FAKULTA
STAVEBNÍ
ČVUT V PRAZE

Úloha 3: Železobetonový sloup

Únosnost průřezu namáhaného kombinací M+N

Prezentace k cvičení z předmětu NNKB (Štefan)

7bratrstvo

Autor: Jakub Holan

Poslední aktualizace: 1.8.2021 11:39

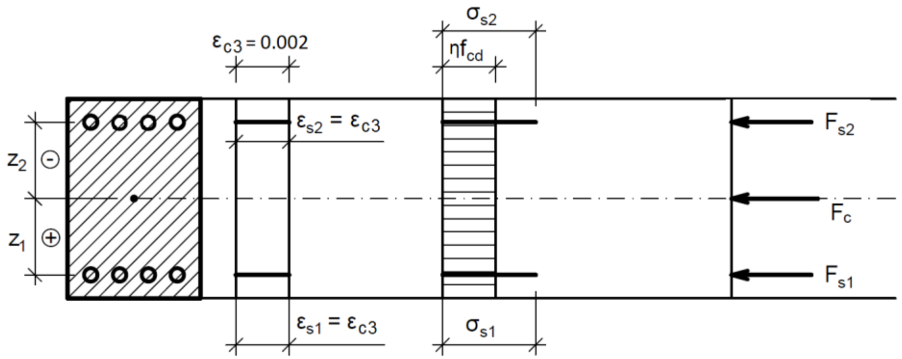
Náplň prezentace

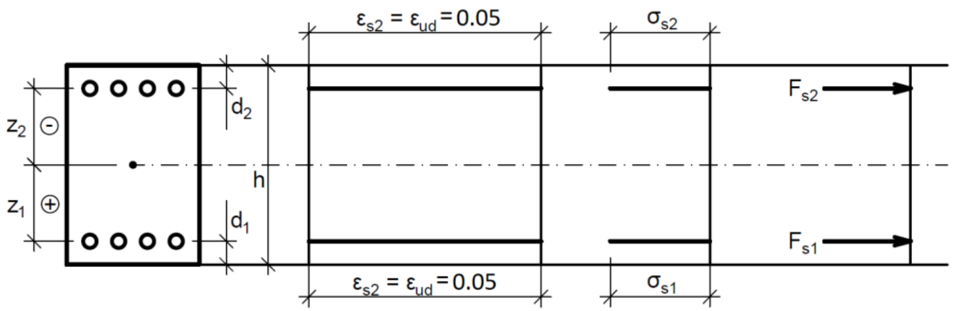
V této prezentaci je popsán postup stanovení normálové a ohybové **únosnosti** $[N_{Rd}, M_{Rd}]$ průřezu namáhaného normálovou silou, ohybovým momentem nebo kombinací normálové síly a ohybového momentu.

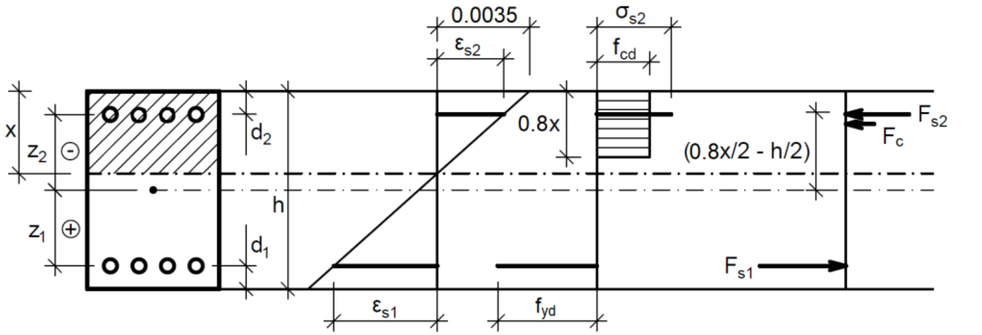
Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$

Namáhání průřezu

Únosnost průřezu vždy stanovujeme pro **konkrétní zvolený způsob namáhání*** – např. prostý ohyb, dostředný tlak, dostředný tah atd.







*Je přeci jasné, že např. v tlaku bude mít průřez úplně jinou únosnost než v tahu.

Namáhání průřezu

Únosnost průřezu vždy stanovujeme pro konkrétní zvolený způsob namáhání – např. prostý ohyb, dostředný tlak, dostředný tah atd.

Při výpočtu únosnosti tedy vždy jako první musíme **rozhodnout, pro jaký typ namáhání počítáme únosnost**.

Namáhání průřezu

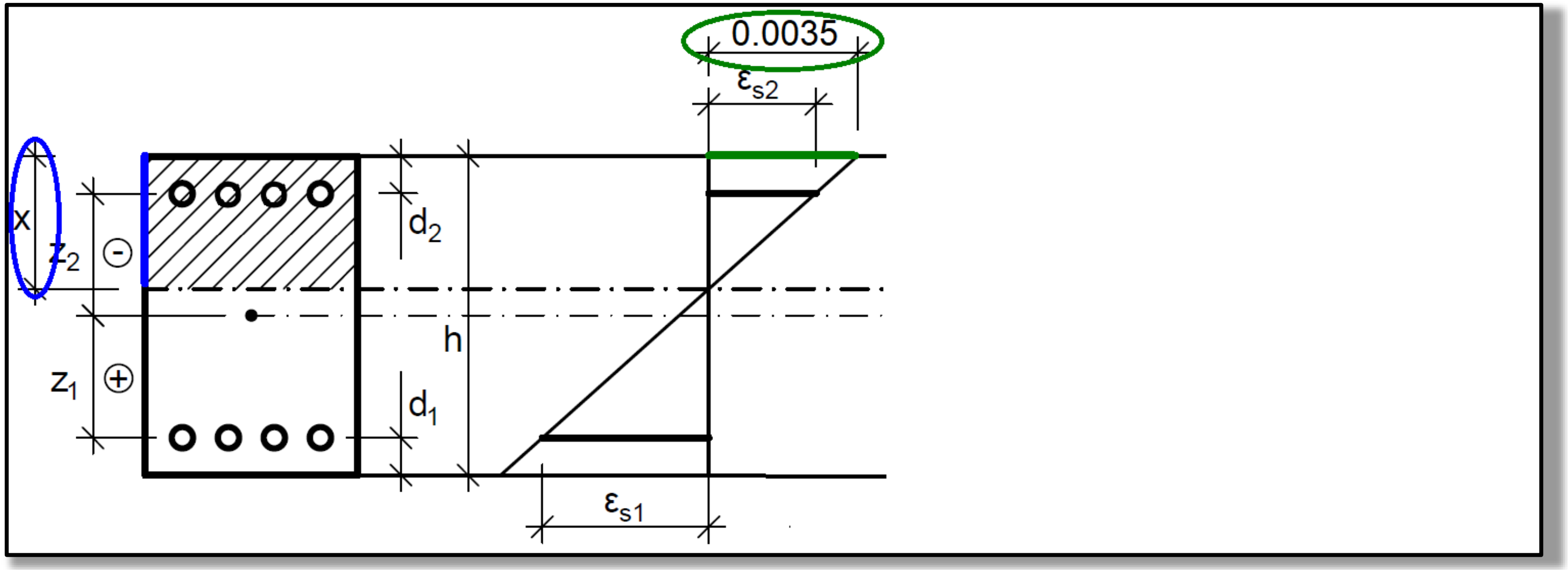
Únosnost průřezu vždy stanovujeme pro konkrétní zvolený způsob namáhání – např. prostý ohyb, dostředný tlak, dostředný tah atd.

Při výpočtu únosnosti tedy vždy jako první musíme rozhodnout, pro jaký typ namáhání počítáme únosnost.

Způsob namáhání průřezu vždy definujeme tak, že **zadáváme průběh přetvoření průřezu** při kolapsu prvku.

Průběh přetvoření průřezu

Při výpočtu únosnosti průřezu při daném způsobu namáhání vycházíme ze známého (námi definovaného) průběhu přetvoření po výšce průřezu – tj. známe polohu neutrální osy (tj. výšku tlačené oblasti) a přetvoření krajních vláken.



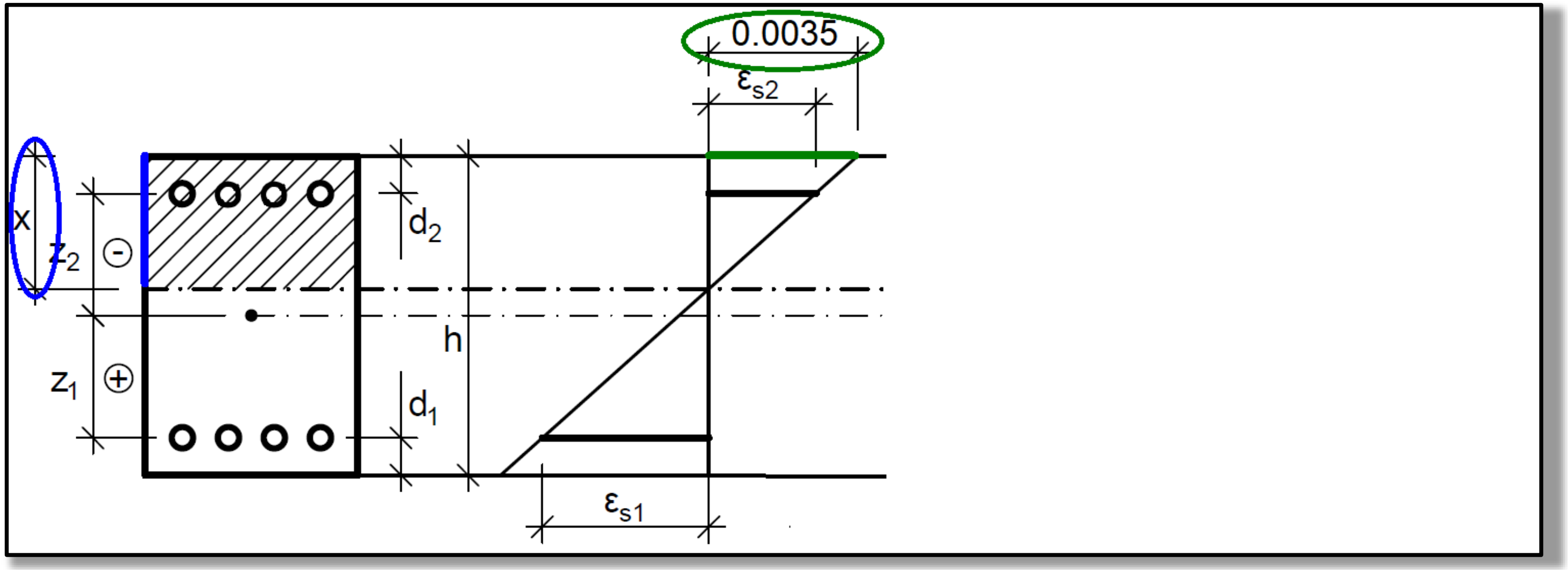
Průběh přetvoření průřezu

Polohu neutrální osy si sami volíme*.

Poměrné přetvoření krajních vláken je dáno normou jako:

- 0.0035 v případě částečně taženého průřezu,
- 0.002 v případě dostředně tlačeného průřezu†.

* Podle toho, jaký způsob namáhání řešíme. Např. u prostého ohybu si polohu neutrální osy „volíme“ tak, aby platilo $N = 0$.

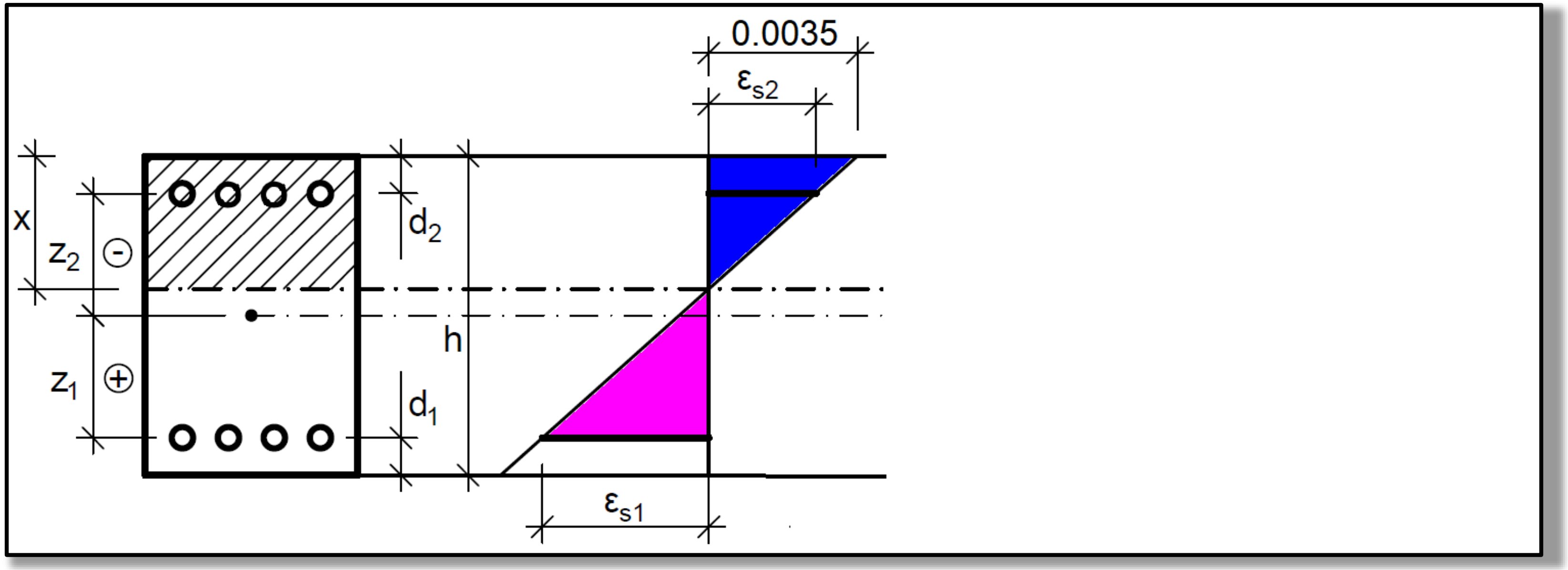


† **U nedostředně** tlačeného průřezu je přetvoření krajních vláken $\mathbf{0.002}\left(\frac{x}{x-\frac{3h}{7}}\right)$. Více viz přetvoření krajních vláken.

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s1} = \frac{0.0035}{x}(h - d_1 - x).$$

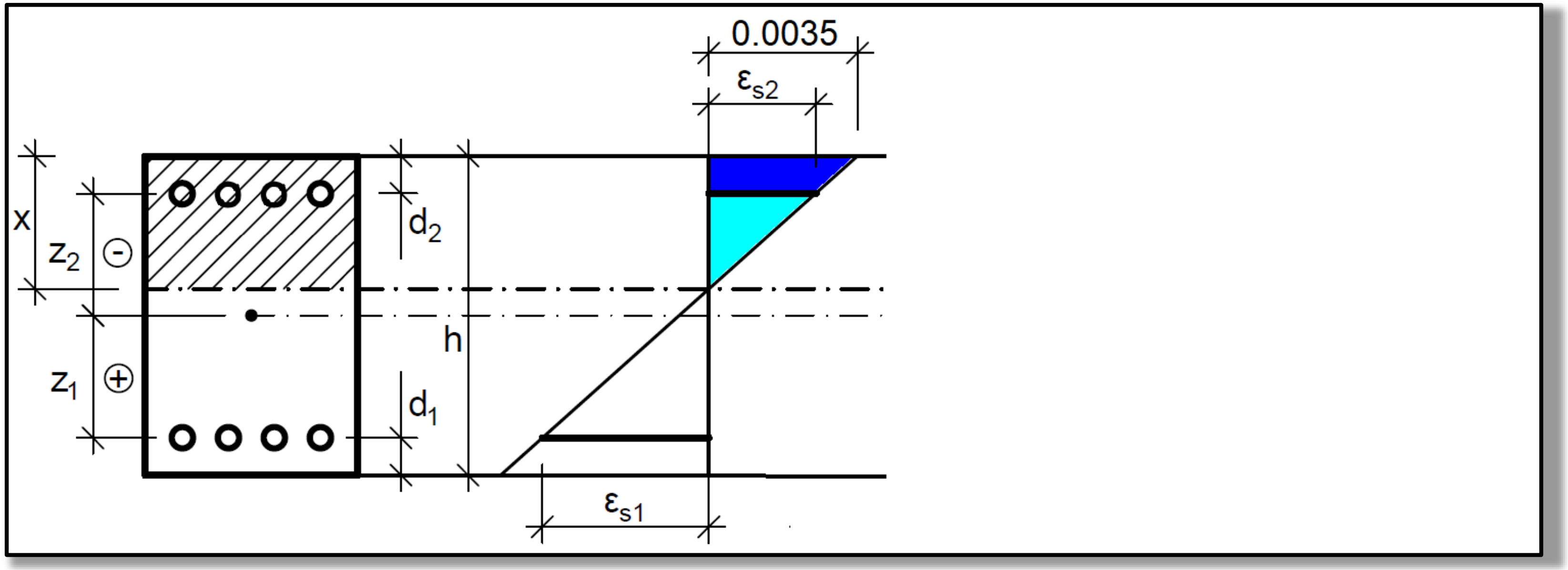


* z podobnosti trojúhelníků vypočítat

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme vypočítat* přetvoření výztuže

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$

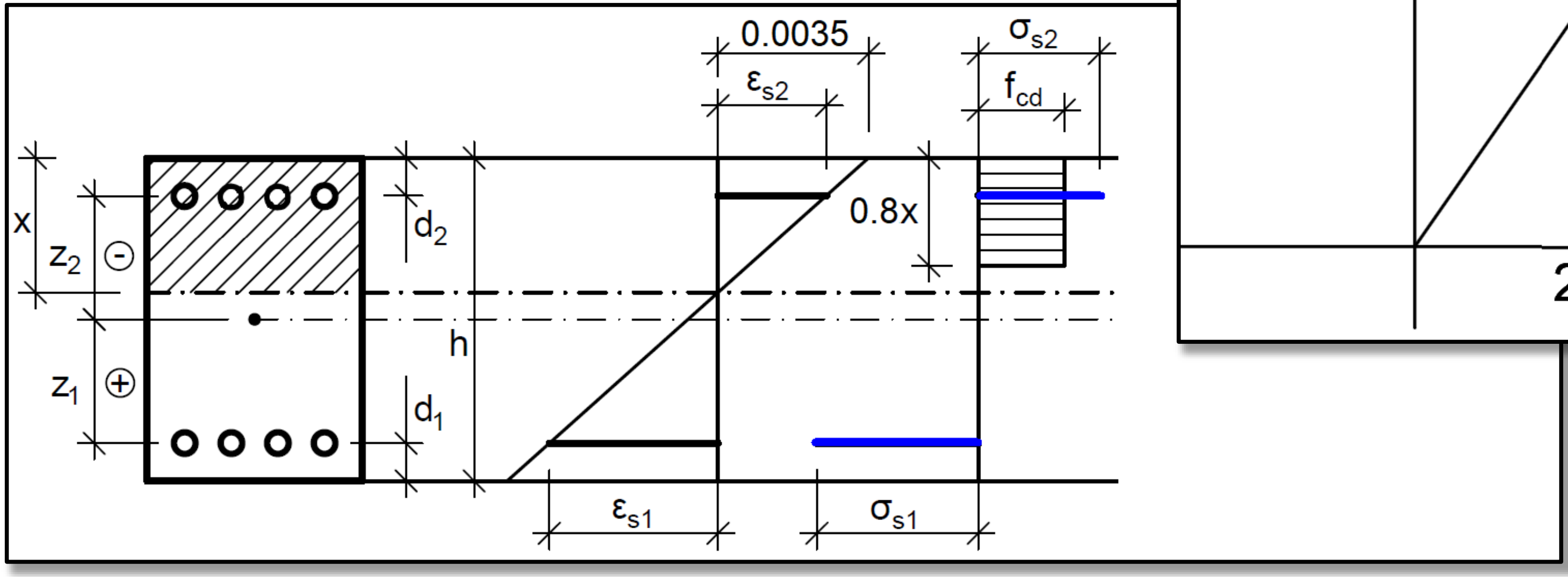


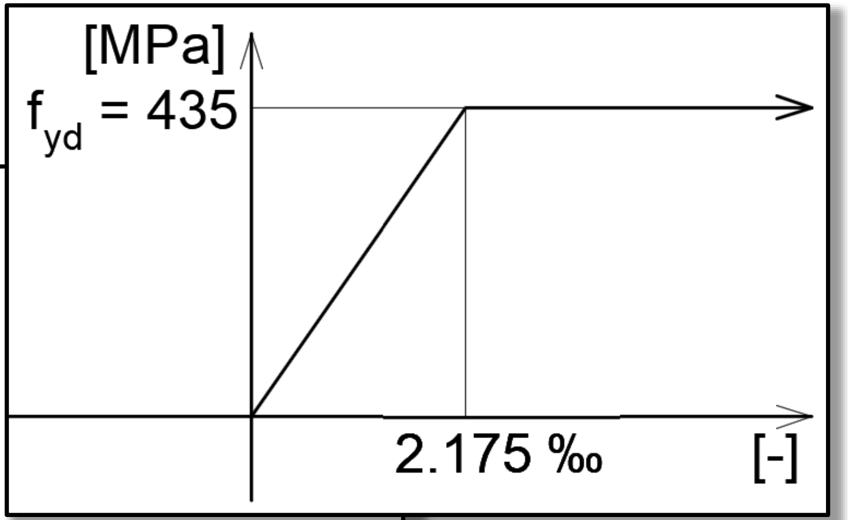
* z podobnosti trojúhelníků vypočítat

Napětí ve výztuži

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram oceli, kdy uvažujeme, že napětí v oceli roste lineárně do meze kluzu a pak zůstává konstantní. Napětí ve výztuži vypočteme pomocí vztahu

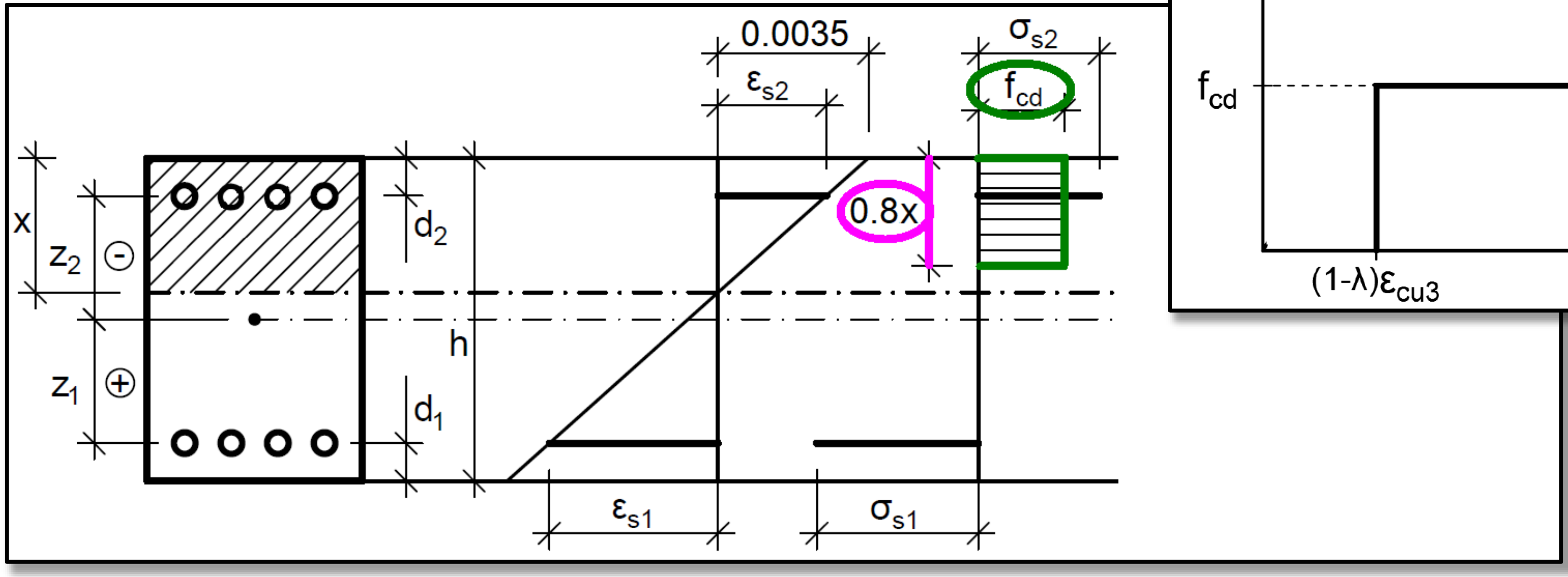
$$\sigma_{s,i} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s,i}) \cdot \min(|\varepsilon_{s,i}| E_s; f_{yd}) .$$

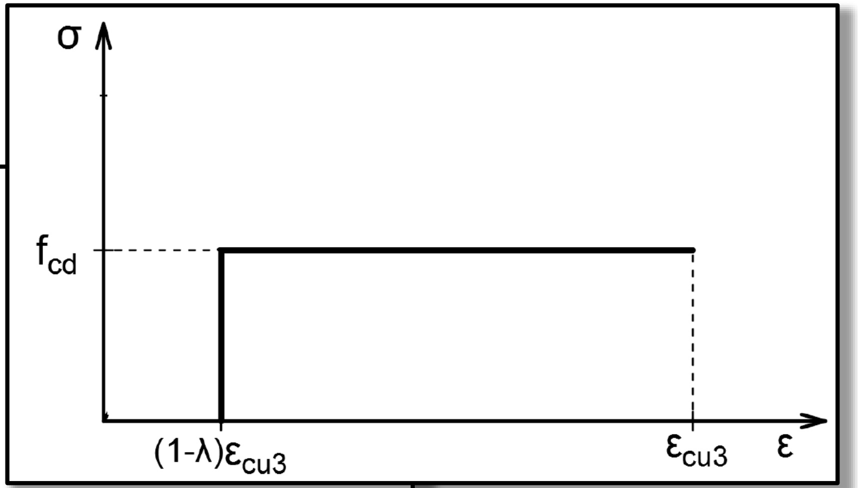




Napětí v betonu

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram betonu, kdy uvažujeme, že napětí v betonu je konstantní o hodnotě f_{cd} na redukované výšce $0.8x$.



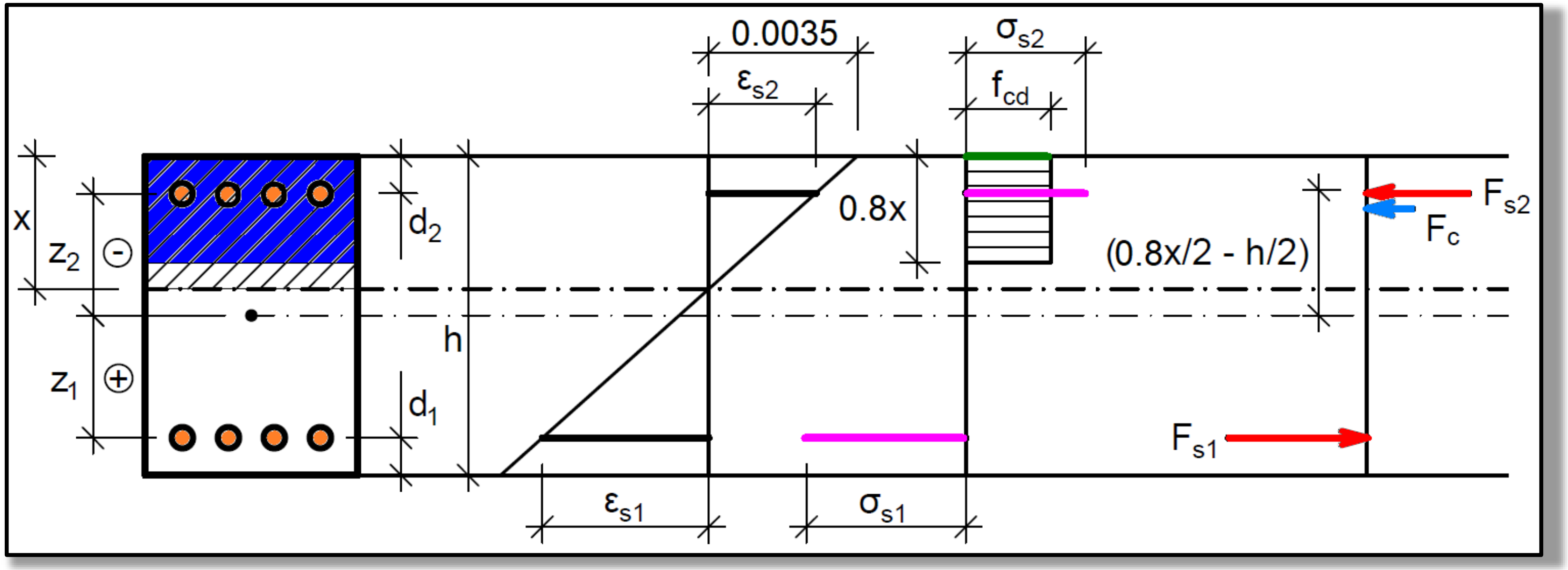


Síly v průřezu

Síly ve výztužích i sílu v tlačeném betonu můžeme určit jako napětí × plocha, tedy pomocí vztahů

$$F_{s,i} = \sigma_{s,i} A_{s,i},$$

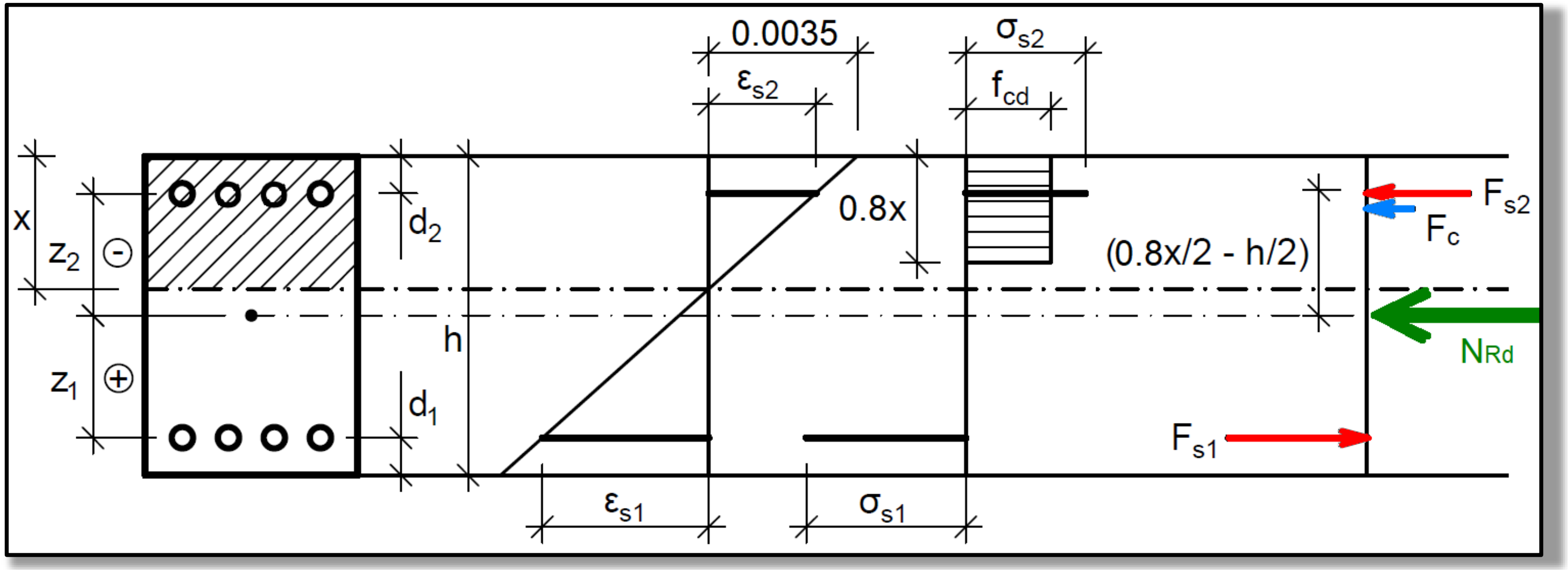
$$F_c = f_{cd} b 0.8x.$$



Normálová únosnost N_{Rd}

Počítáme stav, kdy dochází ke kolapsu průřezu. Síly $F_{s,i}$ a F_c jsou tedy síly v průřezu při kolapsu průřezu.

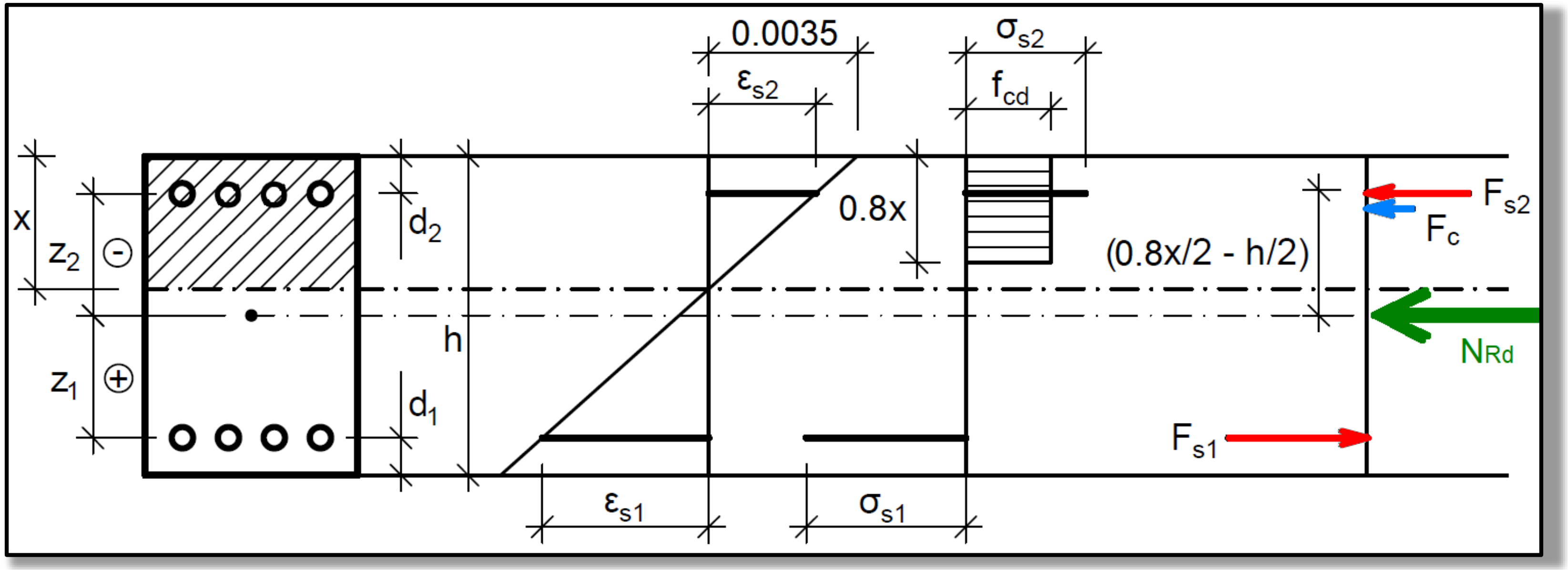
Když uděláme sumu těchto sil, získáme celkovou osovou sílu v průřezu při kolapsu průřezu, což je normálová únosnost průřezu.



Normálová únosnost N_{Rd}

Normálovou únosnost tedy vypočítáme jako sumu sil v průřezu

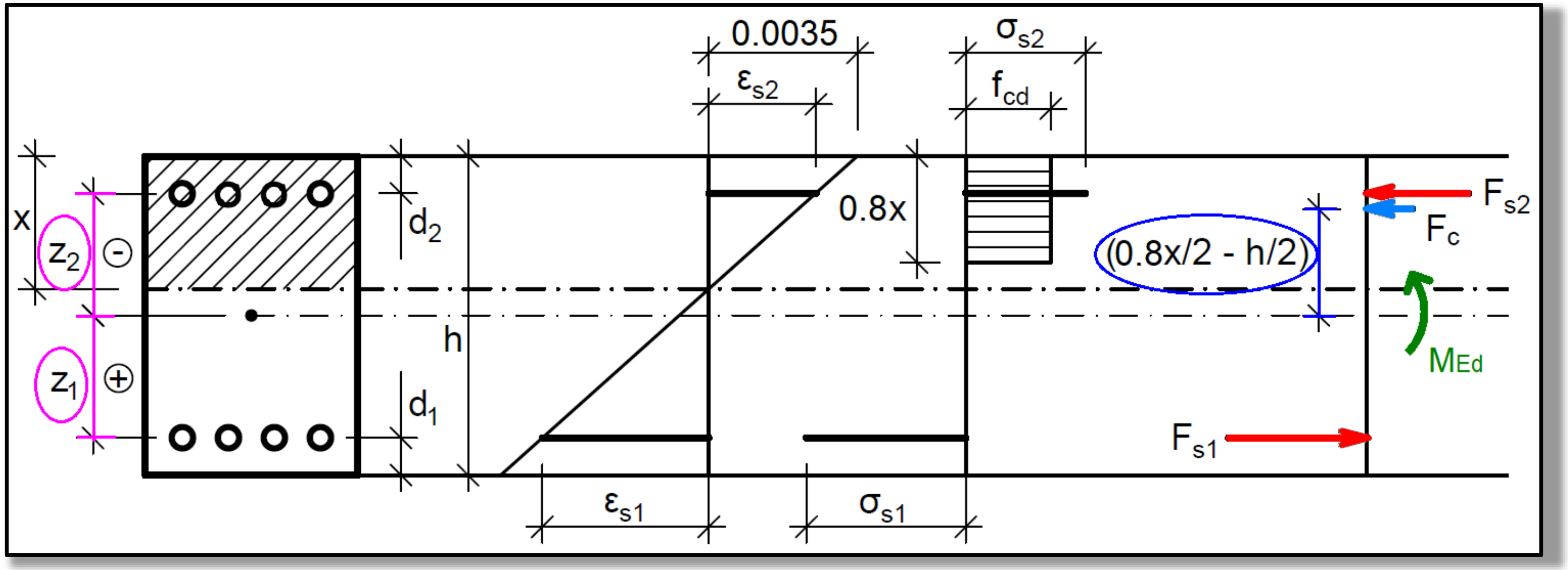
$$N_{Rd} = F_{s1} - F_c - F_{s2}.$$



Momentová únosnost M_{Rd}

Síly v průřezu ($F_{s,i}$ a F_c) působí mimo těžiště průřezu. Vzhledem k těžišti tedy vyvozují určitý momentový účinek.

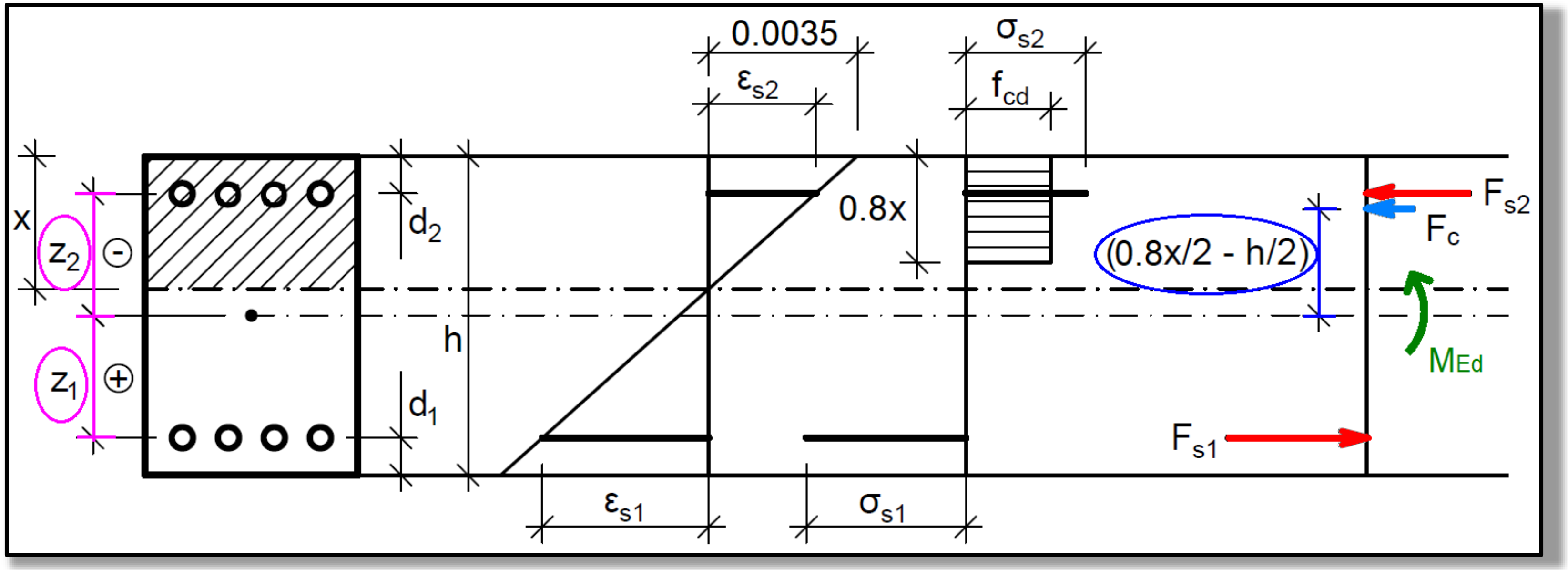
Momentová únosnost je součet momentových účinků sil v průřezu k jeho těžišti při kolapsu konstrukce.



Momentová únosnost M_{Rd}

Momentovou únosnost tedy vypočítáme pomocí vztahu

$$M_{Rd} = F_{s1} z_1 + F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2} \right) + F_{s2} z_2 .$$



Souhrn vztahů

x – sami si volíme	$z_1 = 0.5h - d_1$	$z_2 = 0.5h - d_2$
$\varepsilon_{c,max} = 0.0035$	$\sigma_c = f_{cd}$	$F_c = \sigma_c b 0.8x$
$\varepsilon_{s1} = \dfrac{h - d_1 - x}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s1} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s1}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$
$\varepsilon_{s2} = \dfrac{x - d_2}{x}\varepsilon_{c,max}$	$\sigma_{s2} = \mathrm{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min\left(\lvert\varepsilon_{s2}\rvert E_s; f_{yd}\right)$	$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$

$$\boxed{\begin{aligned} N_{Rd} &= -F_c + F_{s1} - F_{s2} \\ M_{Rd} &= F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2 \end{aligned}}$$

Excel

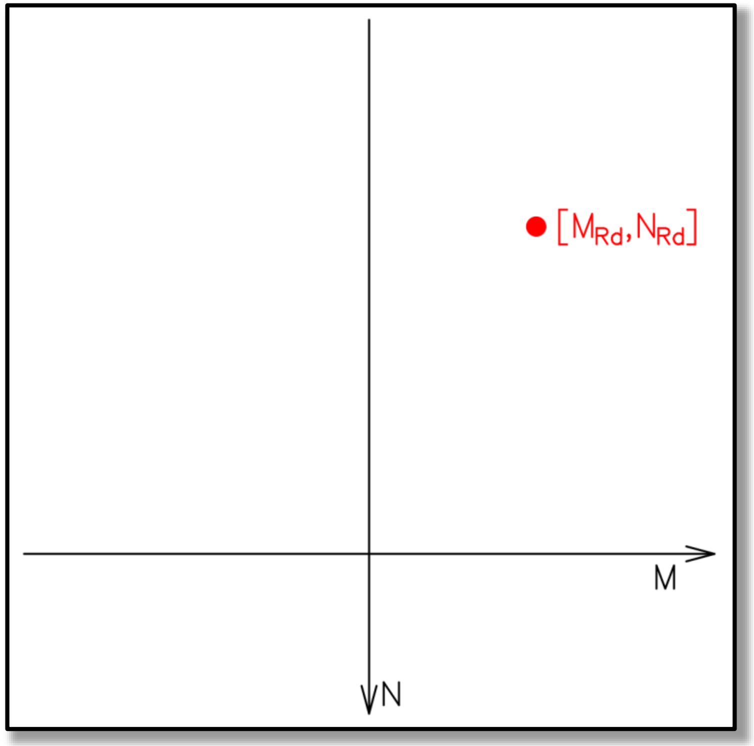
Vzhledem k tomu, že výpočet většinou provádíme několikrát*, je pro usnadnění práce <u>vhodné výpočet zprogramovat v Excelu</u>.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	150	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	⌀tř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	⌀ =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		
21													

* Výpočet provádíme pro různé způsoby namáhání.

Vykreslení výsledků

Vzhledem k tomu, že se únosnost průřezu se skládá z normálové únosnosti a momentové únosnosti je pro přehlednost* vhodné tuto únosnost graficky znázornit v grafu $M - N$.



*a budoucí posuzování průřezu

Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu* – tj.:

1. Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

* viz *„Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$“*

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. **Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.**
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze **bodem 1**.

Konkrétní výpočty únosností

Únosnost při jakémkoliv způsobu namáhání vypočítat pomocí výše popsaného postupu – tj.:

1. Zvolit výšku tlačené oblasti a přetvoření krajní tlačených vláken.
2. Vypočítat přetvoření, napětí a síly v průřezu.
3. Vypočítat únosnost.

Výpočty únosností při konkrétních způsobech namáhání se liší pouze bodem 1.

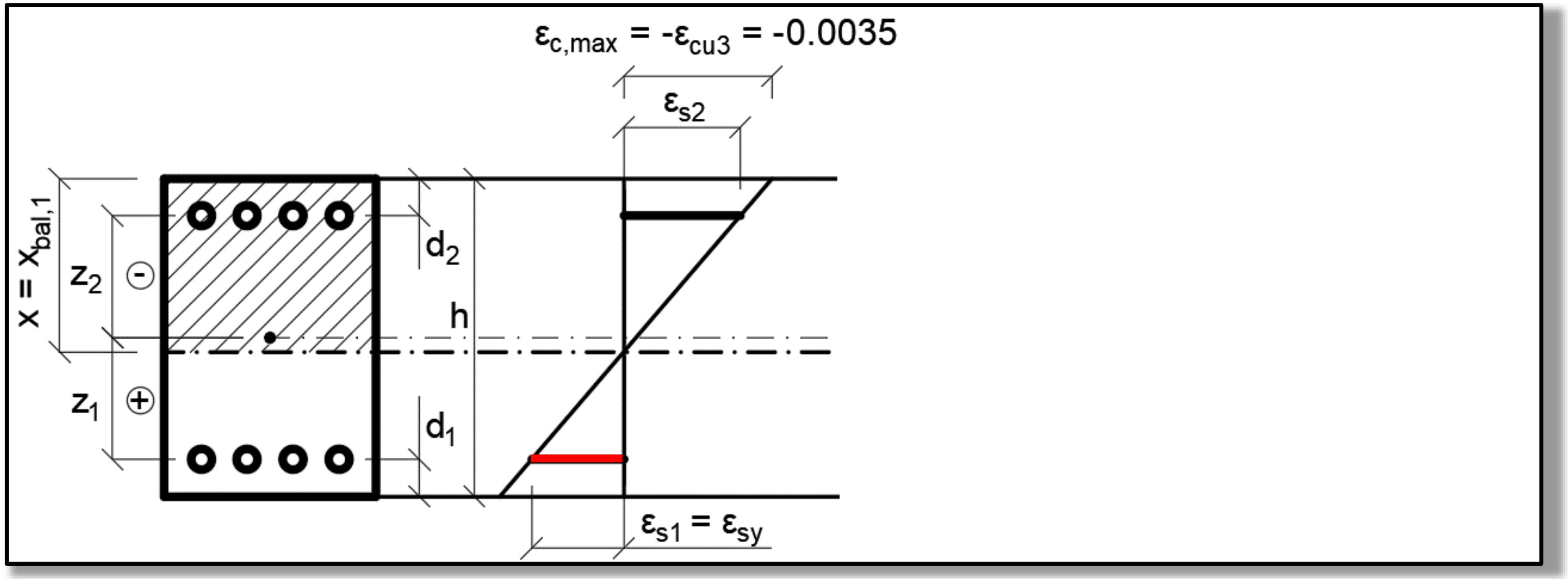
Další část prezentace je zaměřená na **konkrétní výpočty únosností při daných způsobech namáhání**.

Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Maximální momentová únosnost $M_{Rd,max}$

Maximální momentová únosnost

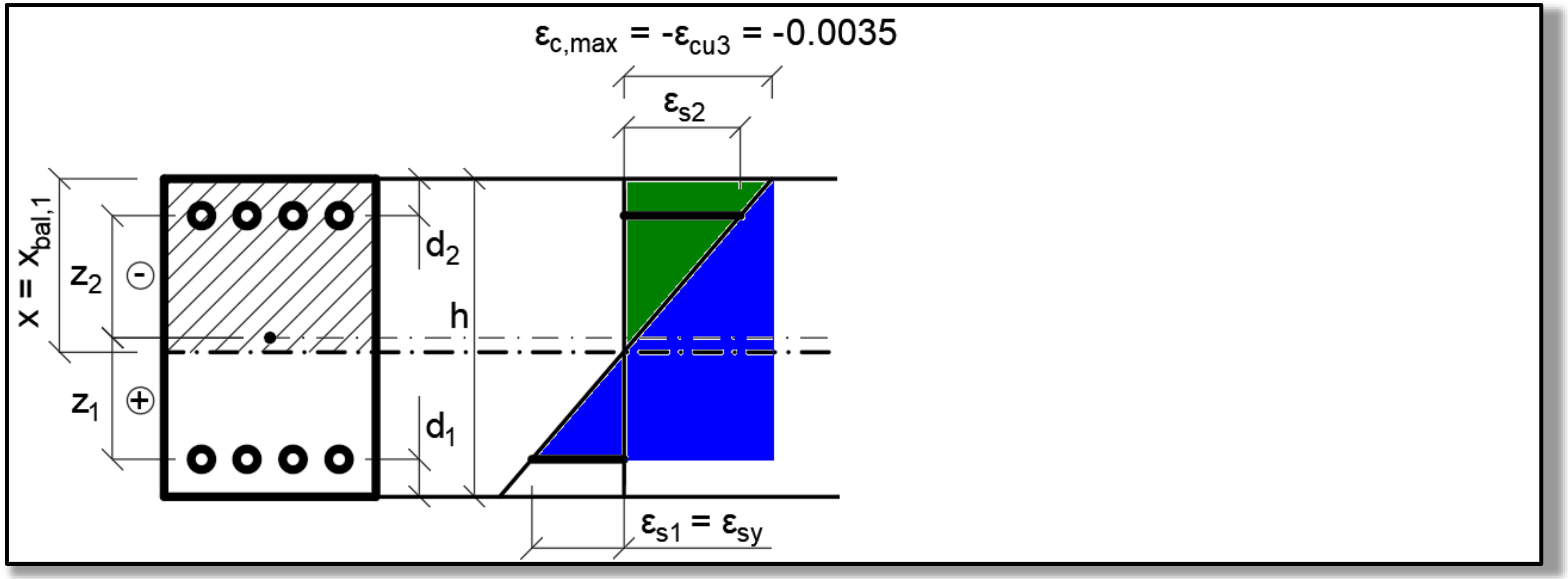
Maximální momentovou únosnost má průřez při takovém namáhání, kdy je napětí v tažené výztuži co největší a zároveň je výška tlačené oblasti co největší. Tento způsob namáhání je právě ve chvíli, kdy je **dosaženo meze kluzu v tažené výztuži**.



Maximální momentová únosnost

<u>Výšku tlačené oblasti</u> při dosažení meze kluzu vypočítáme pomocí vztahu odvozeného z podobnosti trojúhelníků

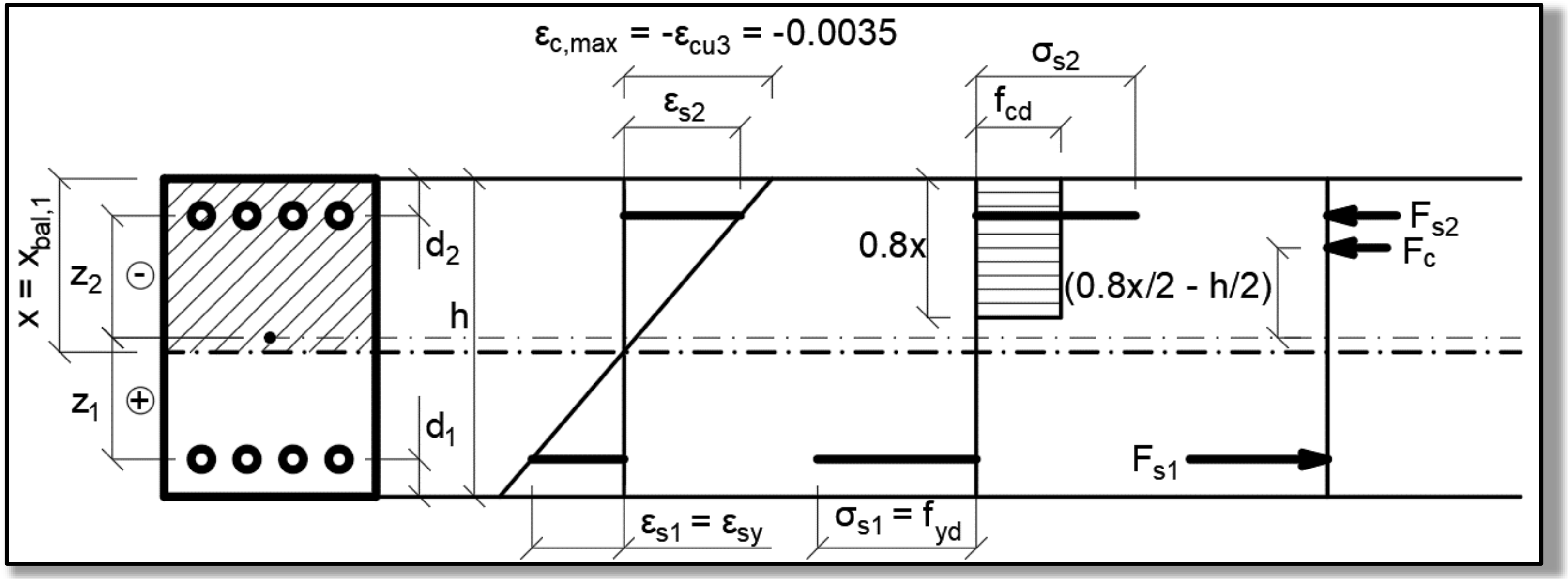
$$x = \frac{d}{0.0035 + \varepsilon_{sy}} 0.0035 = \frac{0.0035}{0.0035 + 435/200000} d \cong 0.617^{*} d$$



*Vzpomínáte na ověřování x/d=0.617 u ohybu? Když jsme ověřovali, že je výztuž za mezí kluzu? Tak tohle je přesně to 0.617.

Maximální momentová únosnost

Nyní, když známe x pro tento způsob namáhání, můžeme vypočítat momentovou a normálovou únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ podle výše uvedeného postupu*.

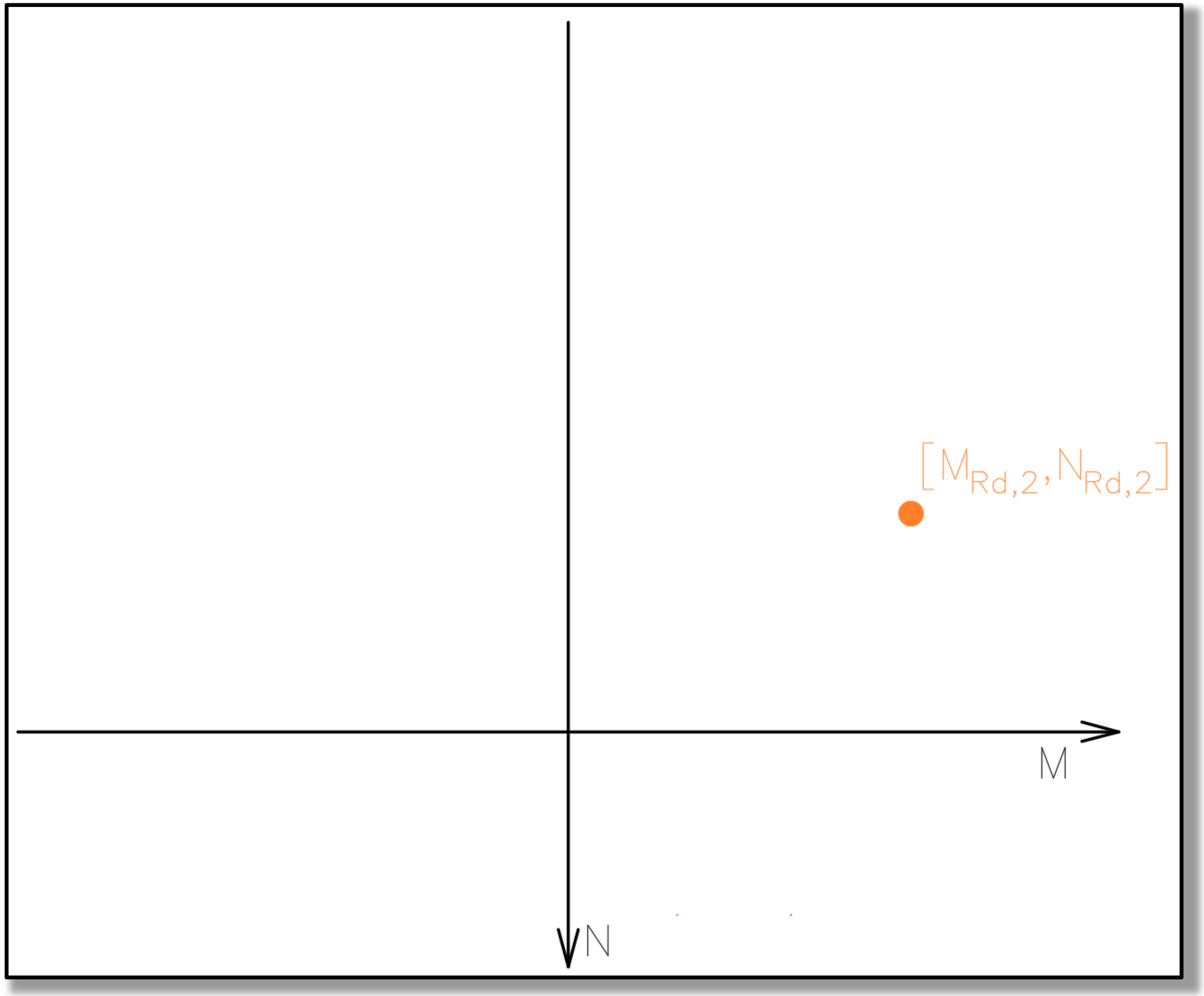


* viz „*Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$*"

Maximální momentová únosnost

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	=(J3/(J3+F4))*(B2-B9)	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	⌀tř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	⌀ =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

Maximální momentová únosnost (bod 2)



Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Nulové přetvoření dolní výztuže

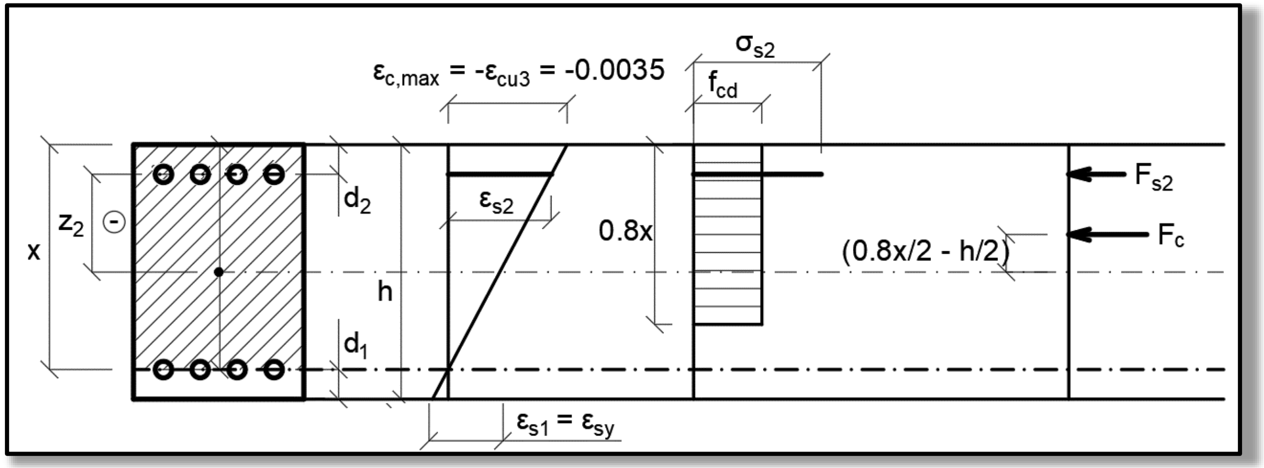
Nulové přetvoření dolní výztuže

Často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy neutrální osa prochází dolní výztuží

$$x = h - d_1.$$

Při výpočtu této únosnosti je výpočet jednodušší protože platí

$$\varepsilon_{s1} = 0 \rightarrow \sigma_{s1} = 0 \rightarrow F_{s1} = 0.$$

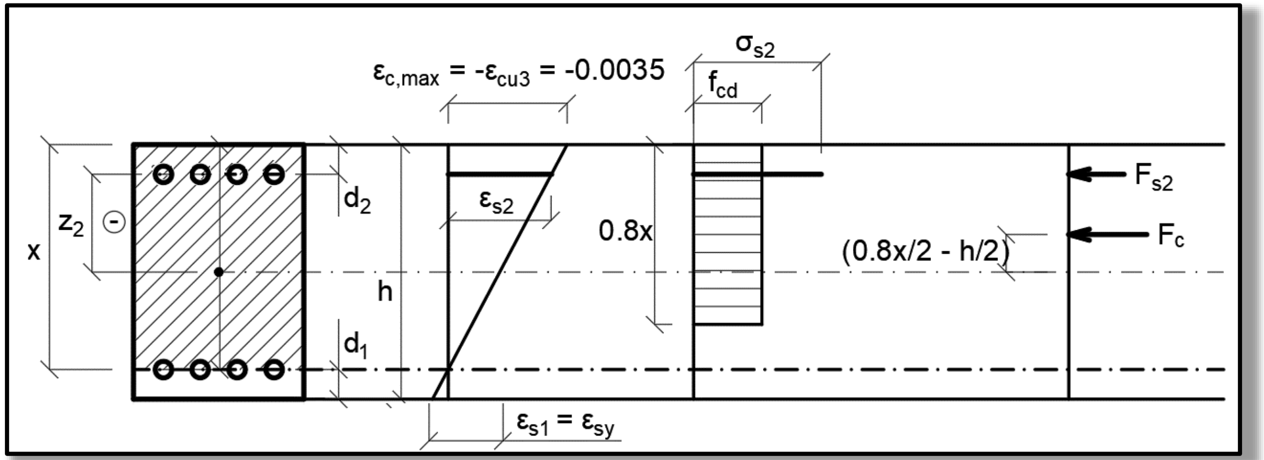


Nulové přetvoření dolní výztuže

Pro tento způsob namáhání opět <u>můžeme vypočítat</u> momentovou a normálovou <u>únosnost</u> $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ podle výše uvedeného postupu* s tím rozdílem, že rovnice lze zjednodušit do tvarů

$$N_{Rd} = 0 - F_c - F_{s2} = F_{s1} - F_c - F_{s2},$$

$$M_{Rd} = 0 + F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s2}z_2 = F_{s1}z_1 + F_c\left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2}\right) + F_{s2}z_2.$$

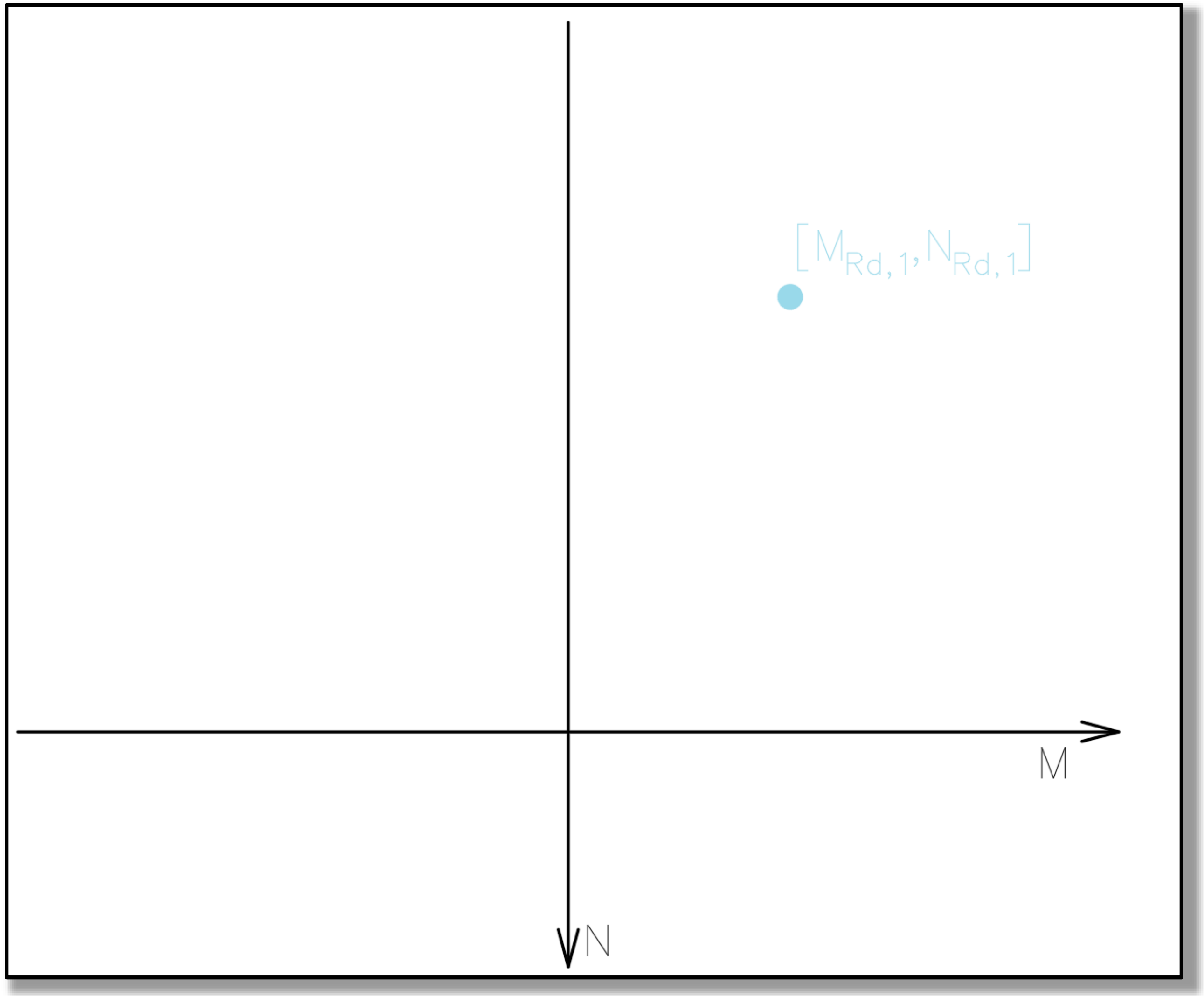


* viz „Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$“

Nulové přetvoření dolní výztuže

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	=B2-B9	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	øtř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

Nulové přetvoření dolní výztuže (bod 1)



Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Nulové přetvoření horní výztuže

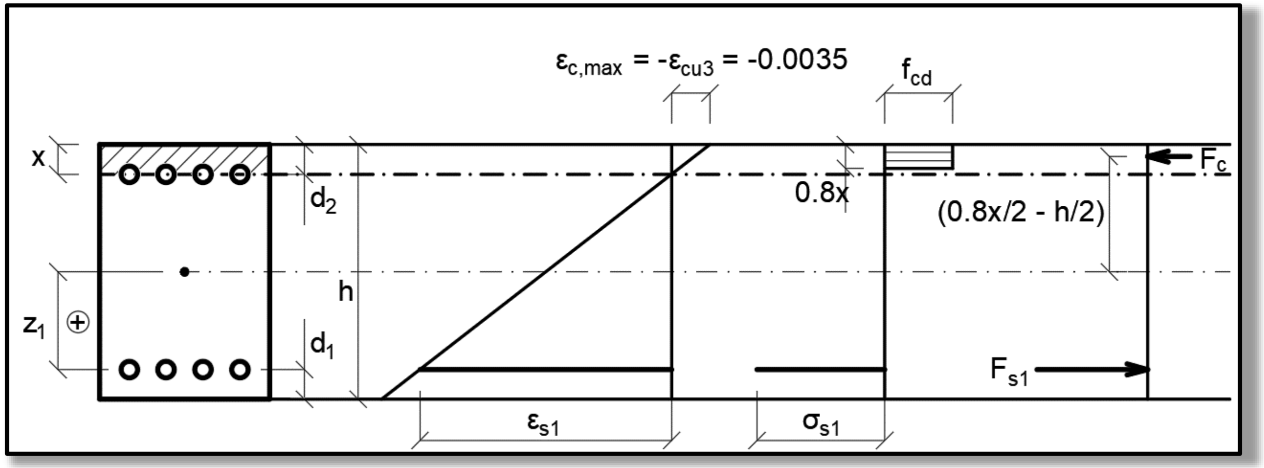
Nulové přetvoření horní výztuže

Další často počítanou únosností je také únosnost průřezu při takovém namáhání, kdy neutrální osa prochází horní výztuží

$$x = d_2.$$

Při výpočtu této únosnosti je výpočet jednodušší protože platí

$$\varepsilon_{s2} = 0 \rightarrow \sigma_{s2} = 0 \rightarrow F_{s2} = 0.$$

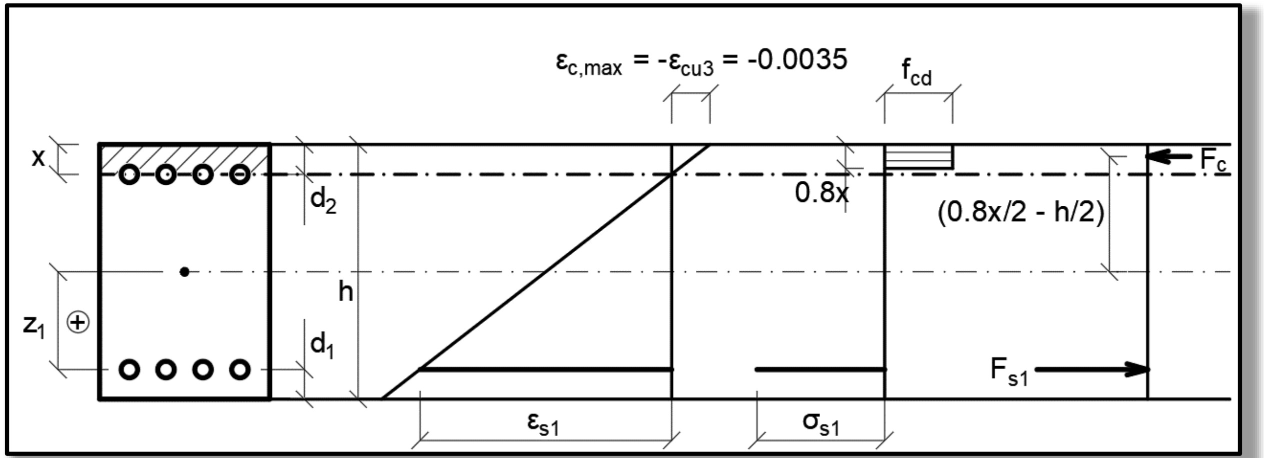


Nulové přetvoření horní výztuže

Pro tento způsob namáhání opět <u>můžeme vypočítat</u> momentovou a normálovou <u>únosnost</u> $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ podle výše uvedeného postupu* s tím rozdílem, že rovnice lze zjednodušit do tvarů

$$N_{Rd} = F_{s1} - F_c - 0 = F_{s1} - F_c - F_{s2},$$

$$M_{Rd} = F_{s1} z_1 + F_c \left(\frac{h}{2} - \frac{0.8x}{2} \right) + 0 = F_{s1} z_1 + F_c \left(\frac{0.8x}{2} - \frac{h}{2} \right) + F_{s2} z_2.$$

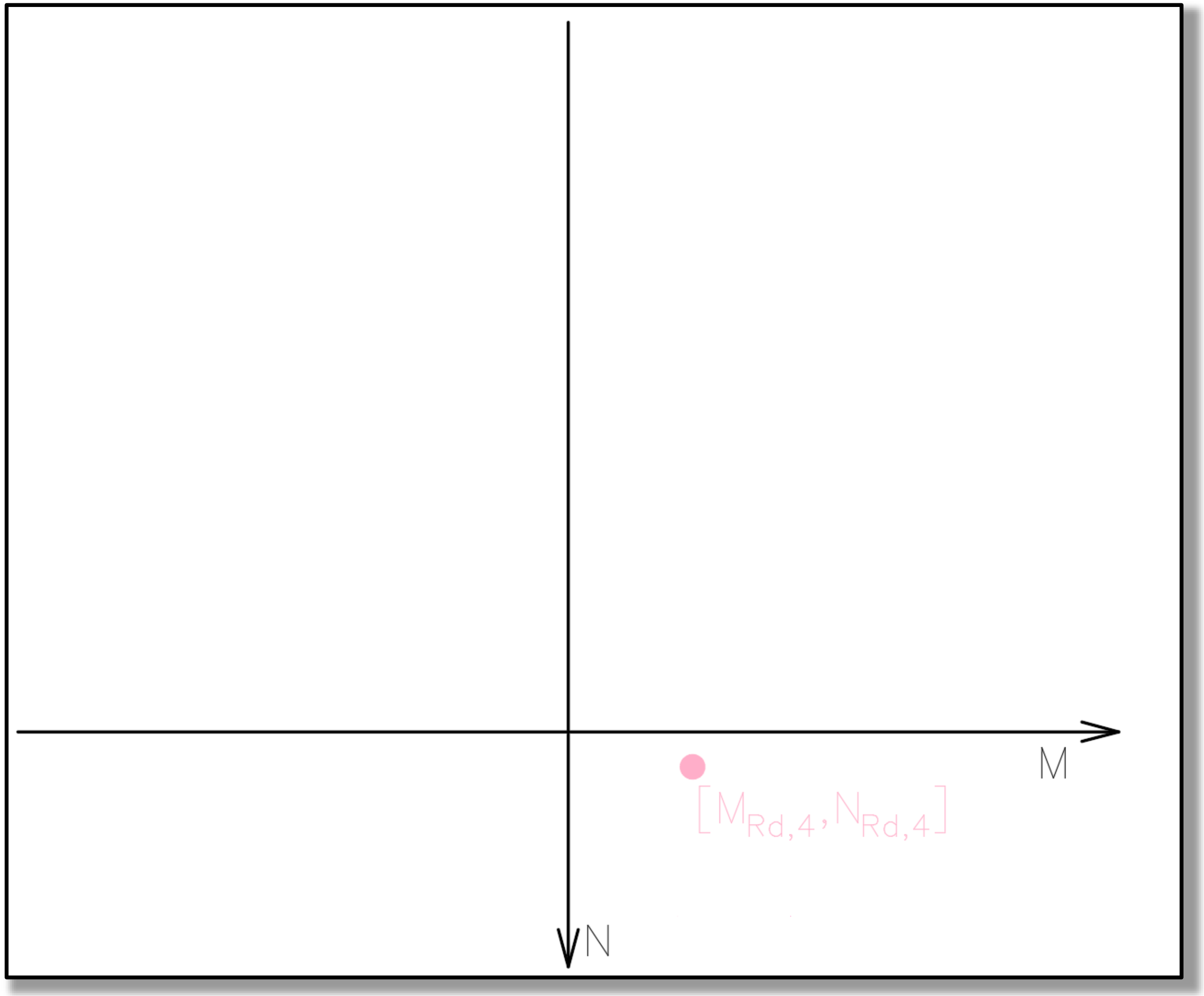


* viz „Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$“

Nulové přetvoření horní výztuže

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	=B10	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	øtř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

Nulové přetvoření horní výztuže (bod 4)

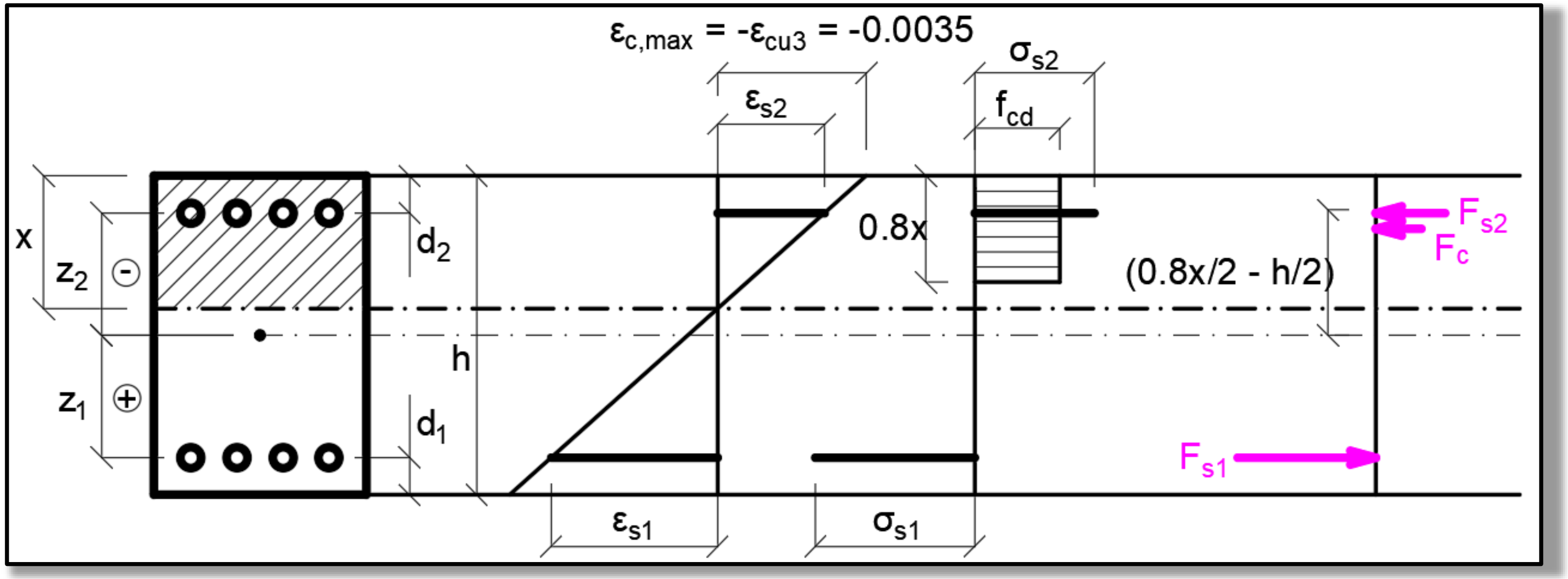


Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Prostý ohyb

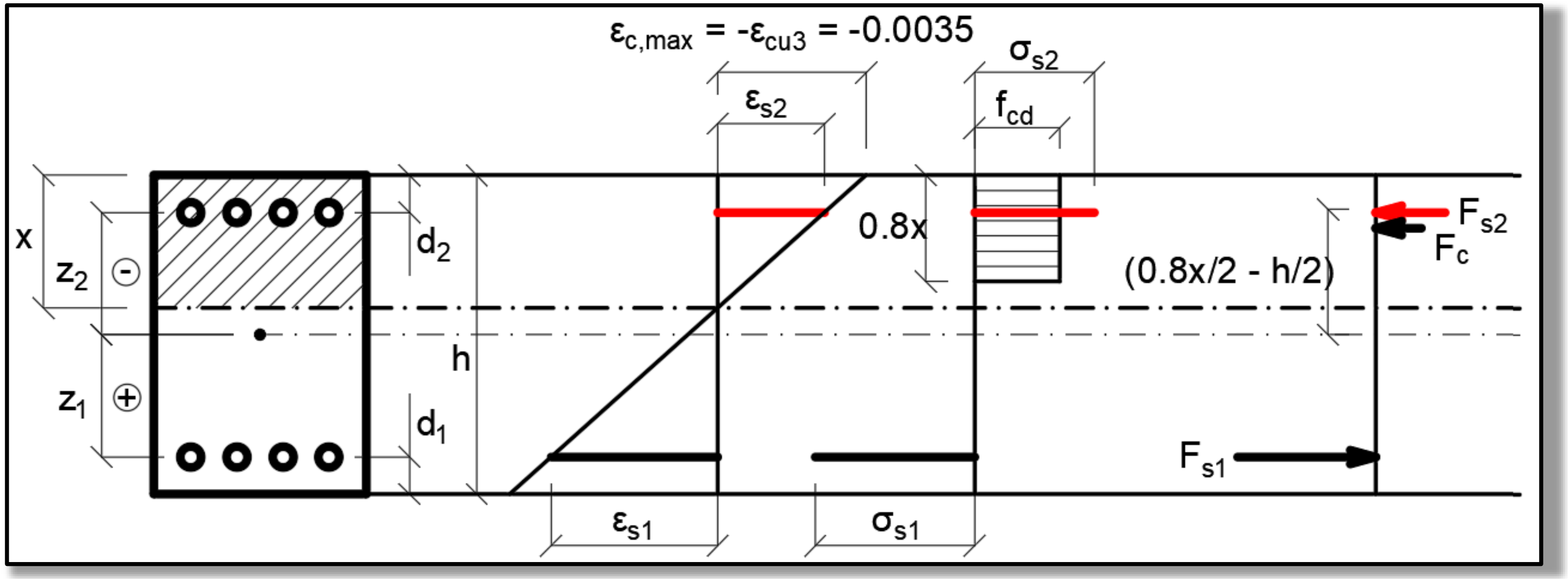
Prostý ohyb

Prostý ohyb je takové namáhání, kdy normálová síla je nulová ($N = 0$), což znamená, že suma sil v průřezu musí být rovna nule – a to je podmínka, ze které vycházíme při stanovování výšky tlačené oblasti.



Prostý ohyb

Prostý ohyb jsme řešili už u desky a trámu. Nyní to je podobné, ale máme tu navíc i tlačenou výztuž a ta nám výpočet komplikuje.



Prostý ohyb

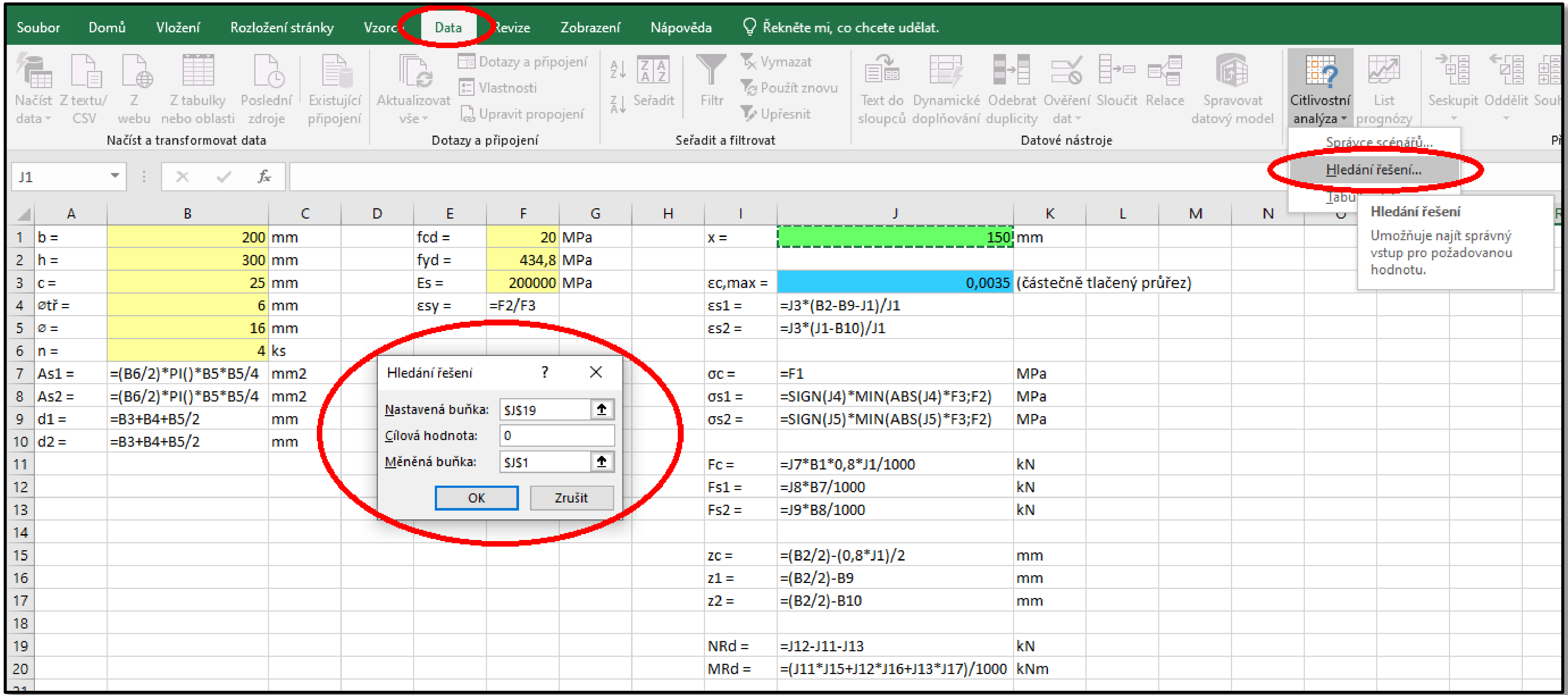
Výšku tlačené oblasti můžeme určit dvěma způsoby:

- iteračně (pokus/omyl) – v Excelu jednoduché a rychlé, ručně zdlouhavé,
  a) odhadneme x
  b) provedeme výpočet N_{Rd}
  c) vyhodnotíme N_{Rd}
     - Když $N_{Rd} < 0$ (průřez je tlačen) $\longrightarrow$ zvolíme nové x, které bude menší než to původní.
     - Když $N_{Rd} > 0$ (průřez je tažen) $\longrightarrow$ zvolíme nové x, které bude větší než to původní.
     - Když $N_{Rd} \cong 0$ $\longrightarrow$ průřez je skutečně prostě ohýbán. Dopočítáme M_{Rd}, čímž získáme únosnost v prostém ohybu.

  nebo použijeme „Hledání řešení“ v Excelu.
- analyticky (přesně) – náročnější na výpočet, ručně rychlejší.
  - Postup na dalších slidech.

Iterační stanovení výšky tlačené oblasti

pomocí Excelu



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Při výpočtu výšky tlačené oblasti vycházíme z toho, že se jedná o prostý ohyb – tedy, že normálová síla je nulová

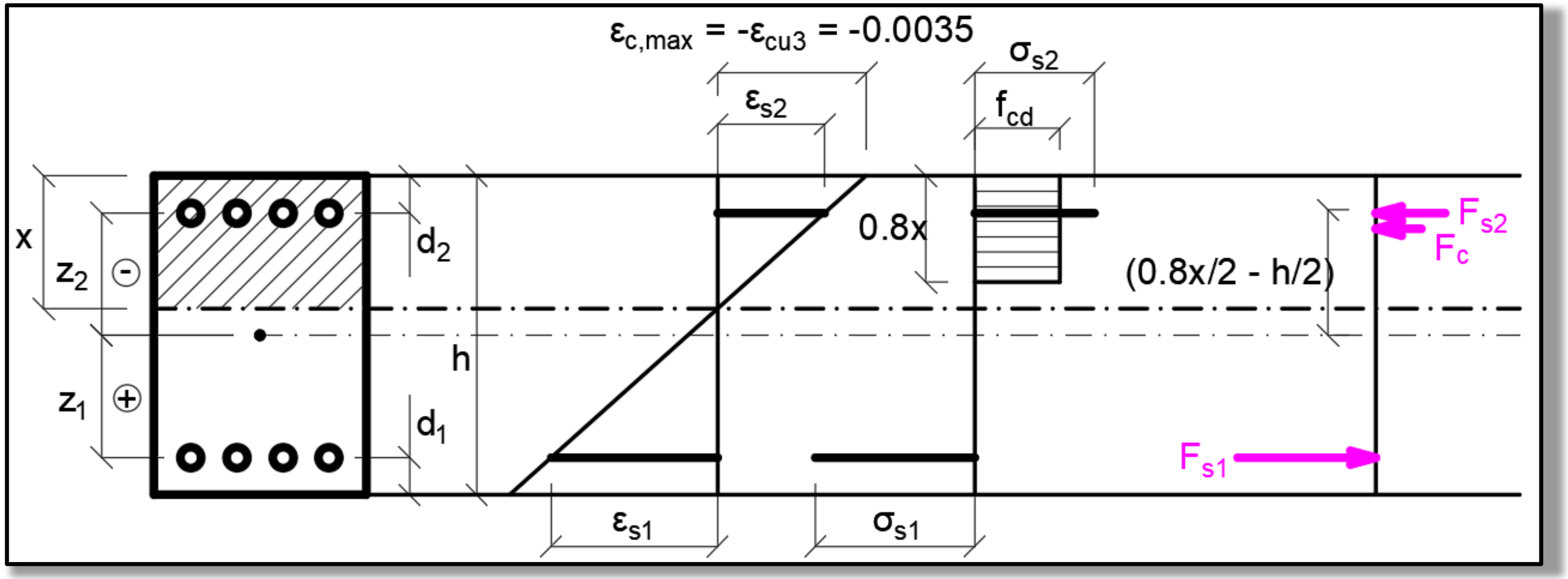
$$N = 0.$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Dále víme, že <u>normálová síla je suma sil v průřezu</u>. Platí tedy

$$N = F_{s1} - F_c - F_{s2} = 0.$$



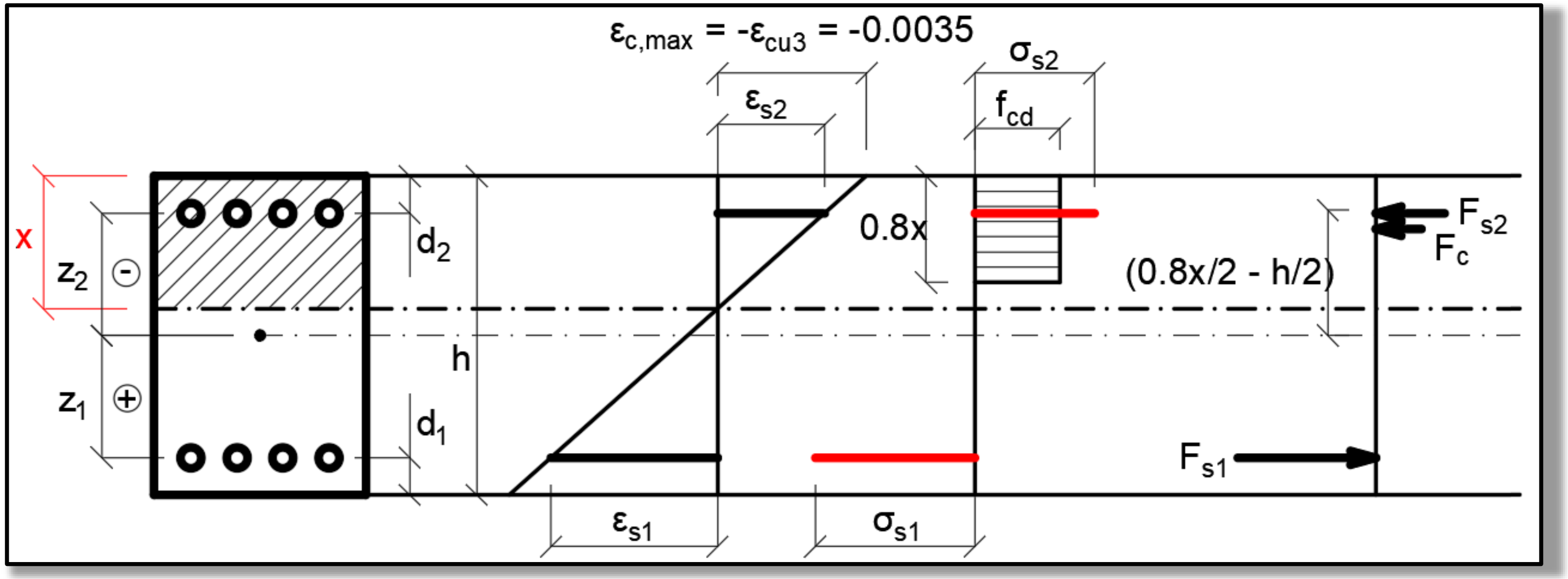
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Síly v průřezu si můžeme vyjádřit jako napětí × plochy a získáme rovnici

$$A_{s1}\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_{s2}\sigma_{s2} = 0,$$

ve které neznáme výšku tlačené oblasti a napětí ve výztužích.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Průřez máme rovnoměrně vyztužený, platí tedy

$$A_{s1} = A_{s2} = A_s = A_{s,prov}/2\,,$$

a rovnice pro normálovou sílu N se zjednodušuje na tvar

$$A_s\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_s\sigma_{s2} = 0.$$

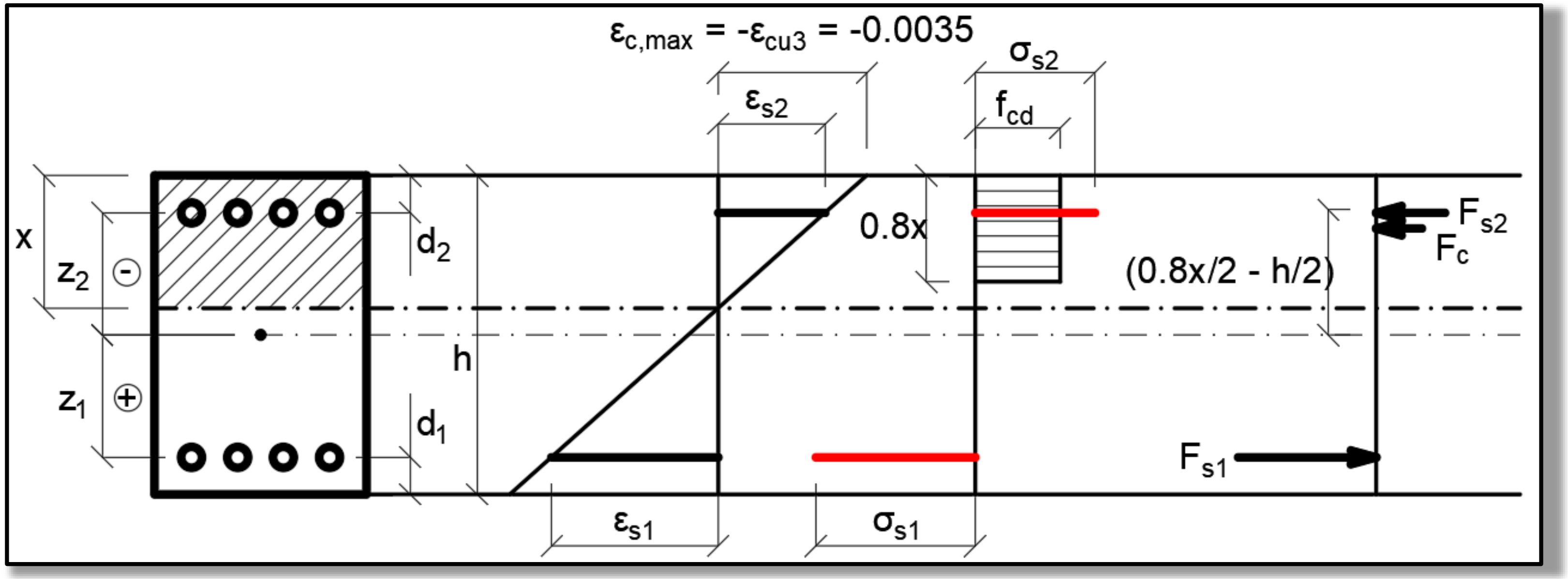
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Výšku tlačené oblasti hledáme, a proto si jí vyjádříme a získáme vztah

$$x = \frac{A_s \sigma_{s1} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve kterém neznáme napětí ve výztužích.



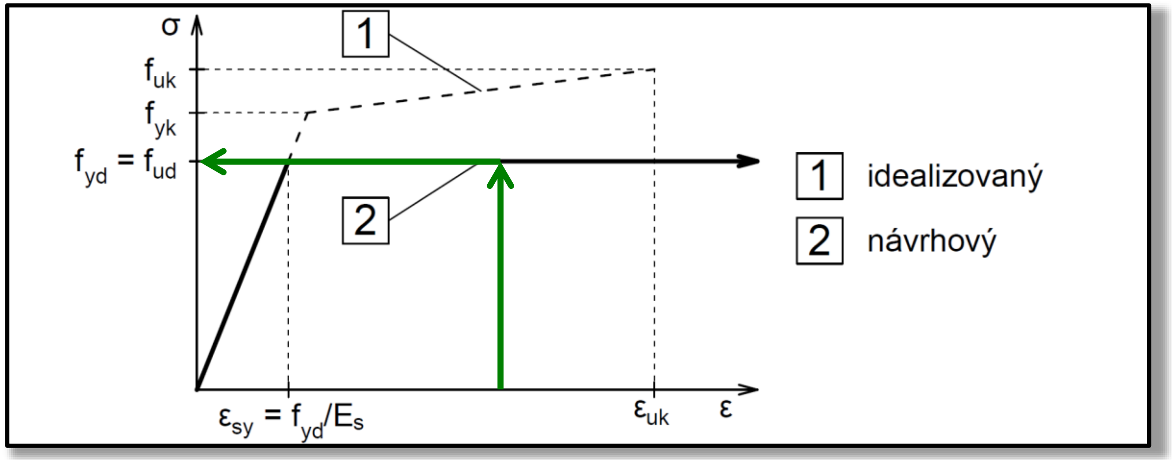
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Stejně jako u desky a trámu budeme nejprve předpokládat, že tažená (dolní) výztuž je za mezí kluzu ($\sigma_{s1} = f_{yd}$), čímž získáme vztah

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve které neznáme už pouze napětí v tlačené výztuži.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

S tlačenou (horní) výztuží to není tak jednoduché, protože v případě symetricky vyztuženého průřezu tato výztuž určitě nemůže být za mezí kluzu.

Kdybychom uvažovali, že tlačená (horní) výztuž je za mezí kluzu

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{0}{0.8 b f_{cd}} = 0,$$

dostali bychom, že tlačená oblast je nulová, což znamená, že tlačená výztuž není tlačená, ale tažená, což znamená, že ve vzorci mělo být $A_s f_{yd} + A_s f_{yd}$ (což znamená, že předpoklad a výpočet je špatně).

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

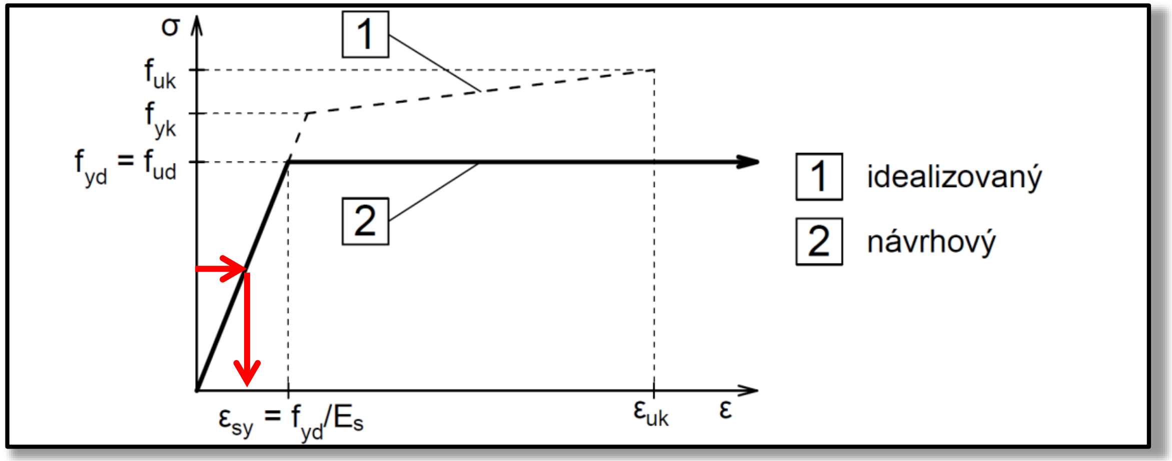
Tlačená výztuže tedy není za mezí kluzu, takže nemůžeme uvažovat

$$\sigma_{s2} = f_{yd}.$$

Když výztuž není za mezí kluzu, znamená to, že pro ni platí Hookův zákon, platí tedy

$$\boldsymbol{\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2}\, E_s}.$$

To jsme si ale moc nepomohli, protože neznáme přetvoření této výztuže.

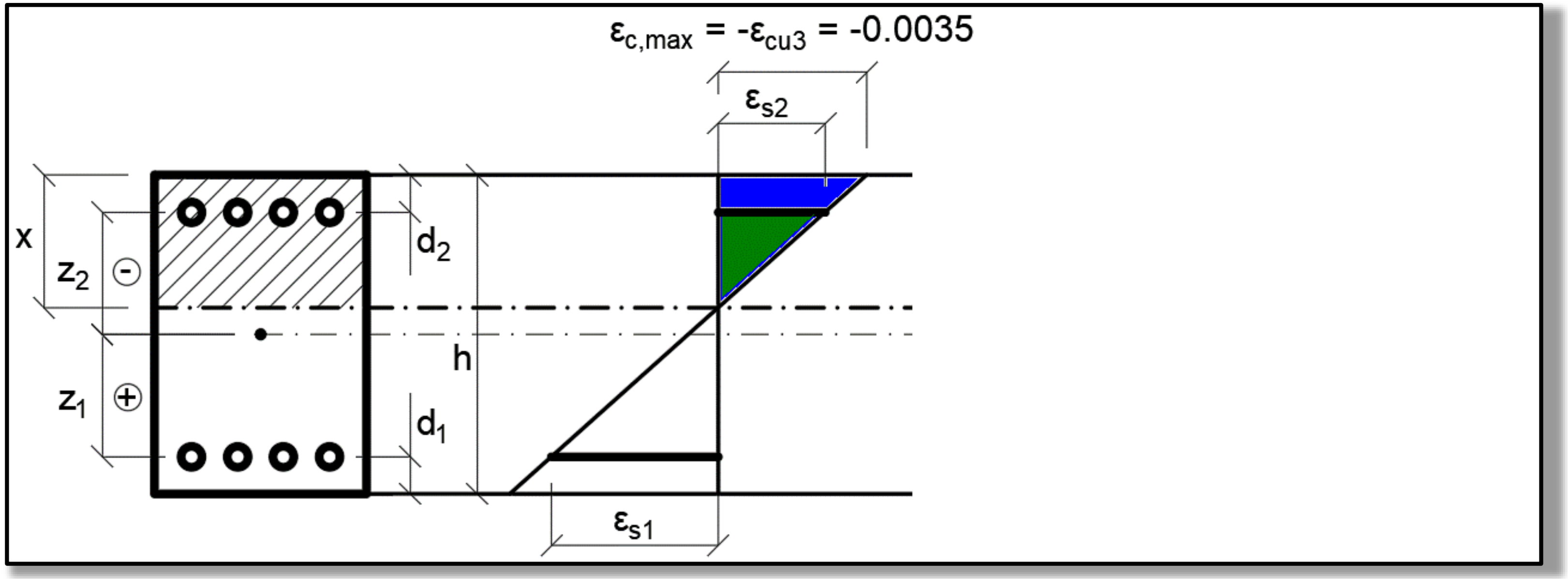


Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{s2} můžeme* vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$



*pomocí podobnosti trojúhelníků

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že přetvoření výztuže ε_{S2} můžeme vyjádřit v závislosti na výšce tlačené oblasti.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2).$$

Nyní máme zase další neznámou, a to výšku tlačené oblasti.

ALE – to je ta neznámá, kterou hledáme. Nemůžeme tedy všechny ty vztahy dosadit do sebe a získat z toho „pěknou“ rovnici?

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x}(x - d_2)$$

$$\boxed{x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x}(x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}}}$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Získali jsme tedy jednu rovnici o jedné neznámé

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s\left(\frac{0.0035}{x}(x - d_2)\right)E_s}{0.8 b f_{cd}},$$

ze které můžeme vyjádřit* a vypočítat výšku tlačené oblasti x

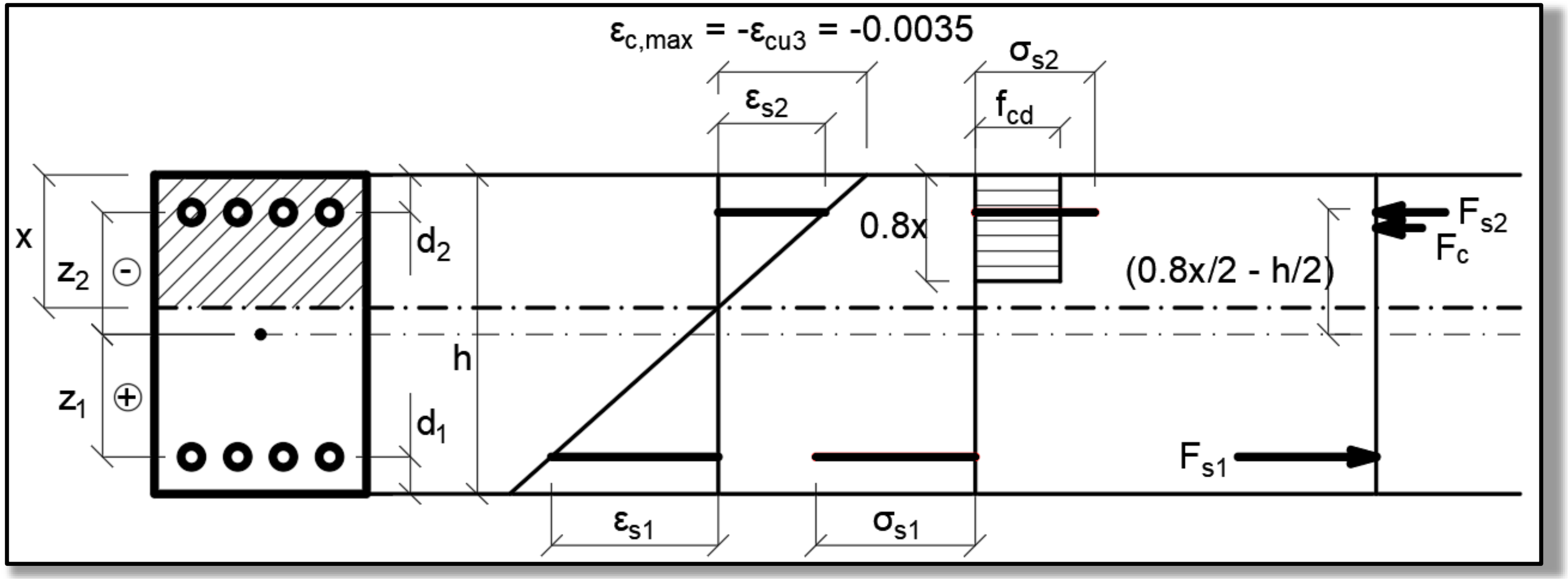
$$x = \frac{\sqrt{\left(0.0112 A_s b f_{cd} d_2 E_s + A_s^2\left(0.0035E_s - f_{yd}\right)^2\right)} + A_s\left(f_{yd} - 0.0035E_s\right)}{1.6 b f_{cd}},$$

kde $A_s = A_{s,prov}/2.$

* Zkuste si tu rovnici pro výpočet x také sami odvodit.

Prostý ohyb

Poté, co stanovíme (analyticky nebo iteračně) výšku x, můžeme vypočítat momentovou a normálovou únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]^*$ podle výše uvedeného postupu (viz *„Obecný postup výpočtu únosnosti $M + N$“*).

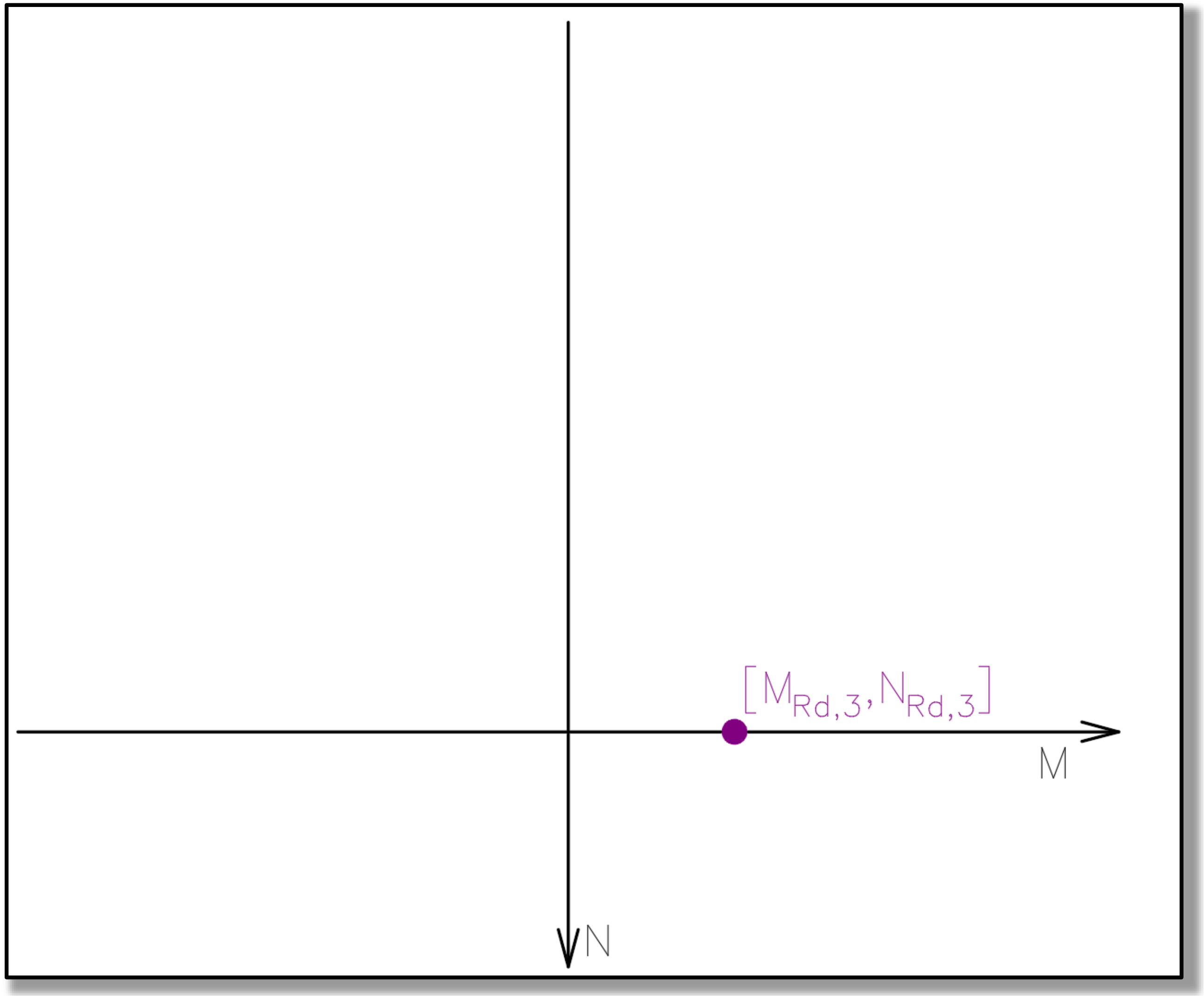


* Pozn.: Normálová únosnost N_{Rd} musí vyjít nulová.

Prostý ohyb

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	44,23177869	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	øtř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

Prostý ohyb (bod 3)



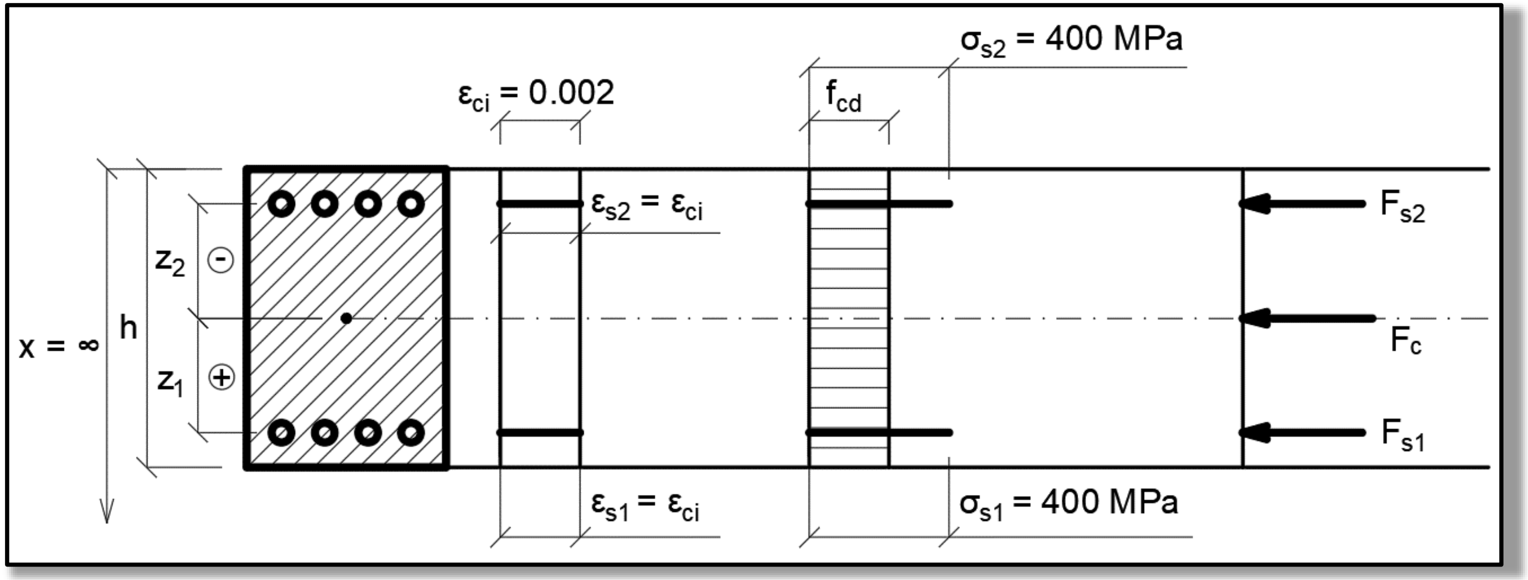
Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Maximální normálová únosnost v tlaku

Maximální normálová únosnost v tlaku

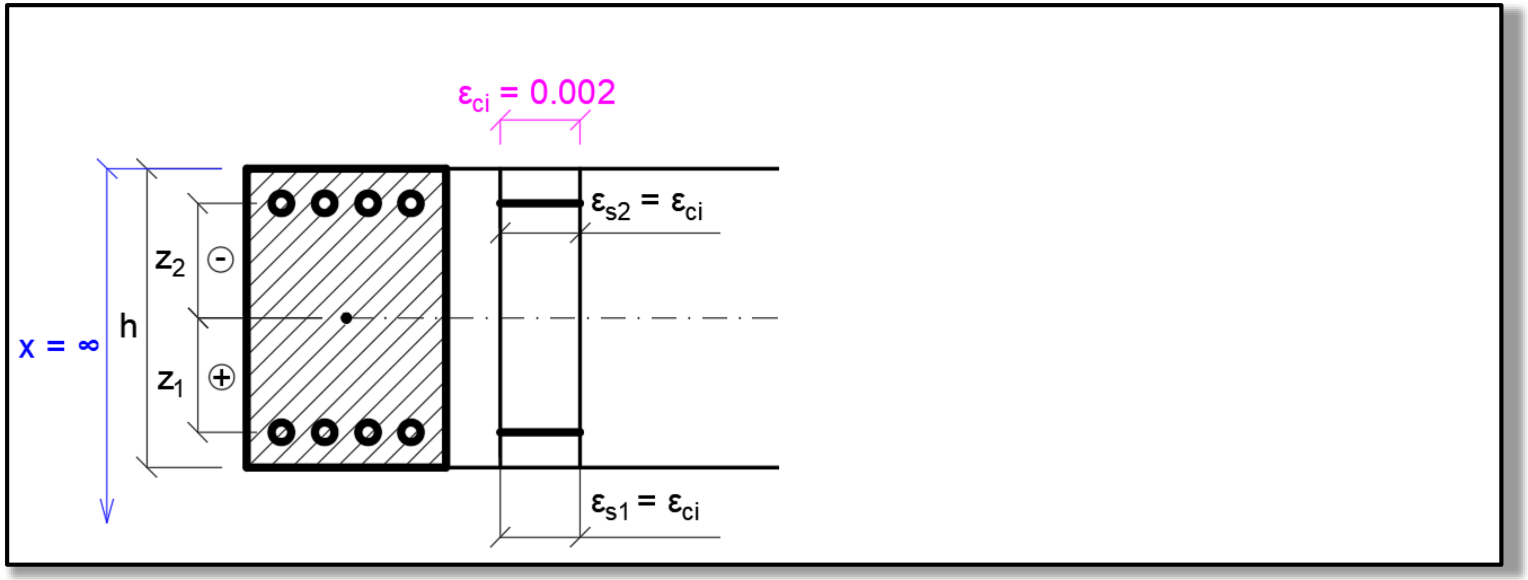
Průřez má maximální normálovou únosnost v tlaku při dostředném tlaku (tj. když je průřez všude stejně stlačen).

Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tlaku je skoro stejný jako v předchozích případech.



Maximální normálová únosnost v tlaku

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že <u>při dostředném tlaku</u> uvažujeme, že <u>poměrné stlačení krajních vláken je jen **0.002**</u> a <u>neutrální osa je v **nekonečnu**</u>.



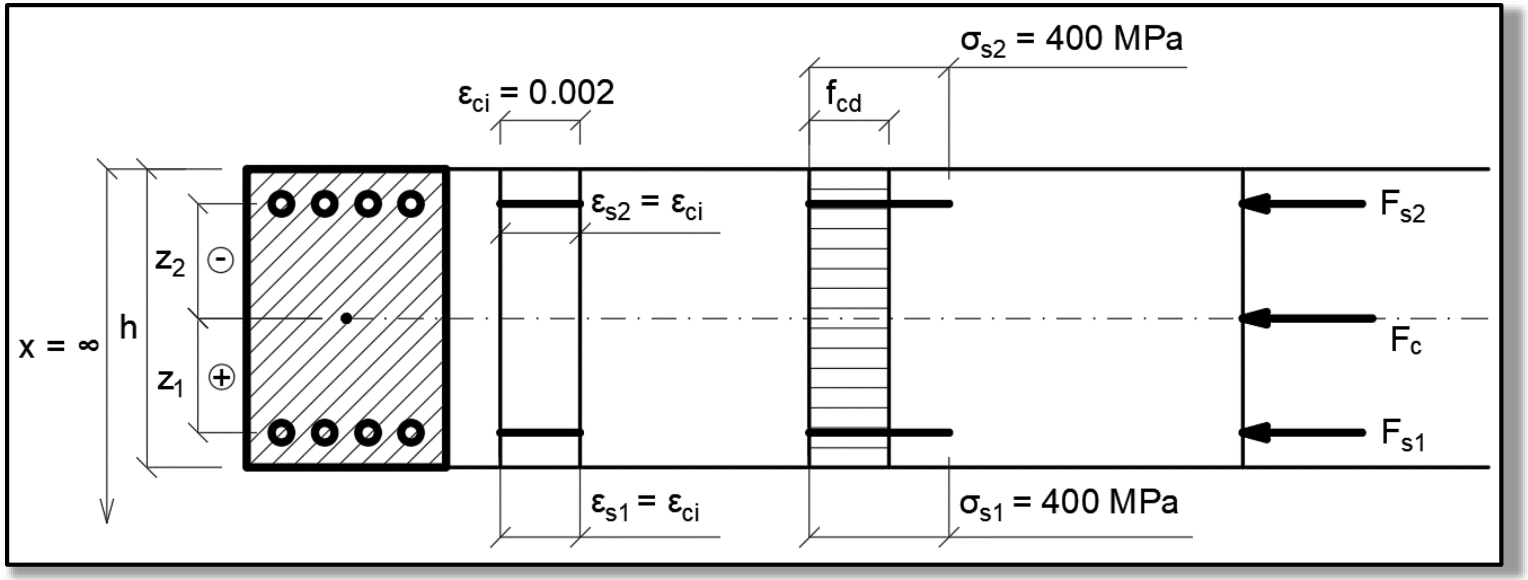
Maximální normálová únosnost v tlaku

Síly ve výztužích vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min(\varepsilon_s E_s; f_{yd}).$$

Sílu ve betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) vypočítáme jako

$$F_c = bhf_{cd}.$$

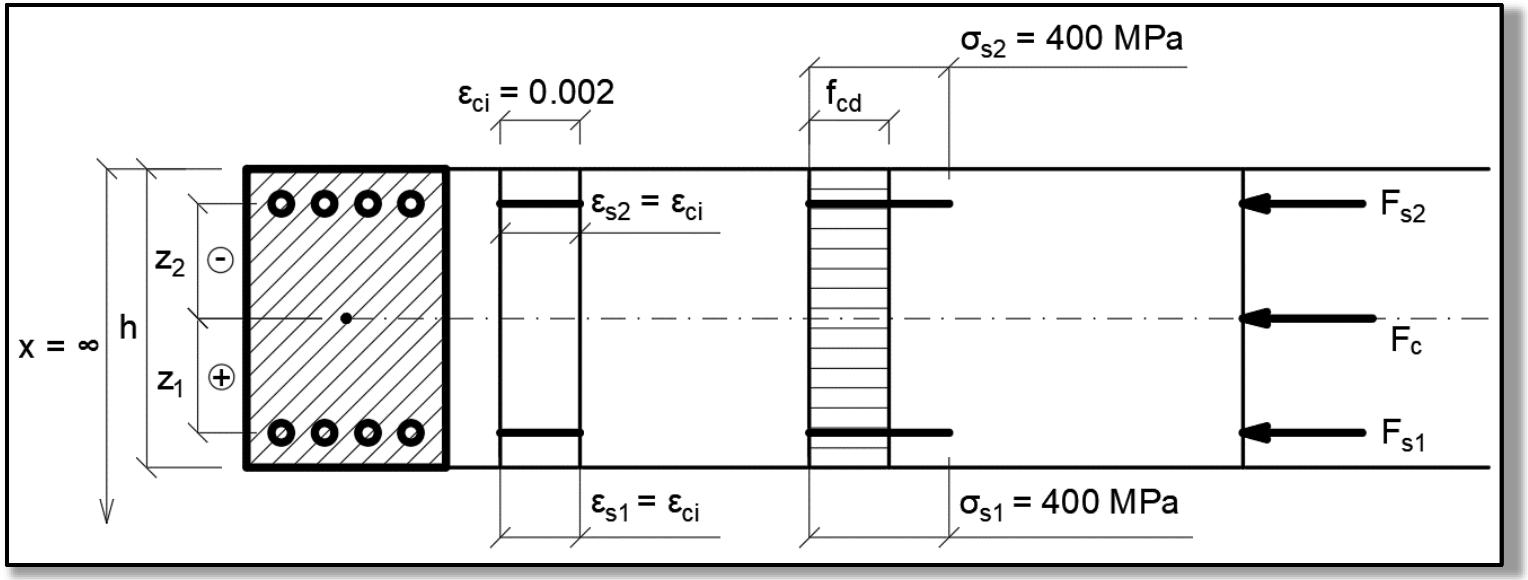


Maximální normálová únosnost v tlaku

Únosnost průřezu vypočítáme obdobně jako v případě předchozích výpočtů

$$N_{Rd} = -F_{s1} - F_c - F_{s2}$$

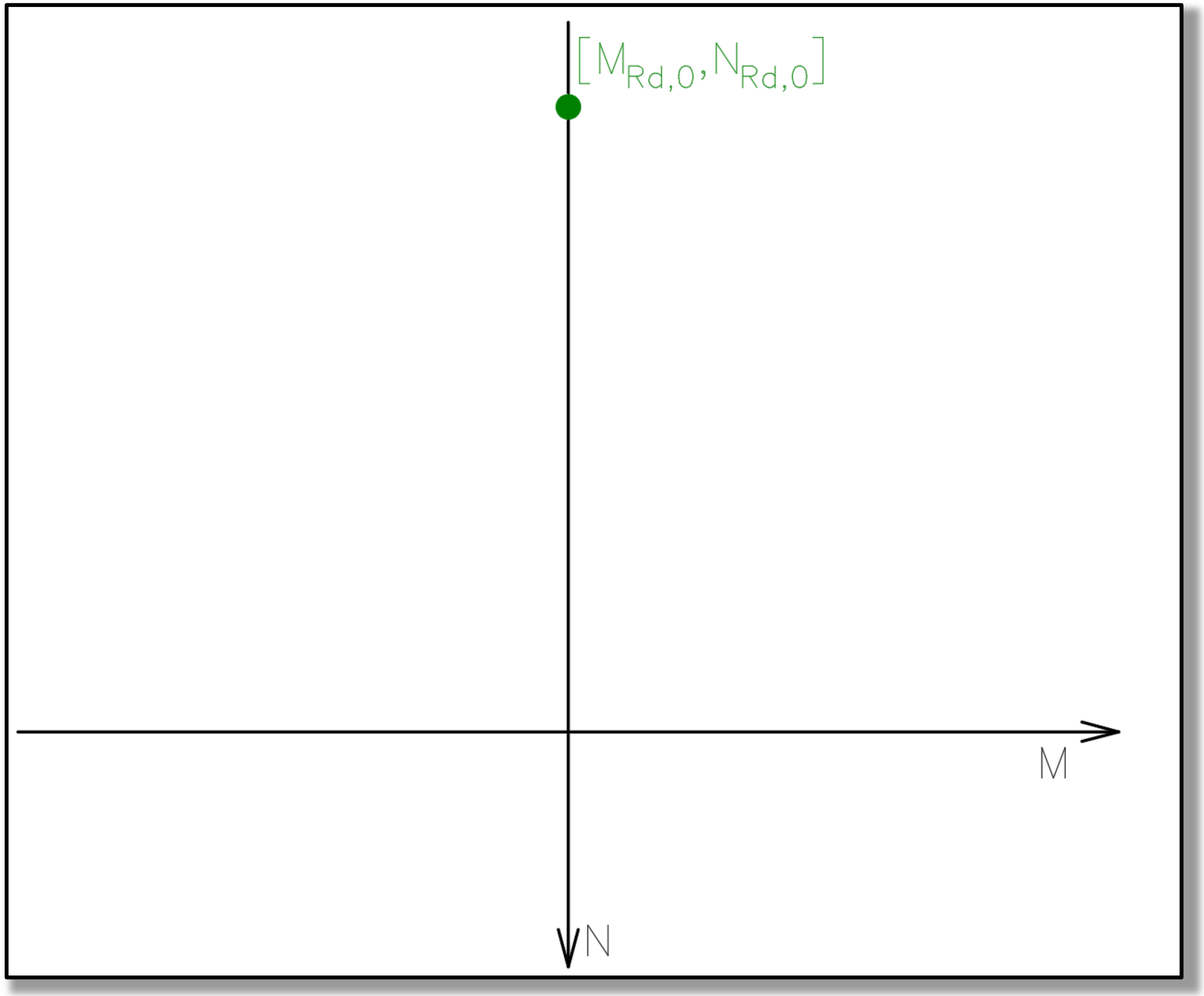
$$M_{Rd} = -F_{s1}z_1 + F_c \cdot 0 + F_{s2}(z_2) = -F_{s1}z_1 + F_c \cdot z_c + F_{s2}(z_2) = 0$$



Maximální normálová únosnost v tlaku

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	999999999999999	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,002	(dostředně tlačený průřez)		
4	øtř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=J7*B1*B2/1000	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=0	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

Maximální normálová únosnost v tlaku (bod 0)



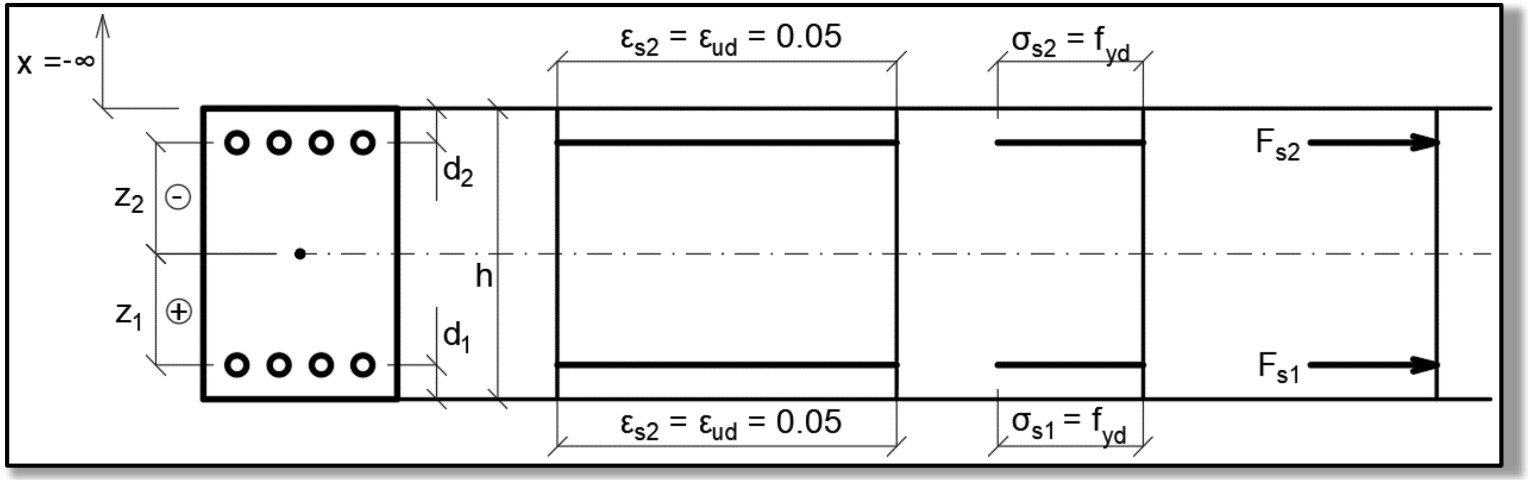
Konkrétní způsoby namáhání a výpočty únosností

Maximální normálová únosnost v tahu

Maximální normálová únosnost v tahu

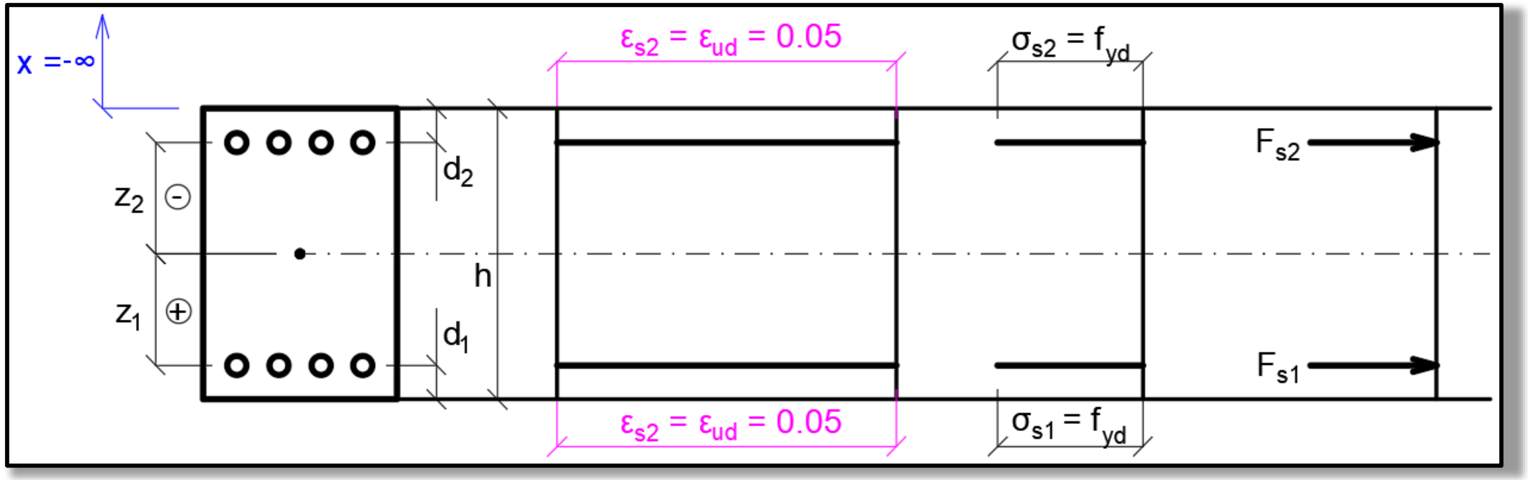
Průřez má maximální normálovou únosnost v tahu při <u>dostředném tahu</u> (tj. když je průřez všude stejně tažen).

<u>Postup výpočtu</u> únosnosti průřezu při dostředném tahu je <u>skoro stejný jako v předchozích případech</u>.



Maximální normálová únosnost v tahu

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že při dostředném tahu uvažujeme, že poměrné protažení vláken je **0.05*** a neutrální osa je v **mínus nekonečnu**.



*tj. mez protažení oceli

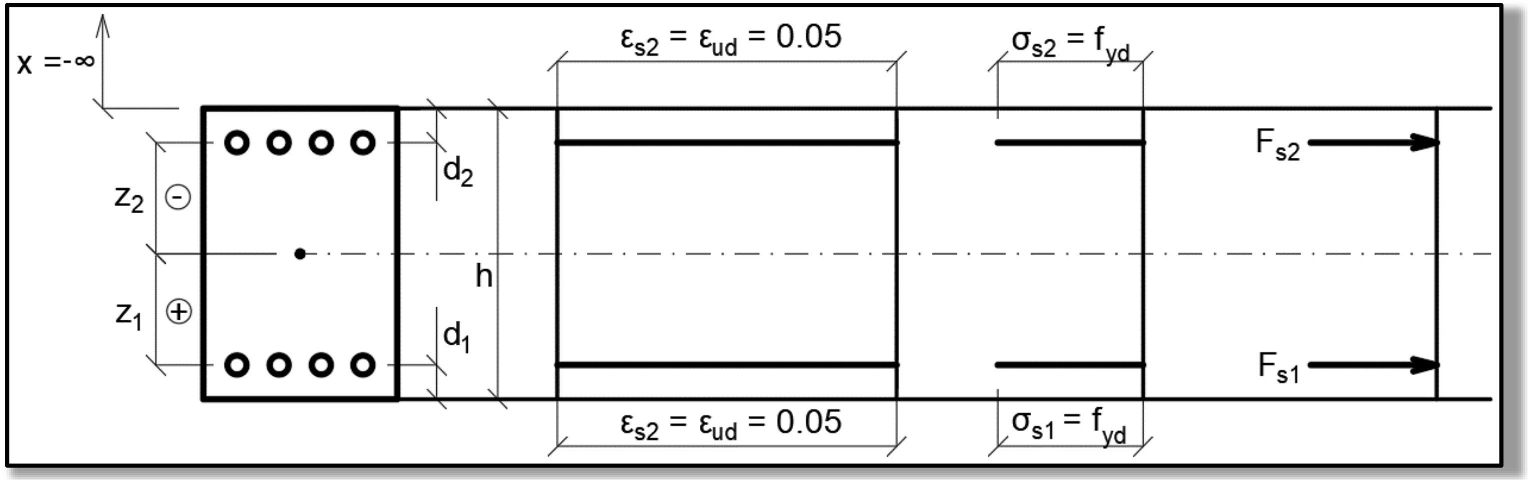
Maximální normálová únosnost v tahu

Síly ve výztuži vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_s = A_s \min\left(\varepsilon_s E_s; f_{yd}\right).$$

Síla v betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) je nulová

$$F_c = 0 \cdot f_{cd} = 0.$$

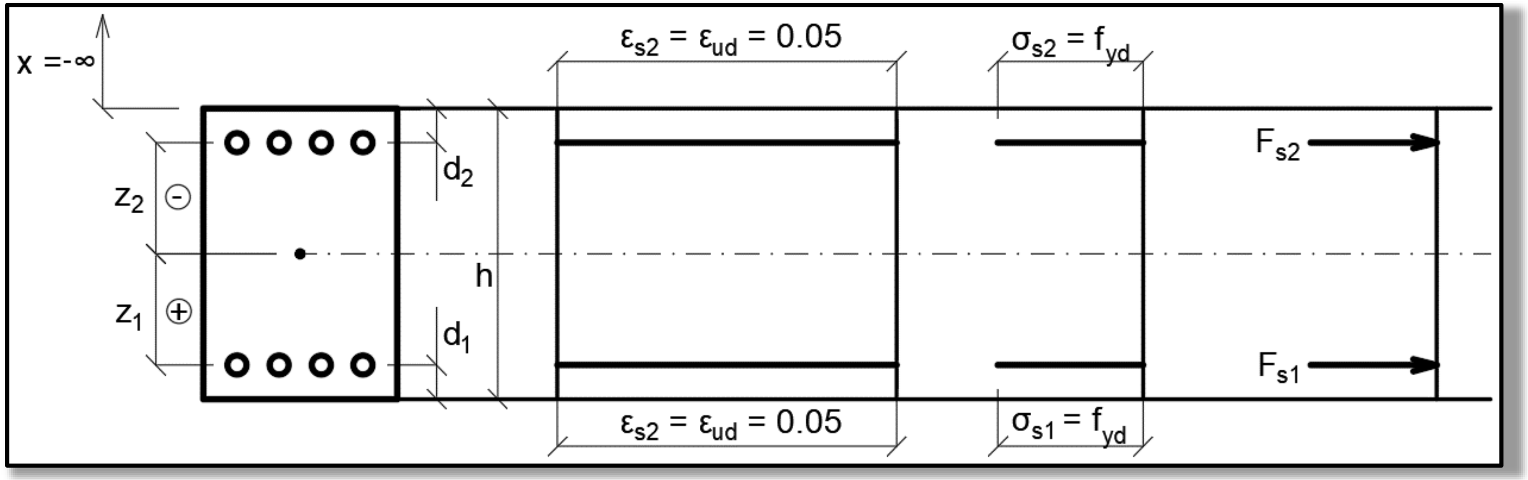


Maximální normálová únosnost v tahu

Únosnost průřezu vypočítáme obdobně jako v případě předchozích výpočtů

$$N_{Rd} = F_{s1} + 0 + F_{s2} = F_{s1} + F_c + F_{s2}$$

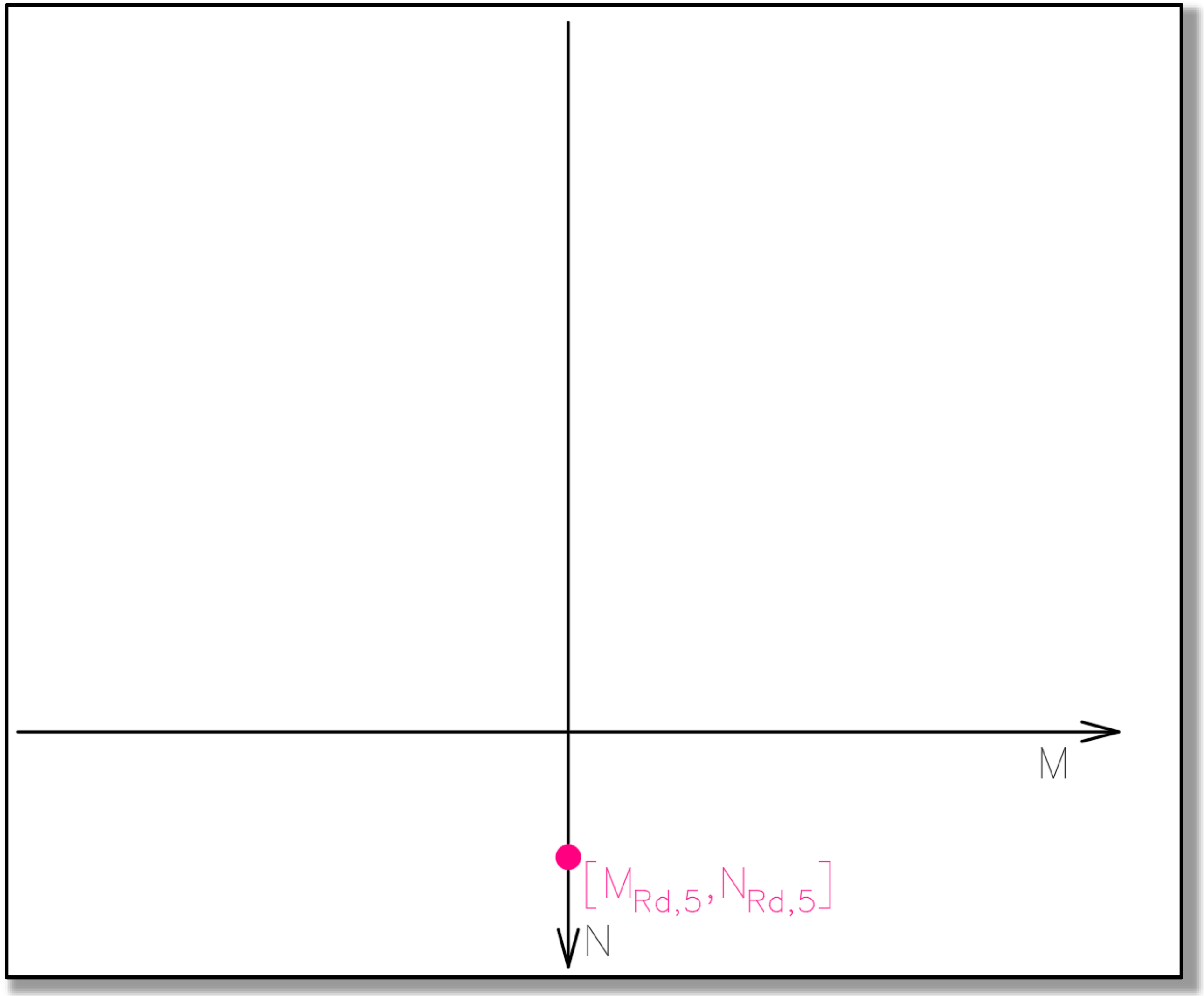
$$M_{Rd} = F_{s1}z_1 + 0 \cdot 0 - F_{s2}z_2 = F_{s1}z_1 + F_c \cdot z_c - F_{s2}z_2 = 0$$



Maximální normálová únosnost v tahu

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	-999999999999999	mm		
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		εc,max =	0,05	(dostředně tažený průřez)		
4	øtř =	6	mm		εsy =	=F2/F3			εs1 =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						εs2 =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σc =	=F1	MPa		
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						σs1 =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						σs2 =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									Fc =	=0	kN		
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN		
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									zc =	=0	mm		
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN		
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		

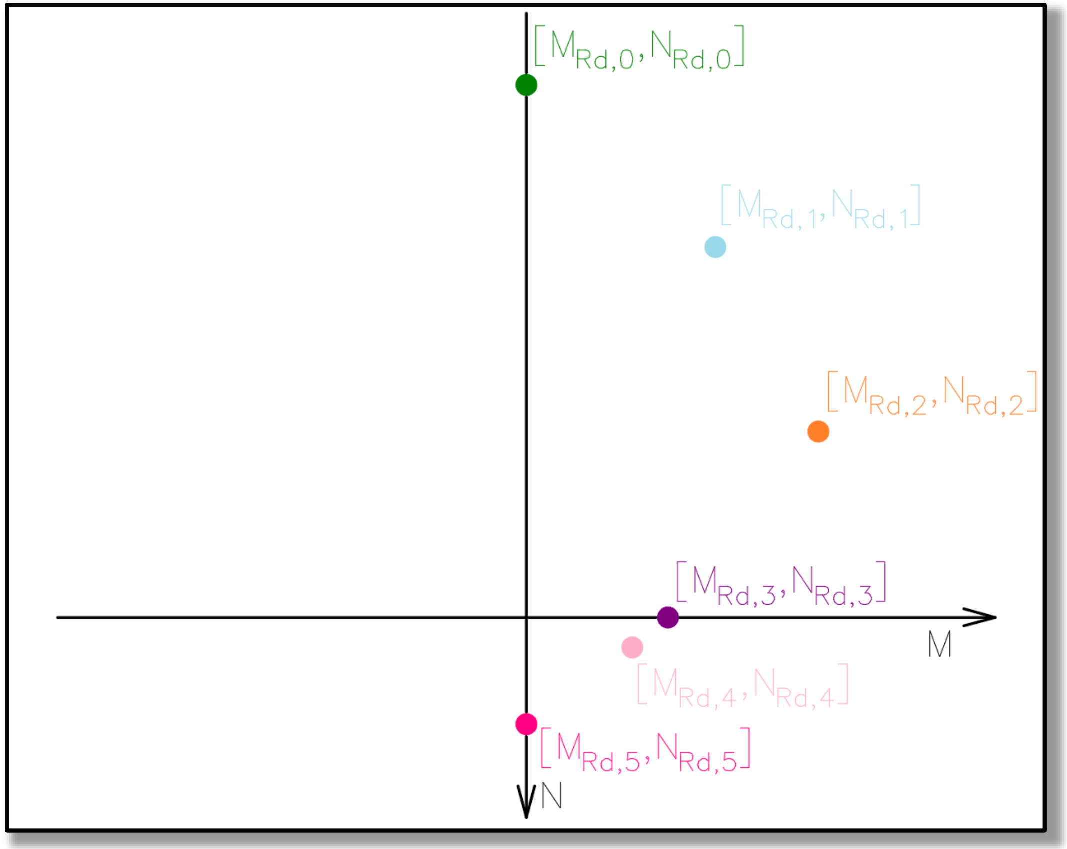
Maximální normálová únosnost v tahu (bod 5)



Všechny únosnosti průřezu

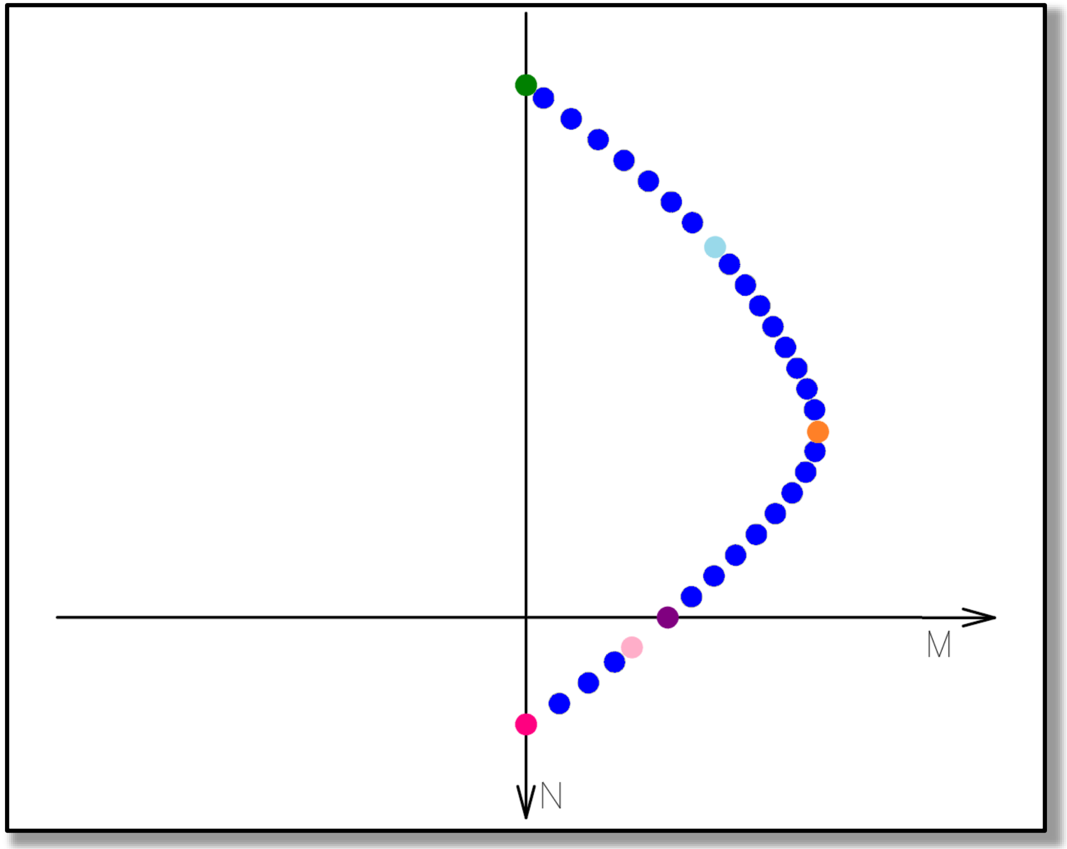
Všechny únosnosti průřezu

Všechny vypočítané únosnosti průřezu si můžeme přehledně vynést do jednoho grafu.



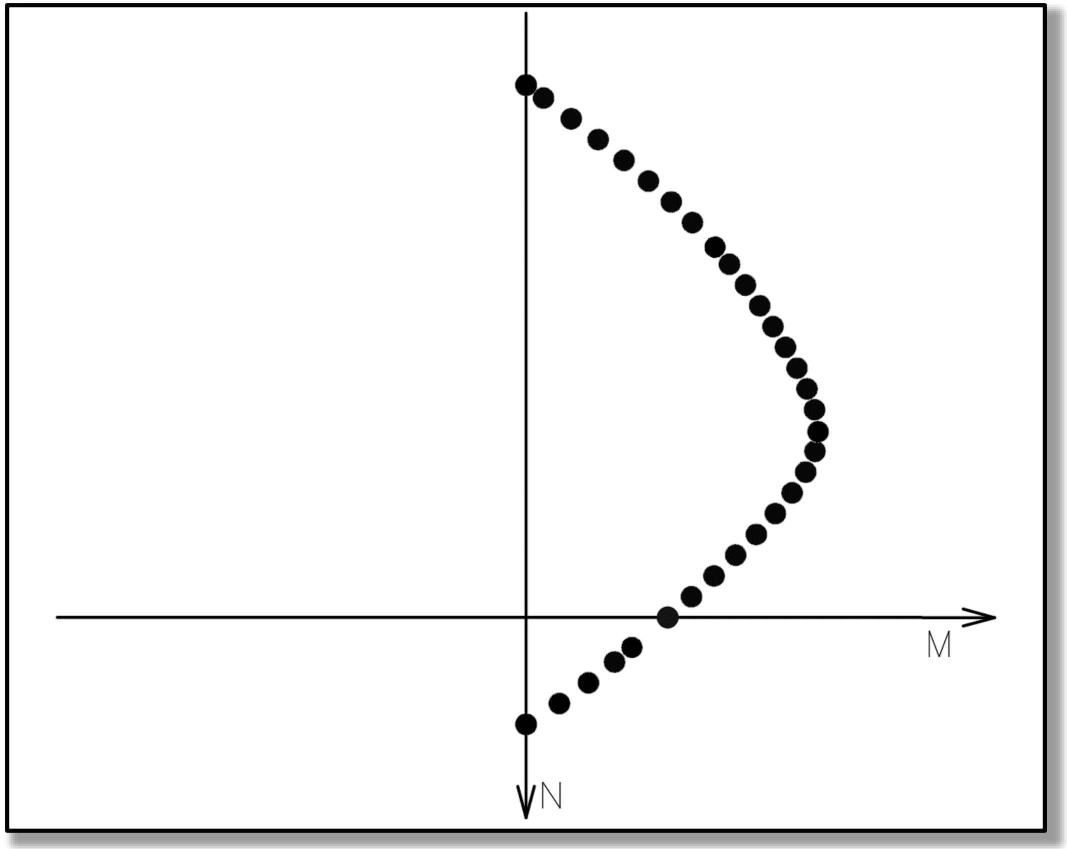
Všechny únosnosti průřezu

Únosnost průřezu bychom si podle výše uvedeného postupu mohli spočítat pro jakékoliv další namáhání.



Všechny únosnosti průřezu

V příští prezentaci si ukážeme, jak tyto únosnosti průřezu využít při posouzení průřezu.



díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi**, **Romanu Chylíkovi** a **Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace a **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému** a **Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.

a v neposlední řadě, děkuji divákům v poslední řadě