



Úloha 2: Železobetonová stropní konstrukce

Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu

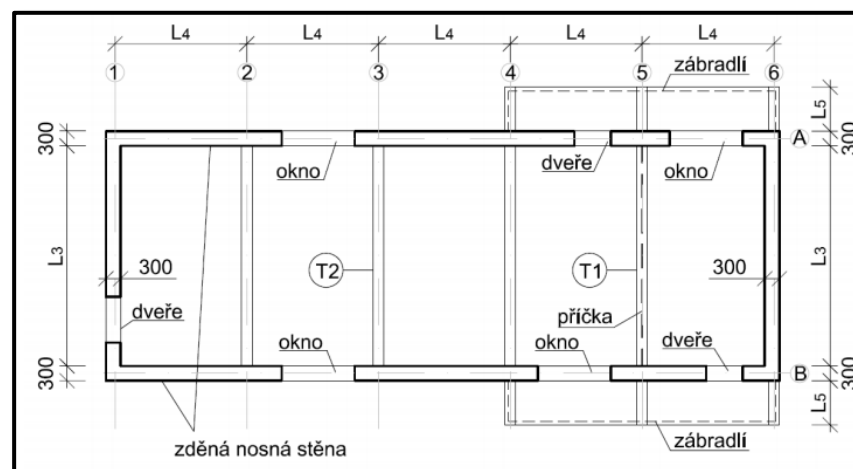
Prezentace k cvičení z předmětu NNKB (Štefan) – Úkol 2.5

Zadání Úlohy 2

Zadání Úlohy 2

V rámci úlohy 2 vypracujeme

- návrh rozměrů stropních prvků (desky a trámů T1 a T2) + výpočet zatížení stropních prvků,
- výpočet vnitřních sil na desce a trámech T1 a T2,
- návrh a posouzení výztuže desky + výkres výztuže desky,
- **návrh a posouzení výztuže trámu** + výkres výztuže trámu,
- výkres tvaru.



Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu

Úkol

Naším úkolem je

- navrhnout výztuž trámu tak, aby trám zvládl ustát ohybové namáhání od zatížení a nedošlo ke kolapsu.

Cíl

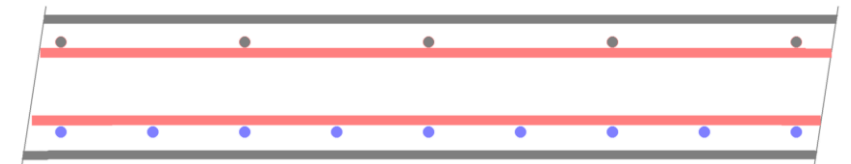
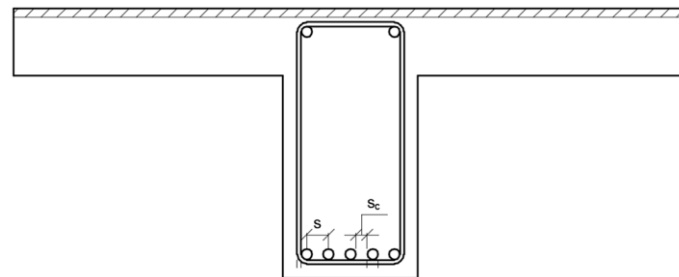
Cílem výpočtu je:

- navrhnout vhodné množství hlavní nosné výztuže ($A_{s,prov}$),
- vypočítat momenty únosností nejvíce namáhaných průřezů s navrženou výztuží (M_{Rd}),
- posoudit, jestli nejvíce namáhané průřezy odolají působící vnitřní síle* ($M_{Ed} \leq M_{Rd}$).

Deska vs Trám

Deska vs Trám

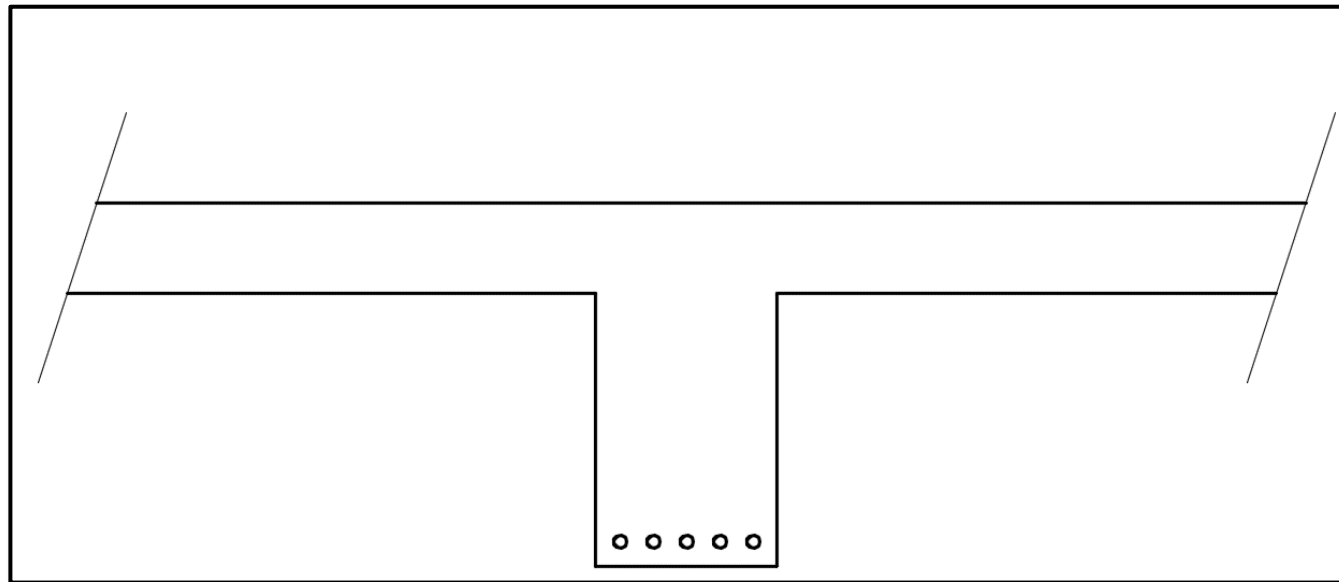
	Trám	Deska
Šířka průřezu:	skutečná šířku trámu b_T (nebo efektivní šířka b_{eff})	výšek šířky 1 m
Ohybový moment:	M [kNm]	m [kNm/m']
Plocha výztuže:	A_s [mm ²]	a_s [mm ² /m']
Průměr výztuže:	$\langle 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, \dots \rangle$	$\langle 8, 10, 12 \rangle$
Tvar návrhu výztuže:	$4 \times \varnothing 12$	$\varnothing 8$ po 250 mm
Účinná výška:	$d = h - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2$	$d = h - c - \varnothing_s/2$



Průřez trámu

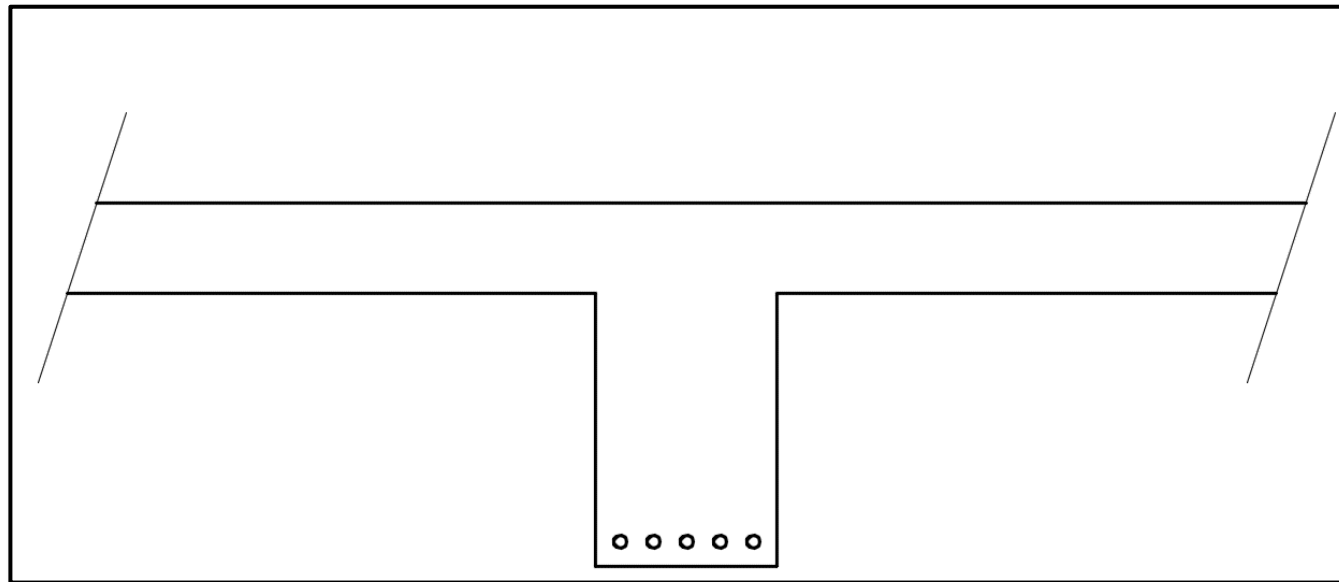
Průřez trámu

Trám je monoliticky spojen s deskou. Část desky tedy „spolupůsobí s trámem“ (tzn. je součástí trámu a pomáhá s únosností).



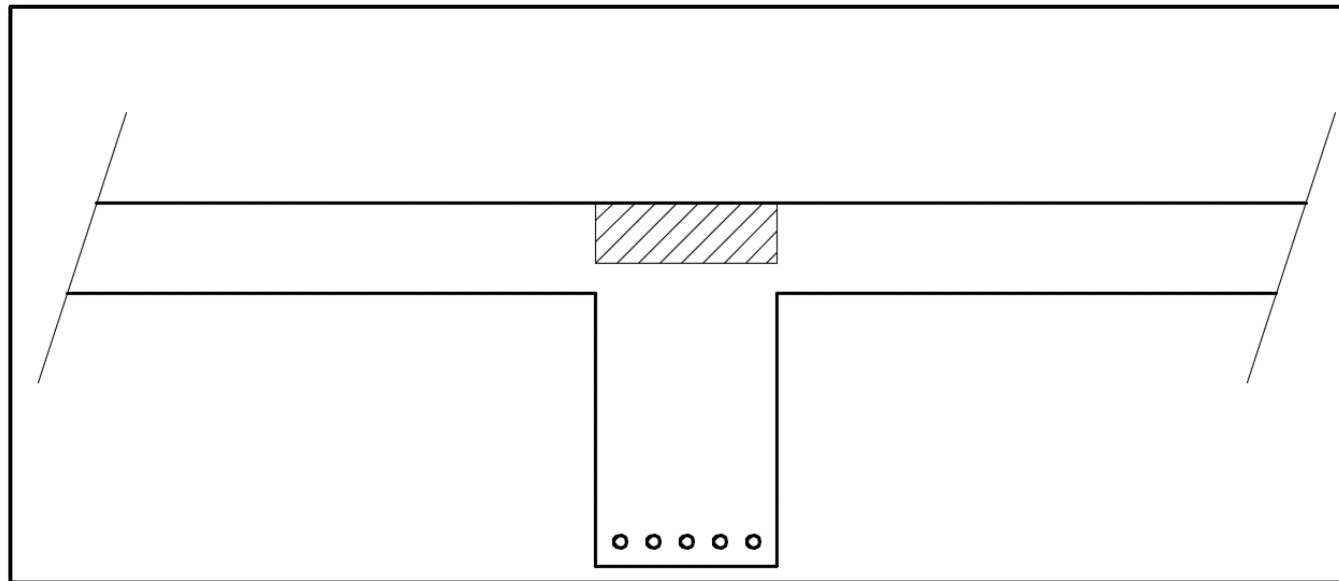
Průřez trámu

Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



Průřez trámu

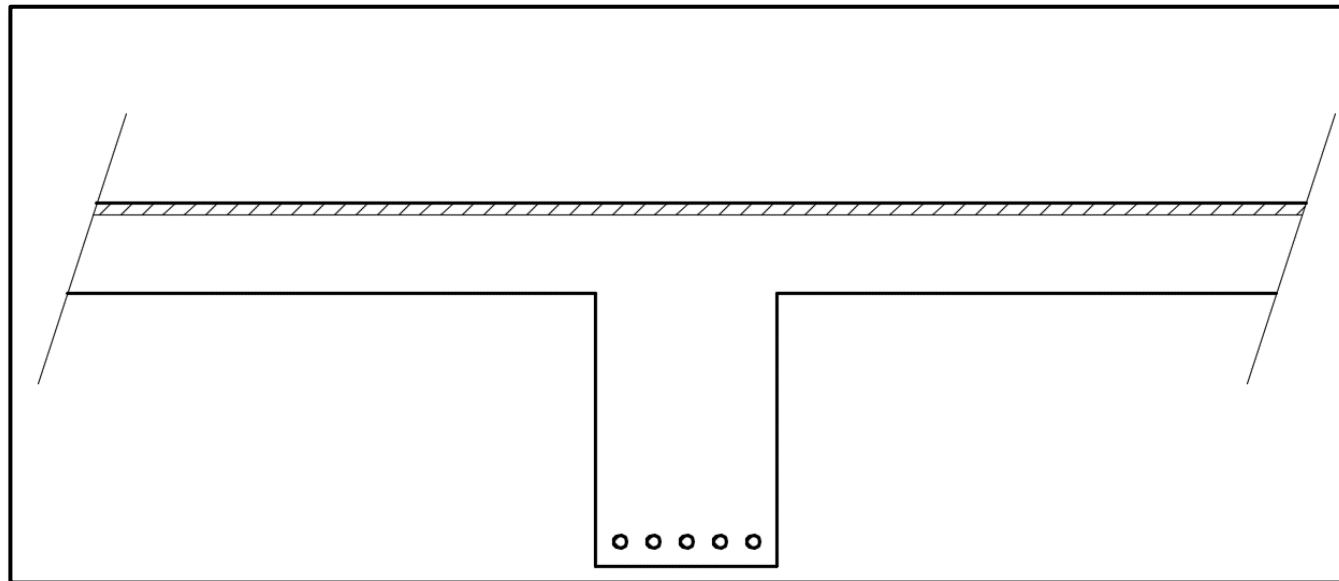
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



jen v šířce trámu? divný

Průřez trámu

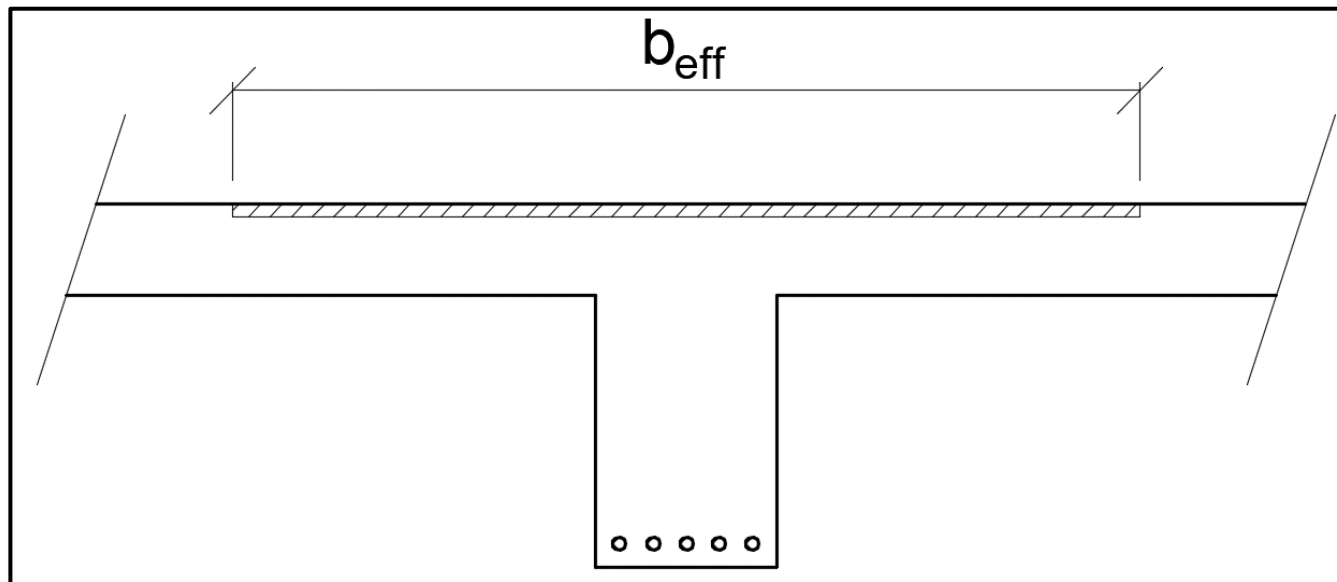
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



v celé šířce desky? divný

Průřez trámu

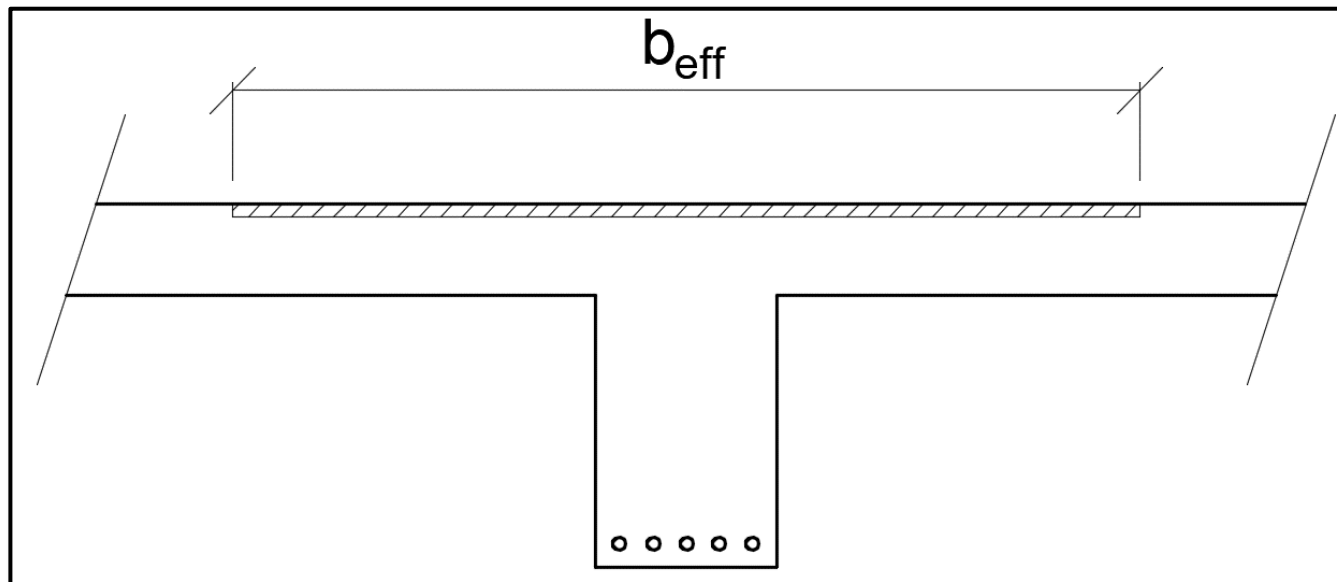
Ale jak velká část desky spolupůsobí s trámem?



v určité efektivní šířce? to zní rozumně

Spolupůsobící šířka desky

Norma definuje určitou **spolupůsobící (efektivní) šířku desky**, kterou můžeme uvažovat jako součást trámu.



Spolupůsobící šířka desky

Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i)$,

kde b_i je polovina světlé rozteče trámů,

l_0 je vzdálenost nulových momentů na trámu.

Spolupůsobící šířka desky

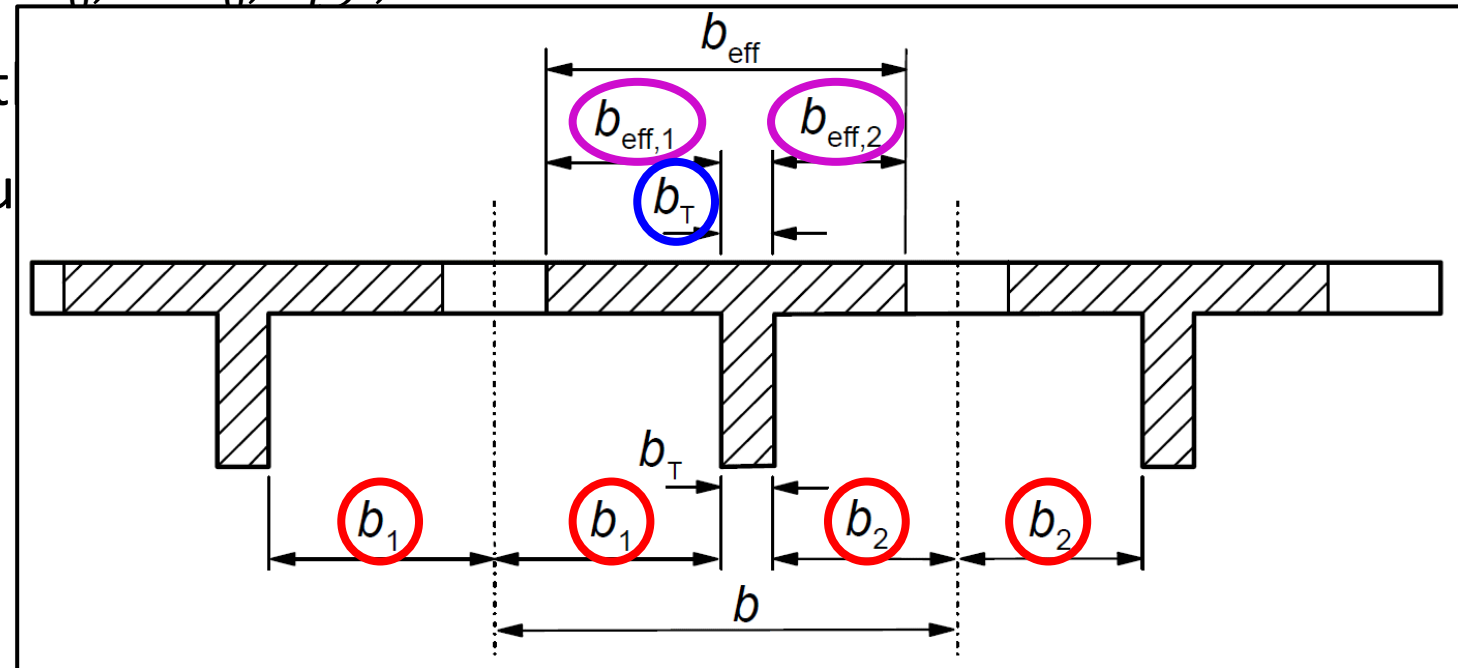
Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i),$

kde b_i je polovina světlosti

l_0 je vzdálenost nu



Spolupůsobící šířka desky

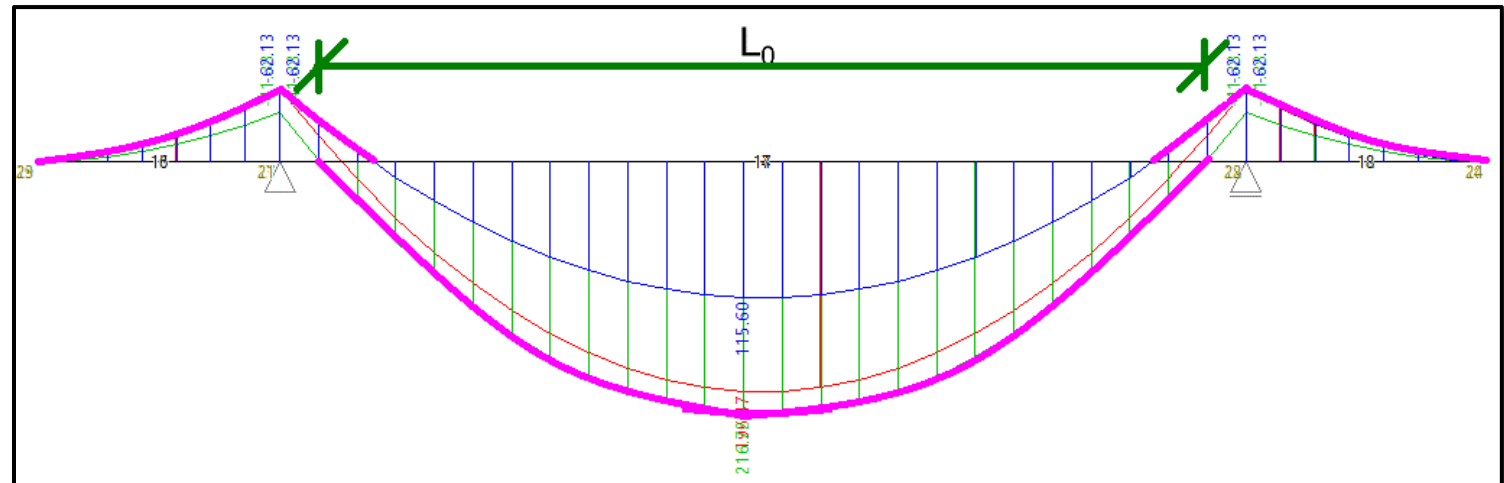
Vztah pro výpočet spolupůsobící šířky:

$$b_{eff} = b_T + b_{eff,1} + b_{eff,2},$$

kde $b_{eff,i} = \min(0.2b_i + 0.1l_0; 0.2l_0; b_i)$,



kde b_i je polovina světlé rozteče trámů,

l_0 je vzdálenost nulových momentů na trámu.



Spolupůsobící šířka desky

Vzdálenost nulových momentů na trámu l_0 bereme z toho průběhu momentů, který nám dává moment, na který budeme posuzovat trám*. Vzdálenost l_0 můžeme určit:

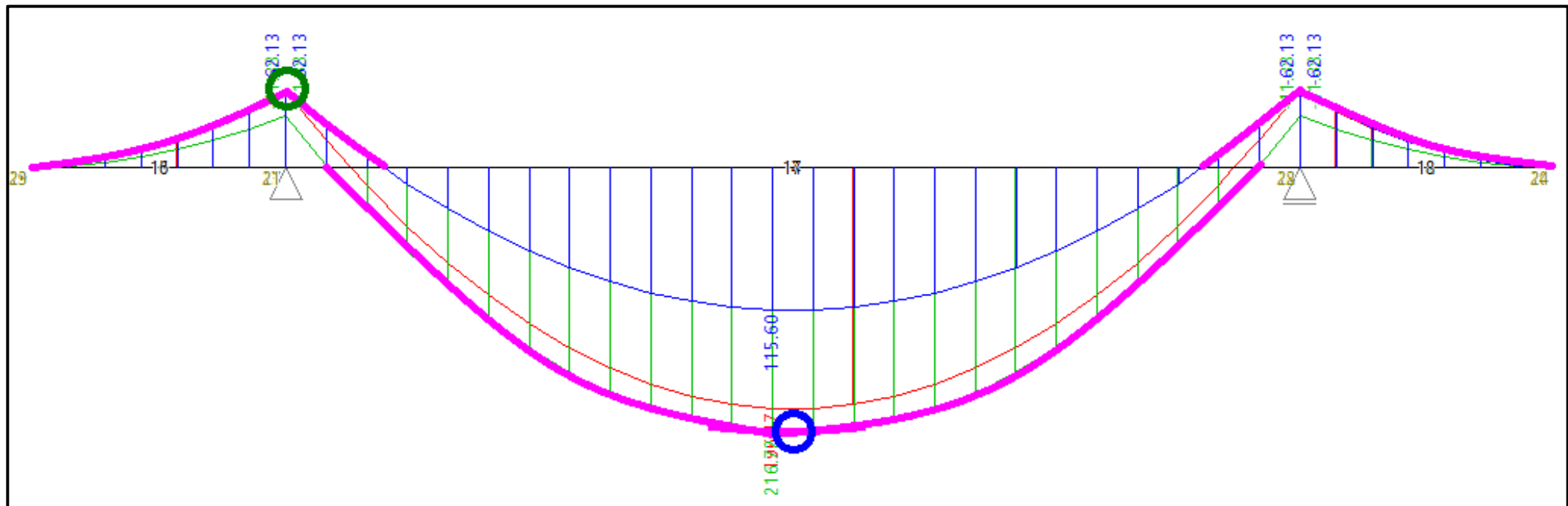
- přibližným vztahem $l_0 = 0.7L_T$ (pro vetknutí – vetknutí), 
- odměřením z momentů vykreslených v měřítku, 
- přesným výpočtem z rovnice pro moment $M(x) = \dots$ 100

(funkci popisující moment v závislosti na x položíme rovnou nule a vyjádříme x)

Návrh výztuže a posouzení průřezů trámu

Návrh výztuže a posouzení průřezů

Musíme navrhnout výztuž (a posoudit průřez) v místě největších namáhání – tj. v místě **maximálního záporného momentu (nad podporou)** a v místě **maximálního kladného momentu (v poli)**.



Návrh výztuže a posouzení průřezů

Musíme navrhnout výztuž (a posoudit průřez) v místě největších namáhání – tj. v místě **maximálního záporného momentu (nad podporou)** a v místě **maximálního kladného momentu (v poli)**.

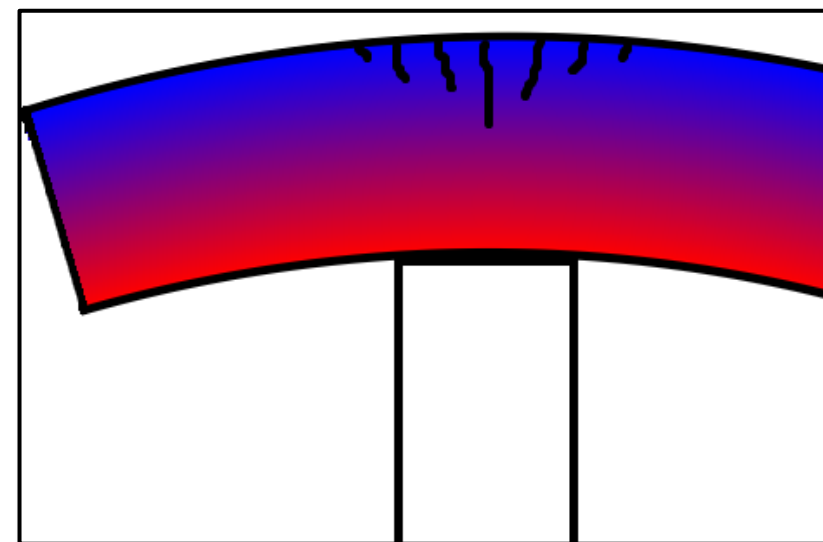
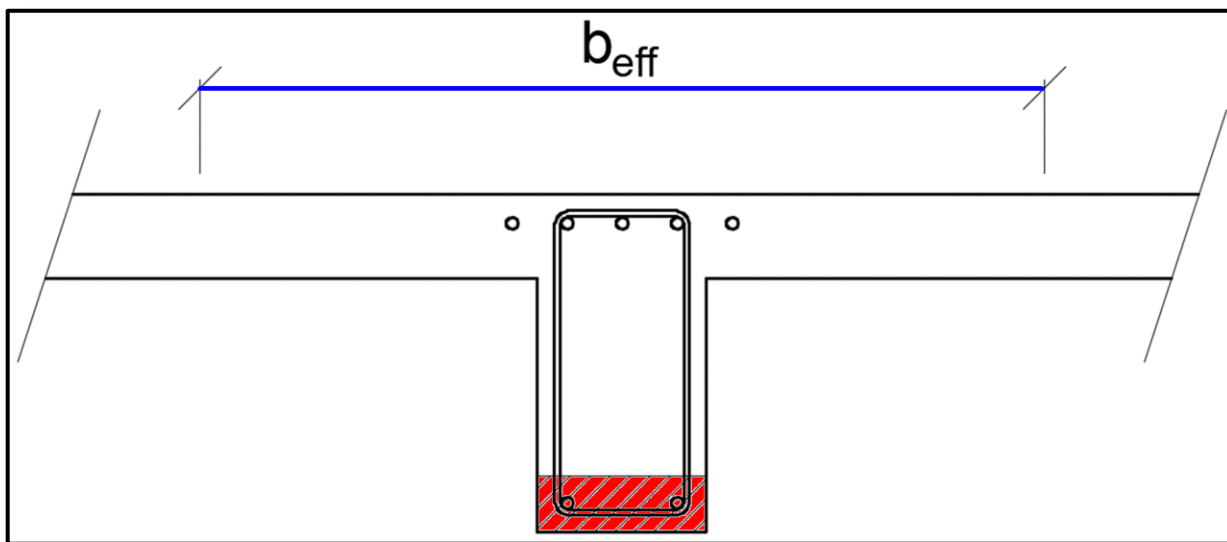
Výpočty se mírně liš pro moment nad podporou a moment v poli.

Průřez nad podporou (záporný moment)

Tlačená oblast a poloha výztuže

Záporný moment

- spodní vlákna jsou **tlačená** → tlačená oblast je dole a má šířku $b = b_T$
- horní vlákna jsou **tažená** → výztuž je u horního povrchu a může být rozmístěna v části desky o šířce b_{eff}^* .



Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí staticky účinné výšky průřezu

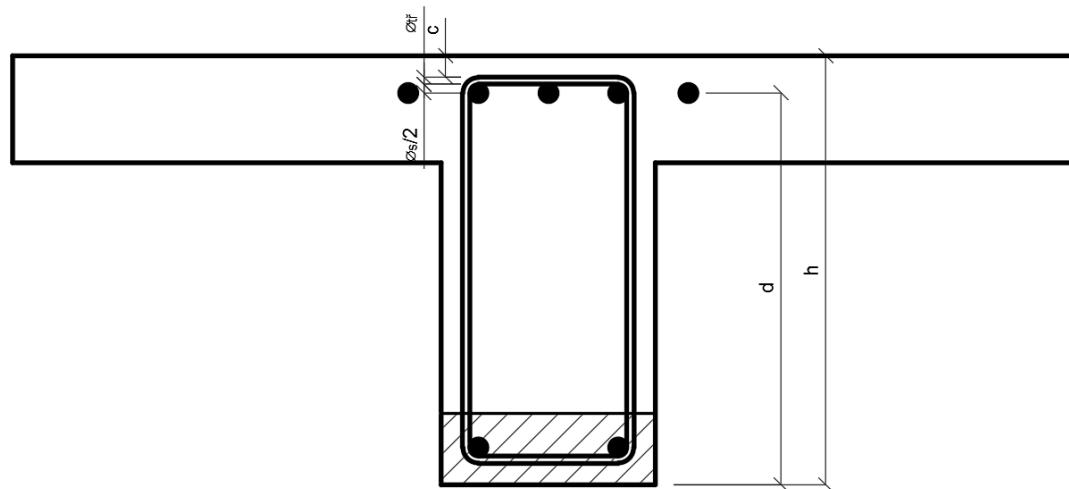
$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2,$$

kde h_T je výška trámu (máme navrženo),

c je krytí výztuže (máme zadáno),

$\varnothing_{tř}$ je průměr třmínek (volíme 8 mm, blíže viz další prezentace),

\varnothing_s je průměr výztuže (volíme 12 mm až 20 mm).



Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí

























$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_S / 2,$$

kde h_T je výška trámu (máme)

c je krytí výztuže (máme)

$\varnothing_{tř}$ je průměr třmínků (v

\varnothing_S je průměr výztuže (v

	110100	Ocel betonářská 6mm v tyčích	m	0,22 kg	6,95 / 8,41 Kč	31,59 / 38,22 Kč	 Detail zboží
	110200	Ocel betonářská 8mm v tyčích	m	0,40 kg	12,40 / 15,00 Kč	31,00 / 37,51 Kč	 Detail zboží
	110300	Ocel betonářská 10mm v tyčích	m	0,62 kg	19,13 / 23,15 Kč	30,85 / 37,33 Kč	 Detail zboží
	110400	Ocel betonářská 12mm v tyčích	m	0,89 kg	27,42 / 33,18 Kč	30,81 / 37,28 Kč	 Detail zboží
	110500	Ocel betonářská 14mm v tyčích	m	1,21 kg	37,31 / 45,15 Kč	30,83 / 37,31 Kč	 Detail zboží
	110600	Ocel betonářská 16mm v tyčích	m	1,58 kg	50,05 / 60,56 Kč	31,68 / 38,33 Kč	 Detail zboží
	110700	Ocel betonářská 18mm v tyčích	m	2,00 kg	57,24 / 69,26 Kč	28,62 / 34,63 Kč	 Detail zboží
	110800	Ocel betonářská 20mm v tyčích	m	2,47 kg	70,51 / 85,32 Kč	28,55 / 34,54 Kč	 Detail zboží
	110900	Ocel betonářská 22mm v tyčích	m	2,98 kg	77,67 / 93,98 Kč	26,06 / 31,54 Kč	 Detail zboží
	111000	Ocel betonářská 25mm v tyčích	m	3,85 kg	100,35 / 121,42 Kč	26,06 / 31,54 Kč	 Detail zboží
	111100	Ocel betonářská 28mm v tyčích	m	4,83 kg	125,89 / 152,33 Kč	26,06 / 31,54 Kč	 Detail zboží
	111200	Ocel betonářská 32mm v tyčích	m	6,31 kg	184,45 / 223,18 Kč	29,23 / 35,37 Kč	 Detail zboží

Návrh výztuže – požadovaná plocha

Požadovanou plochu ($A_{s,req}$) můžeme určit:

- přesným vzorcem

$$A_{s,req} = \frac{b_T d f_{cd}}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed,podp}}{b_T d^2 f_{cd}}} \right),$$

- ze vzorce pro posouzení a inženýrským odhadem ramene vnitřních sil,

$$A_s f_{yd} z \geq M_{Ed} \quad (M_{Rd} \geq M_{Ed}),$$

$$A_s f_{yd} 0.7d \geq M_{Ed} \quad (\text{odhaduji, že bude platit } z = 0.7d),$$

$$A_{s,req} = M_{Ed,podp} / (f_{yd} 0.7d),$$

- vytvoření Excelu pro posouzení průřezu (stanovení M_{Rd}) a návrhem výztuže metodou pokus-omyl.

Návrh výztuže

Výztuž v trámu navrhujeme tak, že specifikujeme **kolik** prutů jakého **průměru** je v průřezu.

$$\text{NÁVRH: } n \times \varnothing X \text{ (} A_{s,prov} = Z \text{ mm}^2 \text{)}$$

Návrh výztuže ve výše uvedeném formátu je vždy nutné uvést ve statickém výpočtu!

Návrh výztuže

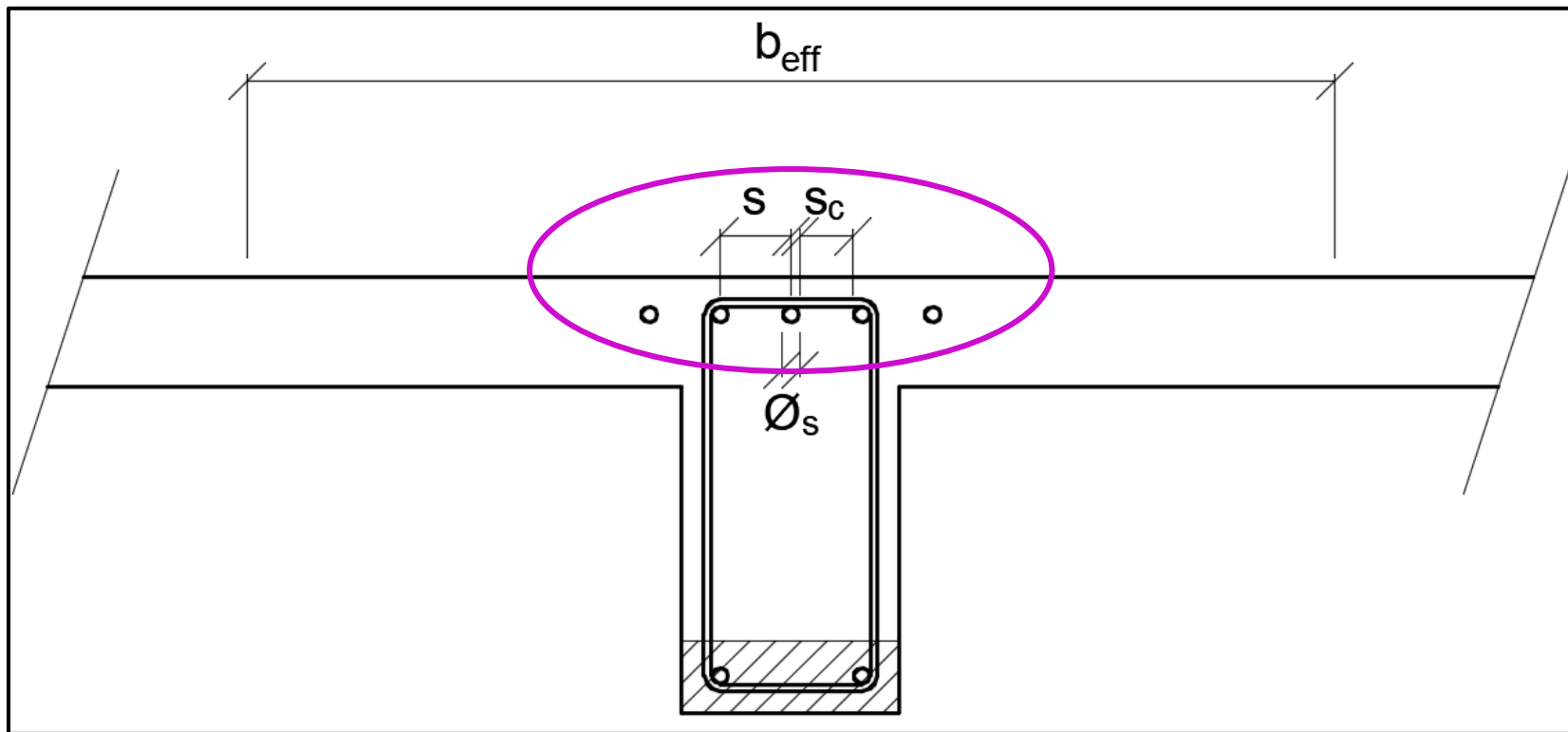
Návrh provedeme tak, aby skutečná plocha ($A_{s,prov} = n\pi\varnothing_s^2/4$) byla větší než požadovaná plocha ($A_{s,req}$).

Průměr \varnothing_s volíme z běžně dodávaných průměrů – tj. $\langle 8, 10, \mathbf{12}, \mathbf{14}, \mathbf{16}, \mathbf{18}, 20, 22, 25, 28, 32 \rangle$. Obecně je lepší větší počet prutů s menším průměrem.

Z ekonomických důvodů je vhodné* výztuž navrhovat tak, aby skutečná plocha ($A_{s,prov}$) byla maximálně o cca 30 % větší než požadovaná plocha ($A_{s,req}$).

Návrh výztuže

Pruty rozmístíme tak, aby se všechny pruty vešly do b_{eff} , a zároveň, aby splňovaly konstrukční zásady (viz další slidy) a geometrie dávala smysl (tzn. pruty do každého rohu třmínku).



Ověření konstrukčních zásad – rozteč výztuže

Skutečná rozteč výztuže musí splňovat podmínky pro rozteč výztuže.

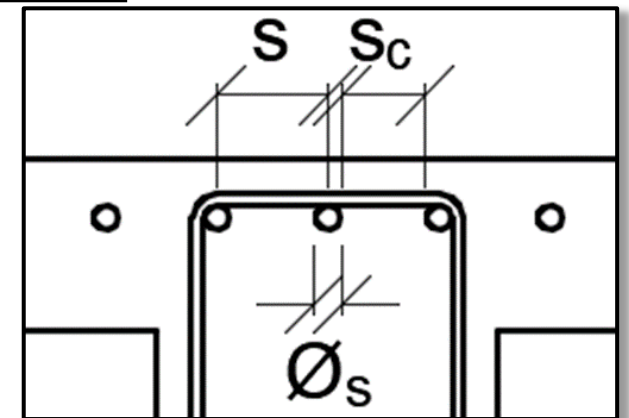
Světlá rozteč prutů s_c

$$s_c \geq s_{min},$$

kde $s_{min} = \max(20 \text{ mm}, 1.2\varnothing_s, D_{max} + 5 \text{ mm}),$

\varnothing_s je průměr výztuže (máme navrženo – viz výše),

D_{max} je maximální velikost kameniva (uvažujeme 16 mm).



Osová rozteč prutů s

$$s \leq s_{max},$$

kde $s_{max} = \min(2h_T, 250 \text{ mm}),$

h_T je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

Ověření konstrukčních zásad – plocha výztuže

Skutečná plocha výztuže musí splňovat podmínky pro plochu výztuže

$$A_{s,min} \leq A_{s,prov} \leq A_{s,max},$$

kde $a_{s,min} = \max\left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_T d; 0.0013 b_T d\right),$

$$a_{s,max} = 0.04 b_T h_T,$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \text{ (střední hodnota tahové pevnosti betonu),}$$

f_{ck} je charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku (zadáno),

f_{yk} je charakteristická hodnota meze kluzu oceli (500 MPa),

b_T je šířka trámu (máme navrženo),

d je účinná výška průřezu (máme vypočteno – viz výše),

h_T je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

Posouzení průřezu – výška tlačené oblasti

Výška tlačené oblasti*:

$$x = \frac{A_{s,prov} f_{yd}}{0.8 b_T f_{cd}}.$$

Ověření předpokladu protažení výztuže za mez kluzu:

$$\varepsilon_s = \frac{0.0035}{x} (d - x) \geq \frac{f_{yd}}{E_s}.$$

Ověření normové podmínky pro poměrnou výšku:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.45.$$

Posouzení průřezu

Rameno vnitřních sil:

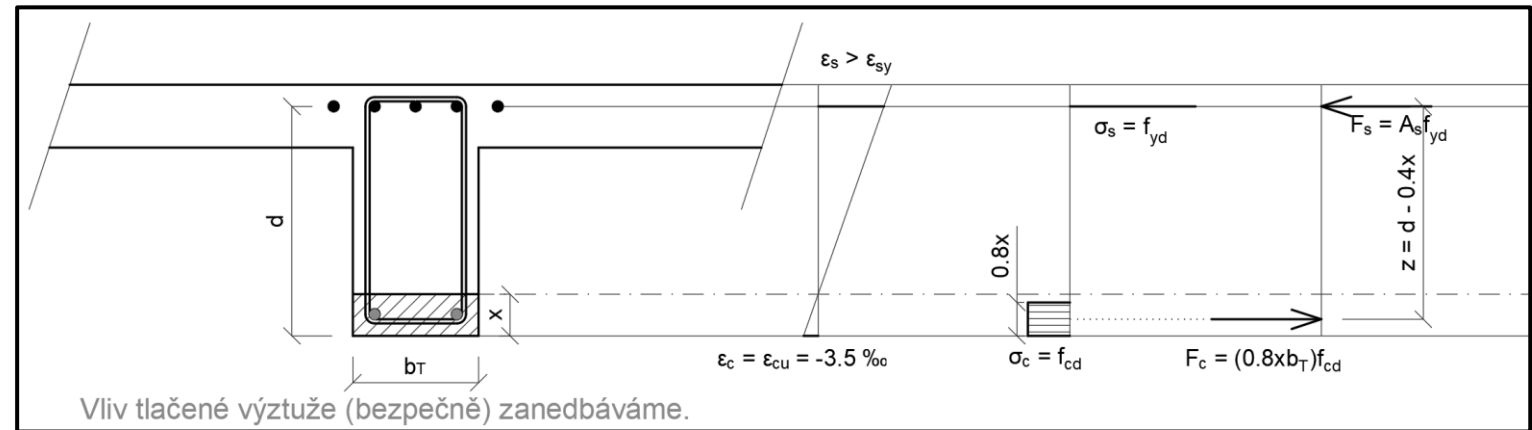
$$z = (d - 0.4x).$$

Výpočet momentu únosnosti:

$$M_{Rd} = A_{s,prov} f_{yd} z.$$

Posouzení:

$$M_{Ed, podp} \leq M_{Rd}$$



Ideálně by stupeň* využití (M_{Ed}/M_{Rd}) měl být 70 % až 90 %.

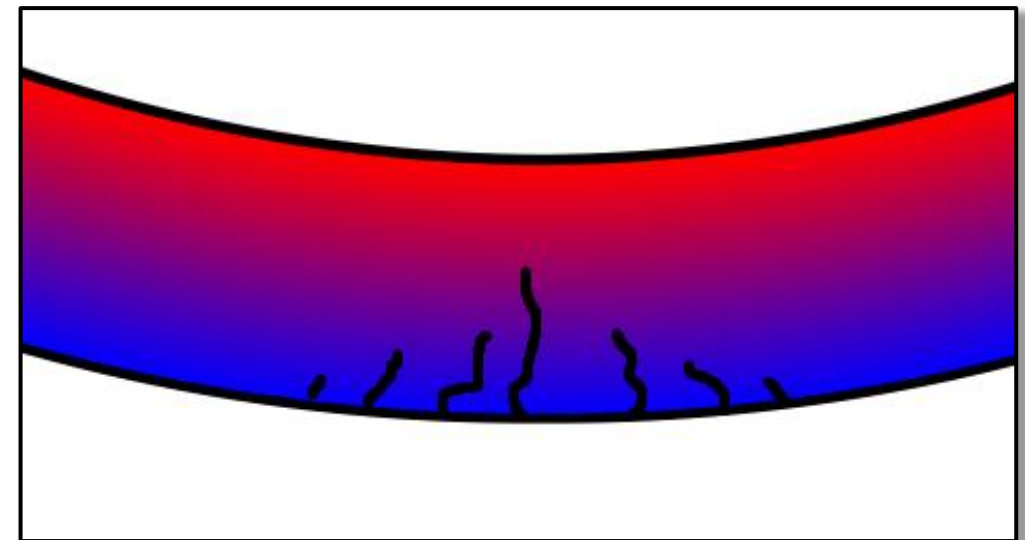
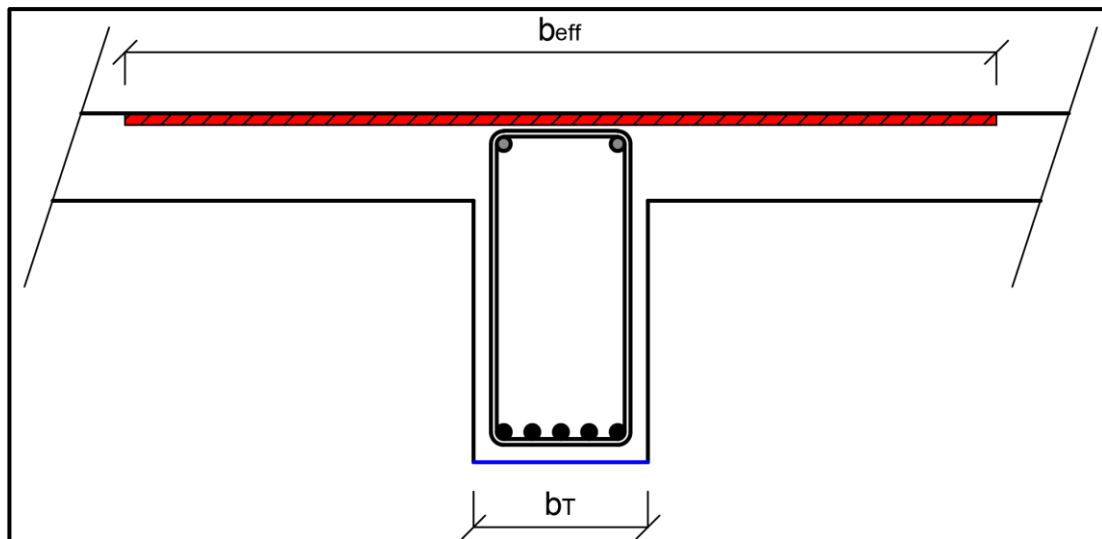
* Pojem „stupeň“ neznačí, že to dělíme na nějaké „stupně“. Pojem „stupeň využití“ zde chápeme jen jako „procento využití“.

Průřez v poli (kladný moment)

Tlačená oblast a poloha výztuže

Kladný moment

- horní vlákna jsou **tlačená** → tlačená oblast je nahoře a má šířku $b = b_{eff}$
- spodní vlákna jsou **tažená** → výztuž je u dolního povrchu a musí se vejít do šířky trámu b_T



Tlačená oblast a poloha výztuže

Polohu výztuže definujeme pomocí staticky účinné výšky průřezu

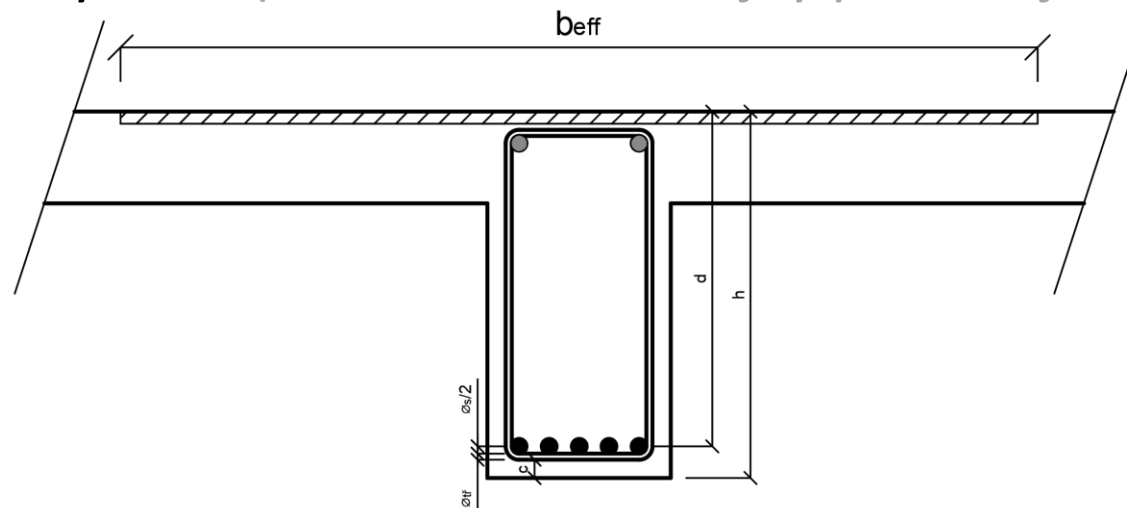
$$d = h_T - c - \varnothing_{tř} - \varnothing_s/2,$$

kde h_T je výška trámu (máme navrženo),

c je krytí výztuže (máme zadáno),

$\varnothing_{tř}$ je průměr třmínek (volíme 8 mm, blíže viz další prezentace),

\varnothing_s je průměr výztuže (ideálně volíme stejný průměr jako nad podporou).



Návrh výztuže – požadovaná plocha

Požadovanou plochu ($A_{s,req}$) můžeme určit:

- přesným vzorcem

$$A_{s,req} = \frac{b_{eff} d f_{cd}}{f_{yd}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_{Ed,pole}}{b_{eff} d^2 f_{cd}}} \right),$$

- ze vzorce pro posouzení a inženýrským odhadem ramene vnitřních sil,

$$A_{s,req} = M_{Ed,pole} / (f_{yd} 0.9d)^*,$$

- vytvoření Excelu pro posouzení průřezu (stanovení M_{Rd}) a návrhem výztuže metodou pokus-omyl.

*U nadpodporového bylo $z = 0.7d$. Nyní dáváme $z = 0.9d$, protože šířka tlačené oblasti je výrazně větší a její výška x bude tedy výrazně menší a z bude výrazně větší.

Návrh výztuže

Výztuž v trámu navrhujeme tak, že specifikujeme **kolik** prutů jakého **průměru** je v průřezu.

$$\text{NÁVRH: } n \times \varnothing X \text{ (} A_{s,prov} = Z \text{ mm}^2 \text{)}$$

Návrh výztuže ve výše uvedeném formátu je vždy nutné uvést ve statickém výpočtu!

Návrh výztuže

Návrh provedeme tak, aby skutečná plocha ($A_{s,prov} = n\pi\varnothing_s^2/4$) byla větší než požadovaná plocha ($A_{s,req}$).

Průměr \varnothing_s ideálně volíme stejný jako nad podporou. Pokud by to nejde, tak volíme průměr z běžně dodávaných průměrů*, a to tak, aby se výztuž v poli lišila od výztuže nad podporou minimálně „ob průměr“†.

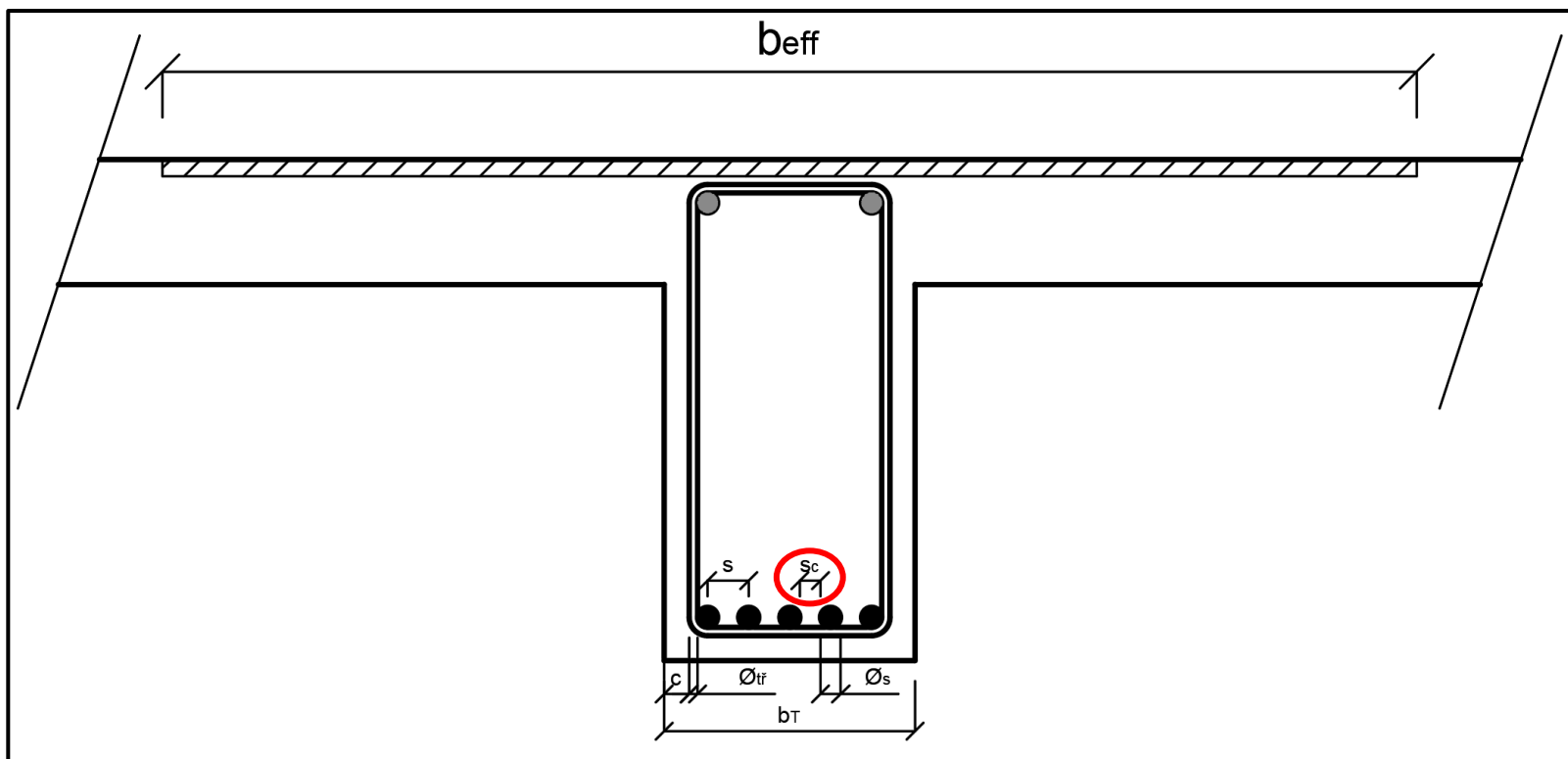
Z ekonomických důvodů je vhodné výztuž navrhovat tak, aby skutečná plocha ($A_{s,prov}$) byla maximálně o cca 30 % větší než požadovaná plocha ($A_{s,req}$).

* {8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32}

† Když nad podporou $\varnothing 16$, tak v poli $\varnothing 12$ nebo $\varnothing 20$.

Návrh výztuže

Pruty se nám musí vejít do šířky trámu. **Může být problém s dodržením minimální světlé vzdálenosti** – viz ověření konstrukčních zásad níže.



Ověření konstrukčních zásad – rozteč výztuže

Skutečná rozteč výztuže musí splňovat podmínky pro rozteč výztuže.

Světlá rozteč prutů s_c

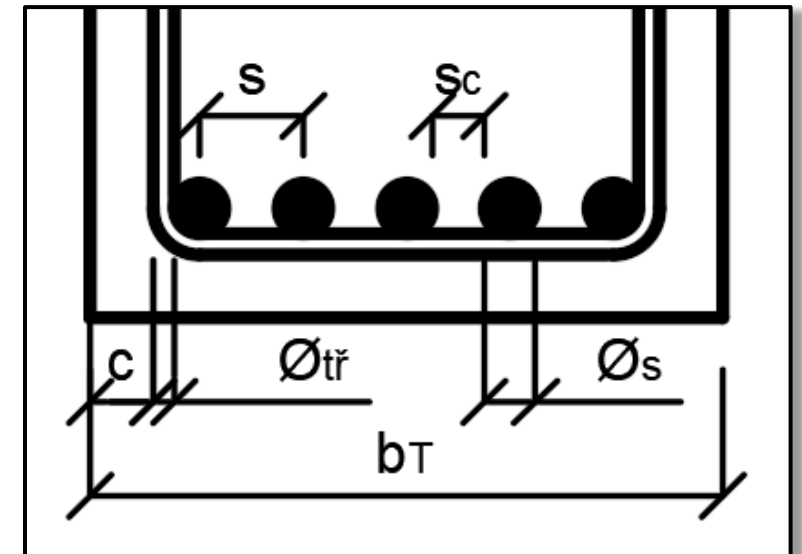
$$s_c \geq s_{min},$$

kde $s_{min} = \max(20 \text{ mm}, 1.2\varnothing_s, D_{max} + 5 \text{ mm}),$
 $s_c = \frac{b_T - 2c - 2\varnothing_{tř} - n\varnothing_s}{n-1}$ (viz geometrie vpravo).

Osová rozteč prutů s

$$s \leq s_{max},$$

kde $s_{max} = \min(2h_T, 250 \text{ mm}),$
 $s = s_c + \varnothing_s.$



Ověření konstrukčních zásad – plocha výztuže

Skutečná plocha výztuže musí splňovat podmínky pro plochu výztuže

$$A_{s,min} \leq A_{s,prov} \leq A_{s,max},$$

kde $a_{s,min} = \max\left(0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_T d; 0.0013 b_T d\right),$

$$a_{s,max} = 0.04 b_T h_T,$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \text{ (střední hodnota tahové pevnosti betonu),}$$

f_{ck} je charakteristická hodnota pevnosti betonu v tlaku (zadáno),

f_{yk} je charakteristická hodnota meze kluzu oceli (500 MPa),

b_T je šířka trámu (máme navrženo),

d je účinná výška průřezu (máme vypočteno – viz výše),

h_T je výška trámu (máme navrženo z předchozích cvičení).

Posouzení průřezu – výška tlačené oblasti

Výška tlačené oblasti:

$$x = \frac{A_{s,prov} f_{yd}}{0.8 b_{eff} f_{cd}}.$$

Ověření předpokladu protažení výztuže za mez kluzu:

$$\varepsilon_s = \frac{0.0035}{x} (d - x) \geq \frac{f_{yd}}{E_s}.$$

Ověření normové podmínky pro poměrnou výšku:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq 0.45.$$

Posouzení průřezu

Rameno vnitřních sil:

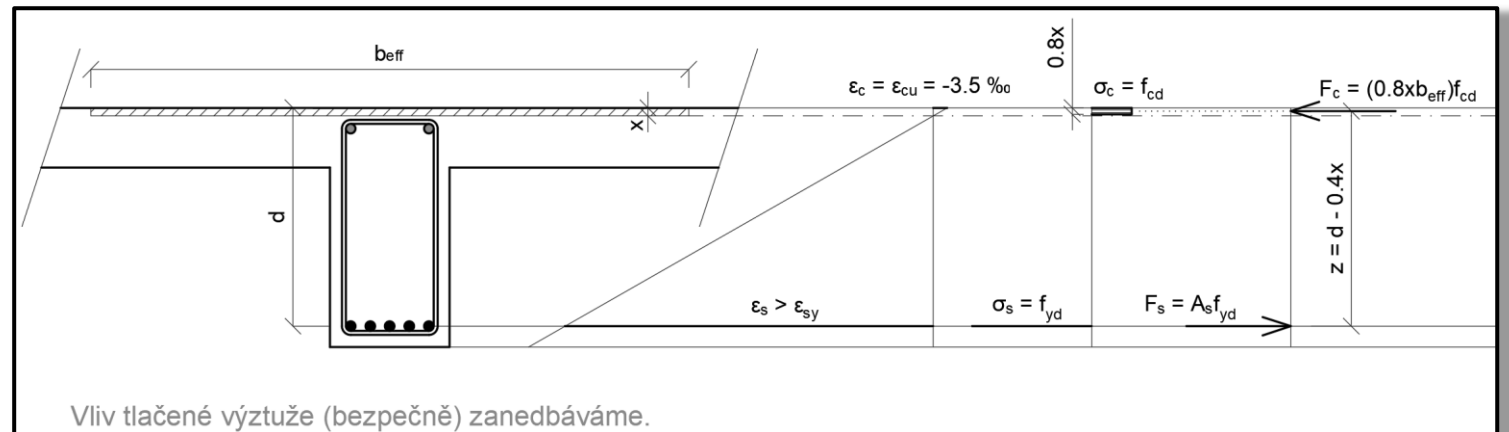
$$z = (d - 0.4x).$$

Výpočet momentu únosnosti:

$$M_{Rd} = A_{s,prov} f_{yd} z.$$

Posouzení:

$$M_{Ed,pole} \leq M_{Rd}.$$



Ideálně by stupeň využití (M_{Ed}/M_{Rd}) měl být 70 % až 90 %.

díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi, Romanu Chylíkovi a Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace a **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému a Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.

[a v neposlední řadě, děkuji divákům v poslední řadě](#)