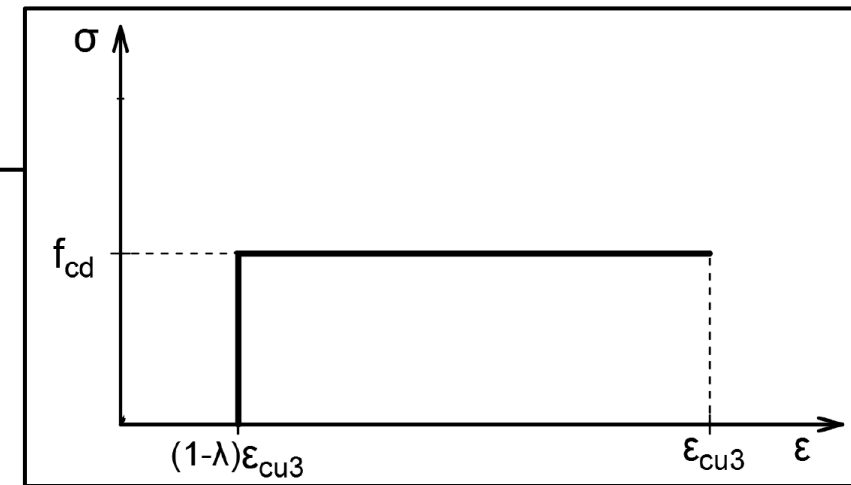
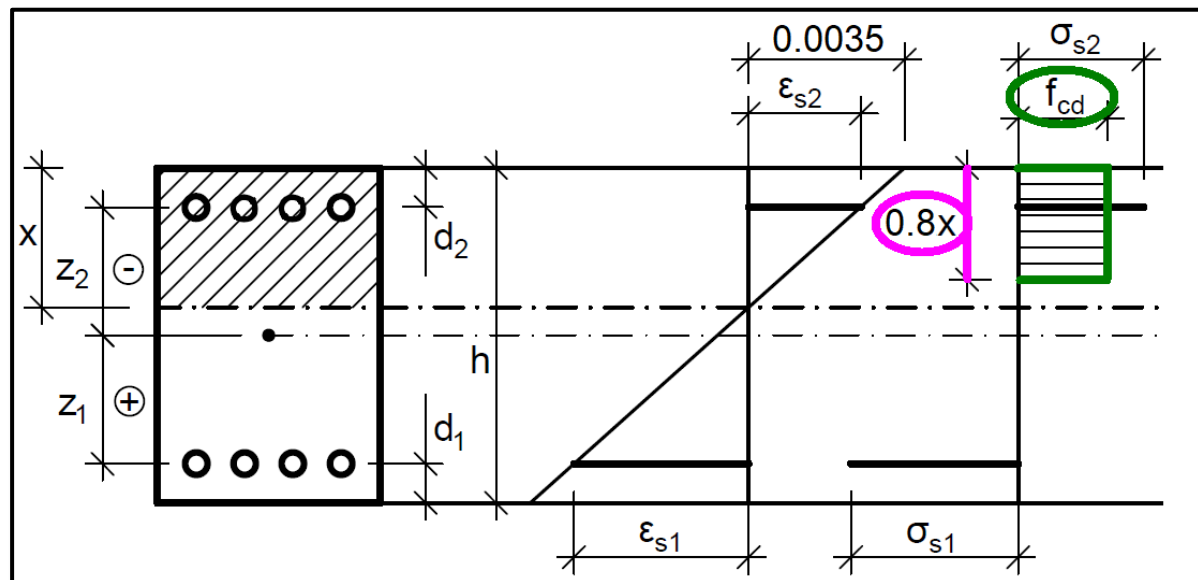
Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram oceli, kdy uvažujeme, že napětí v oceli roste lineárně do meze kluzu a pak zůstává konstantní.
Napětí ve výztuži vypočteme pomocí vztahu

$$\sigma_{s,i} = \text{sign}(\varepsilon_{s,i}) \cdot \min(|\varepsilon_{s,i}|E_s; f_{yd}) .$$



Napětí v betonu

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram betonu, kdy uvažujeme, že **napětí v betonu je konstantní o hodnotě f_{cd} na redukované výšce $0.8x$.**

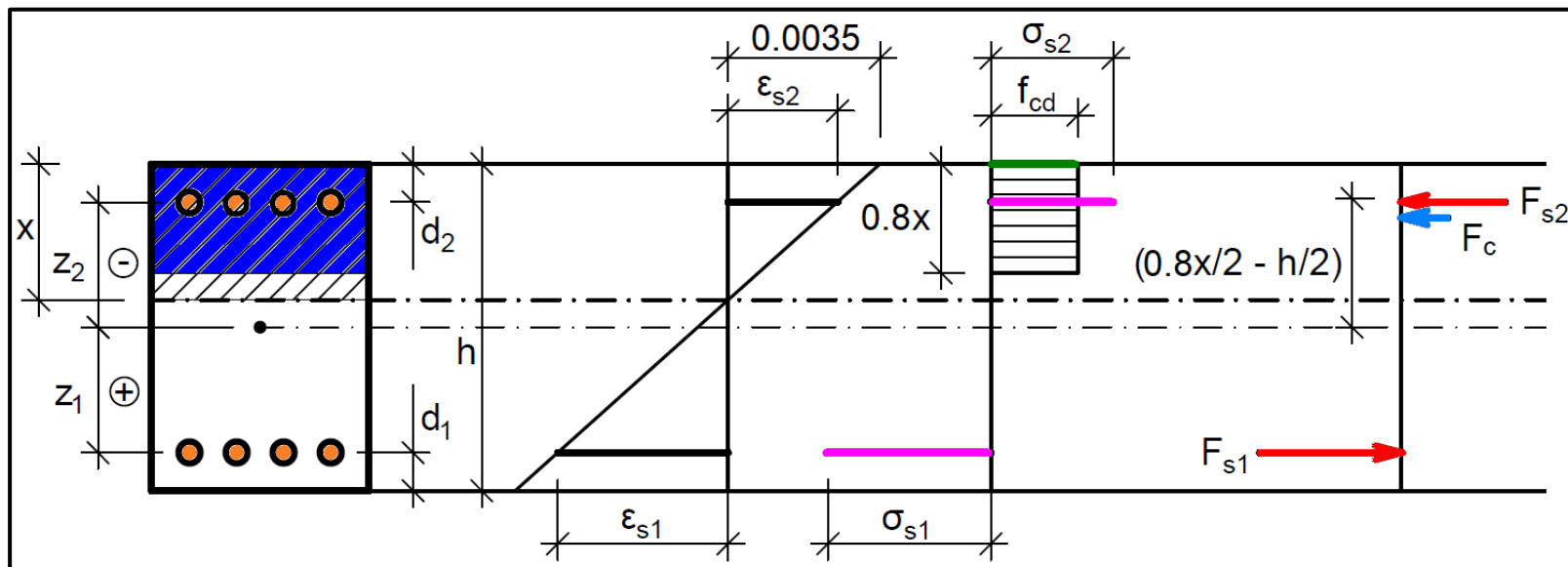


Síly v průřezu

Síly ve výztužích i sílu v tlačném betonu můžeme určit jako napětí \times plocha, tedy pomocí vztahů

$$F_{s,i} = \sigma_{s,i} A_{s,i},$$

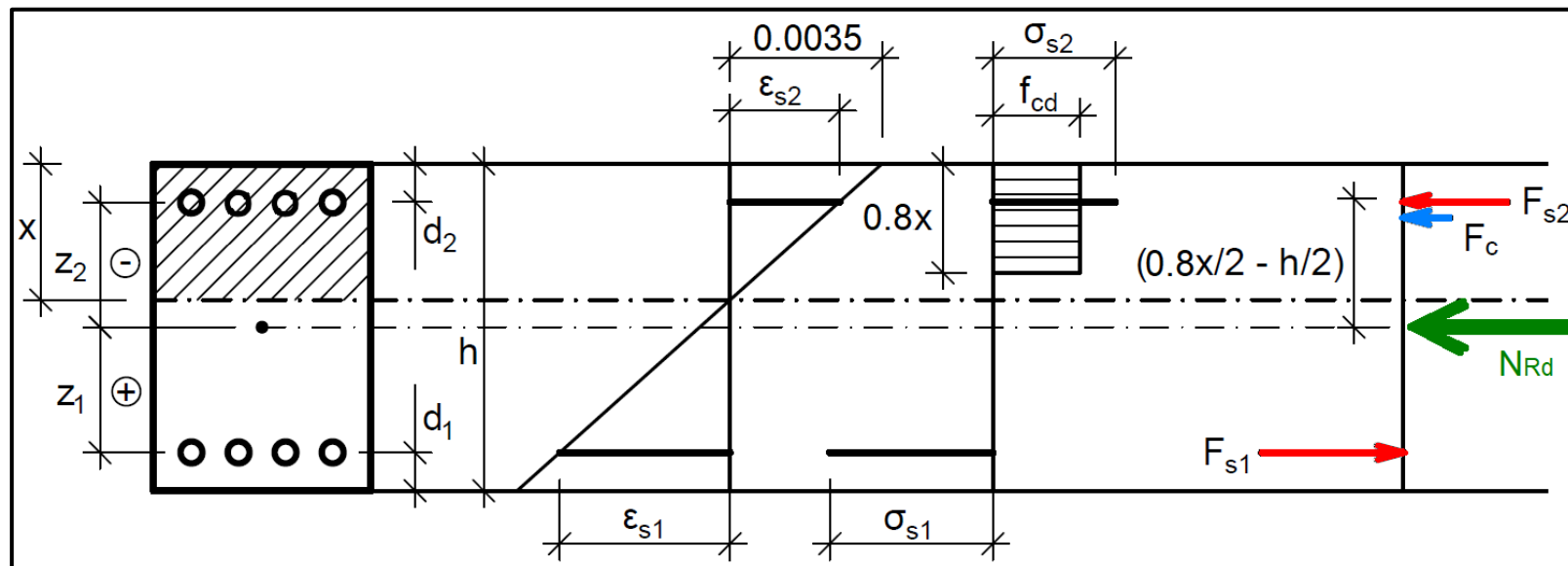
$$F_c = f_{cd} b 0.8x.$$



Normálová únosnost N_{Rd}

Počítáme stav, kdy dochází ke kolapsu průřezu. Síly $F_{s,i}$ a F_c jsou tedy síly v průřezu při kolapsu průřezu.

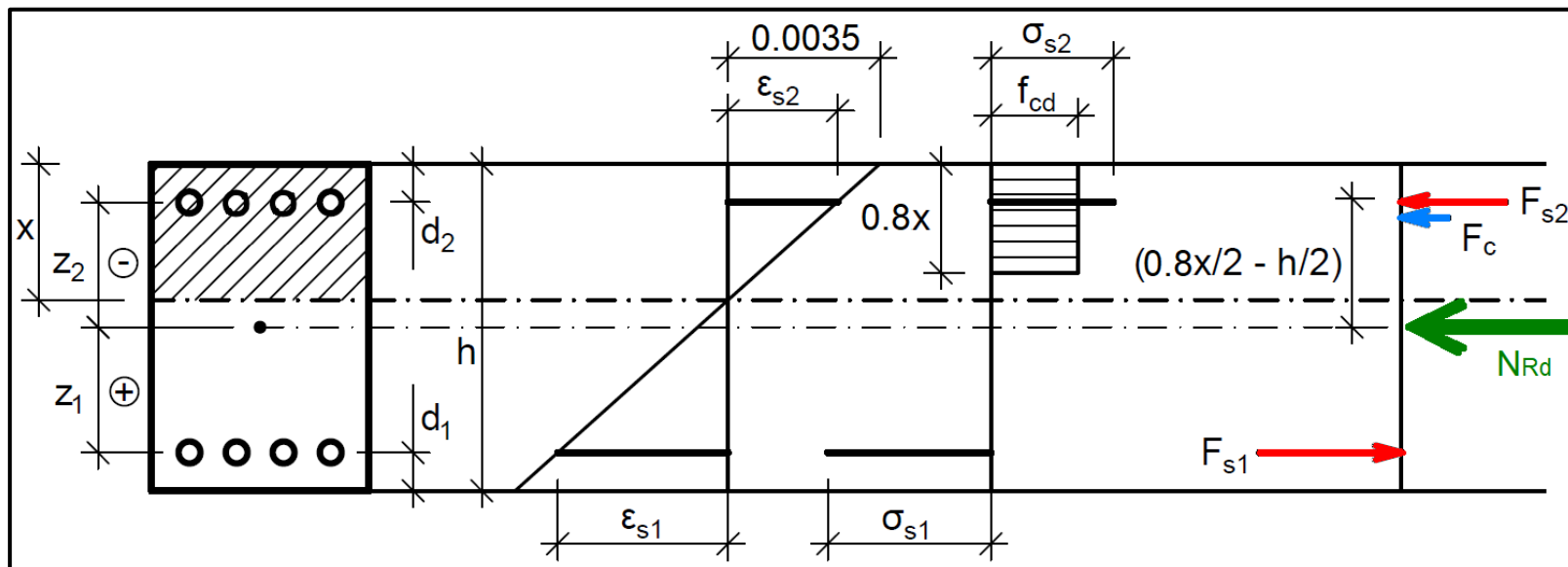
Když uděláme sumu těchto sil, získáme celkovou osovou sílu v průřezu při kolapsu průřezu, což je normálová únosnost průřezu.



Normálová únosnost N_{Rd}

Normálovou únosnost tedy vypočítáme jako sumu sil v průřezu

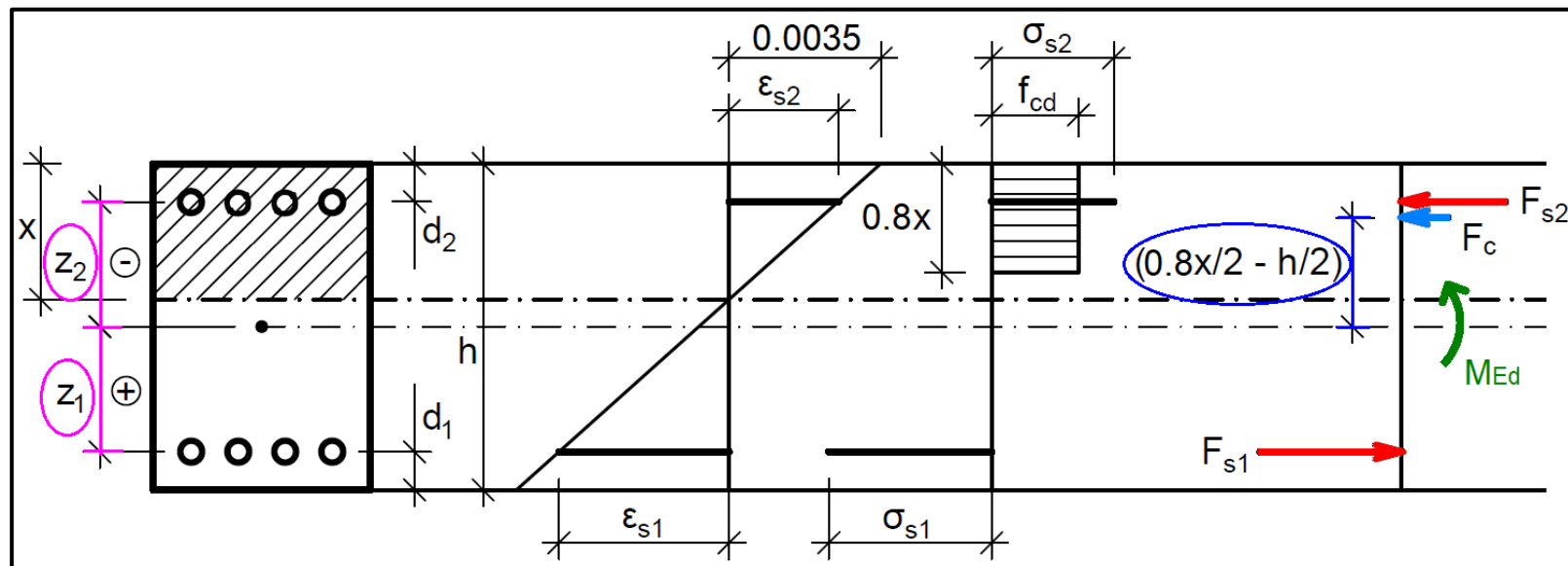
$$N_{Rd} = F_{s1} - F_c - F_{s2}.$$



Momentová únosnost M_{Rd}

Síly v průřezu ($F_{s,i}$ a F_c) působí mimo těžiště průřezu. Vzhledem k těžišti tedy vyvozují určitý momentový účinek.

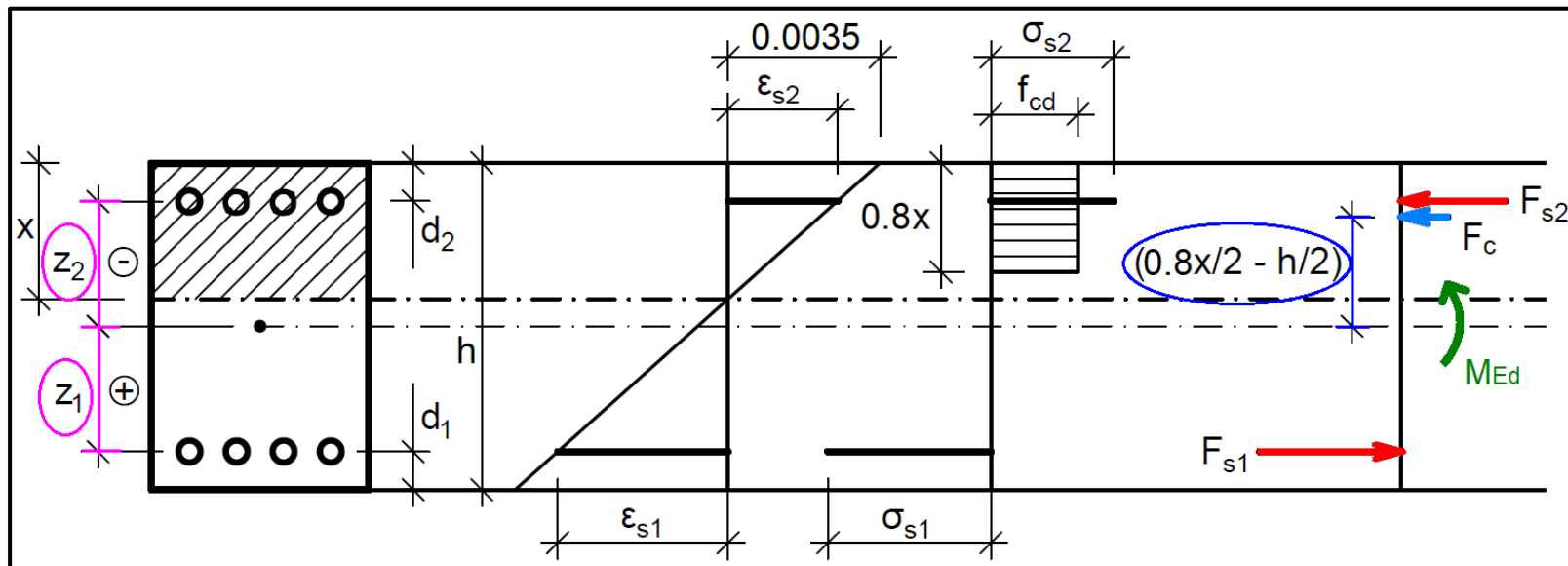
Momentová únosnost je součet momentových účinků sil v průřezu k jeho těžišti.



Momentová únosnost M_{Rd}

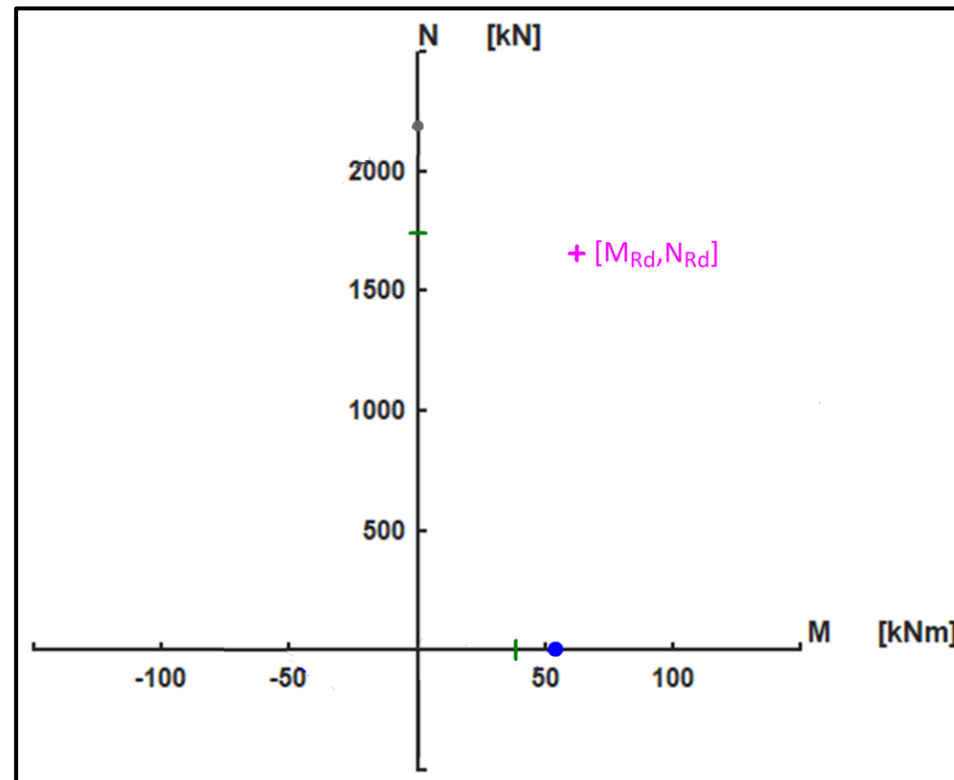
Momentovou únosnost tedy vypočítáme pomocí vztahu

$$M_{Rd} = F_{s1}z_1 + F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2} \right) + F_{s2}z_2.$$



Bod interakčního diagramu (únosnost)

Po výpočtu normálové a momentové únosnosti máme hotovo – **známe únosnost průřezu** při daném zvoleném namáhání a **známe tedy polohu bodu** na grafu interakčního diagramu.



Souhrn vztahů

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \frac{h - d_1 - x}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \text{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(\varepsilon_{s1} E_s; f_{yd})$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \frac{x - d_2}{x} \varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \text{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(\varepsilon_{s2} E_s; f_{yd})$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$N_{Rd} = -F_c + F_{s1} - F_{s2}$$

$$M_{Rd} = F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2} \right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2$$

Excel

Vzhledem k tomu, že výpočet většinou provádíme několikrát*, je pro usnadnění práce vhodné výpočet zprogramovat v Excelu.

b =	200 mm	fcd =	20 MPa	x =	44.231 mm
h =	300 mm	fyd =	434.8 MPa		
c =	25 mm	Es =	200000 MPa	$\epsilon_{c,max}$ =	0.0035 (částečně tlačný průřez)
ϕ_{tr} =	6 mm	ϵ_{sy} =	0.002174	ϵ_{s1} =	0.017152936
ϕ =	16 mm			ϵ_{s2} =	0.000413929
n =	4 ks				
As1 =	402.1 mm ²			σ_c =	20 MPa
As2 =	402.1 mm ²			σ_{s1} =	434.8 MPa
d1 =	39 mm			σ_{s2} =	82.8 MPa
d2 =	39 mm				
				Fc =	141.5 kN
				Fs1 =	174.8 kN
				Fs2 =	33.3 kN
				zc =	132.3076 mm
				z1 =	111 mm
				z2 =	111 mm
				NRd =	0.0 kN
				MRd =	41.8 kNm

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačných vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. Zvolit **výšku tlačené oblasti** a přetvoření krajní tlačných vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze bodem 1.

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. Zvolit **výšku tlačené oblasti** a přetvoření krajní tlačných vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze bodem 1.

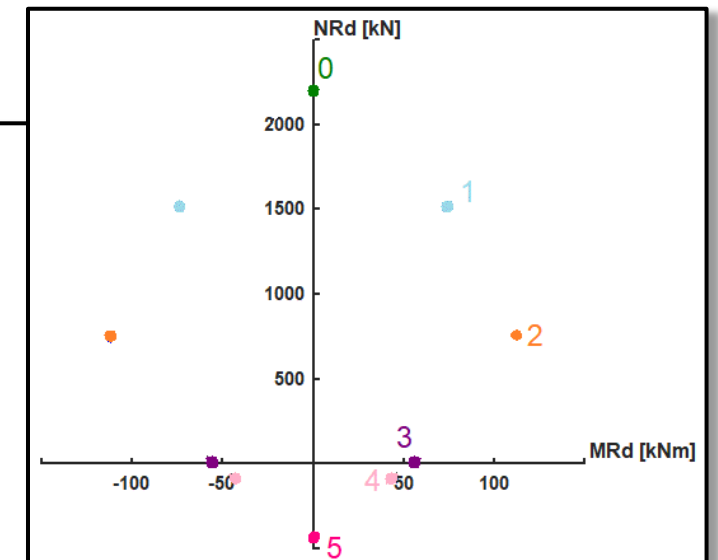
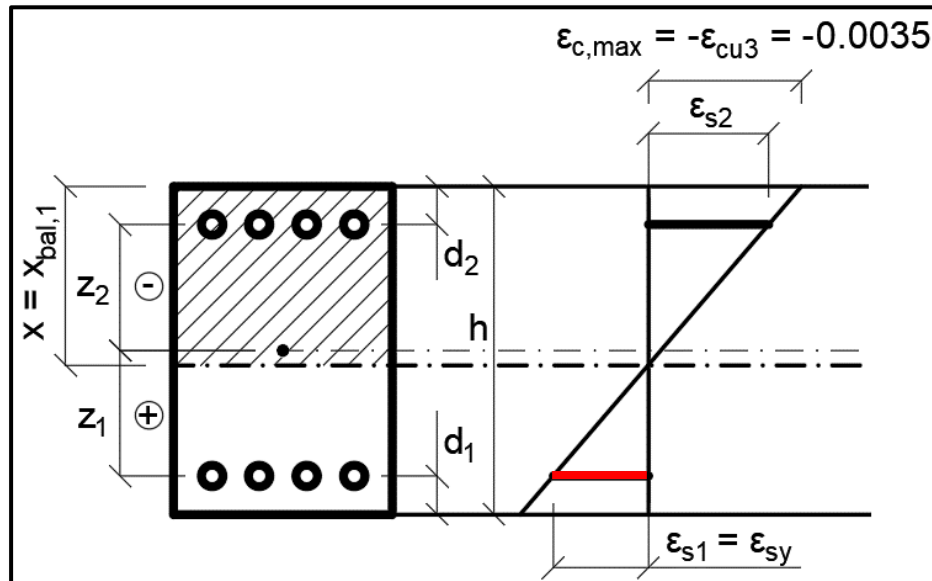
Další slidy jsou zaměřená na specifika výpočtů únosností při daných konkrétních způsobech namáhání.

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Maximální momentová únosnost (bod 2)

Maximální momentová únosnost (bod 2)

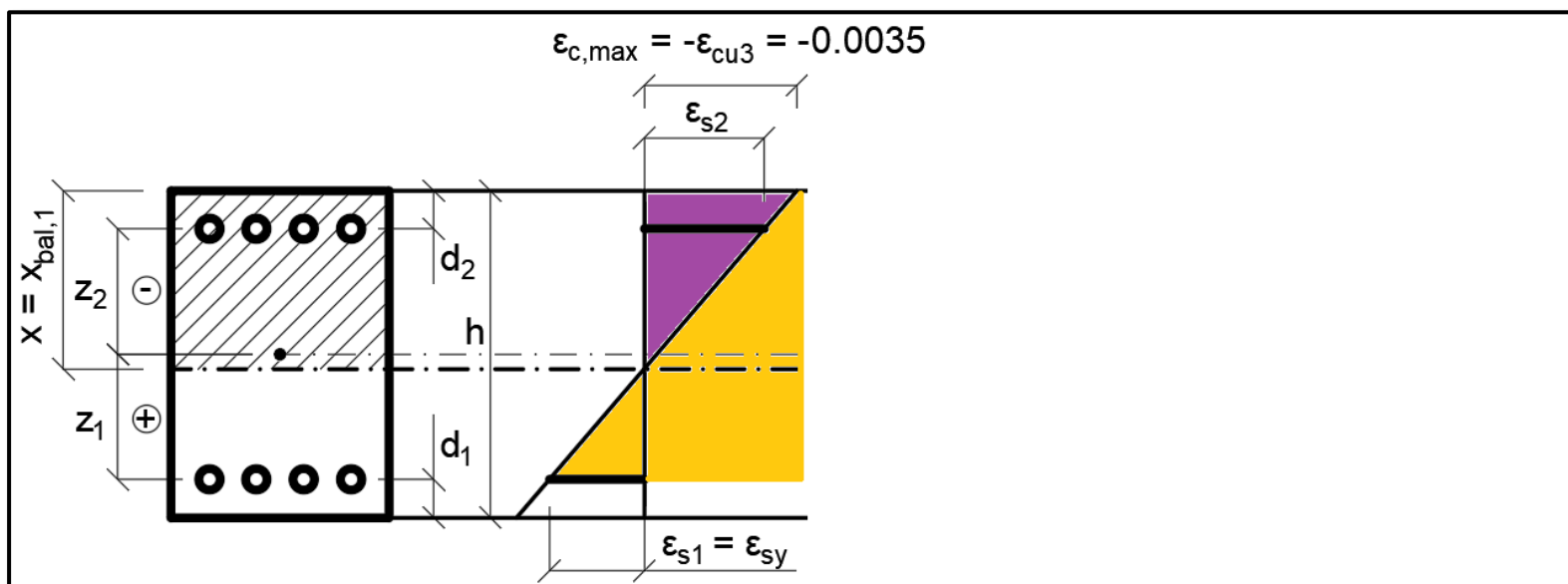
Maximální momentovou únosnost má průřez při takovém namáhání, kdy je napětí v tažené výztuži co největší a zároveň je výška tlačené oblasti co největší. Tento způsob namáhání je právě ve chvíli, kdy je **dosaženo meze kluzu v tažené výztuži**.



Maximální momentová únosnost (bod 2)

Výšku tlačené oblasti při dosažení meze kluzu vypočítáme pomocí vztahu odvozeného z podobnosti trojúhelníků

$$x = \frac{d}{0.0035 + \varepsilon_{sy}} 0.0035 = \frac{0.0035}{0.0035 + 435/200000} d \cong 0.617^* d$$



*Vzpomínáte na ověření $x/d=0.617$ u ohybu? Když jsme ověřovali, že je výztuž za mezí kluzu? Tak tohle je přesně to 0.617.

Specifika výpočtu konkrétních bodů

Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)

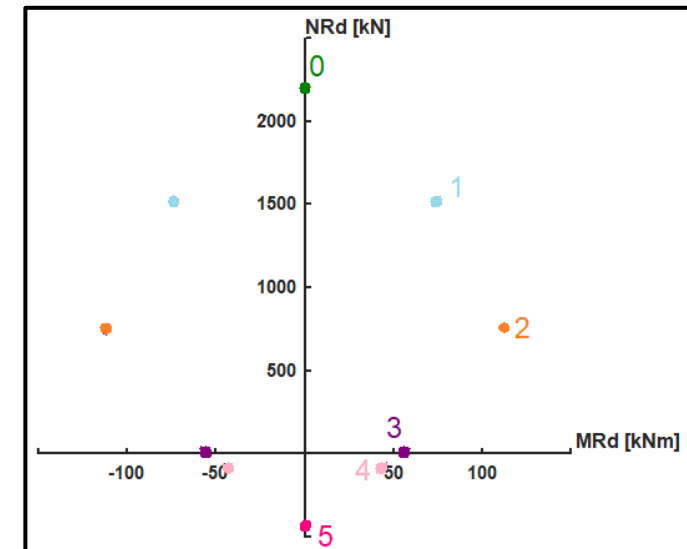
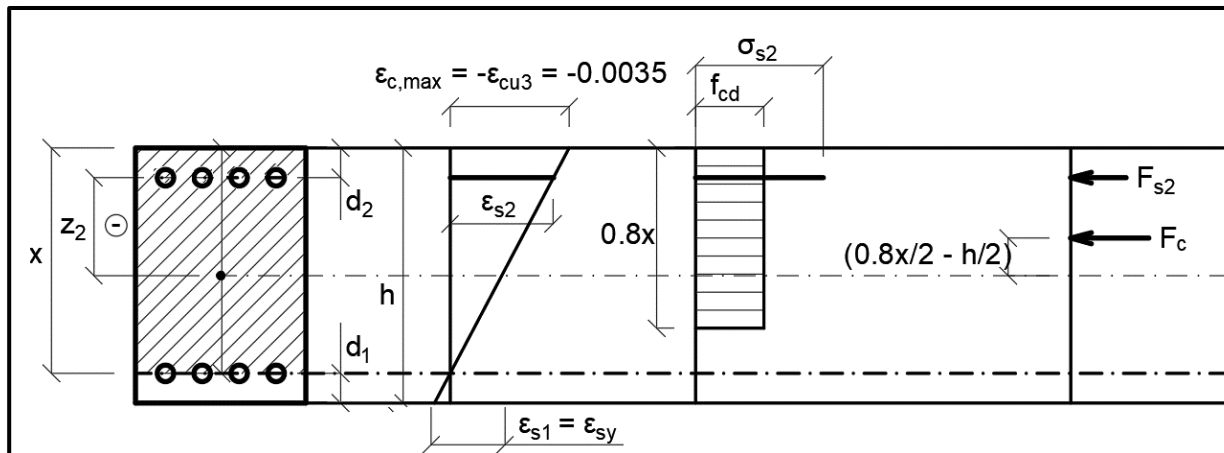
Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)

Často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy neutrální osa prochází dolní výztuží

$$x = h - d_1.$$

Při výpočtu této únosnosti je výpočet jednodušší protože platí

$$\varepsilon_{s1} = 0 \rightarrow \sigma_{s1} = 0 \rightarrow F_{s1} = 0.$$



Specifika výpočtu konkrétních bodů

Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

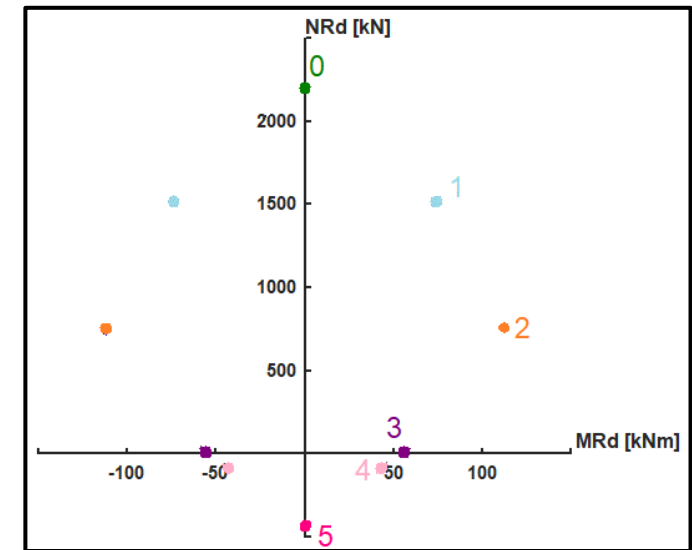
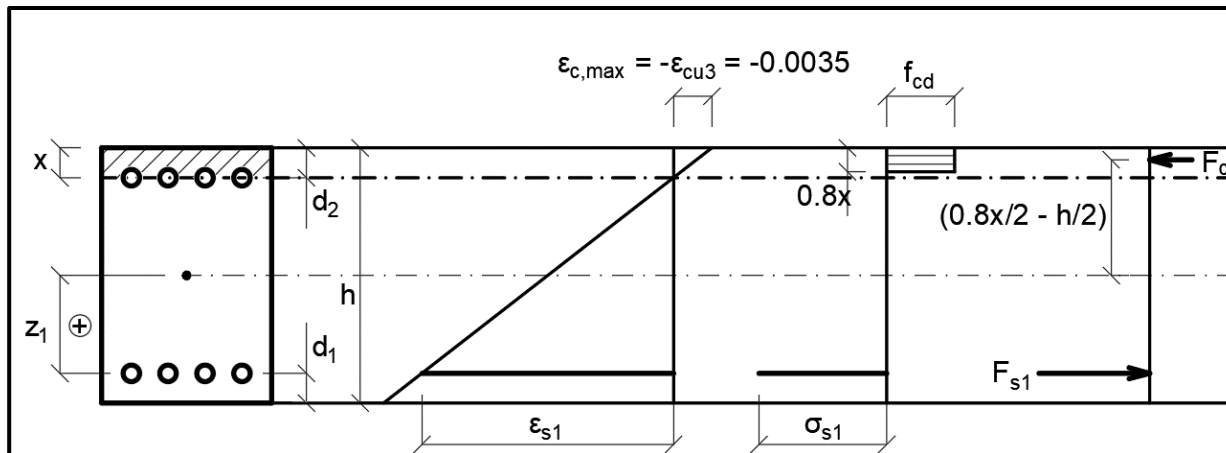
Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

Další často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy neutrální osa prochází horní výztuží

$$x = d_2.$$

Při výpočtu této únosnosti je výpočet jednodušší protože platí

$$\varepsilon_{s2} = 0 \rightarrow \sigma_{s2} = 0 \rightarrow F_{s2} = 0.$$

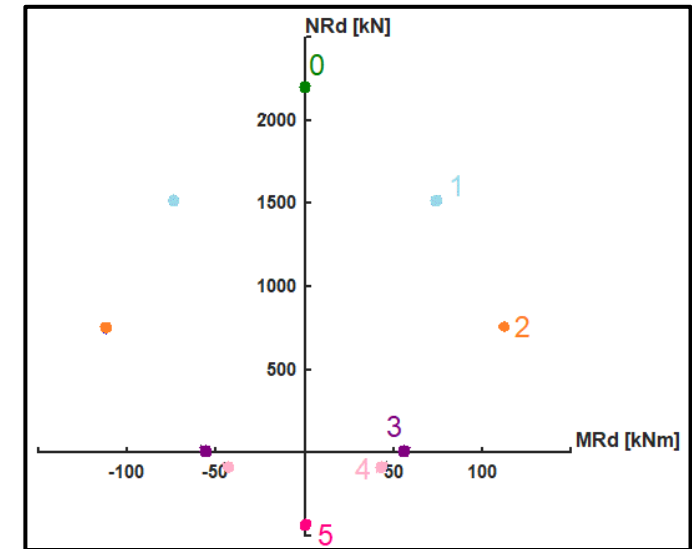
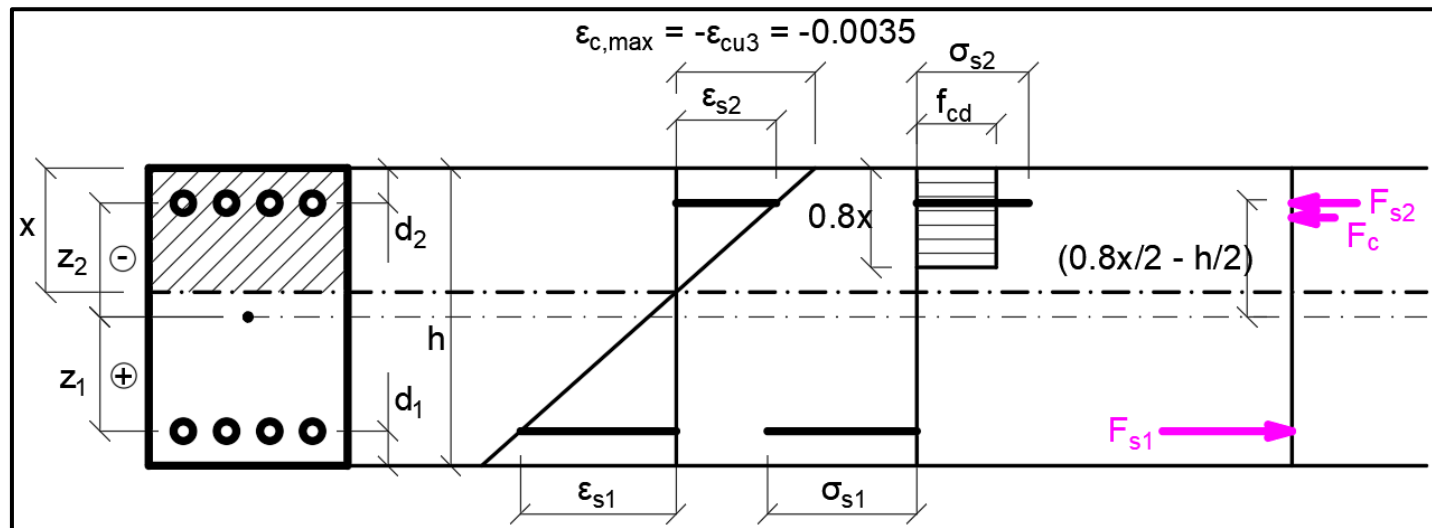


Specifika výpočtu konkrétních bodů

Prostý ohyb (bod 3)

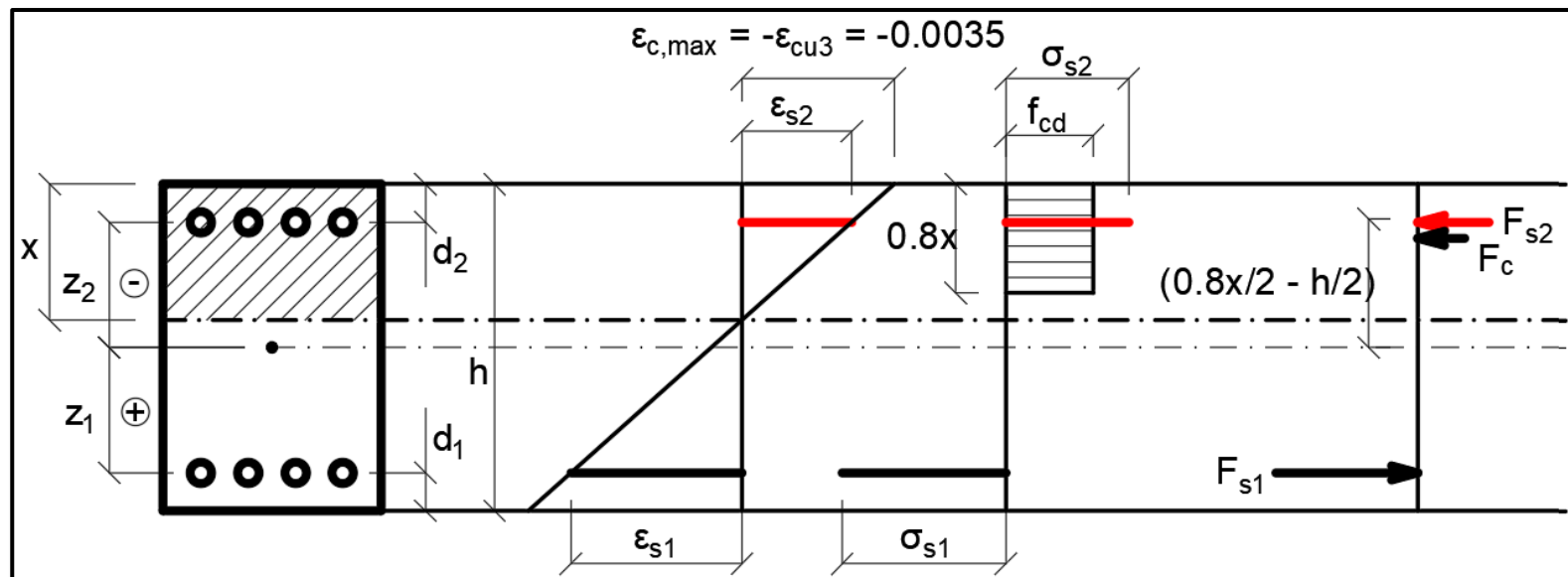
Prostý ohyb

Prostý ohyb je takové namáhání, kdy normálová síla je nulová ($N = 0$), což znamená, že suma sil v průřezu musí být rovna nule – a to je podmínka, ze které vycházíme při stanovování výšky tlačené oblasti.



Prostý ohyb

Prostý ohyb jsme řešili už u desky a trámu. Nyní to je podobné, ale máme tu navíc i tlačnou výztuž a ta nám výpočet komplikuje.



Prostý ohyb

Výšku tlačené oblasti můžeme určit dvěma způsoby:

- iteračně (pokus/omyl) – v Excelu jednoduché a rychlé, ručně zdlouhavé,
 - a) odhadneme x
 - b) provedeme výpočet N_{Rd}
 - c) vyhodnotíme N_{Rd}
 - Když $N_{Rd} < 0$ (průřez je tlačén) → zvolíme nové x , které bude menší než to původní.
 - Když $N_{Rd} > 0$ (průřez je tažen) → zvolíme nové x , které bude větší než to původní.
 - Když $N_{Rd} \cong 0$ → průřez je skutečně prostě ohýbán. Dopotítáme M_{Rd} , čímž získáme únosnost v prostém ohybu.nebo použijeme „Hledání řešení“ v Excelu.
- analyticky (přesně) – náročnější na výpočet, ručně rychlejší.
 - Postup na dalších slidech.

Iterační stanovení výšky tlačené oblasti pomocí Excelu

The screenshot shows the Excel interface with the 'Data' tab selected. The 'Hledání řešení...' option is circled in the 'Správce scénářů' dropdown. The spreadsheet contains the following data:

Row	Parameter	Value	Unit	Formula	Value	Unit
1	b =	200	mm	fcd =	20	MPa
2	h =	300	mm	f _{yd} =	434,8	MPa
3	c =	25	mm	E _s =	200000	MPa
4	ø _{tř} =	6	mm	e _{sy} =	=F2/F3	
5	ø =	16	mm	ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačенý průřez)
6	n =	4	ks	ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1	
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²	ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1	
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²	σ _c =	=F1	MPa
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm	σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm	σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa
11				F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN
12				F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN
13				F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN
14				z _c =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm
15				z ₁ =	=(B2/2)-B9	mm
16				z ₂ =	=(B2/2)-B10	mm
17						
18						
19				NR _d =	=J12-J11-J13	kN
20				MR _d =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm

The 'Hledání řešení' dialog box is open, showing the following settings:

- Nastavená buňka: \$J\$19
- Cílová hodnota: 0
- Měněná buňka: \$J\$1

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Při výpočtu výšky tlačené oblasti vycházíme z toho, že se jedná o prostý ohyb – tedy, že normálová síla je nulová

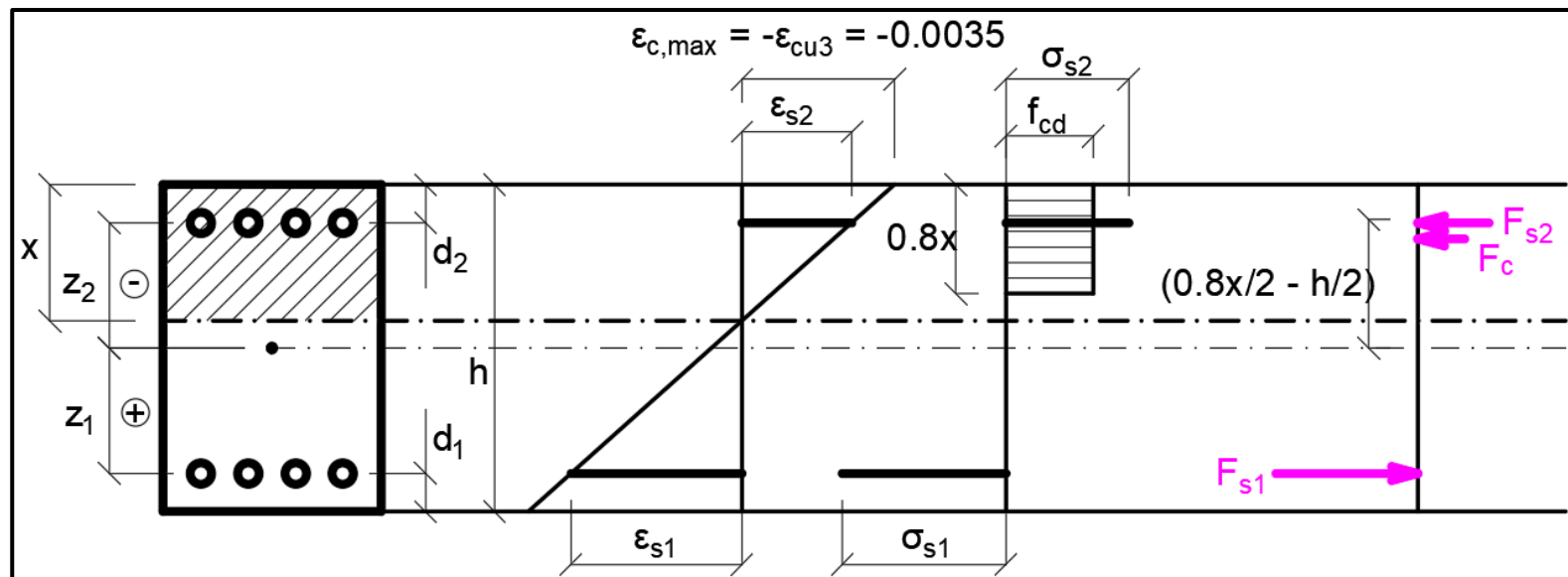
$$N = 0.$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Dále víme, že normálová síla je suma sil v průřezu. Platí tedy

$$N = F_{s1} - F_c - F_{s2} = 0.$$

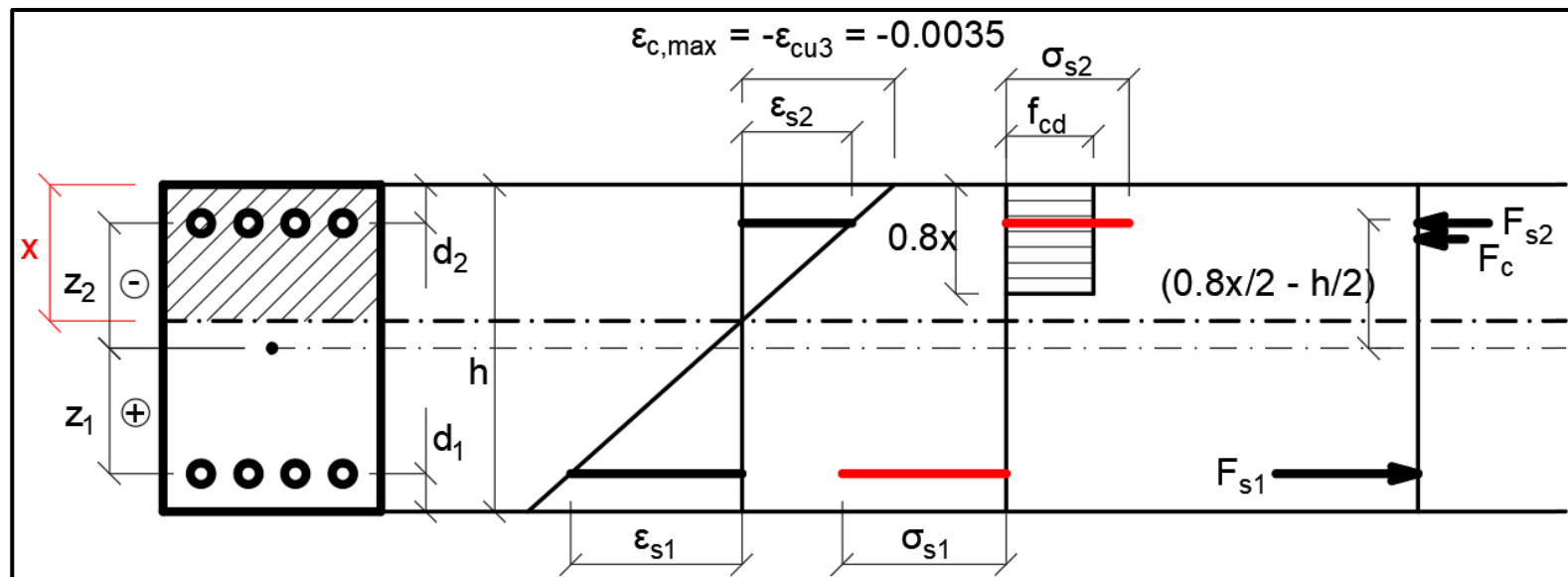


Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Síly v průřezu si můžeme vyjádřit jako napětí \times plochy a získáme rovnici

$$A_{s1}\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_{s2}\sigma_{s2} = 0,$$

ve které neznáme výšku tlačené oblasti a napětí ve výztužích.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Průřez máme rovnoměrně vyztužený, platí tedy

$$A_{s1} = A_{s2} = A_s = A_{s,prov}/2,$$

a rovnice pro normálovou sílu N se zjednodušuje na tvar

$$A_s \sigma_{s1} - 0.8 \chi b f_{cd} - A_s \sigma_{s2} = 0.$$

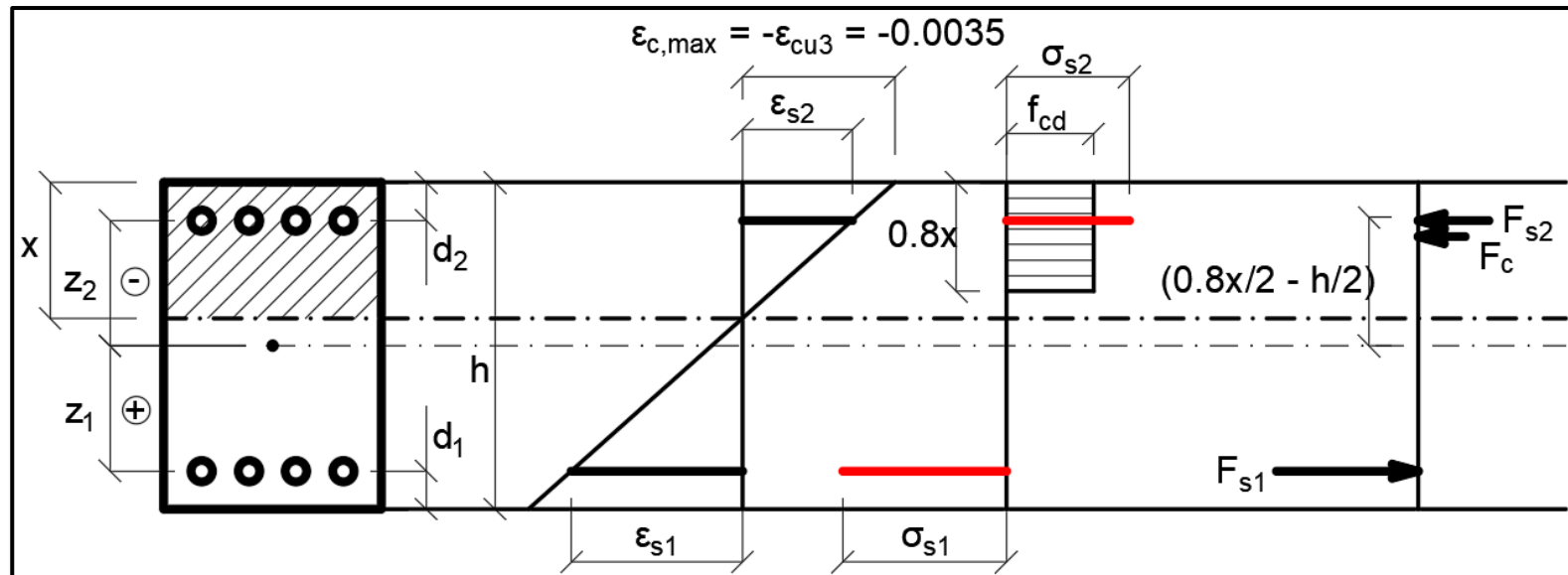
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Výšku tlačené oblasti hledáme, a proto si jí vyjádříme a získáme vztah

$$x = \frac{A_s \sigma_{s1} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}}$$

ve kterém neznáme napětí ve výztužích.



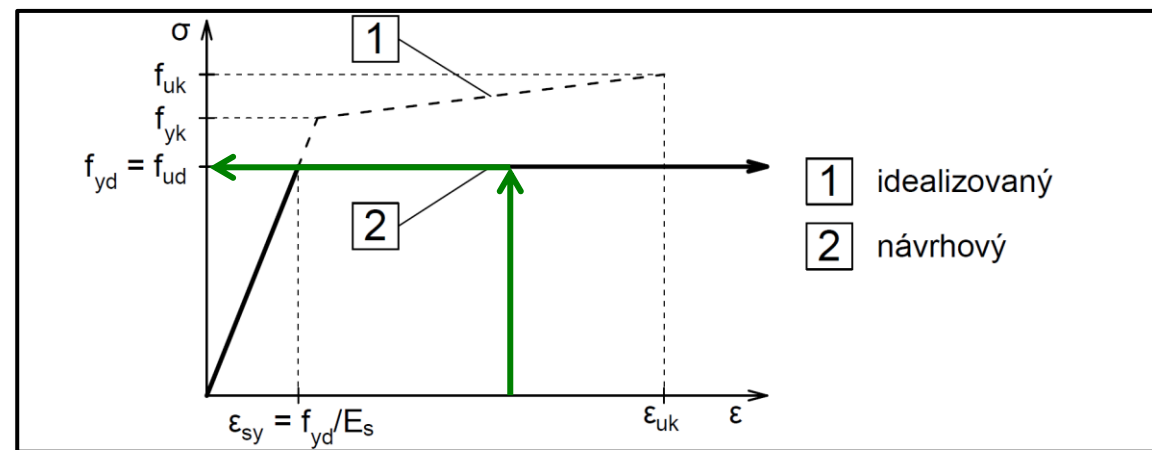
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Stejně jako u desky a trámu budeme nejprve předpokládat, že tažená (dolní) výztuž je za mezí kluzu ($\sigma_{s1} = f_{yd}$), čímž získáme vztah

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve které neznáme už pouze napětí v tlačené výztuži.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

S tlačnou (horní) výztuží to není tak jednoduché, protože v případě symetricky vyztuženého průřezu tato výztuž určitě nemůže být za mezí kluzu.

Kdybychom uvažovali, že tlačená (horní) výztuž je za mezí kluzu

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{0}{0.8 b f_{cd}} = 0,$$

dostali bychom, že tlačená oblast je nulová, což znamená, že tlačená výztuž není tlačená, ale tažená, což znamená, že ve vzorci mělo být $A_s f_{yd} + A_s f_{yd}$ (což znamená, že předpoklad a výpočet je špatně).

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

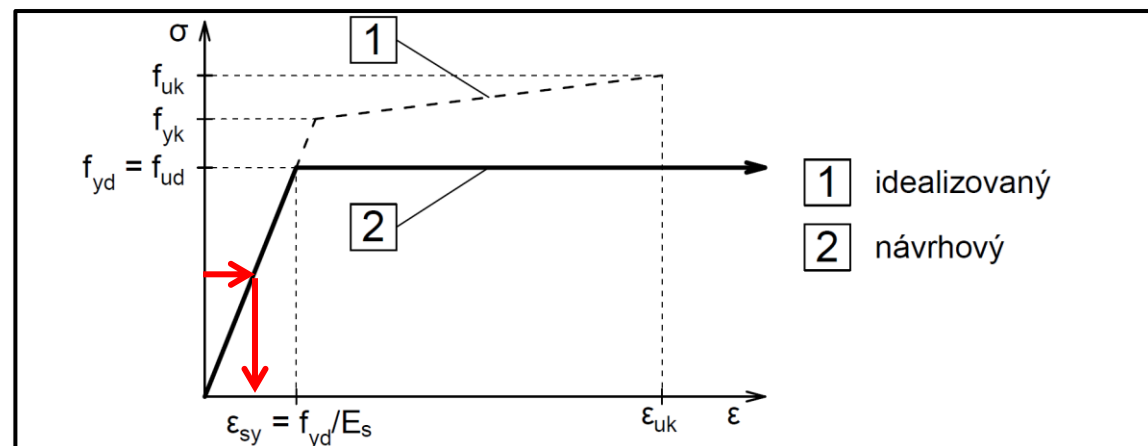
Tlačená výztuže tedy není za mezí kluzu, takže nemůžeme uvažovat

$$\sigma_{s2} = f_{yd}$$

Když výztuž není za mezí kluzu, znamená to, že pro ni platí Hookův zákon, platí tedy

$$\sigma_{s2} = \epsilon_{s2} E_s$$

To jsme si ale moc nepomohli, protože neznáme přetvoření této výztuže.

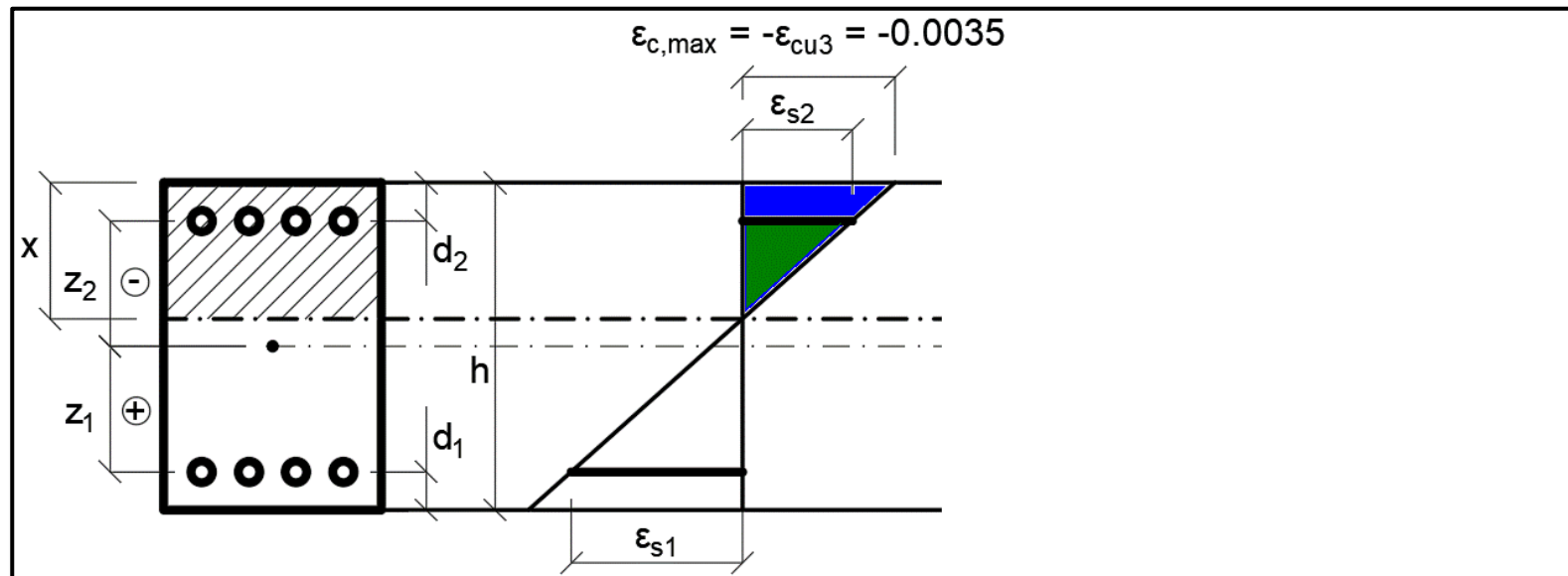


Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{s2} můžeme* vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2).$$



*pomocí podobnosti trojúhelníků

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{s2} můžeme vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2).$$

Nyní máme zase další neznámou, a to výšku tlačené oblasti.

ALE – to je ta neznámá, kterou hledáme. Nemůžeme tedy všechny ty vztahy dosadit do sebe a získat z toho „pěknou“ rovnici?

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2)$$



$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x} (x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}}$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Získali jsme tedy jednu rovnici o jedné neznámé

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x} (x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}},$$

ze které můžeme vyjádřit* a vypočítat výšku tlačené oblasti x

$$x = \frac{\sqrt{\left(0.0112 A_s b f_{cd} d_2 E_s + A_s^2 (0.0035 E_s - f_{yd})^2 \right)} + A_s (f_{yd} - 0.0035 E_s)}{1.6 b f_{cd}},$$

kde $A_s = A_{s,prov}/2$.

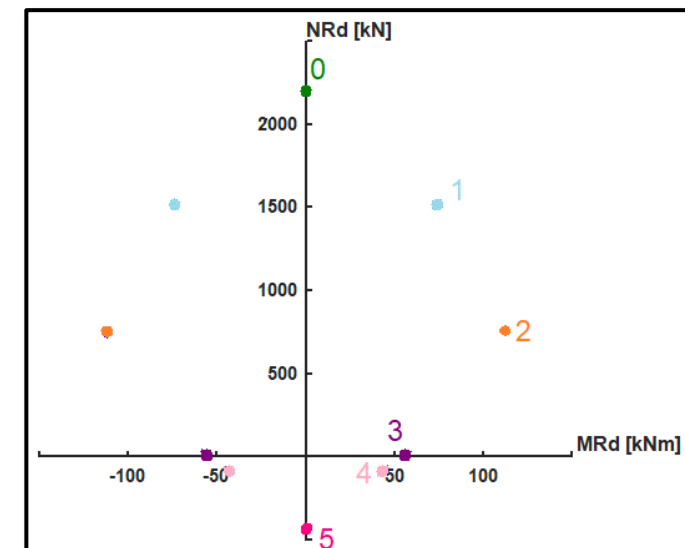
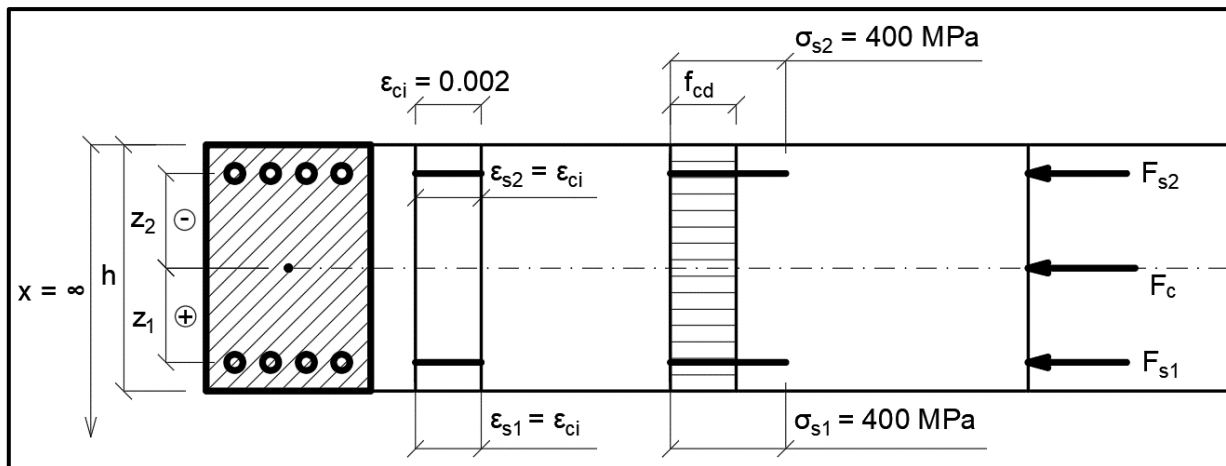
Specifika výpočtu konkrétních bodů

Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

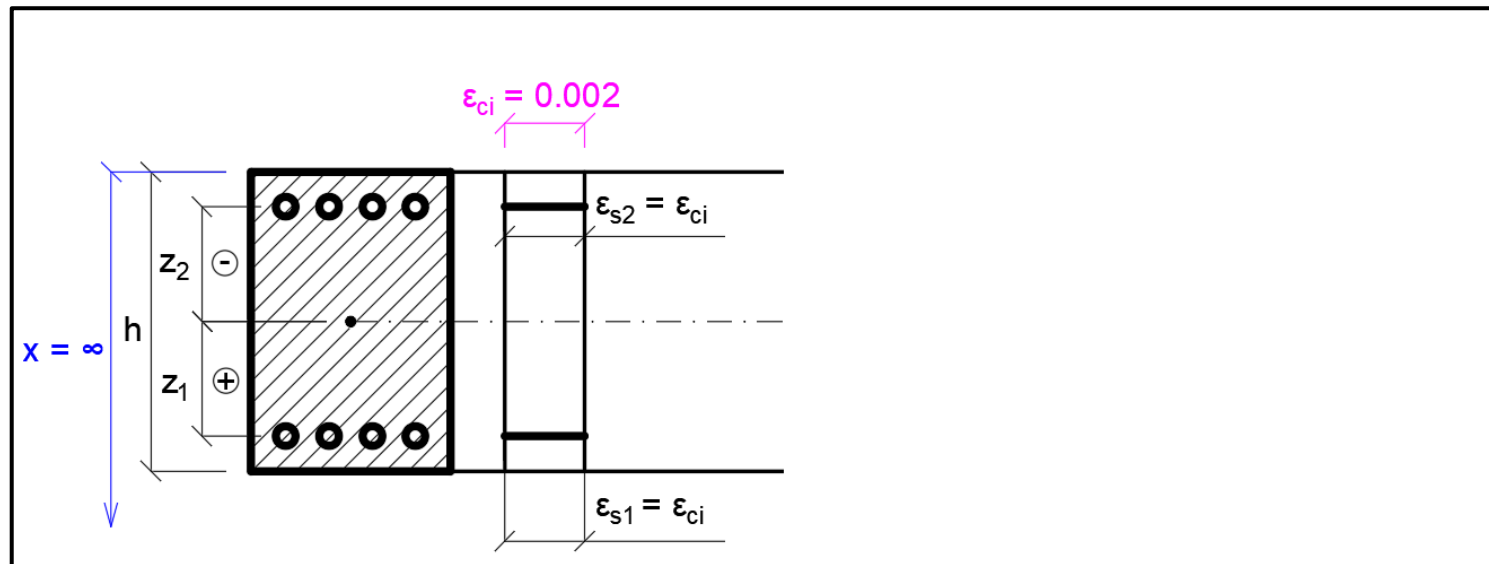
Průřez má maximální normálovou únosnost v tlaku při dostředném tlaku (tj. když je průřez všude stejně stlačen).

Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tlaku je skoro stejný jako v předchozích případech.



Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že při dostředném tlaku uvažujeme, že poměrné stlačení krajních vláken je jen 0.002 a neutrální osa je v nekonečnu.



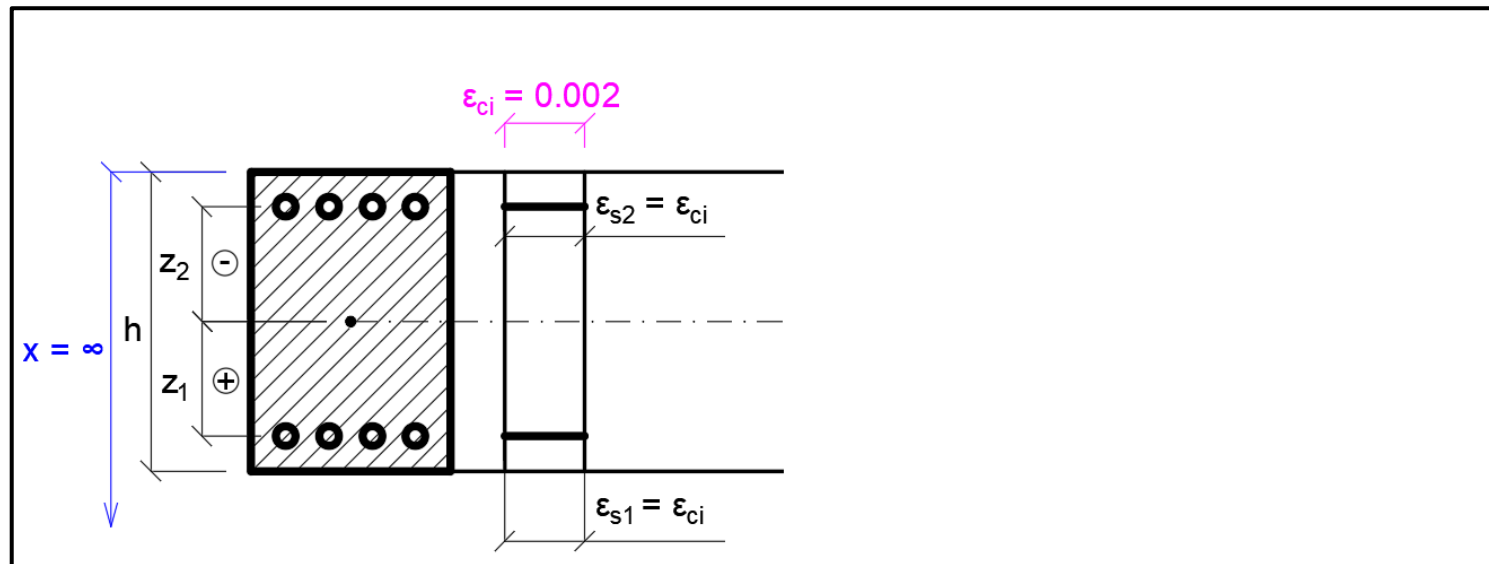
Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)

Síly ve výztužích vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min(\varepsilon_s E_s; f_{yd}).$$

Sílu ve betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) vypočítáme jako

$$F_c = bh f_{cd}.$$



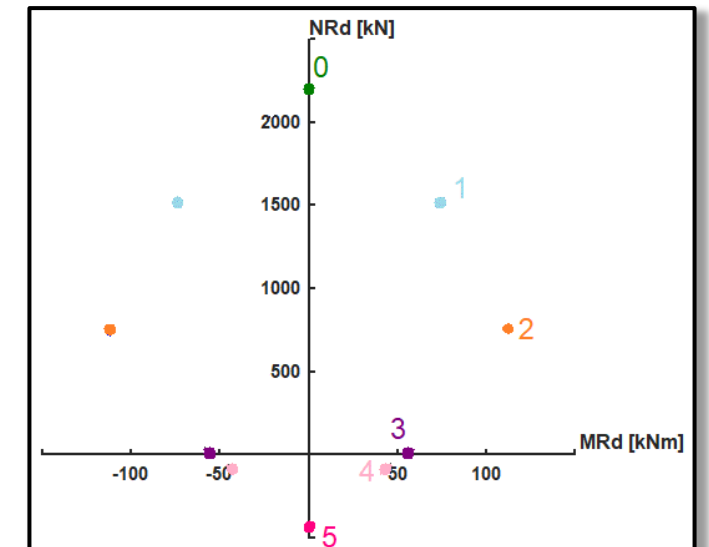
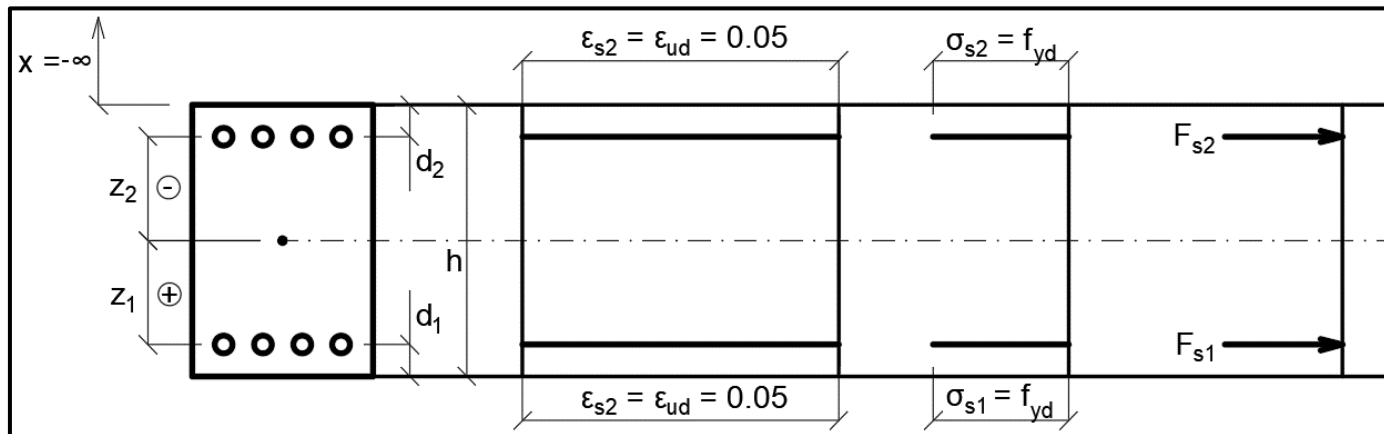
Specifika výpočtu konkrétních bodů

Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

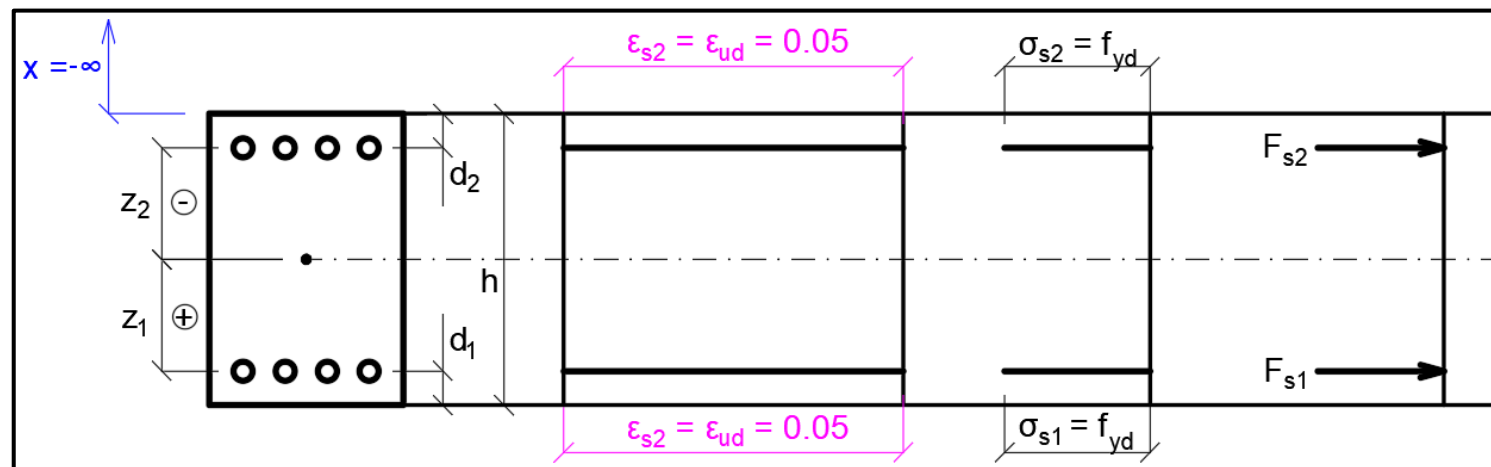
Průřez má maximální normálovou únosnost v tahu při dostředném tahu (tj. když je průřez všude stejně tažen).

Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tahu je skoro stejný jako v předchozích případech.



Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že při dostředném tahu uvažujeme, že poměrné protažení vláken je 0.05* a neutrální osa je v mínus nekonečnu.



*tj. mez protažení oceli

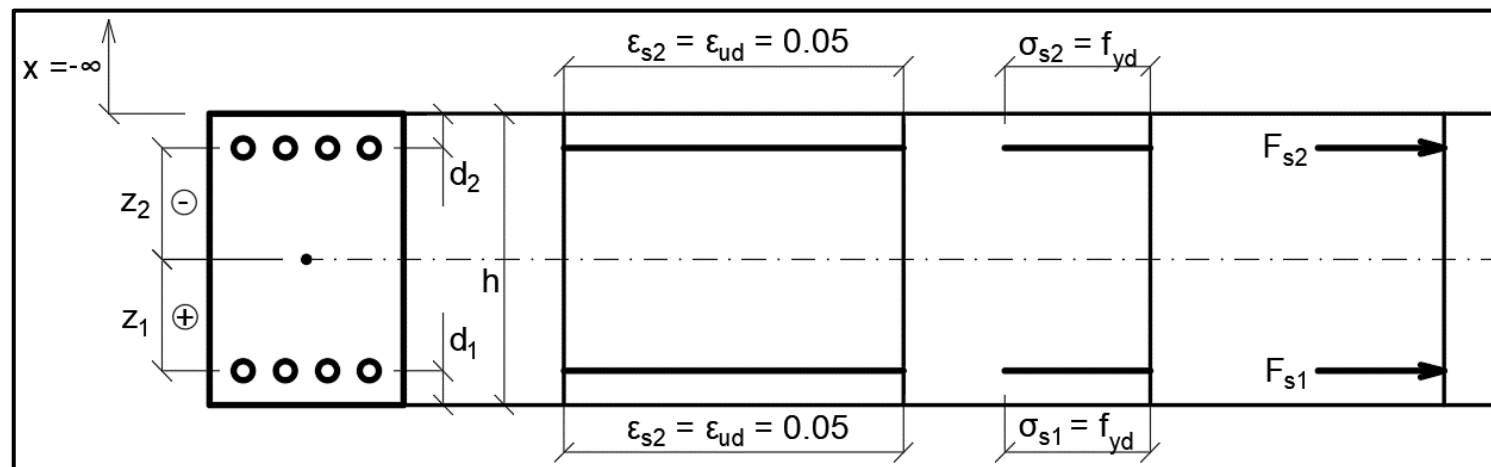
Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)

Síly ve výztuži vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min(\varepsilon_s E_s; f_{yd}).$$

Síla v betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) je nulová

$$F_c = 0 \cdot f_{cd} = 0.$$



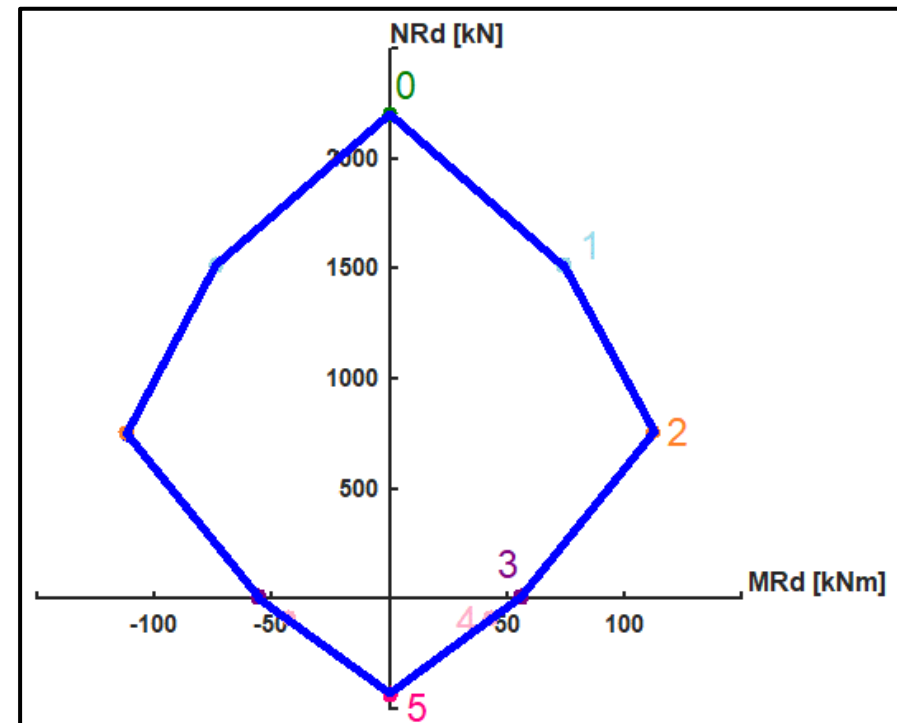
Omezení interakčního diagramu

Omezení interakčního diagramu

Norma nám udává, že vždy musíme uvažovat minimální excentricitu zatížení

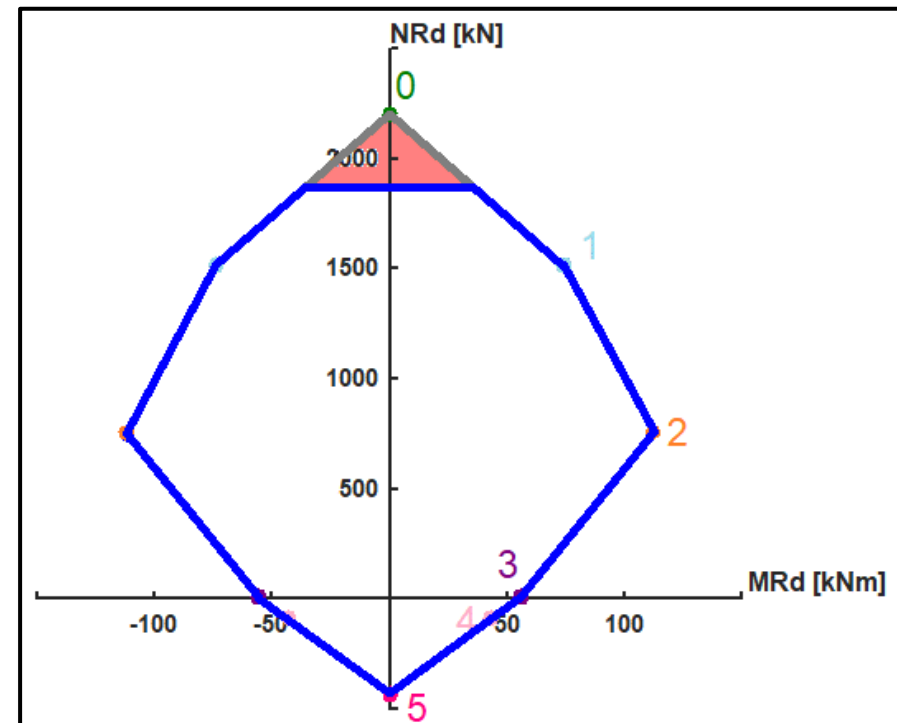
$$e_0 = \max(h/30; 20 \text{ mm}),$$

kde h je výška průřezu.



Omezení interakčního diagramu

Abychom na tuto minimální excentricitu nemuseli myslet při každém posouzení, můžeme ji graficky vyjádřit pomocí omezení interakčního diagramu.



Omezení interakčního diagramu

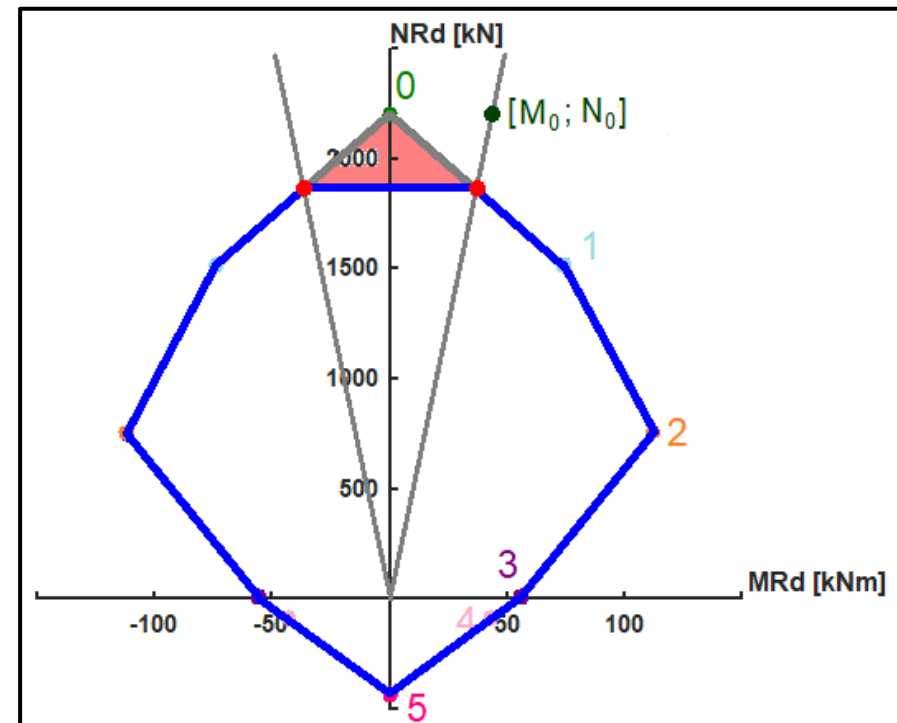
Odovídající omezení interakčního diagramu získáme tak, že vyneseme bod $[M_0; N_0]$, kde

$$N_0 = N_{Rd,0},$$

$$M_0 = N_0 e_0,$$

a tento bod spojíme s počátkem.

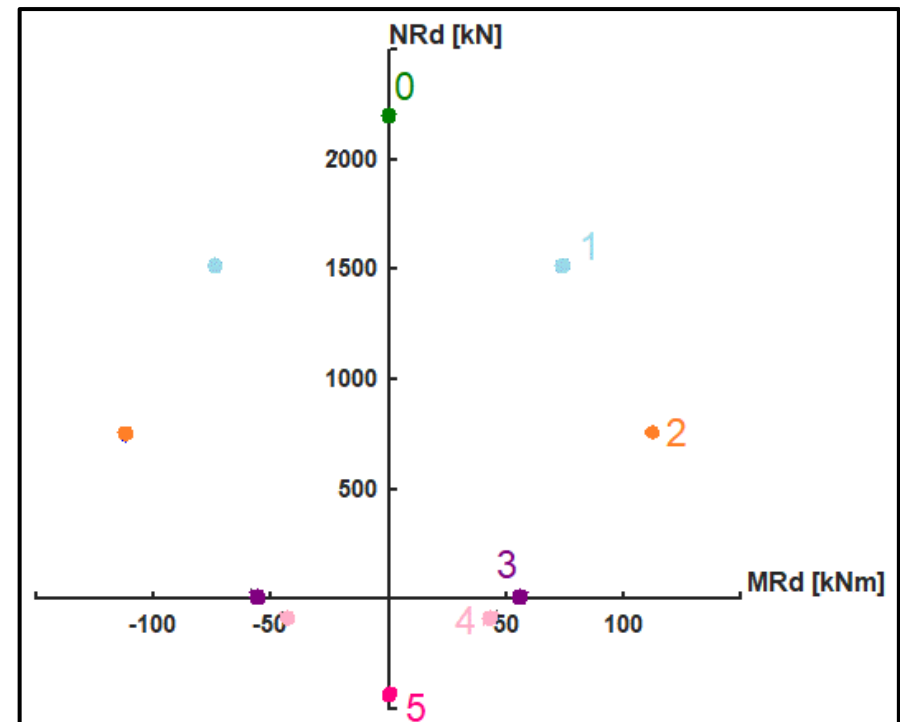
Průsečík spojnice a interakčního diagramu udává omezení interakčního diagramu.



Shrnutí postupu posouzení průřezu

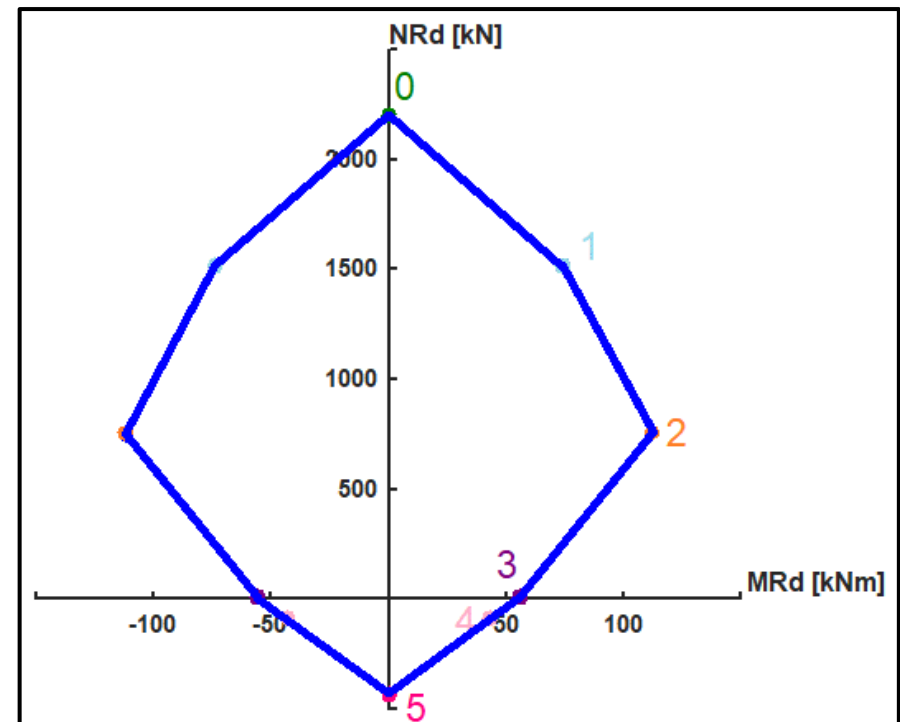
Výpočet bodů

Nejprve **vypočítáme jednotlivé body 0 až 5** (únosnosti při zvolených namáháních).



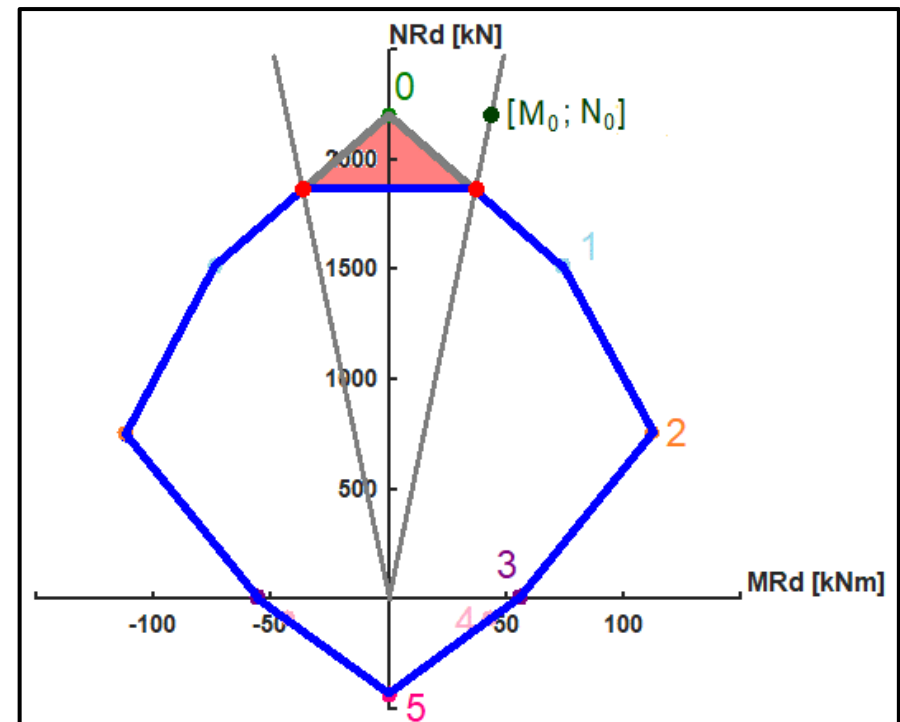
Sestrojení IDP

Následně body spojíme a **vytvoříme interakční diagram** průřezu.



Omezení IDP

Interakční diagram následně „ořízneme“ kvůli podmínce minimální excentricity.



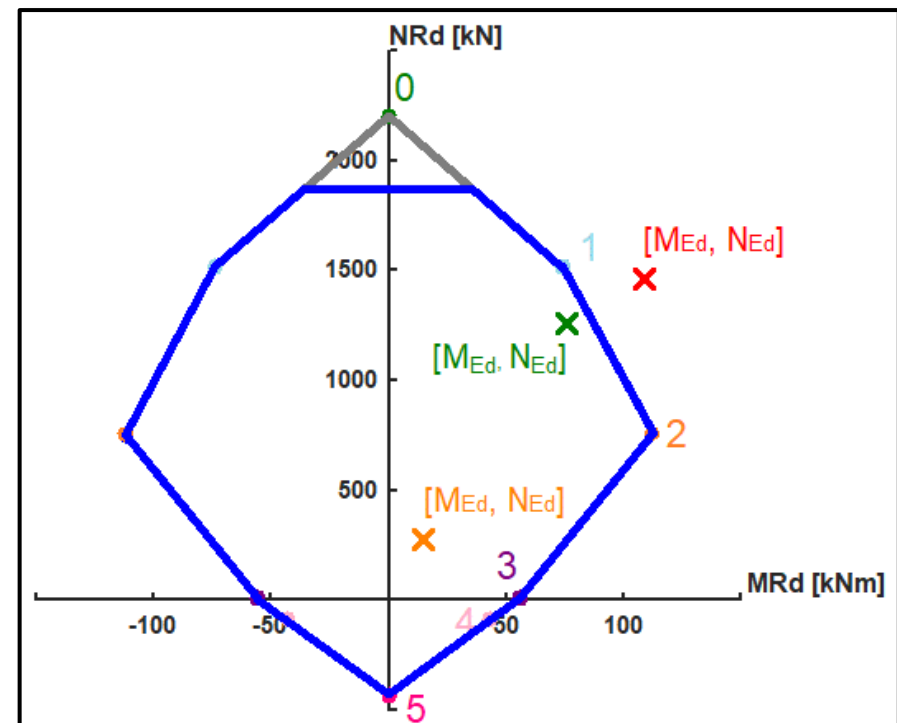
Posouzení

Pro posouzení průřezu do grafu **vyneseme bod vyjadřující zadané působící vnitřní síly.**

Pokud **bod leží mimo oblast** vyhraničenou interakčním diagramem – **návrh nevyhovuje**.

Pokud **bod leží v oblasti** oblast vyhraničené interakčním diagramem a je **daleko od hranice** – **návrh vyhovuje, ale je neekonomický**.

Pokud **bod leží v oblasti** oblast vyhraničené interakčním diagramem a je **blízko hranice** – **návrh vyhovuje a je ekonomický**.



díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi, Romanu Chylíkovi a Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace a **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému a Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.

Děkuji také všem, kteří si prezentaci pročetli až do konce, a [v neposlední řadě, děkuji divákům v poslední řadě.](#)