



Posouzení průřezu namáhaného kombinací N+M

Prezentace k 11. cvičení NNKB

Zadání Úlohy 3

Pro zadaný železobetonový sloup o rozměrech $b \times h \times l$ zatížený normálovou silou F_d na rameni e navrhňte výztuž a průřez sloupu s výztuží posudte pomocí interakčního diagramu.

$$b = \dots \text{ mm}$$

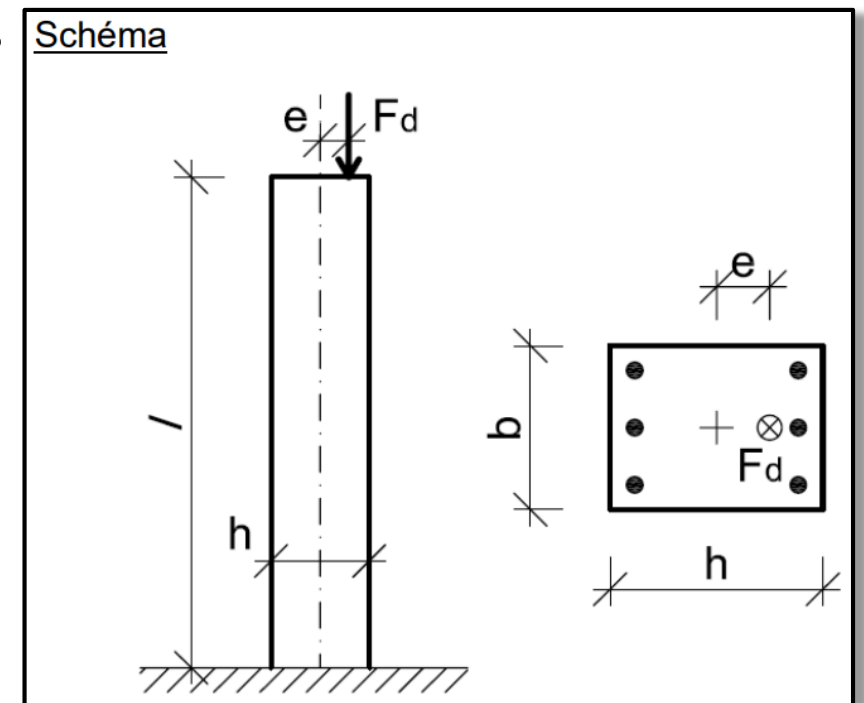
$$h = \dots \text{ mm}$$

$$l = \dots \text{ mm}$$

$$F_d = \dots \text{ kN}$$

$$e = \dots \text{ mm}$$

Materiály a tloušťku krycí vrstvy uvažujte shodné jako v úloze 2.



Zadání Úlohy 3

Pro zadaný železobetonový sloup o rozměrech $b \times h \times l$ zatížený normálovou silou F_d na rameni e navrhnete výztuž a **průřez sloupu s výztuží posudíte** pomocí interakčního diagramu.

$$b = \dots \text{ mm}$$

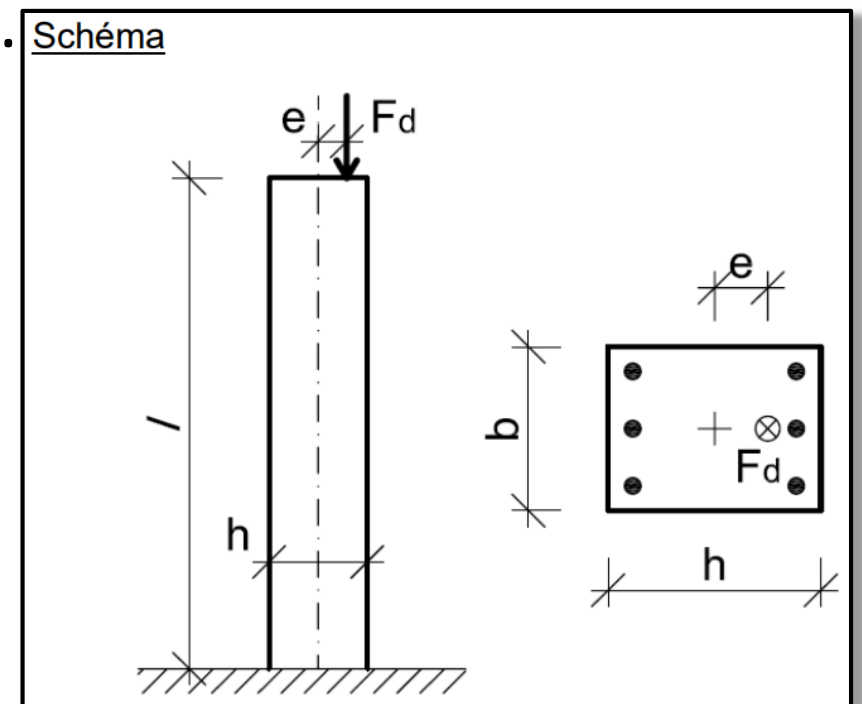
$$h = \dots \text{ mm}$$

$$l = \dots \text{ mm}$$

$$F_d = \dots \text{ kN}$$

$$e = \dots \text{ mm}$$

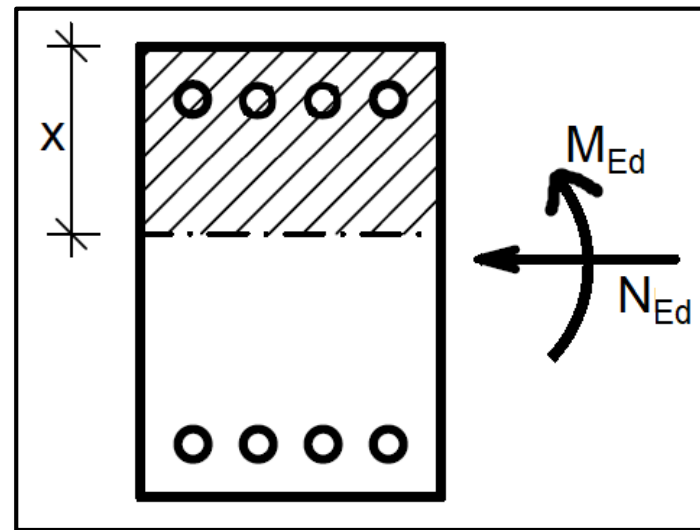
Materiály a tloušťku krycí vrstvy uvažujte shodné jako v úloze 2.



Posouzení průřezu namáhaného $M + N$

Posouzení průřezu namáhaného $M + N$

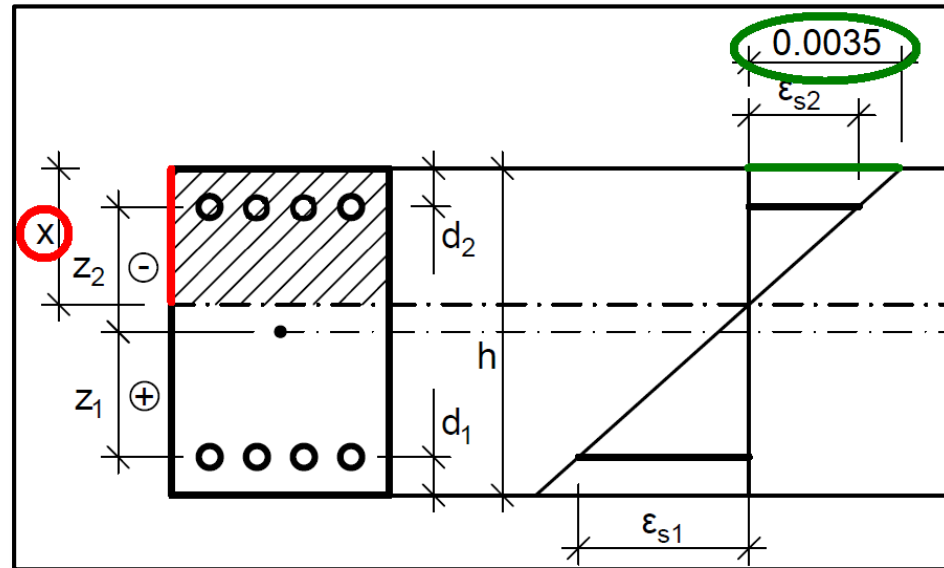
V zadání máme zadaný **průřez namáhaný** normálovou silou na excentricitě – tj. namáhaný **kombinací normálové síly N_{Ed} a ohybového momentu M_{Ed}** .



Potřebujeme tedy **stanovit únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ tohoto průřezu.**

Únosnost průřezu namáhaného kombinací $M+N$

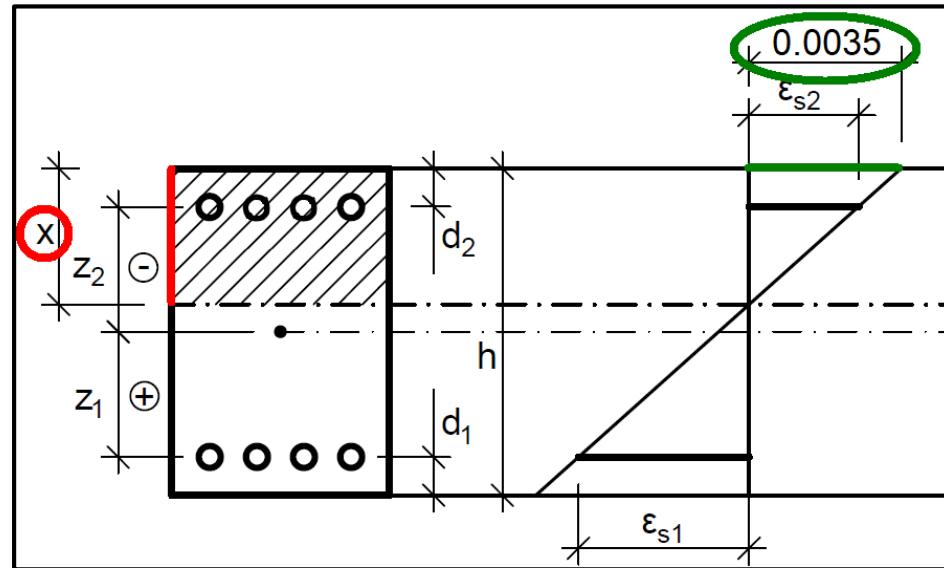
Pro jakkoliv namáhaný průřez lze jednoduše stanovit únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, pokud známe průběh přetvoření po průřezu – tj. pokud známe **polohu neutrální osy** a **přetvoření krajních vláken**.



Únosnost průřezu namáhaného kombinací $M+N$

Přetvoření krajních vláken je v pohodě, to nám přesně udává norma.

Problém je však v tom, že **nelze nijak jednoduše stanovit polohu neutrální osy** pro danou kombinaci namáhání $N_{Ed} + M_{Ed}$ (případně $N_{Ed} + e$)*.

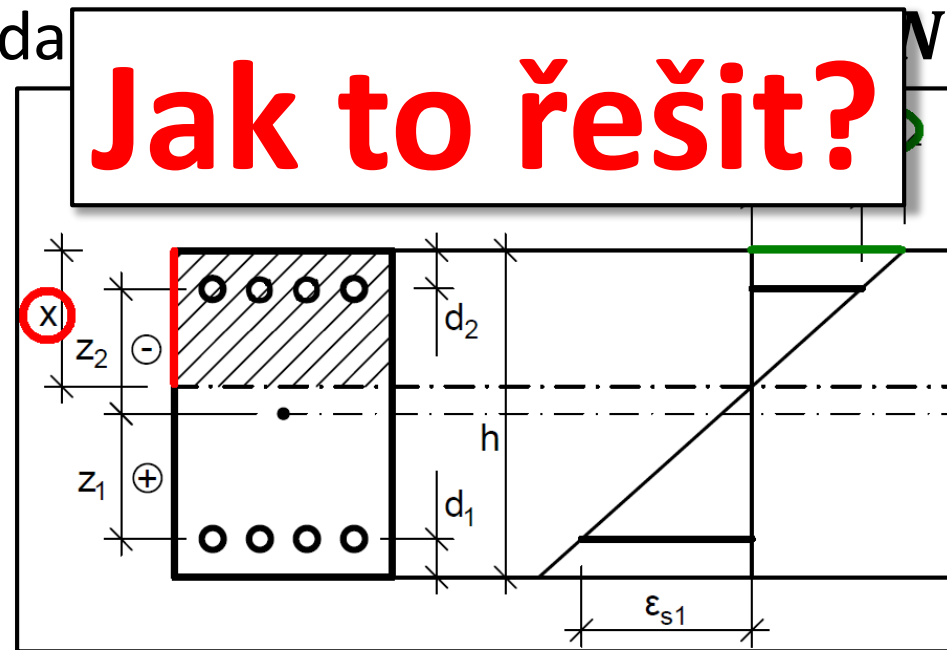


*Máme sloup zatížený silou N_{Ed} na excentricitě e . Chtěli bychom zjistit, až na jakou hodnotu (N_{Rd}) můžeme sílu s touto excentricitou zvětšit. Tohle však neumíme nijak jednoduše spočítat :(

Únosnost průřezu namáhaného kombinací $M+N$

Přetvoření krajních vláken je v pohodě, to nám přesně udává norma.

Problém je však v tom, že **nelze nijak jednoduše stanovit polohu neutrální osy** pro dané $N_{Ed} + M_{Ed}$ (případně $N_{Ed} + e$)*.

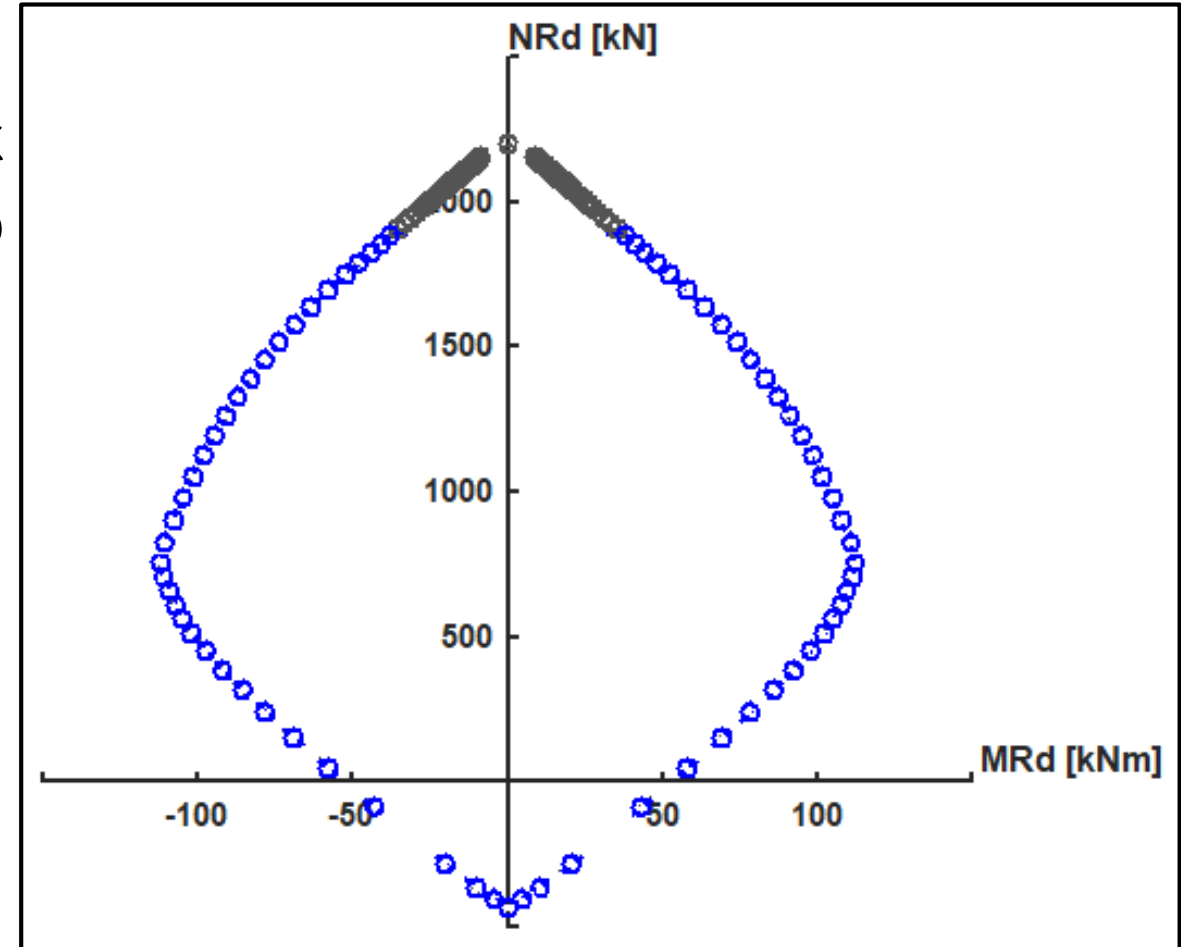


*Máme sloup zatížený silou N_{Ed} na excentricitě e . Chtěli bychom zjistit, až na jakou hodnotu (N_{Rd}) můžeme sílu s touto excentricitou zvětšit. Tohle však neumíme nijak jednoduše spočítat :(

Únosnost průřezu namáhaného kombinací $M+N$

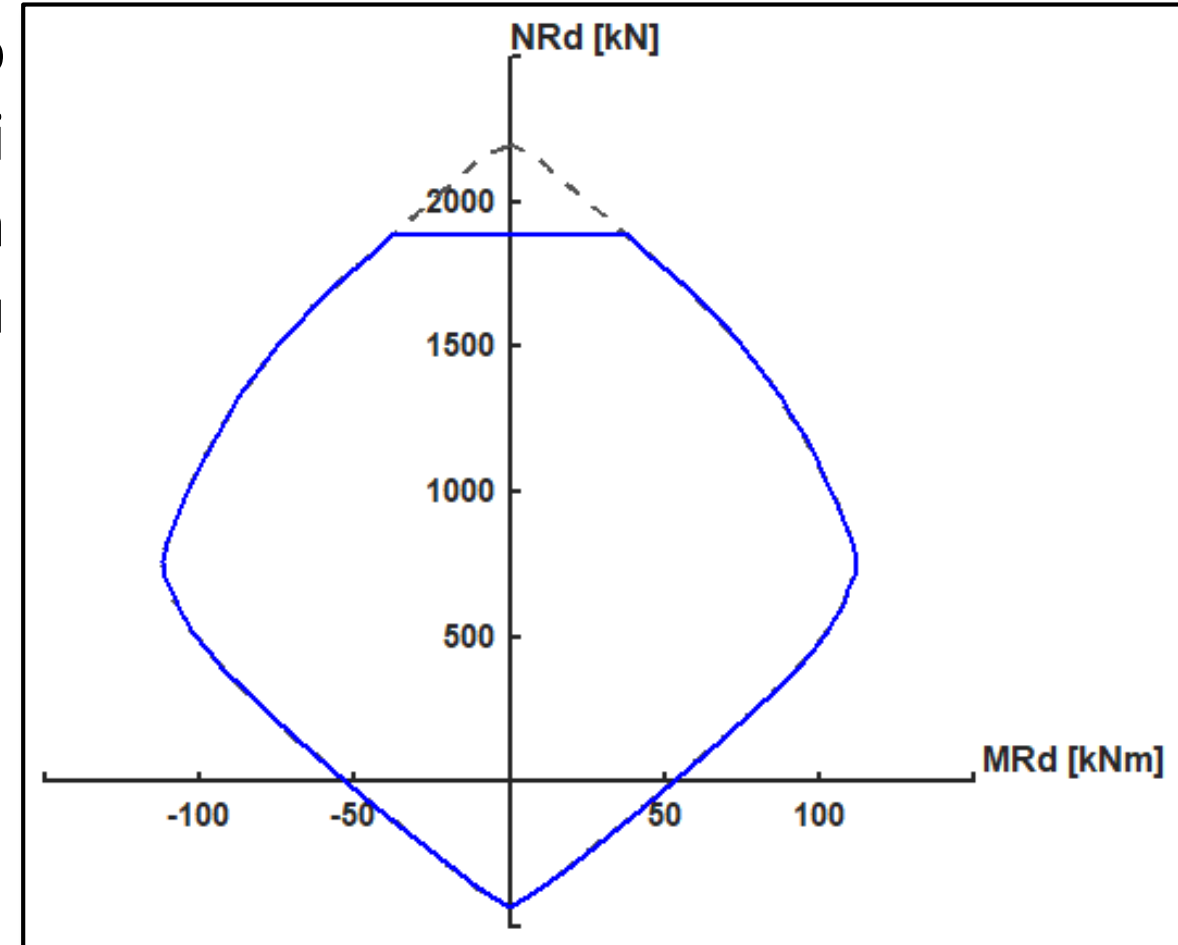
Když **nevíme, jakou zvolit polohu neutrální osy x** máme pro výpočet, tak **spočítáme únosnost $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ pro všechny možné polohy.**

Tím dostaneme hromadu různých kombinací $[M_{Rd}, N_{Rd}]$, které si vyneseme do grafu.



Interakční diagram průřezu

Kdybychom výpočet provedli pro **nekonečně mnoho poloh**, získali bychom nekonečně mnoho bodů a vznikla by nám **křivka**, kterou nazýváme **interakční diagram průřezu**.



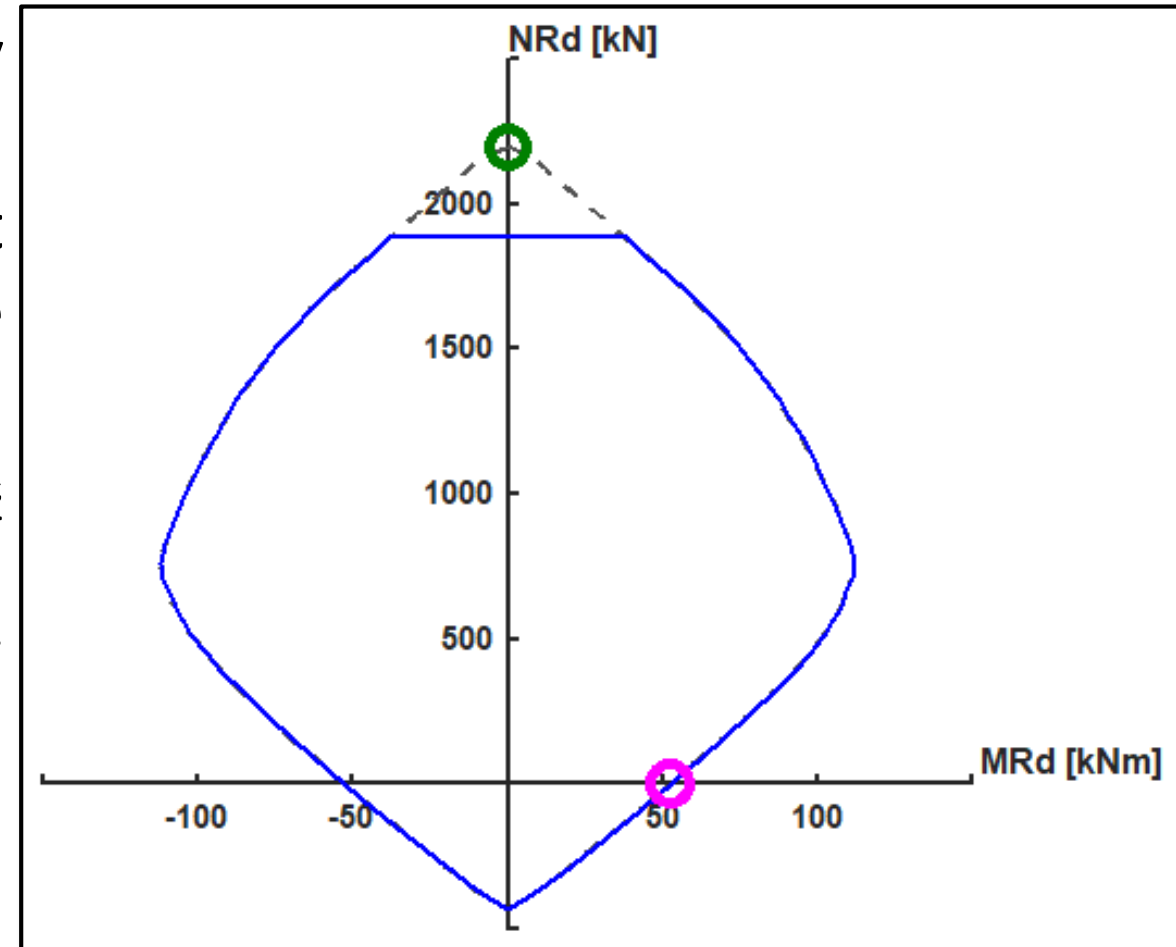
Interakční diagram průřezu

Interakční diagram průřezu nám tedy znázorňuje únosnost průřezu (tj. maximální dovolenou velikost vnitřních sil) **pro všechny** možné různé **kombinace namáhání**.

Poznámka: Se dvěma body diagramu jsme se už setkali.

Fialový bod je prostý ohyb ($N = 0$), který jsme řešili u desky a trámu.

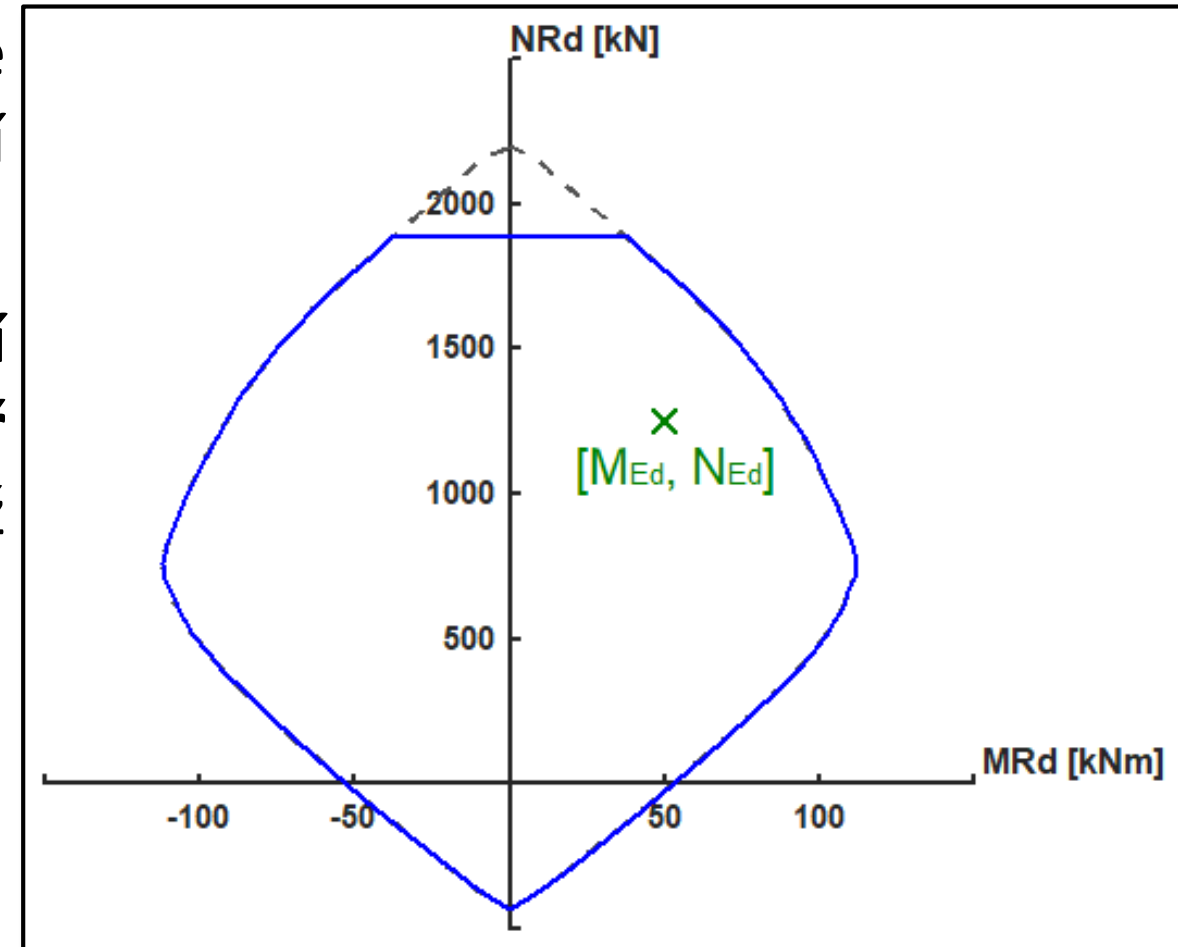
Zelený bod je dostředný tlak (působí pouze síla, $M = 0$), který jsme řešili u návrhu výztuže sloupu.



Interakční diagram průřezu

Interakční diagram průřezu znázorňuje únosnost průřezu (tedy maximální dovolené vnitřní síly).

→ Pokud tedy bod znázorňující působící síly $[M_{Ed}, N_{Ed}]$ leží uvnitř diagramu, jsou síly menší než únosnost a návrh vyhovuje.

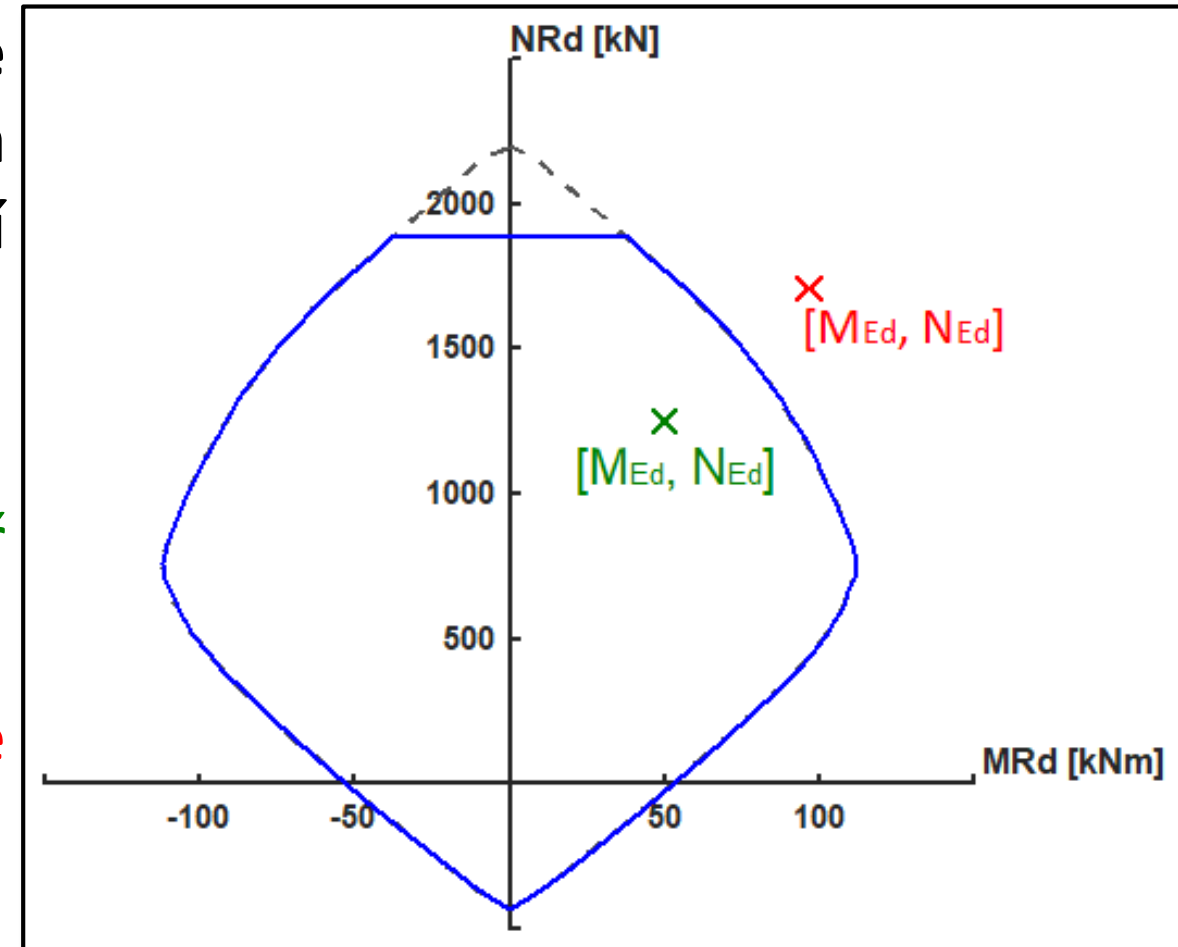


Interakční diagram průřezu

Posouzení průřezu tedy provádíme tak, že sestojíme interakční diagram a do grafu vyneseme zadané zatížení $[M_{Ed}, N_{Ed}]$.

Pokud bod $[M_{Ed}, N_{Ed}]$ leží uvnitř diagramu tak návrh **vyhovuje**.

Pokud bod $[M_{Ed}, N_{Ed}]$ leží vně diagramu, tak návrh **nevyhovuje**.



Interakční diagram průřezu

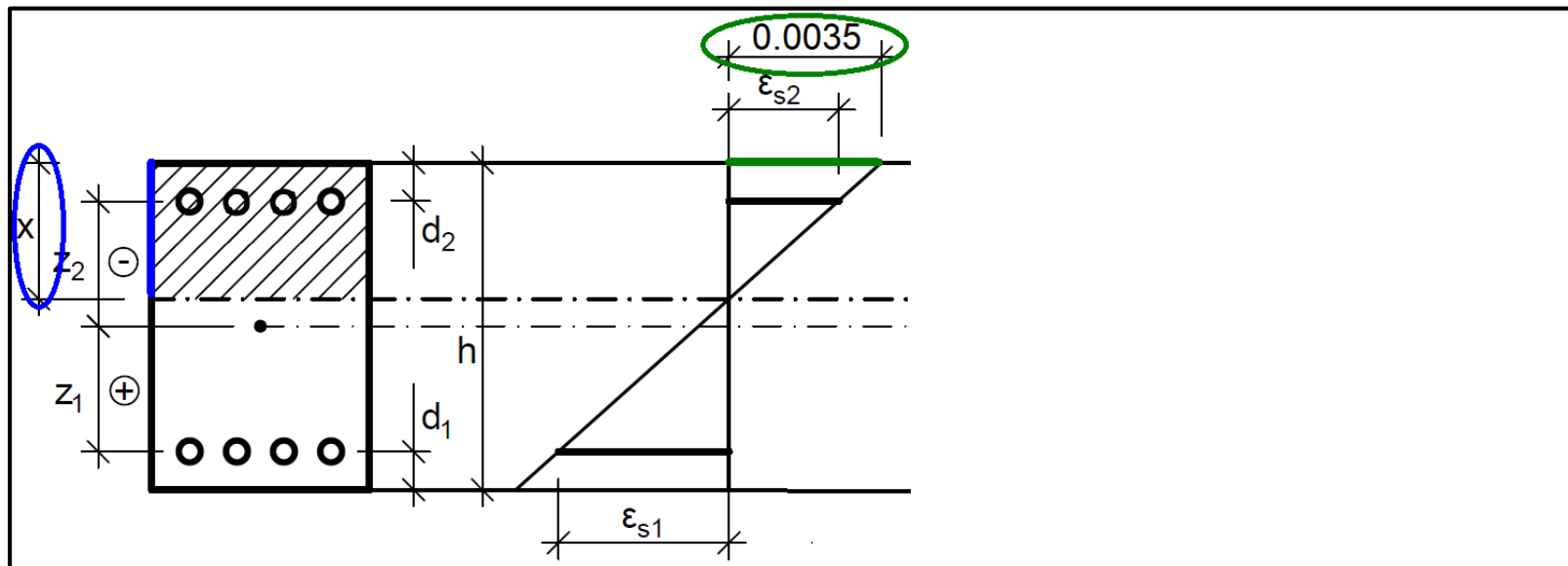
Postup posouzení je tedy teoreticky jasný – **musíme vypočítat únosnost** pro různé výšky tlačené oblasti, **sestrojit interakční diagram** a **posoudit průřez**.

Ale jak vypočítáme únosnost pro zadanou polohu neutrální osy?

Výpočet únosnosti průřezu namáhaného $M + N$

Průběh přetvoření průřezu

Při výpočtu únosnosti vycházíme ze známého průběhu přetvoření po výšce průřezu – známe polohu neutrální osy (tj. výšku tlačené oblasti) a přetvoření krajních vláken. **Polohu neutrální osy si sami volíme.** **Poměrné přetvoření krajních vláken** je v případě částečně taženého průřezu **0.0035***.



*U zcela tlačného průřezu je přetvoření krajních vláken menší.

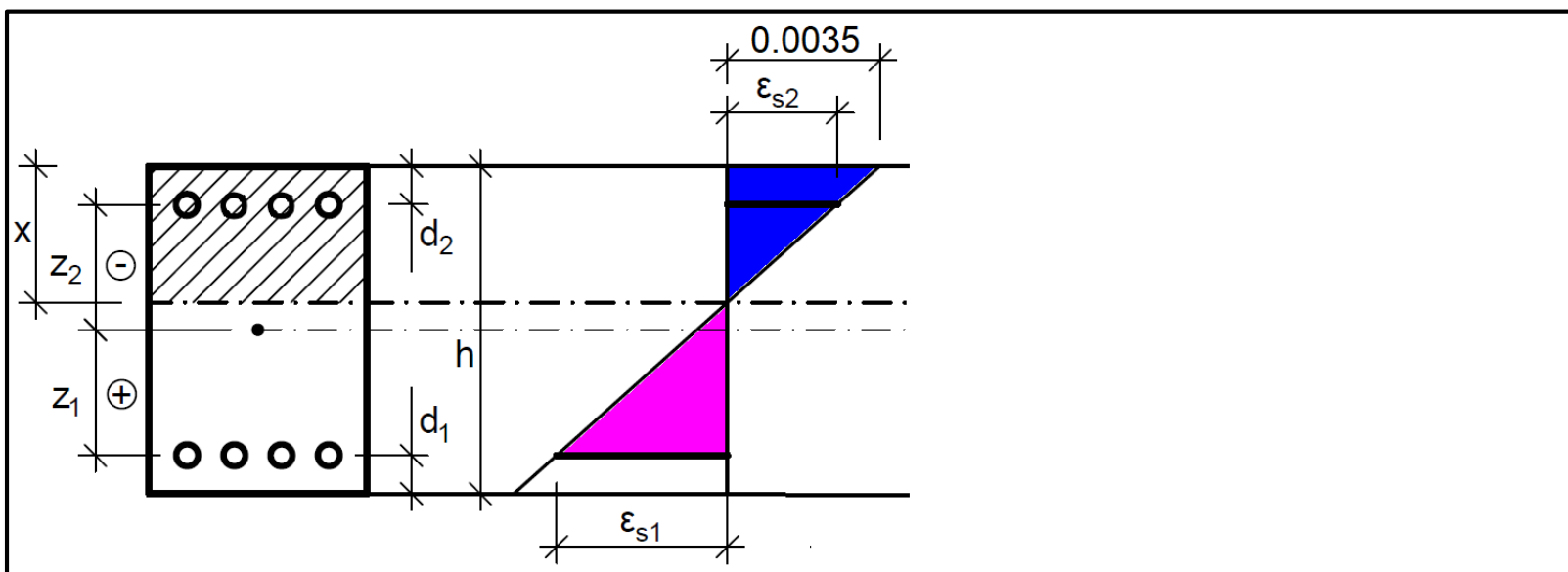
U rovnoměrně (tj. dostředně) tlačného průřezu je přetvoření vláken **0.002**.

U nerovnoměrně tlačného průřezu je přetvoření krajních vláken **0.002** $\left(\frac{x}{x-4h}\right)$.

Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme z podobnosti trojúhelníků vypočítat přetvoření výztuže.

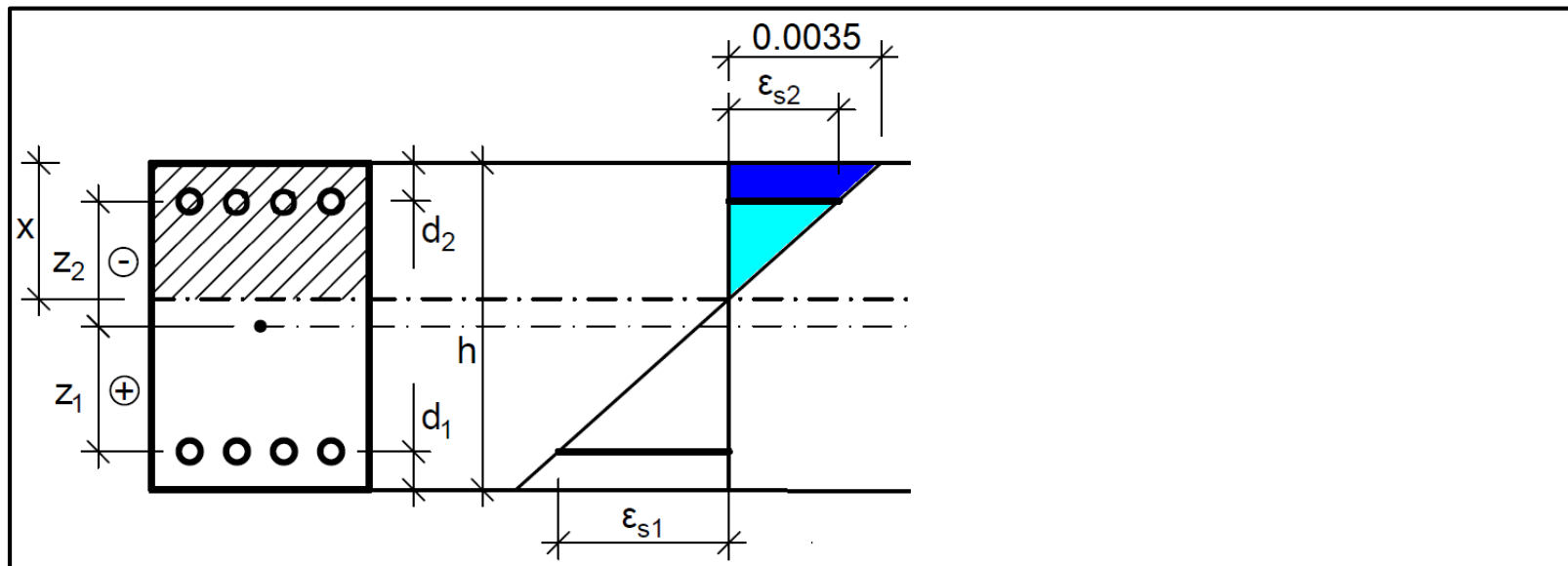
$$\epsilon_{s1} = \frac{0.0035}{x} (h - d_1 - x)$$



Přetvoření výztuže

Když známe průběh přetvoření a polohu výztuže můžeme z podobnosti trojúhelníků vypočítat přetvoření výztuže.

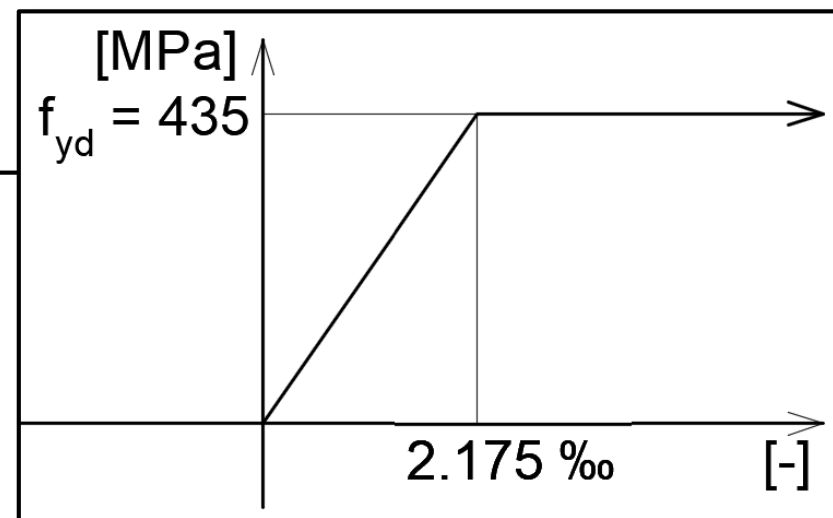
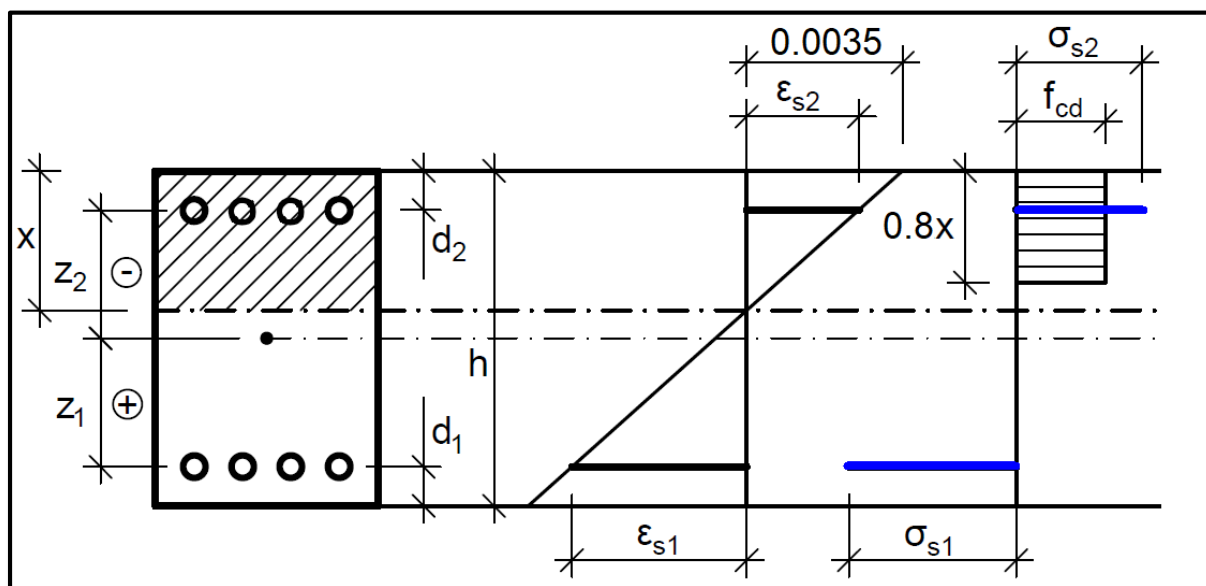
$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2)$$



Napětí ve výztuži

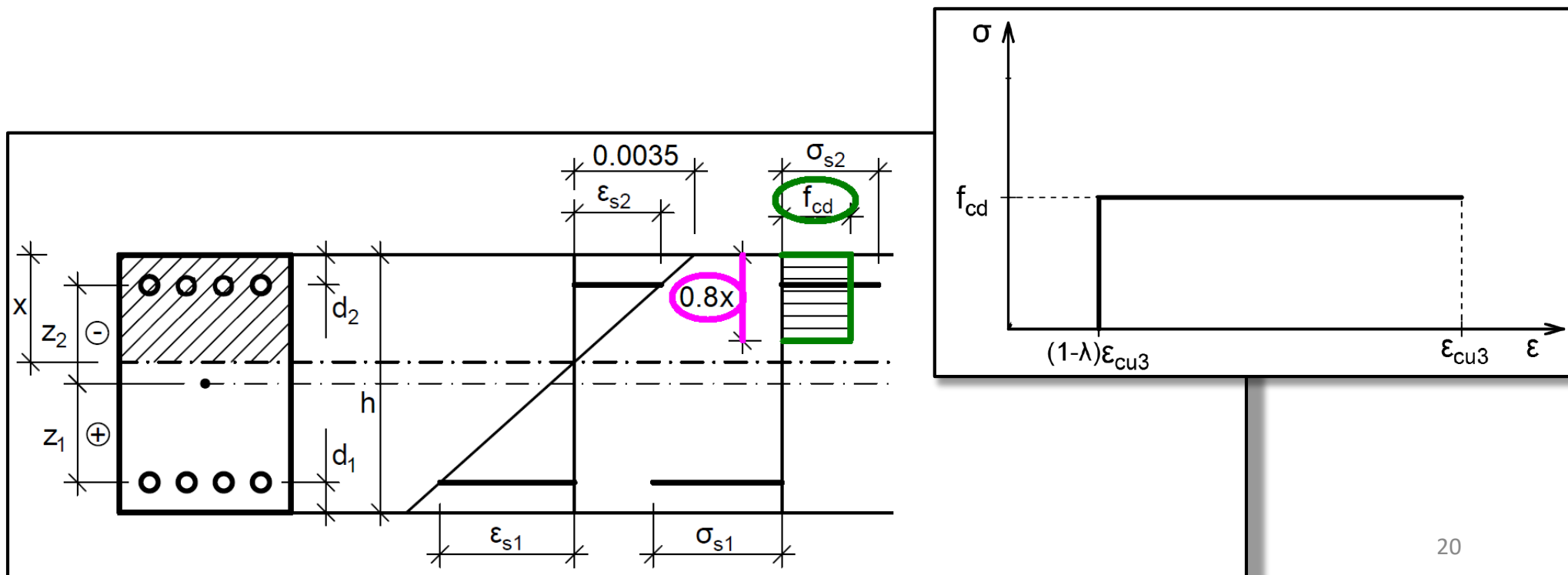
Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram, kdy uvažujeme, že **napětí roste lineárně do meze kluzu a pak zůstává konstantní**. Napětí ve výztuži vypočteme pomocí vztahu

$$\sigma_{s,i} = \min(\varepsilon_{s,i} E_s; f_{yd}) .$$



Napětí v betonu

Stejně jako u desky a trámu, používáme zjednodušený pracovní diagram, kdy uvažujeme, že **napětí je konstantní o hodnotě f_{cd} na redukované výšce $0.8x$** .

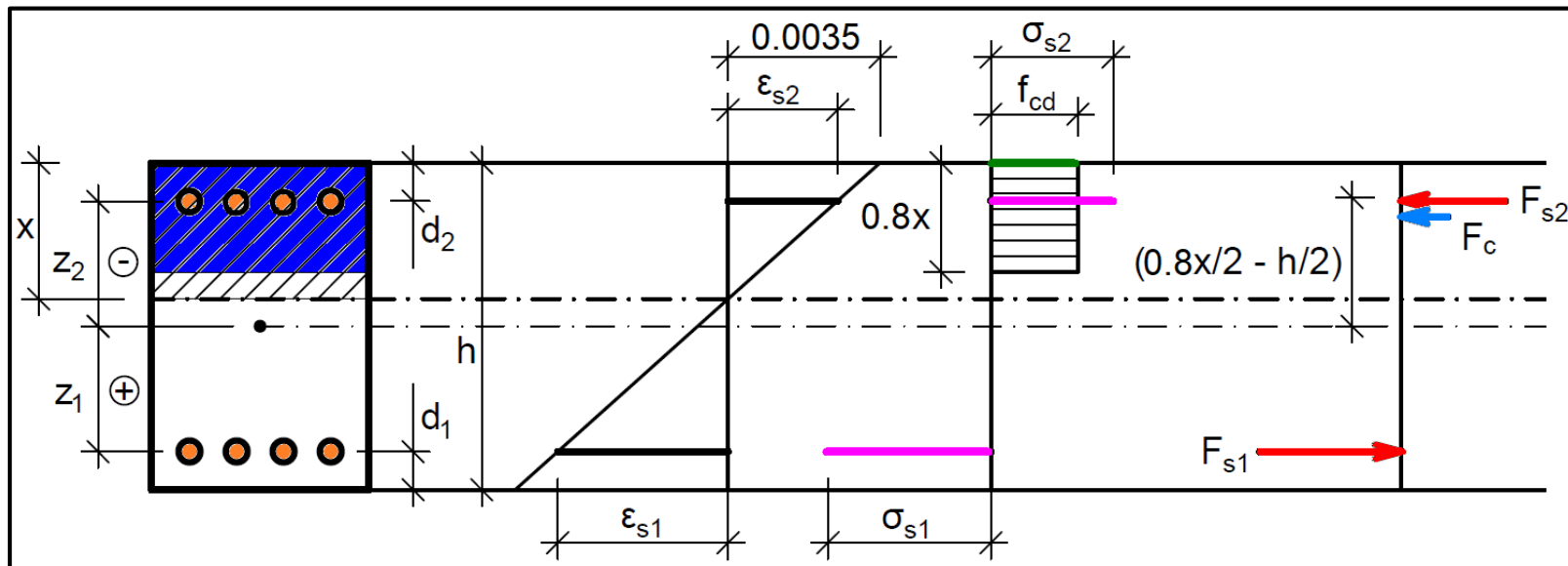


Síly v průřezu

Síly ve výztužích i sílu v tlačném betonu můžeme určit jako napětí \times plocha, tedy pomocí vztahů

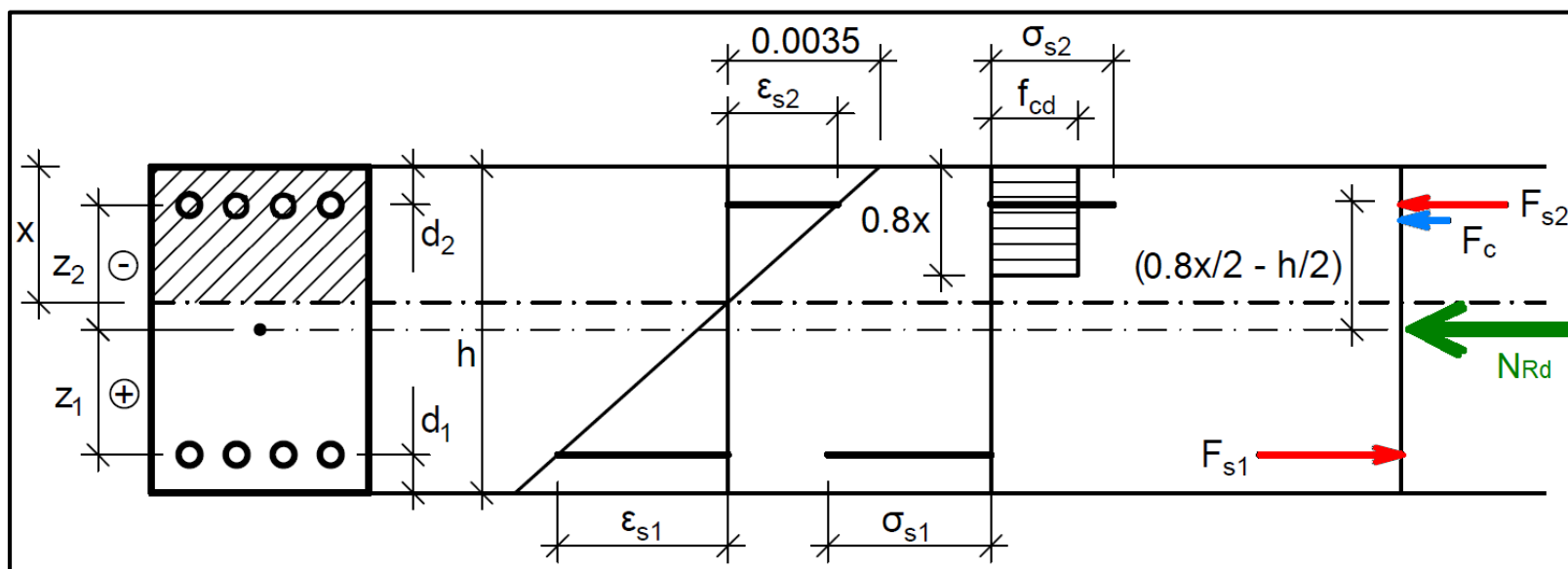
$$F_{s,i} = \sigma_{s,i} A_{s,i},$$

$$F_c = f_{cd} b 0.8x.$$



Normálová únosnost N_{Rd}

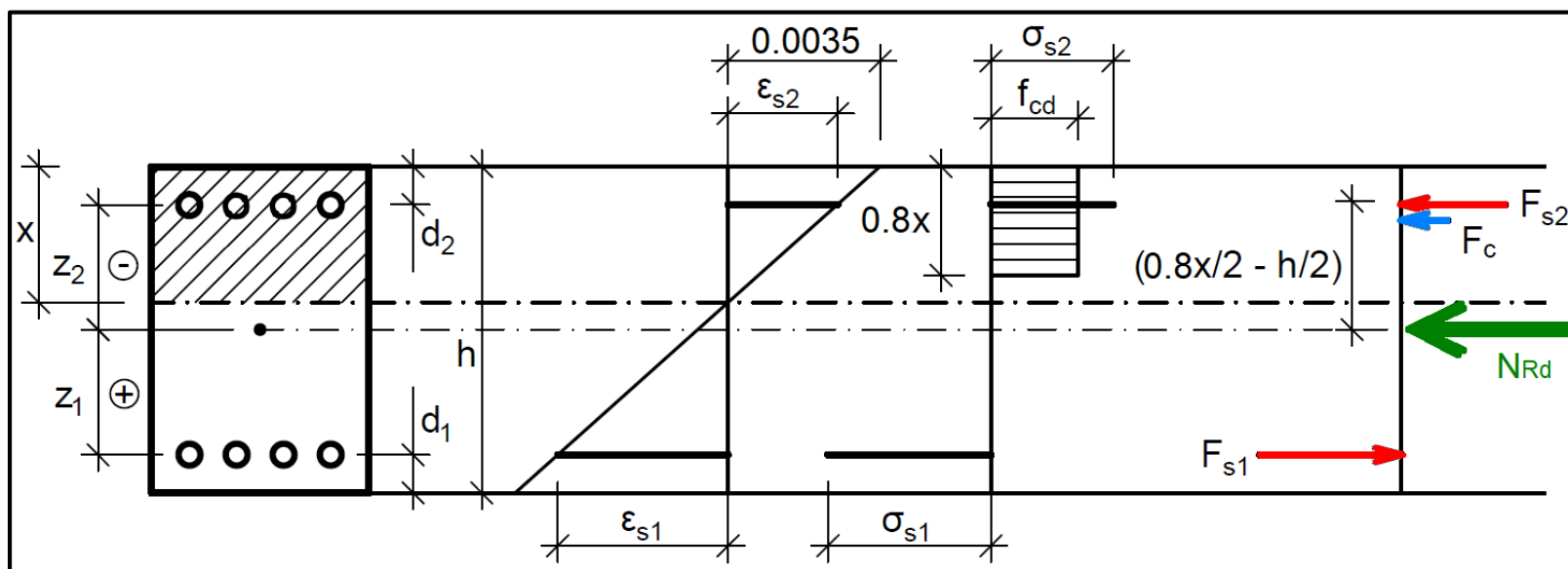
Počítáme stav, kdy dochází ke kolapsu konstrukce. **Síly $F_{s,i}$ a F_c jsou tedy síly v průřezu při kolapsu konstrukce.** Když uděláme **sumu** těchto sil, získáme **celkovou osovou sílu** v průřezu při kolapsu konstrukce, a to je **normálová únosnost konstrukce**.



Normálová únosnost N_{Rd}

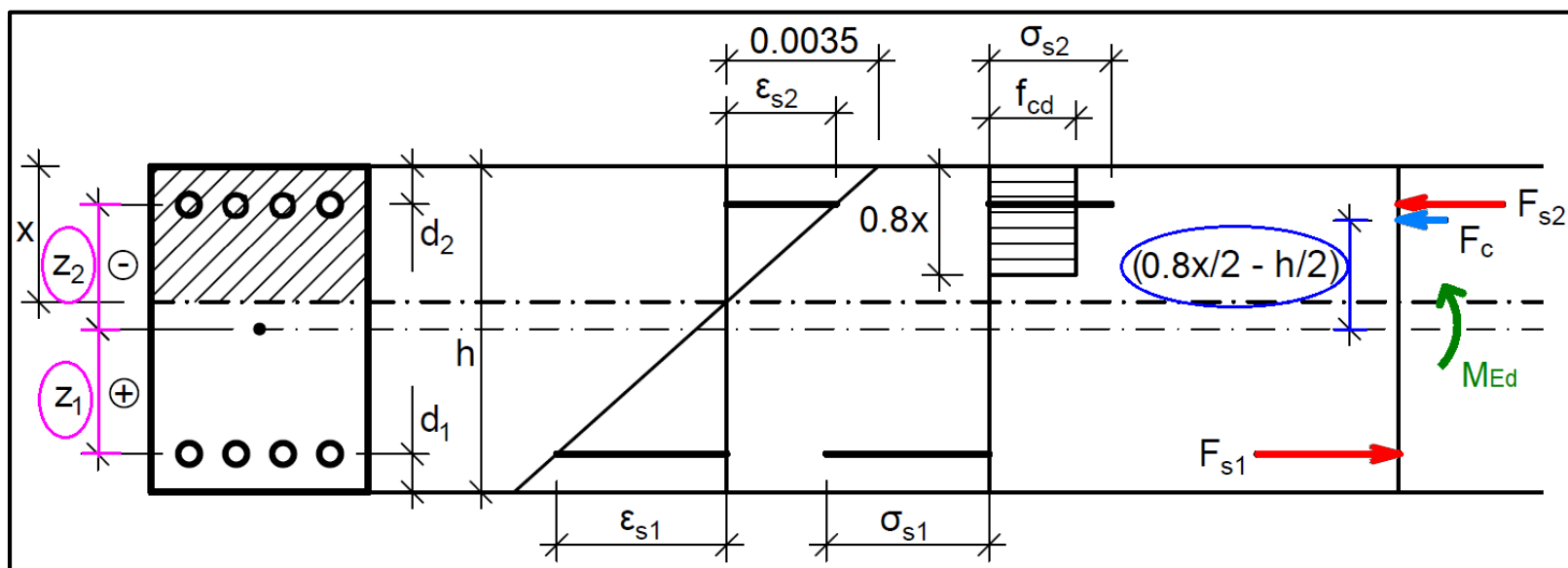
Normálovou únosnost tedy vypočítáme jako sumu sil v průřezu

$$N_{Rd} = F_{s1} - F_c - F_{s2}.$$



Momentová únosnost M_{Rd}

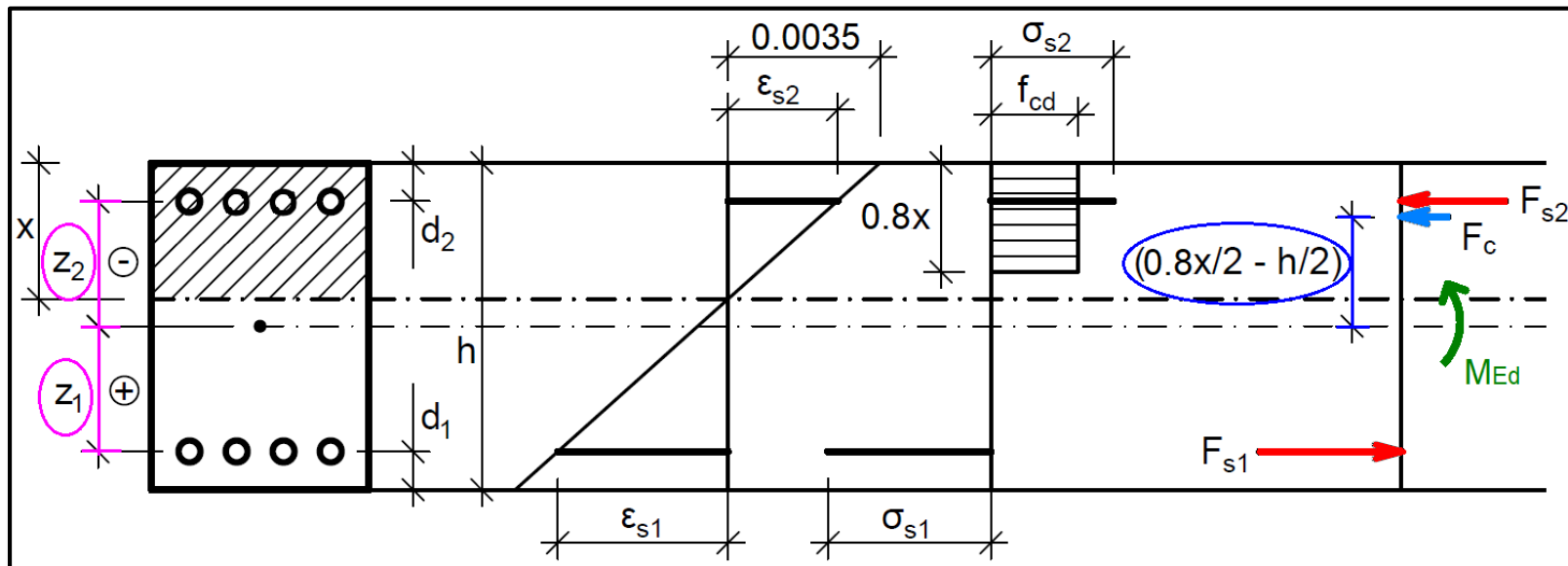
Síly v průřezu ($F_{s,i}$ a F_c) nepůsobí ve stejném bodě, ale každá jinde, a síly mají určitý momentový účinek (vůči bodu v polovině výšky průřezu). **Momentová únosnost je součet momentových účinků sil v průřezu** (k bodu v polovině výšky průřezu) při kolapsu konstrukce.



Momentová únosnost M_{Rd}

Momentovou únosnost tedy vypočítáme pomocí vztahu

$$M_{Rd} = F_{s1}z_1 + F_c \left(\frac{0.8x}{2} - \frac{h}{2} \right) + F_{s2}z_2.$$



Souhrn vztahů

 x – sami si volíme

$$z_1 = 0.5h - d_1$$

$$z_2 = d_2 - 0.5h$$

$$\varepsilon_{c,max} = -0.0035$$

$$\sigma_c = -f_{cd}$$

$$F_c = \sigma_c b 0.8x$$

$$\varepsilon_{s1} = \frac{h - d_1 - x}{-x} \varepsilon_{c,max}$$

$$\sigma_{s1} = \text{sign}(\varepsilon_{s1}) \cdot \min(|\varepsilon_{s1}| E_s; f_{yd})$$

$$F_{s1} = \sigma_{s1} A_{s1}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{d_2 - x}{-x} \varepsilon_{c,max}$$

$$\sigma_{s2} = \text{sign}(\varepsilon_{s2}) \cdot \min(|\varepsilon_{s2}| E_s; f_{yd})$$

$$F_{s2} = \sigma_{s2} A_{s2}$$

$$N_{Rd} = F_c + F_{s1} + F_{s2}$$

$$M_{Rd} = F_c \left(\frac{0.8x}{2} - \frac{h}{2} \right) + F_{s1} z_1 + F_{s2} z_2$$

Excel

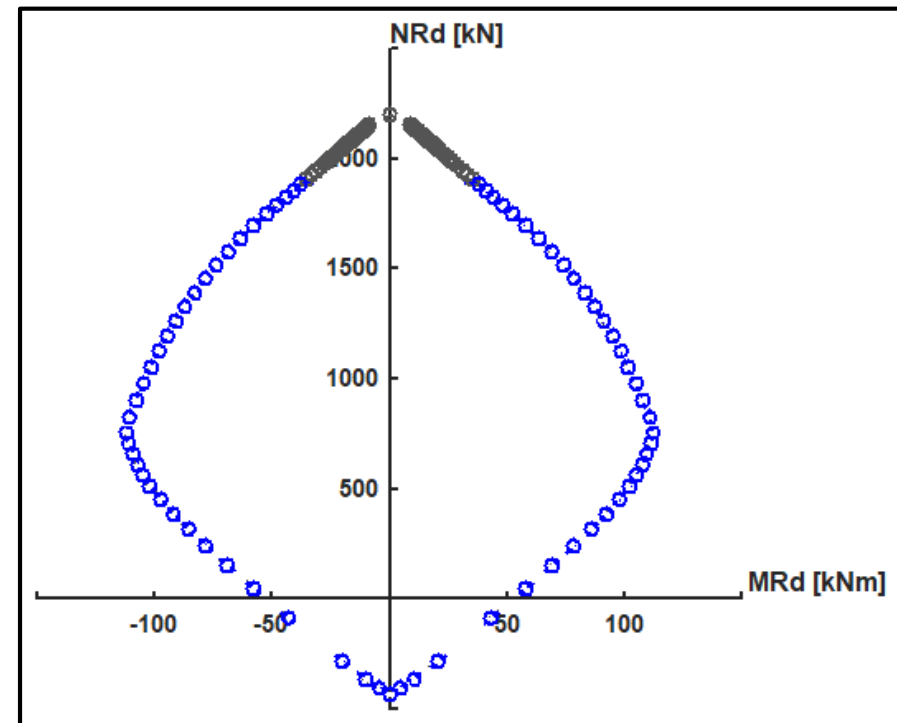
Výpočet doporučuji **zprogramovat v Excelu**. Hodně Vám to **usnadní práci** v dalších krocích.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	150	mm		
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačенý průřez)		
4	ø _ř =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks						σ _c =	=F1	MPa		
7	A _{s1} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
8	A _{s2} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2	mm										
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2	mm										
11									F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN		
13									F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									z _c =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z ₁ =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z ₂ =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									N _{Rd} =	=J12-J11-J13	kN		
20									M _{Rd} =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		
21													

Sestrojení interakčního diagramu

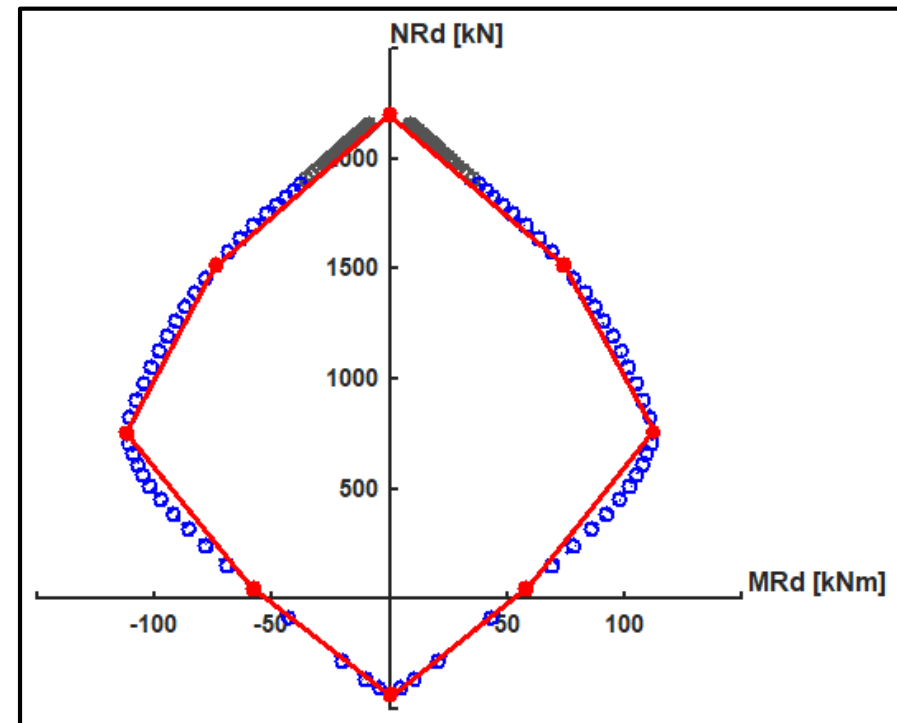
Sestrojení interakčního diagramu

Nyní už **umíme vypočítat únosnost** $[M_{Rd}, N_{Rd}]$ pro jakoukoliv polohu neutrální osy (tj. jakoukoliv výšku tlačené oblasti). **Můžeme tedy spočítat únosnost pro všechny polohy** neutrální osy a **sestrojit interakční diagram**.



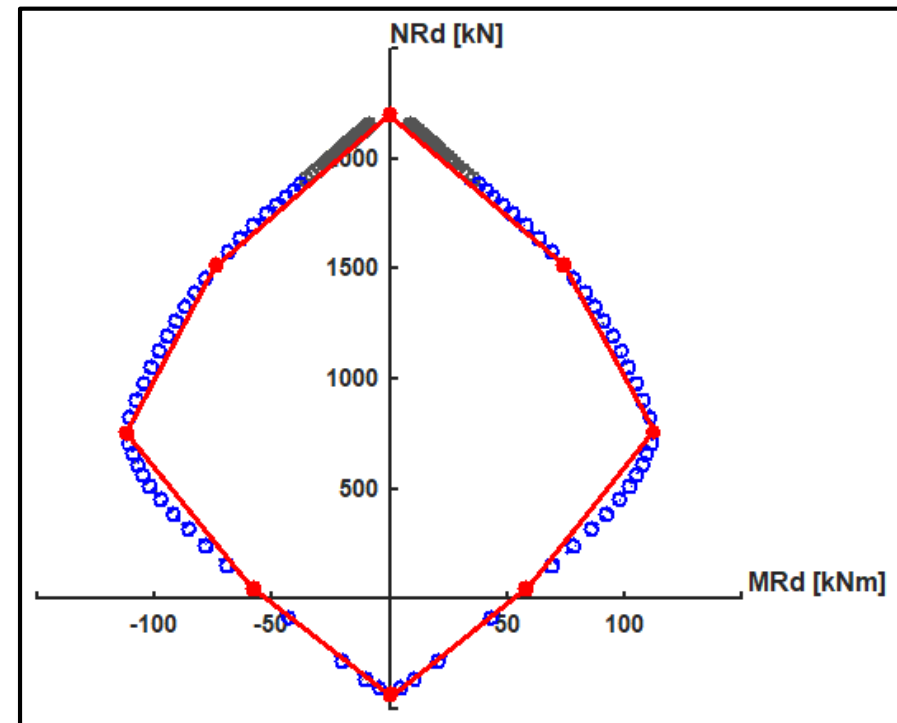
Sestrojení interakčního diagramu

Spočítat únosnost **pro všechny polohy (nekonečně mnoho) by asi chvíli trvalo**. Když se ale podíváme na tvar diagramu tak vidíme, že asi **stačí spočítat několik „významných“ bodů a ty spojit úsečkami**.



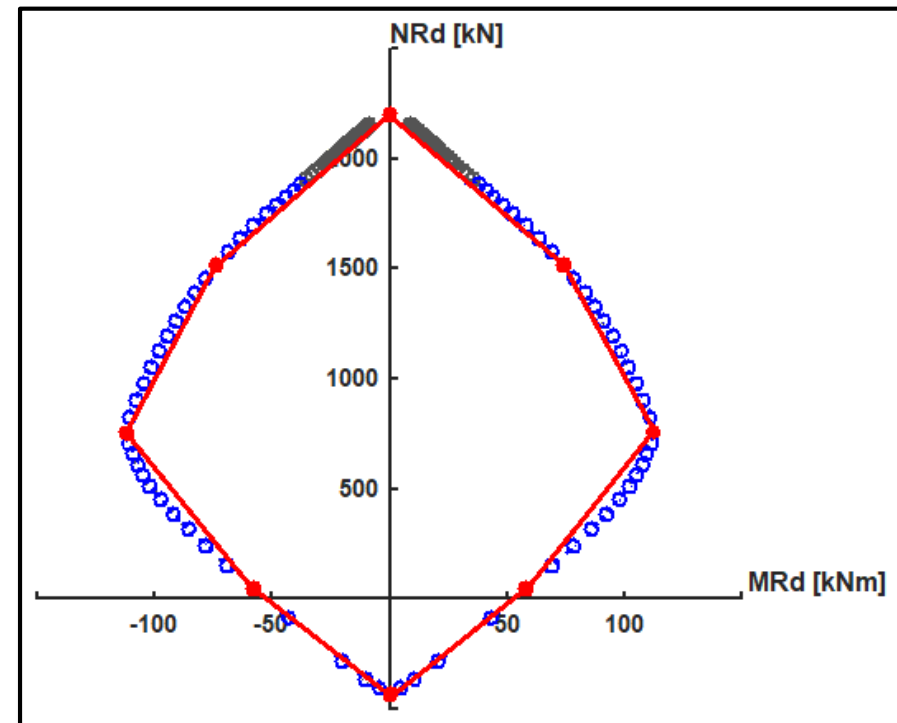
Sestrojení interakčního diagramu

Bodový interakční diagram (tj. interakční diagram sestavený pouze z několika bodů) je mnohem **rychlejší na sestavení**.



Sestrojení interakčního diagramu

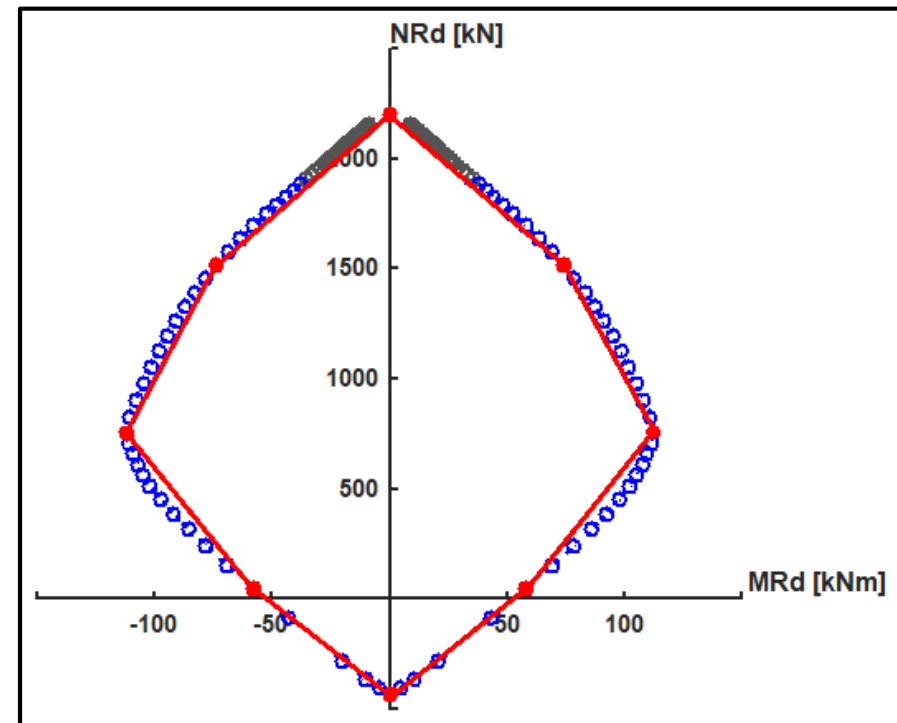
Bodový interakční diagram je menší než skutečný interakční diagram, a proto je i jeho použití pro posouzení průřezu **bezpečnější**. (Protože uvažujeme, že únosnost je menší než jaké skutečně je.)



Sestrojení interakčního diagramu

Pro posouzení průřezu použijeme tento rychlejší (a bezpečnější) **bodový** interakční diagram.

A jaké body tedy vypočítáme?

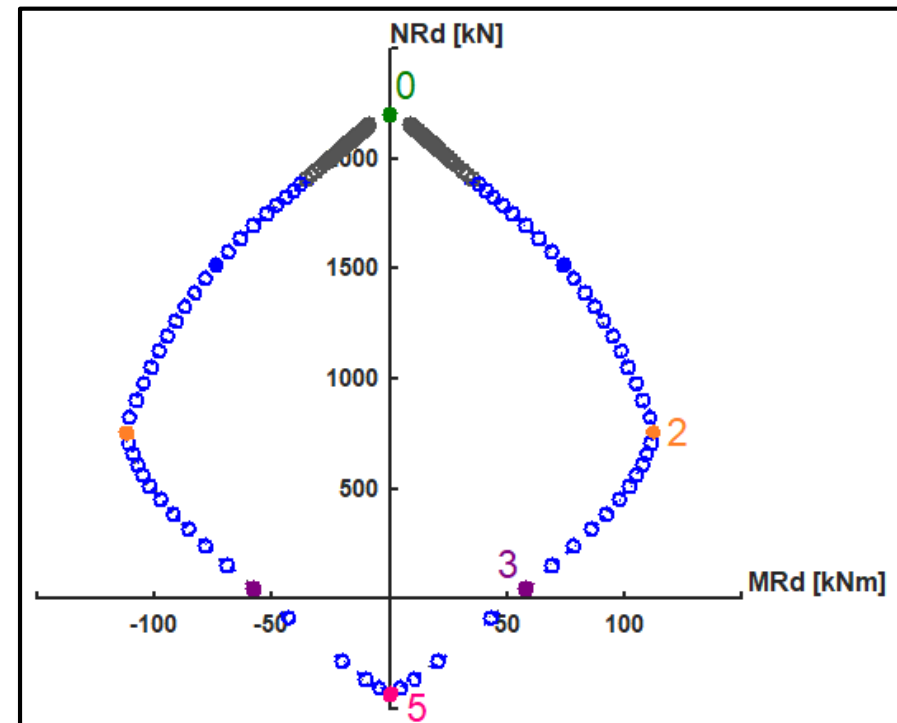


Sestrojení interakčního diagramu

Nejdůležitější jsou body zvláštního namáhání:

- maximální momentová únosnost ($M_{Rd,max}$),
- prostý ohyb ($N_{Rd} = 0$),
- maximální únosnost v tlaku ($M_{Rd} = 0$),
- maximální únosnost v tahu ($M_{Rd} = 0$).

Tyto body si vypočítáme.



Výpočet bodů interakčního diagramu

Výpočet bodů interakčního diagramu

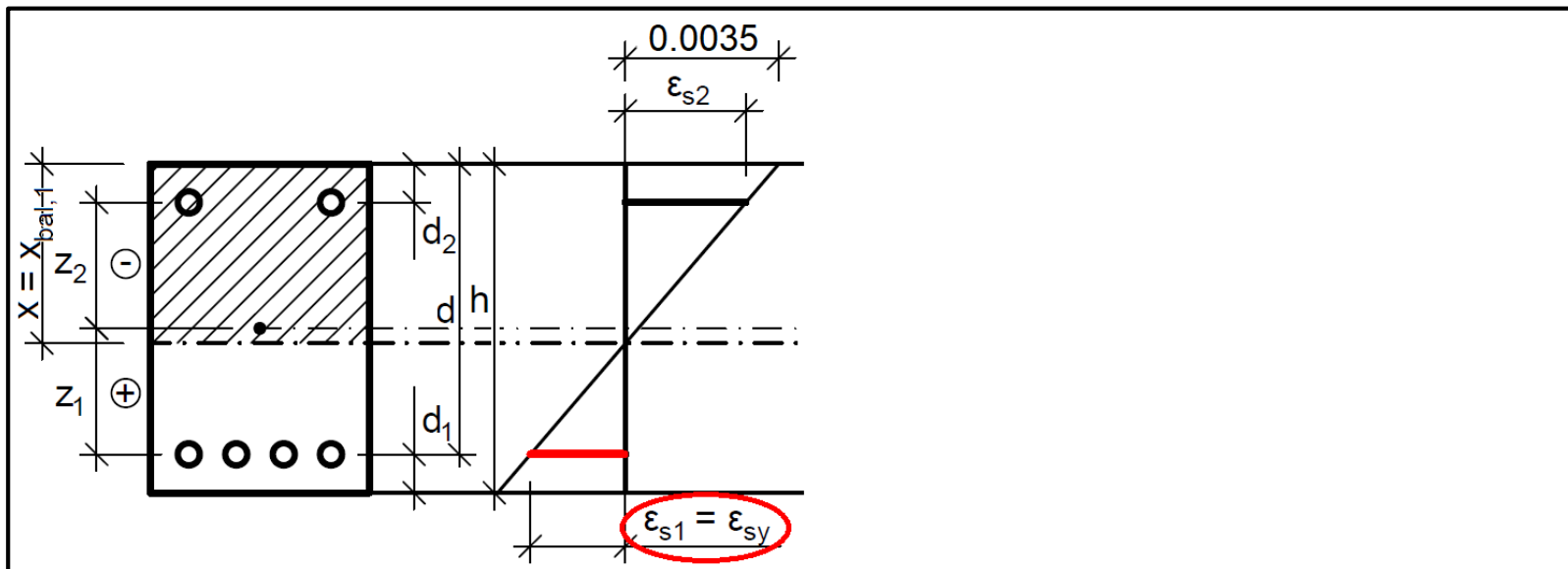
Každý bod interakčního diagramu **můžeme vypočítat pomocí výše popsaného postupu** – tj. zvolit x , vypočítat přetvoření, napětí, síly a únosnost (viz „*Výpočet únosnosti průřezu namáhaného $M + N$* “).

Nyní využijeme ten vytvořený Excel.

Jediné, co pro výpočet **potřebujeme nejdřív zjistit je, jaké máme zvolit polohy neutrálních os** u jednotlivých bodů.

Maximální momentová únosnost (bod 2)

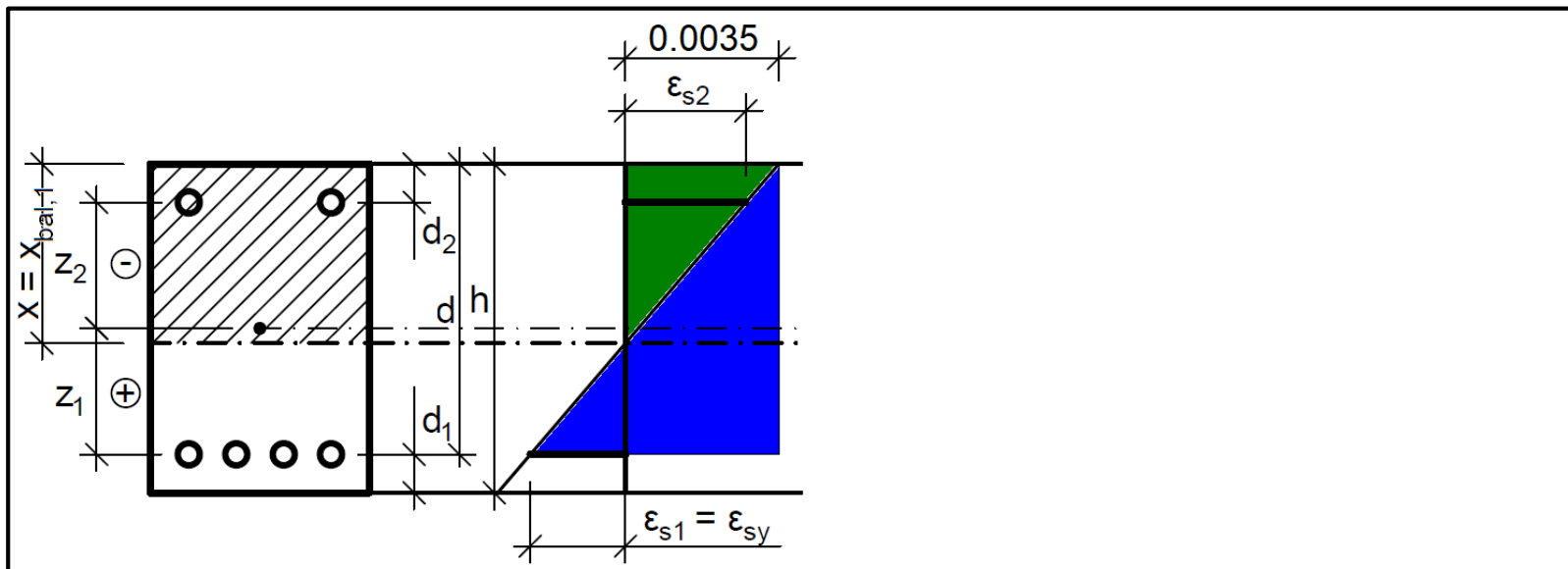
Maximální momentovou únosnost má průřez při takovém namáhání, kdy je tažená výztuž za mezí kluzu a zároveň je výška tlačené oblasti co největší. Tento způsob namáhání je **právě ve chvíli, kdy je dosaženo meze kluzu v tažené výztuži**.



Maximální momentová únosnost (bod 2)

Výšku tlačené oblasti při dosažení meze kluzu vypočítáme pomocí vztahu odvozeného z podobnosti trojúhelníků

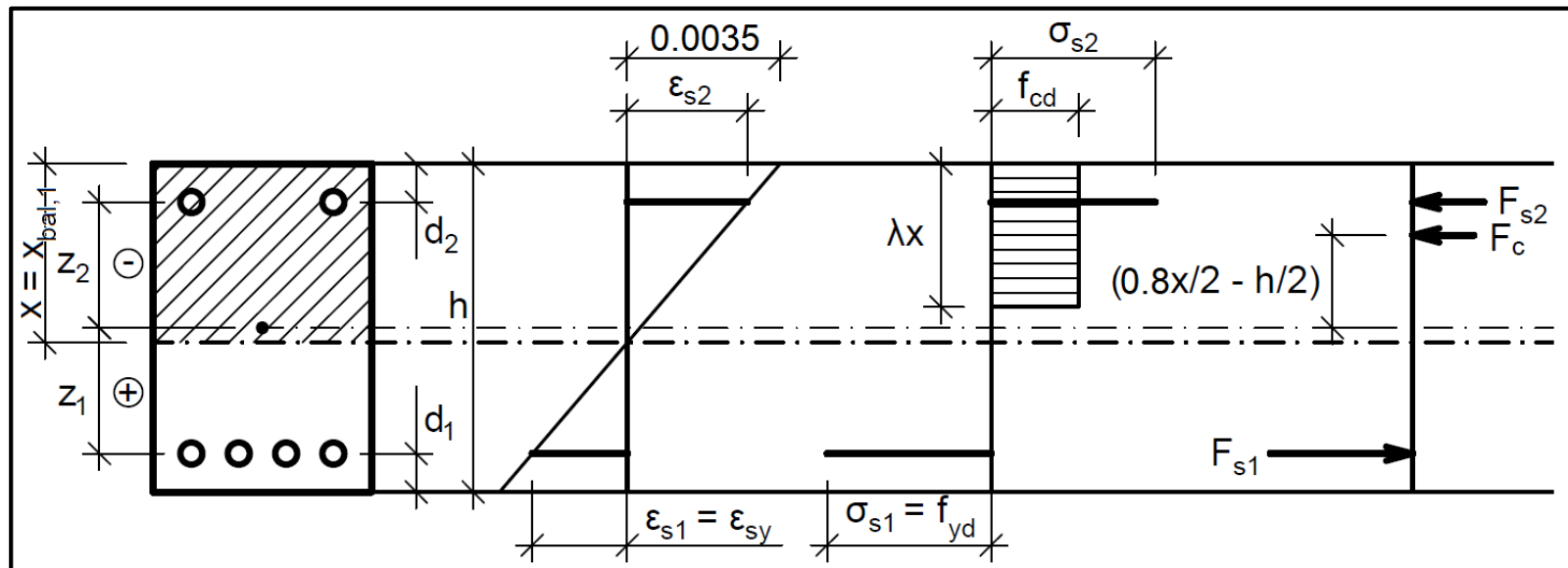
$$x = \frac{d}{0.0035 + \varepsilon_{sy}} 0.0035 = \frac{0.0035}{0.0035 + 435/200000} d \cong 0.617^* d$$



*Vzpomínáte na 0.617 u ohybu? Když jsme ověřovali, že je výztuž za mezí kluzu? Tak tohle je to stejné 0.617.

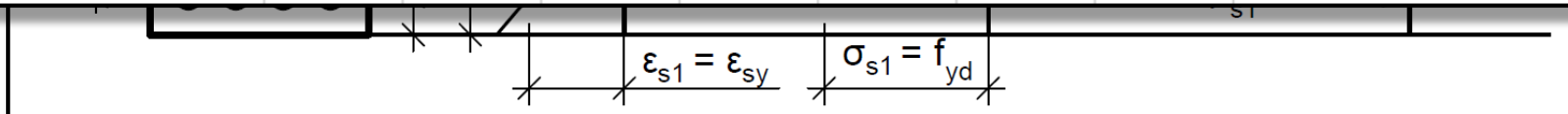
Maximální momentová únosnost (bod 2)

Nyní, když **známe** x ($x \cong 0.617d$) pro tento bod, **můžeme vypočítat** momentovou a normálovou **únosnost** $[M_{Rd,2}, N_{Rd,2}]$ podle výše uvedeného postupu (viz „*Výpočet únosnosti průřezu namáhaného $M + N$* “).



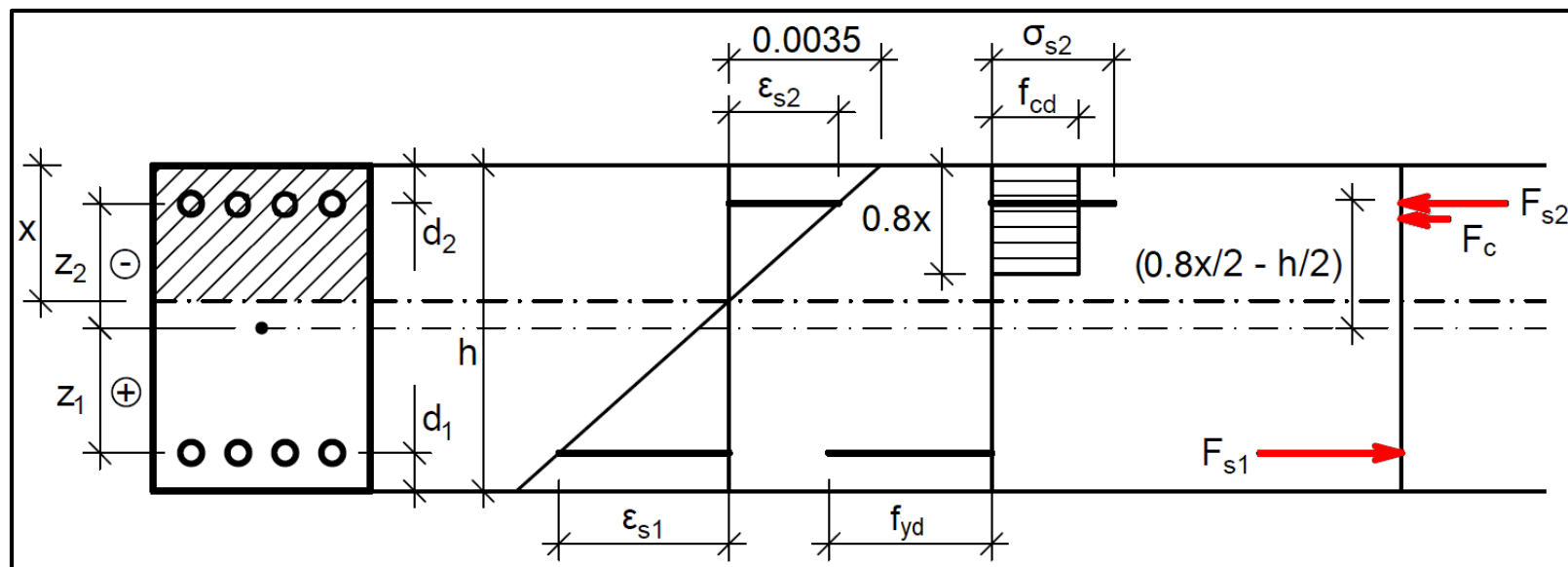
Maximální momentová únosnost (bod 2)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	$=(J3/(J3+F4))*(B2-B9)$	mm		
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa						
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačený průřez)		
4	ø _{tř} =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1			
5	ø =	16	mm						ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1			
6	n =	4	ks										
7	A _{s1} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _c =	=F1	MPa		
8	A _{s2} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa		
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2		mm					σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa		
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2		mm									
11									F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN		
12									F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN		
13									F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN		
14													
15									z _c =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm		
16									z ₁ =	=(B2/2)-B9	mm		
17									z ₂ =	=(B2/2)-B10	mm		
18													
19									NR _d =	=J12-J11-J13	kN		
20									MR _d =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm		
21													



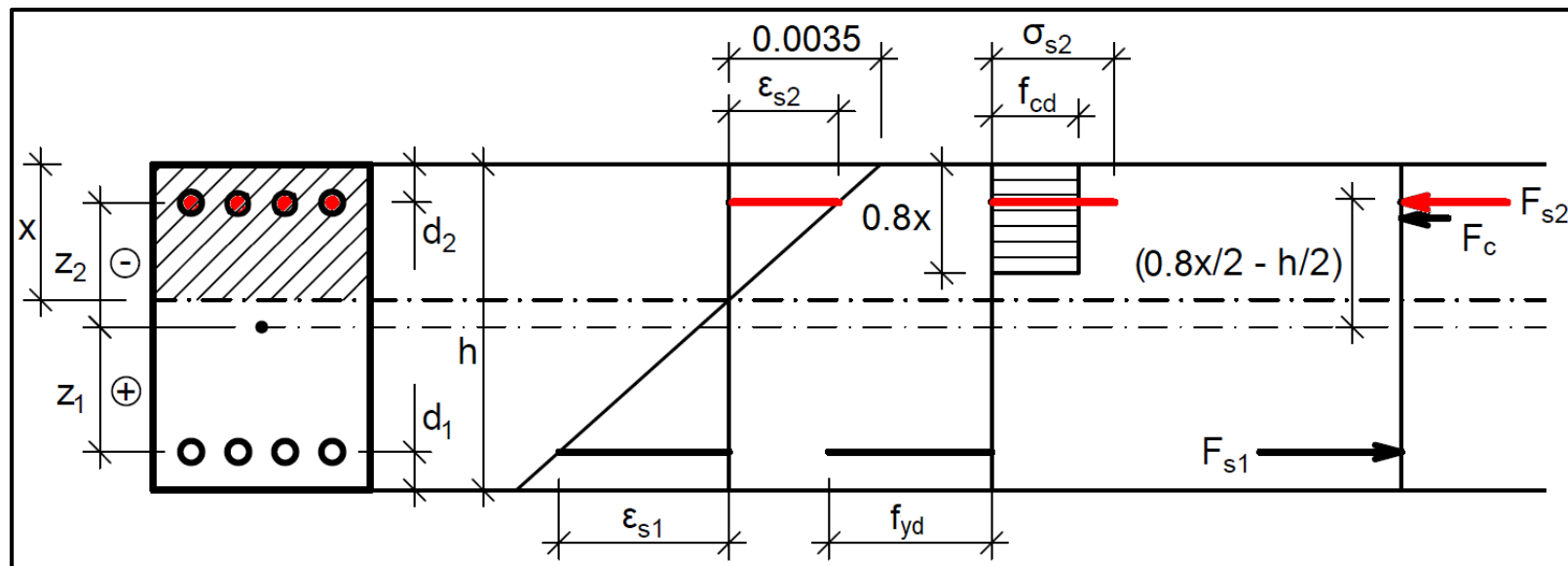
Prostý ohyb (bod 3)

Prostý ohyb je takové namáhání, kdy normálová síla je nulová ($N = 0$), což znamená, že suma sil v průřezu musí být rovna nula – a to je podmínka, ze které vycházíme při stanovování výšky tlačené oblasti.



Prostý ohyb (bod 3)

Prostý ohyb jsme řešili **už u desky a trámu**. Nyní to je podobné, ale máme tu **navíc i tlačnou výztuž** a ta nám **výpočet komplikuje**.



Prostý ohyb (bod 3)

Výšku tlačené oblasti můžeme určit dvěma způsoby:

- **iteračně** (pokus/omyl) – v Excelu jednoduché a rychlé, ručně zdlouhavé,
 - a) odhadneme x
 - b) provedeme výpočet N_{Rd}
 - c) vyhodnotíme N_{Rd}
 - Když $N_{Rd} < 0$ (průřez je tlačén) → zvolíme nové x , které bude menší než to původní.
 - Když $N_{Rd} > 0$ (průřez je tažen) → zvolíme nové x , které bude větší než to původní.
 - Když $N_{Rd} \cong 0$ → průřez je skutečně prostě ohýbán. Dopočítáme M_{Rd} , čímž získáme únosnost v prostém ohybu.

nebo použijeme „Hledání řešení“ v Excelu.

- **analyticky** (přesně) – náročnější na výpočet, ručně rychlejší.
 - Postup na dalších slidech.

Iterační stanovení výšky tlačené oblasti pomocí Excelu

The screenshot shows the Excel interface with the 'Data' tab selected. The spreadsheet contains the following data:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	150	mm			
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa		ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačенý průřez)			
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
4	ø _{tř} =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1				
5	ø =	16	mm						σ _c =	=F1				
6	n =	4	ks						σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)				
7	As ₁ =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)				
8	As ₂ =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000				
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2	mm						F _{s1} =	=J8*B7/1000				
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2	mm						F _{s2} =	=J9*B8/1000				
11									z _c =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2				
12									z ₁ =	=(B2/2)-B9				
13									z ₂ =	=(B2/2)-B10				
14														
15									NR _d =	=J12-J11-J13				
16									MR _d =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000				
17														
18														
19														
20														
21														

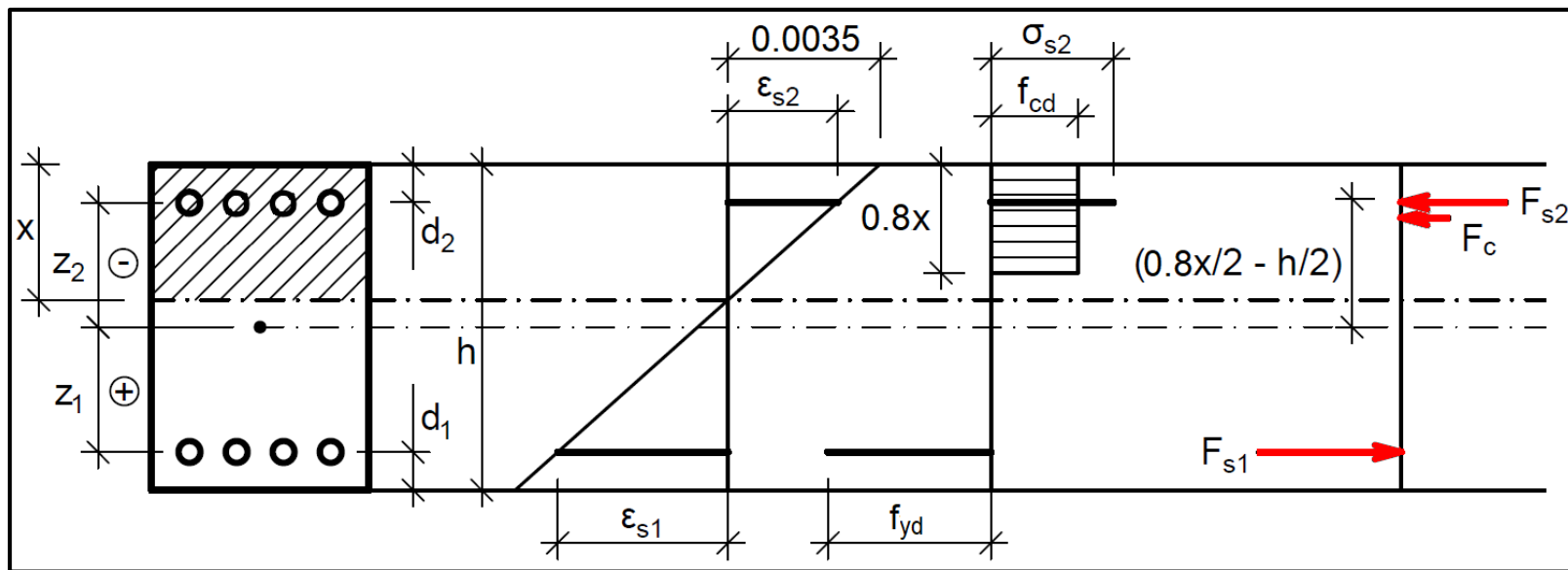
The 'Hledání řešení' dialog box is open, showing the target cell \$J\$19 and the changing cell \$J\$1. The dialog box is circled in red. A tooltip for 'Hledání řešení' is also visible, explaining its function: 'Umožňuje najít správný vstup pro požadovanou hodnotu.'

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Při výpočtu výšky tlačené oblasti **vycházíme z toho, že se jedná o prostý ohyb – tedy, že normálová síla je nulová**

$$N = 0.$$

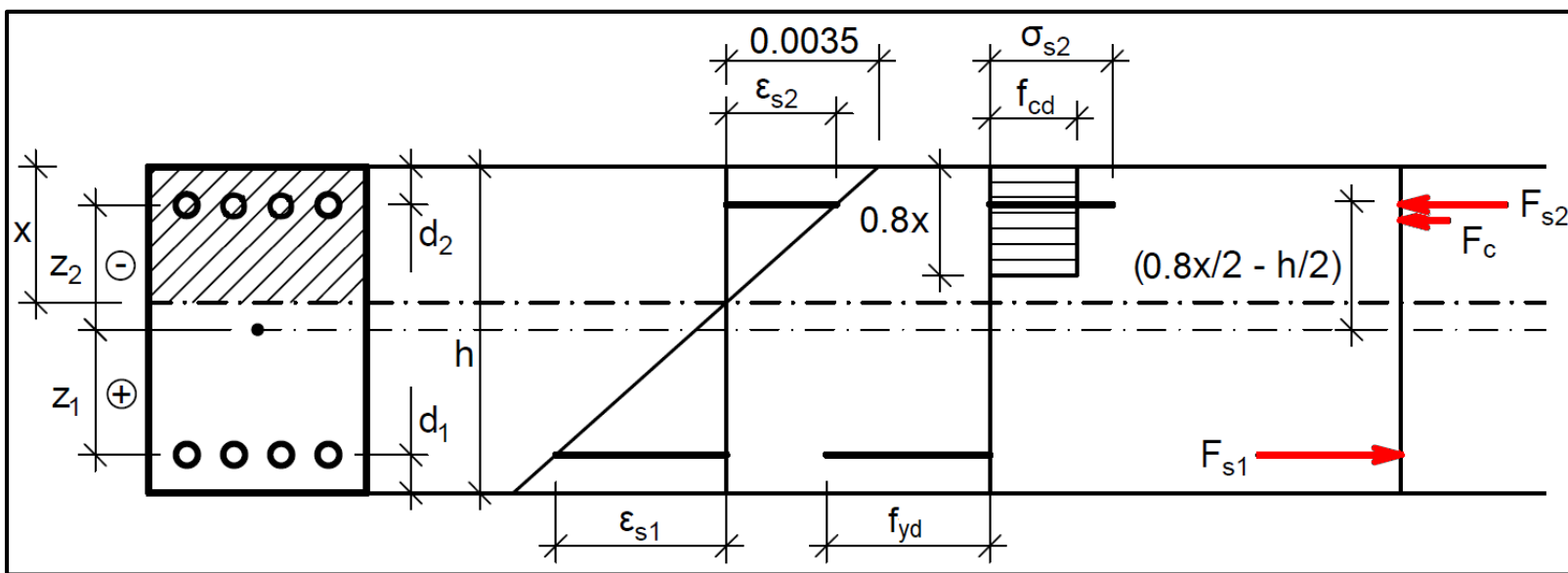


Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Dále víme, že **normálová síla je suma sil v průřezu**. Platí tedy

$$N = F_{s1} - F_c - F_{s2} = 0.$$



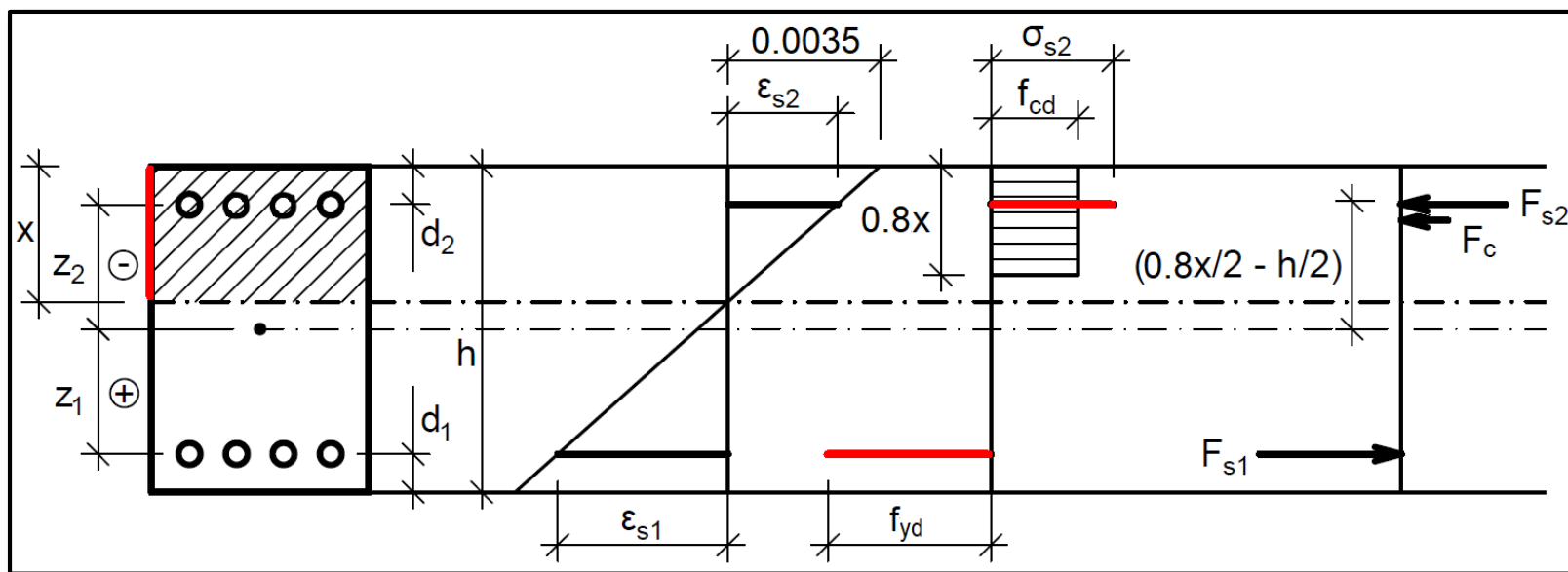
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Síly v průřezu si můžeme vyjádřit jako napětí \times plochy a získáme rovnici

$$A_{s1}\sigma_{s1} - 0.8xbf_{cd} - A_{s2}\sigma_{s2} = 0,$$

ve které **neznáme výšku** tlačené oblasti a **napětí** ve výztužích.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Průřez máme rovnoměrně vyztužený, platí tedy

$$A_{s1} = A_{s2} = A_s = A_{s,prov}/2,$$

a rovnice pro normálovou sílu N se zjednodušuje na tvar

$$A_s \sigma_{s1} - 0.8 \chi b f_{cd} - A_s \sigma_{s2} = 0.$$

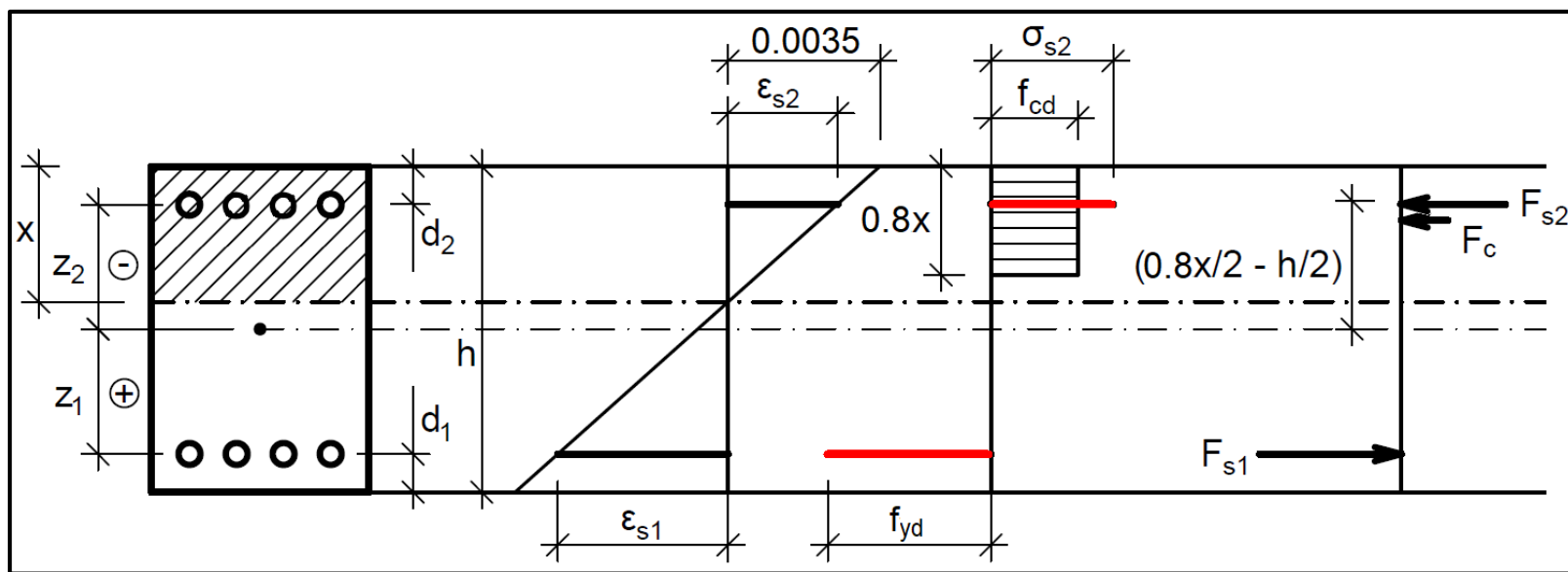
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Výšku tlačené oblasti hledáme, a proto si jí vyjádříme a získáme vztah

$$x = \frac{A_s \sigma_{s1} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve kterém neznáme **napětí** ve výztužích.



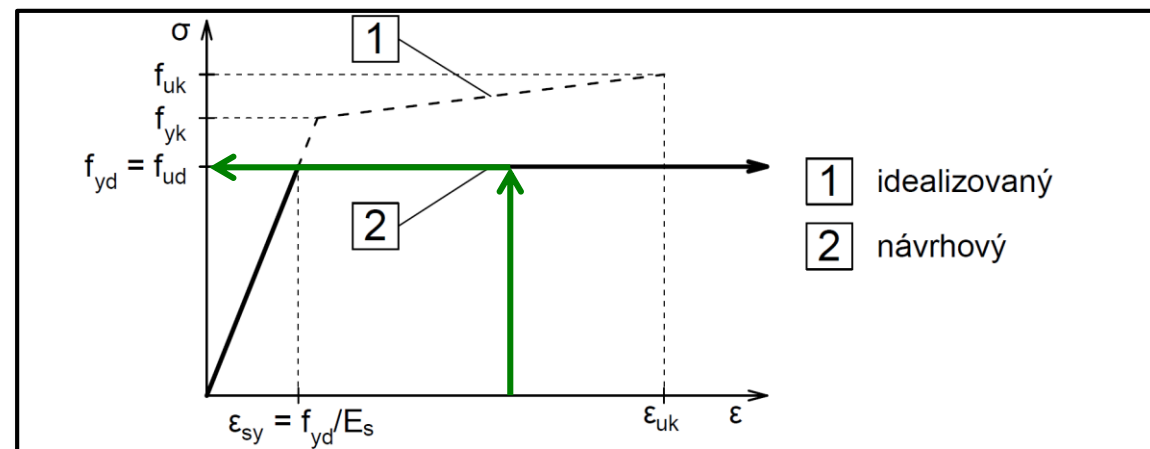
Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Stejně jako u desky a trámu budeme **předpokládat, že tažená (dolní) výztuž je za mezí kluzu** ($\sigma_{s1} = f_{yd}$), čímž získáme vztah

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

ve které **neznáme** už **pouze napětí v tlačené** výztuži.



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

S tlačnou (horní) výztuží to není tak jednoduché, protože v případě symetricky vyztuženého průřezu tato výztuž určitě **nemůže být za mezí kluzu.**

Kdybychom uvažovali, že tlačená (horní) výztuž je za mezí kluzu

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s f_{yd}}{0.8 b f_{cd}},$$

$$x = \frac{0}{0.8 b f_{cd}} = 0,$$

dostali bychom, že tlačená oblast je nulová, což znamená, že tlačená výztuž není tlačená, ale tažená, což znamená, že ve vzorci mělo být $A_s f_{yd} + A_s f_{yd}$ (což znamená, že výpočet je špatně).

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

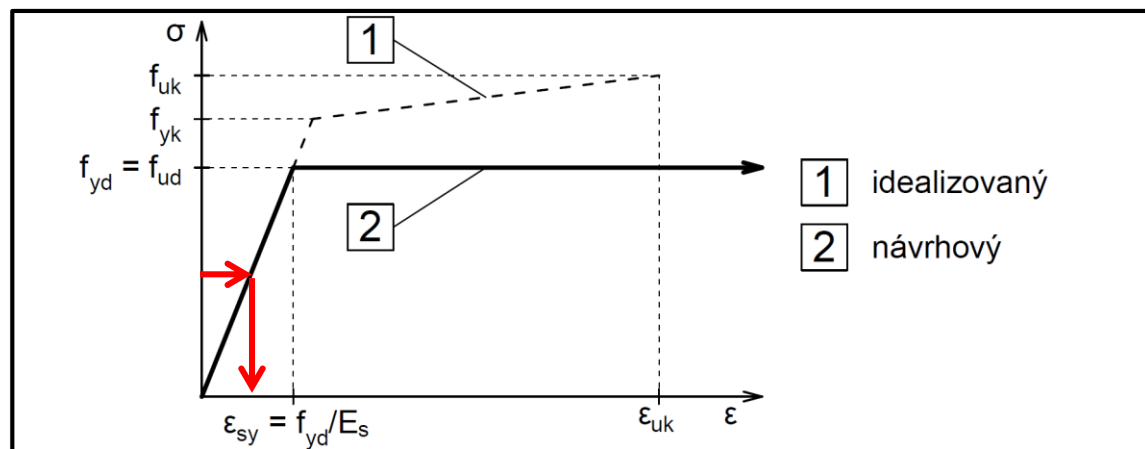
Tlačená výztuže tedy není za mezí kluzu, takže nemůžeme uvažovat

$$\sigma_{s2} = f_{yd}$$

Když výztuž není za mezí kluzu, znamená to, že pro ni **platí Hookův zákon**, platí tedy

$$\sigma_{s2} = \epsilon_{s2} E_s$$

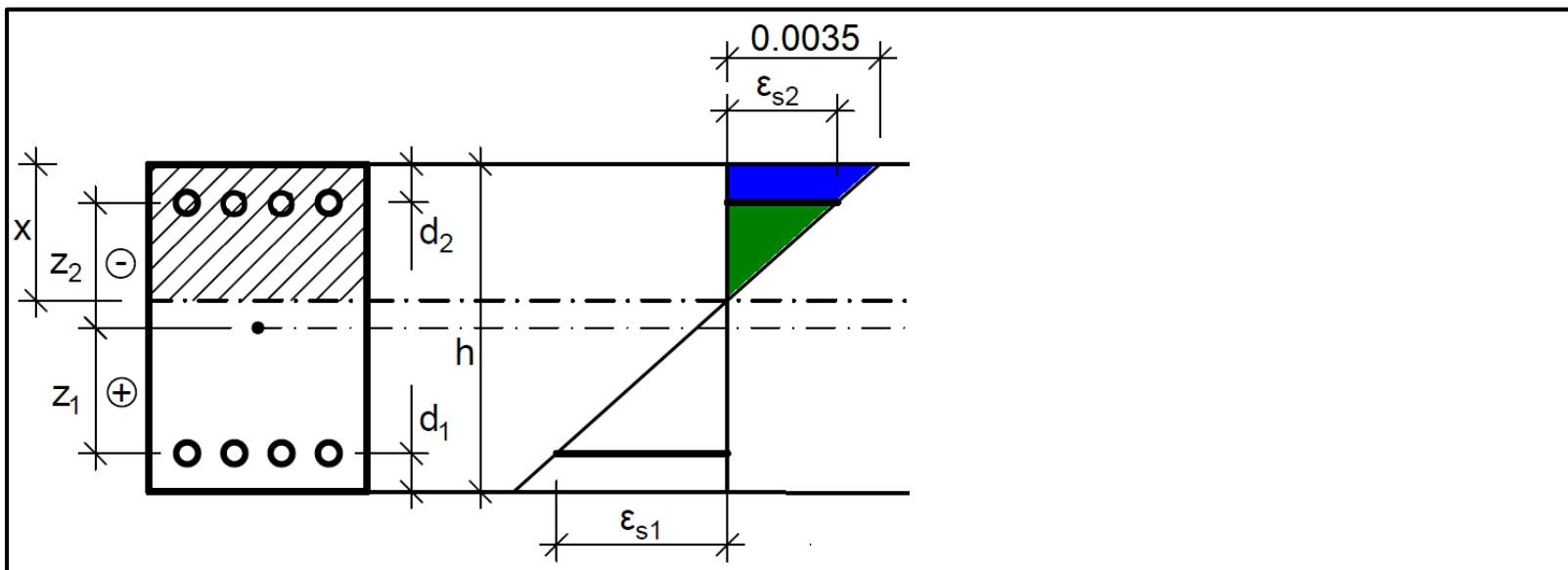
To jsme si teda ale moc nepomohli, protože **neznáme přetvoření této výztuže**.



Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že **přetvoření výztuže** ϵ_{s2} můžeme (pomocí podobnosti trojúhelníků) vyjádřit **v závislosti na výšce tlačené oblasti**.

$$\epsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2).$$



Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Když se podíváme na průběh přetvoření po průřezu, vidíme, že **přetvoření výztuže** ε_{s2} můžeme (pomocí podobnosti trojúhelníků) vyjádřit **v závislosti na výšce tlačené oblasti**.

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2).$$

Nyní máme zase **další neznámou**, a to **výšku tlačené oblasti**.

ALE – to je ta neznámá, kterou hledáme. Nemůžeme tedy **všechny ty vztahy dosadit do sebe** a získat z toho pěknou rovnici?


Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \sigma_{s2}}{0.8 b f_{cd}}$$

$$\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{0.0035}{x} (x - d_2)$$



$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x} (x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}}$$

Teorie navíc

Analytické stanovení výšky tlačené oblasti

Získali jsme tedy **jednu rovnici o jedné neznámé**

$$x = \frac{A_s f_{yd} - A_s \left(\frac{0.0035}{x} (x - d_2) \right) E_s}{0.8 b f_{cd}},$$

ze které **můžeme vyjádřit neznámou x a rovnici vyřešit.**

Prostý ohyb (bod 3)

Poté, co stanovíme (analyticky nebo iteračně) **výšku x** , **můžeme vypočítat** momentovou a normálovou **únosnost** pro tento bod $[M_{Rd,3}, N_{Rd,3}]$ podle výše uvedeného postupu (viz „*Výpočet únosnosti průřezu namáhaného $M + N$* “).

Pozn.: Normálová únosiost $N_{Rd,3}$ musí vyjít nulová.

Prostý ohyb (bod 3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	44,23177869	mm			
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa							
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		$\epsilon_{c,max} =$	0,0035	(částečně tlačný průřez)			
4	$\phi_{tr} =$	6	mm		$\epsilon_{sy} =$	=F2/F3			$\epsilon_{s1} =$	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
5	$\phi =$	16	mm						$\epsilon_{s2} =$	=J3*(J1-B10)/J1				
6	n =	4	ks											
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						$\sigma_c =$	=F1	MPa			
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						$\sigma_{s1} =$	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa			
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						$\sigma_{s2} =$	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa			
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm											
11									Fc =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN			
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN			
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN			
14														
15									zc =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm			
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm			
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm			
18														
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN			
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm			

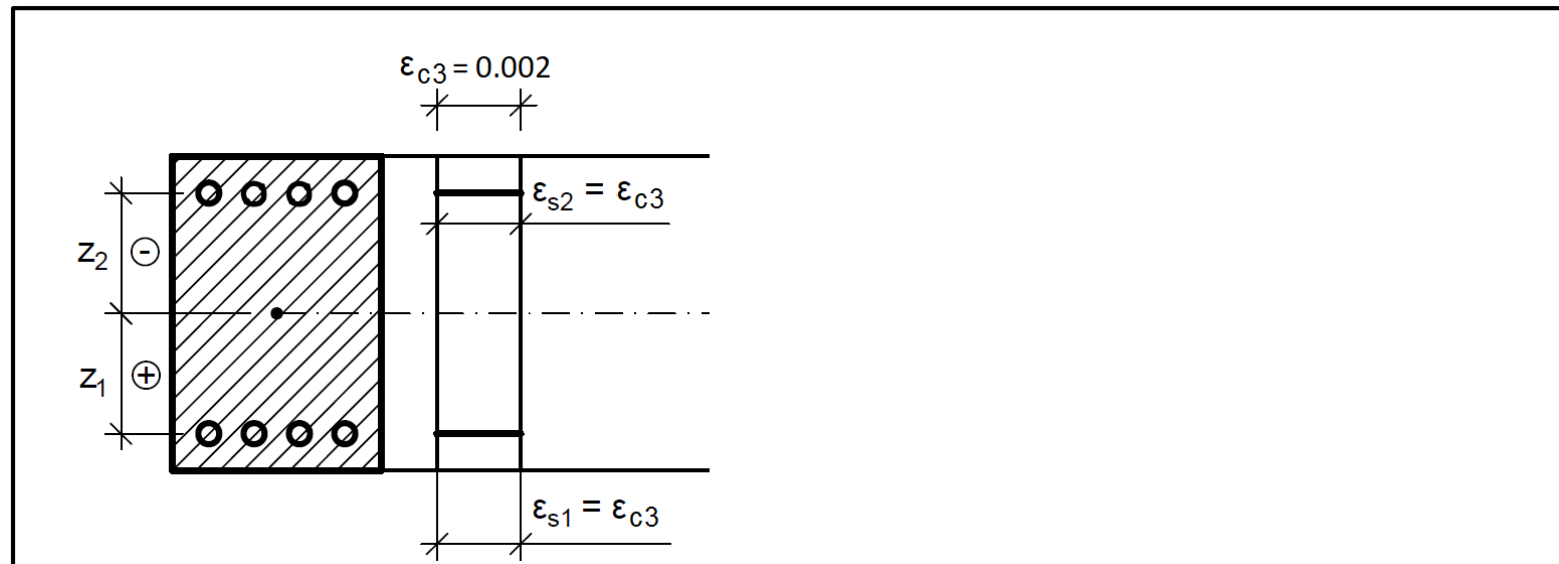
Maximální únosnost v tlaku (bod 0)

Průřez má maximální únosnost při **dostředném tlaku** (tj. když je průřez všude stejně stlačen).

Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tlaku je **skoro stejný jako v předchozích případech**.

Maximální únosnost v tlaku (bod 0)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že **při dostředném tlaku** uvažujeme, že **poměrné stlačení vláken je 0.002** a **neutrální osa je v nekonečnu**.



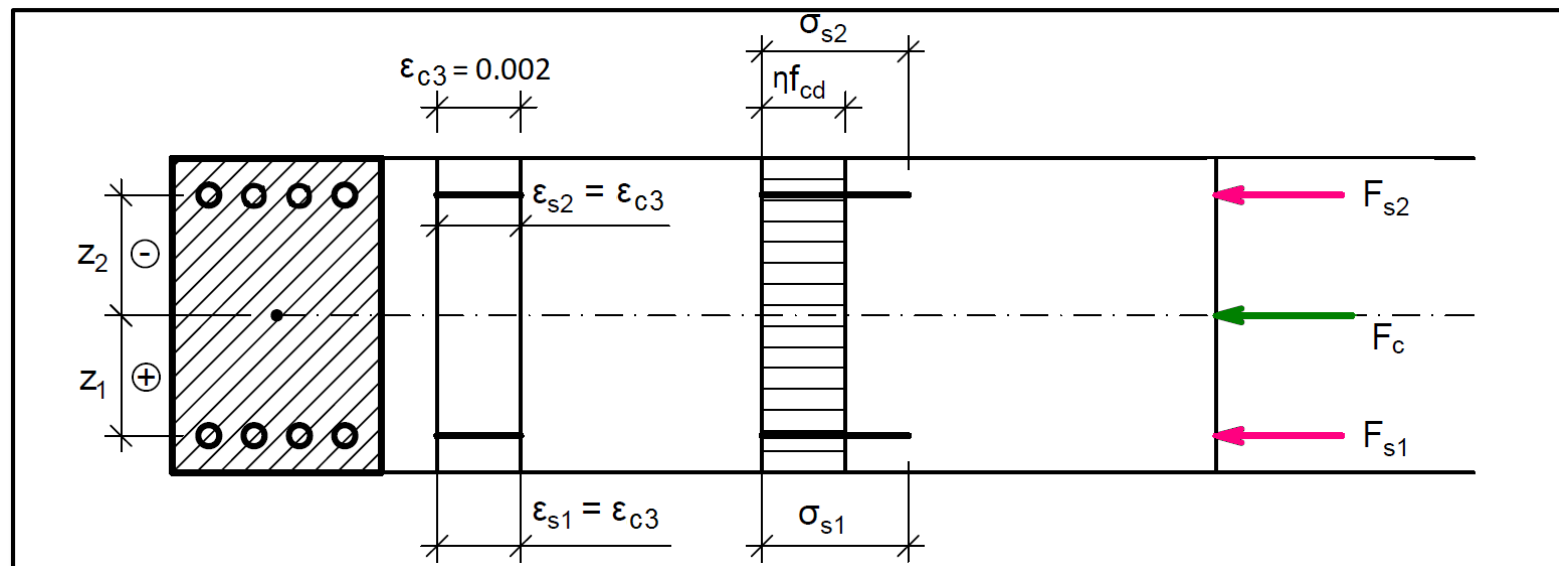
Maximální únosnost v tlaku (bod 0)

Síly ve výztuži vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_S = A_S \min(\varepsilon_S E_S; f_{yd}).$$

Sílu ve betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) vypočítáme jako

$$F_c = bhf_{cd}.$$

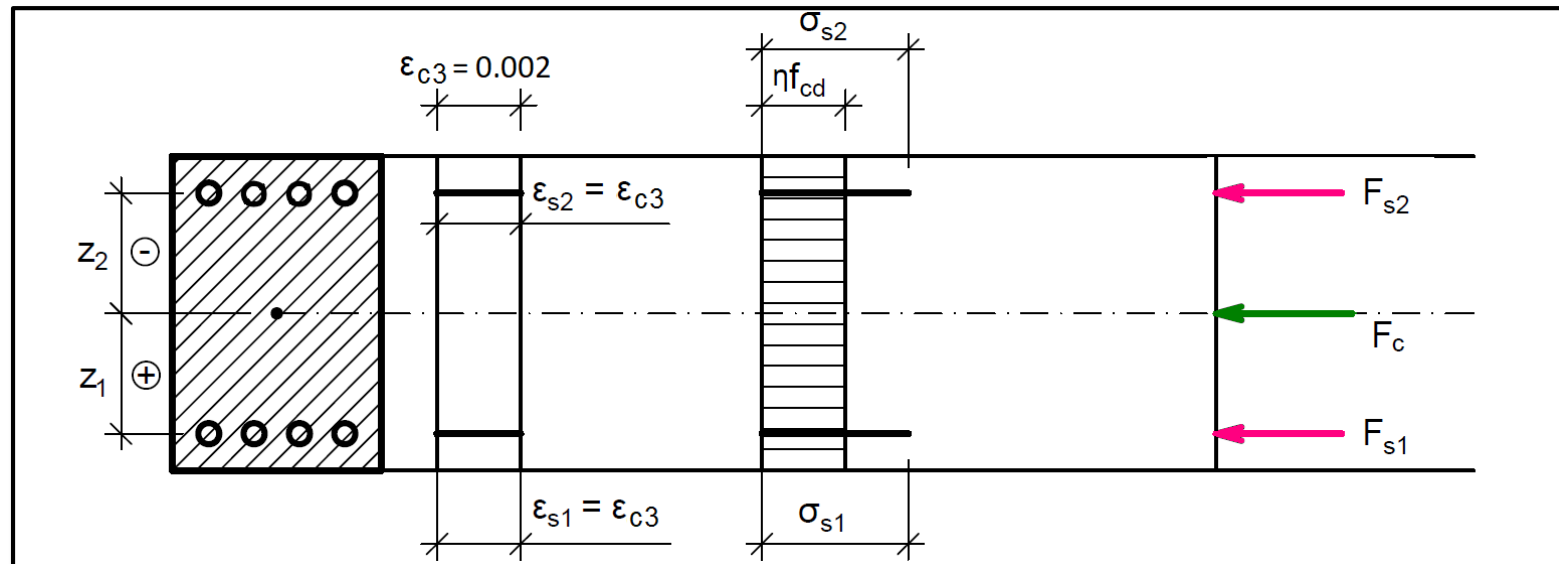


Maximální únosnost v tlaku (bod 0)

Únosnost průřezu vypočítáme **obdobně jako v případě předchozích výpočtů**

$$N_{Rd} = F_{s1} + F_c + F_{s2}$$

$$M_{Rd} = -F_{s1}z_1 + F_c \cdot 0 + F_{s2}z_2 = 0$$



Maximální únosnost v tlaku (bod 0)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	9999999999999999	mm			
2	h =	300	mm		fyd =	434,8	MPa							
3	c =	25	mm		Es =	200000	MPa		$\epsilon_{c,max} =$	0,002	(dostředně tlačný průřez)			
4	$\delta_{tr} =$	6	mm		$\epsilon_{sy} =$	=F2/F3			$\epsilon_{s1} =$	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
5	$\delta =$	16	mm						$\epsilon_{s2} =$	=J3*(J1-B10)/J1				
6	n =	4	ks											
7	As1 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						$\sigma_c =$	=F1	MPa			
8	As2 =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm2						$\sigma_{s1} =$	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa			
9	d1 =	=B3+B4+B5/2	mm						$\sigma_{s2} =$	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa			
10	d2 =	=B3+B4+B5/2	mm											
11									Fc =	=J7*B1*B2/1000	kN			
12									Fs1 =	=J8*B7/1000	kN			
13									Fs2 =	=J9*B8/1000	kN			
14														
15									zc =	=0	mm			
16									z1 =	=(B2/2)-B9	mm			
17									z2 =	=(B2/2)-B10	mm			
18														
19									NRd =	=J12-J11-J13	kN			
20									MRd =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm			

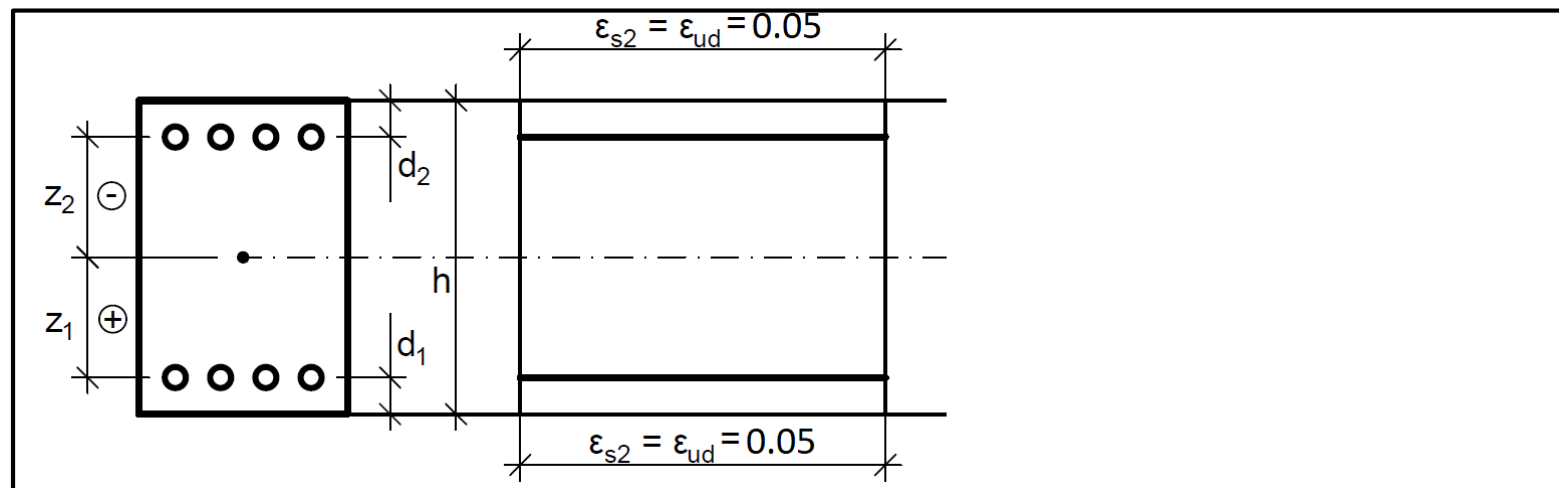
Maximální únosnost v tahu (bod 5)

Průřez má maximální únosnost při **dostředném tahu** (tj. když je průřez všude stejně tažen).

Postup výpočtu únosnosti průřezu při dostředném tahu je **skoro stejný jako v předchozích případech**.

Maximální únosnost v tahu (bod 5)

Rozdíl oproti předchozím výpočtům je to, že **při dostředném tahu** uvažujeme, že **poměrné protažení vláken je 0.05** (tj. mez protažení) a **neutrální osa je v mínus nekonečnu**.



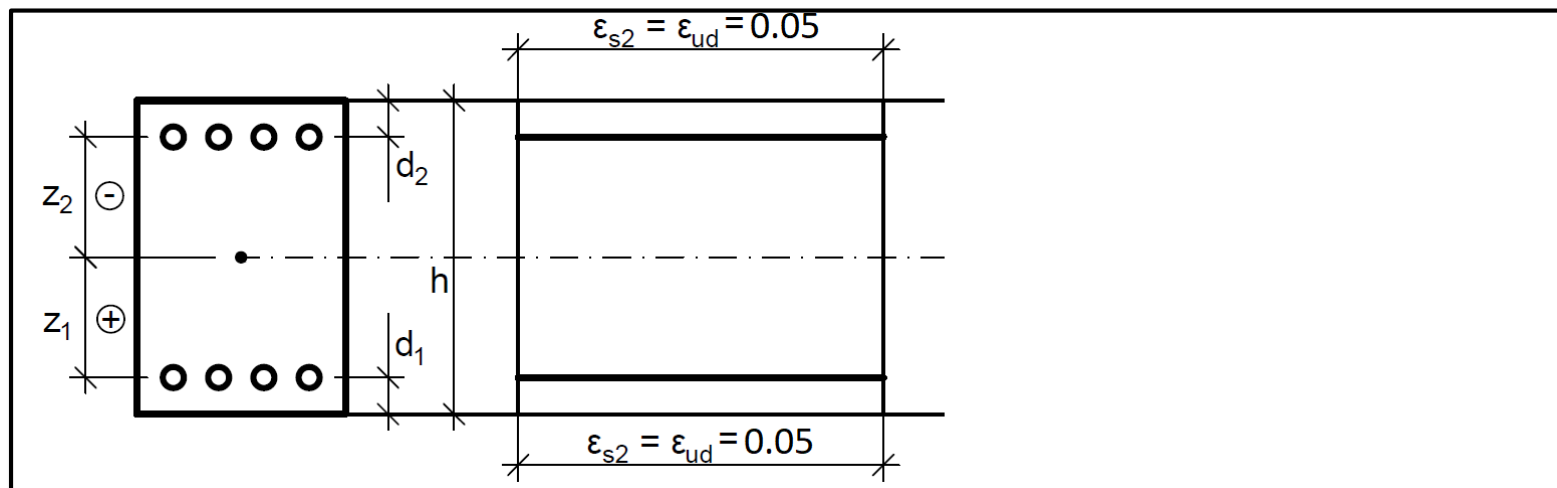
Maximální únosnost v tahu (bod 5)

Síly ve výztuži vypočítáme stejně jako v případě předchozích výpočtů

$$F_S = A_S \min(\varepsilon_s E_S; f_{yd}).$$

Síla v betonu (na rozdíl od předchozích výpočtů) je nulová

$$F_c = 0 \cdot f_{cd} = 0.$$

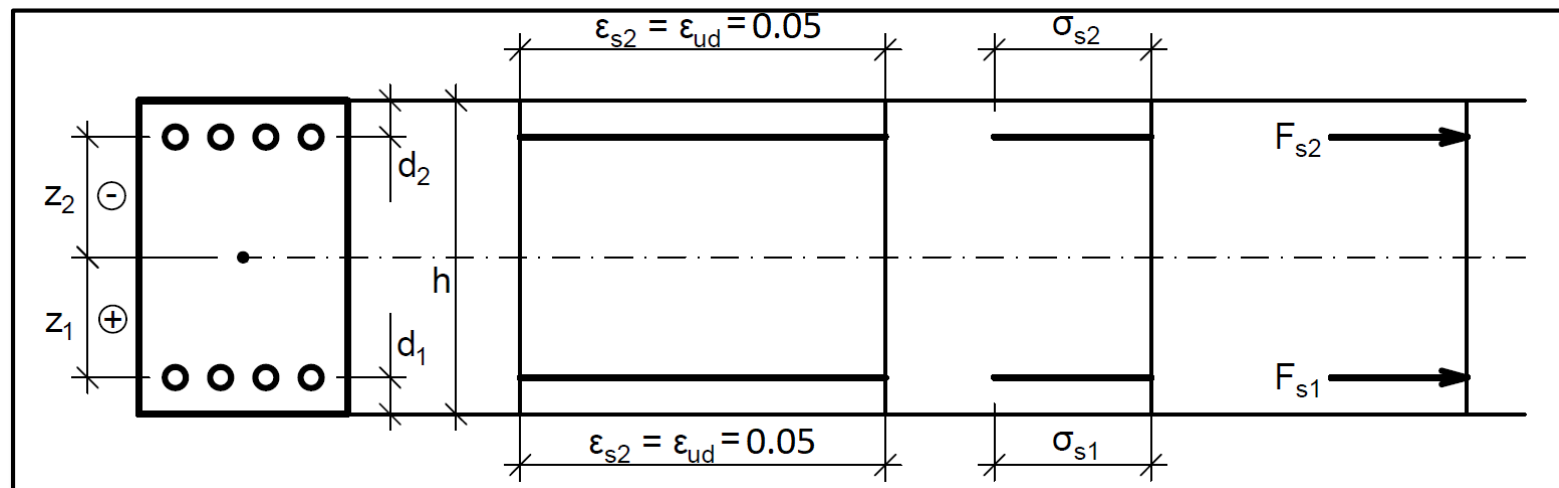


Maximální únosnost v tahu (bod 5)

Únosnost průřezu vypočítáme **obdobně jako v případě předchozích výpočtů**

$$N_{Rd} = F_{s1} + F_c + F_{s2}$$

$$M_{Rd} = F_{s1}z_1 + F_c \cdot 0 - F_{s2}z_2 = 0$$

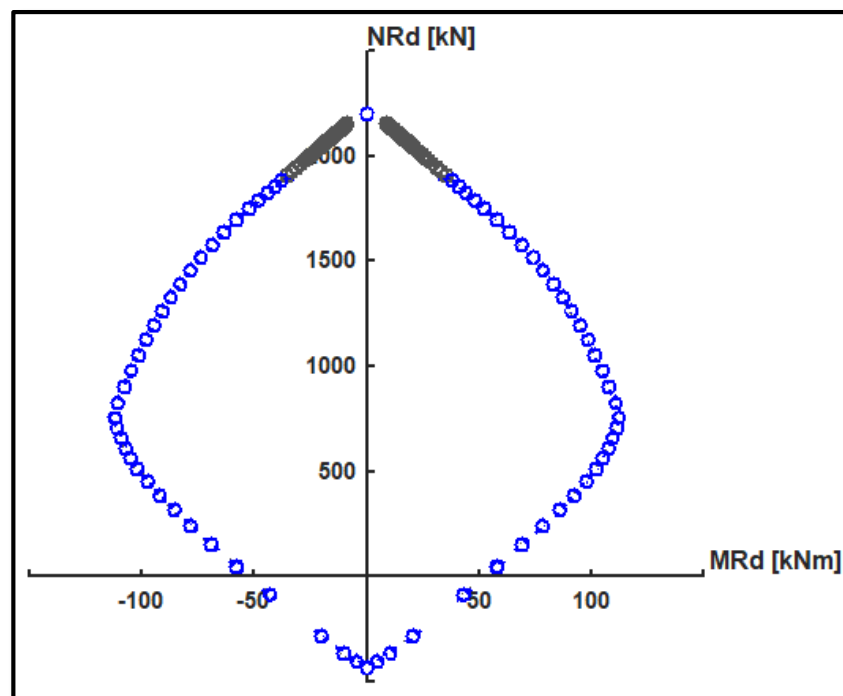


Maximální únosnost v tahu (bod 5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		fcd =	20	MPa		x =	-9999999999999999	mm			
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa							
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{c,max} =	0,05	(dostředně tažený průřez)			
4	ø _{tr} =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
5	ø =	16	mm						ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1				
6	n =	4	ks											
7	A _{s1} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						σ _c =	=F1	MPa			
8	A _{s2} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4	mm ²						σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa			
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2	mm						σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa			
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2	mm											
11									F _c =	=0	kN			
12									F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN			
13									F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN			
14														
15									z _c =	=0	mm			
16									z ₁ =	=(B2/2)-B9	mm			
17									z ₂ =	=(B2/2)-B10	mm			
18														
19									NR _d =	=J12-J11-J13	kN			
20									MR _d =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm			
21														

Další body interakčního diagramu

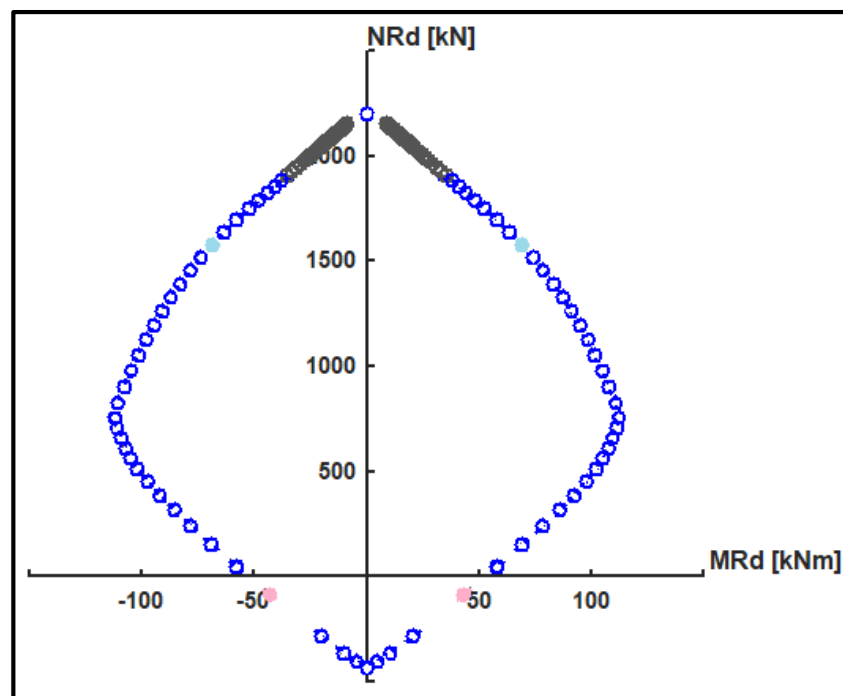
Pro zvýšení přesnosti bodového interakčního diagramu si **můžete vypočítat další body** pro různé další polohy neutrální osy, které **si sami zvolíte**.



Další body interakčního diagramu

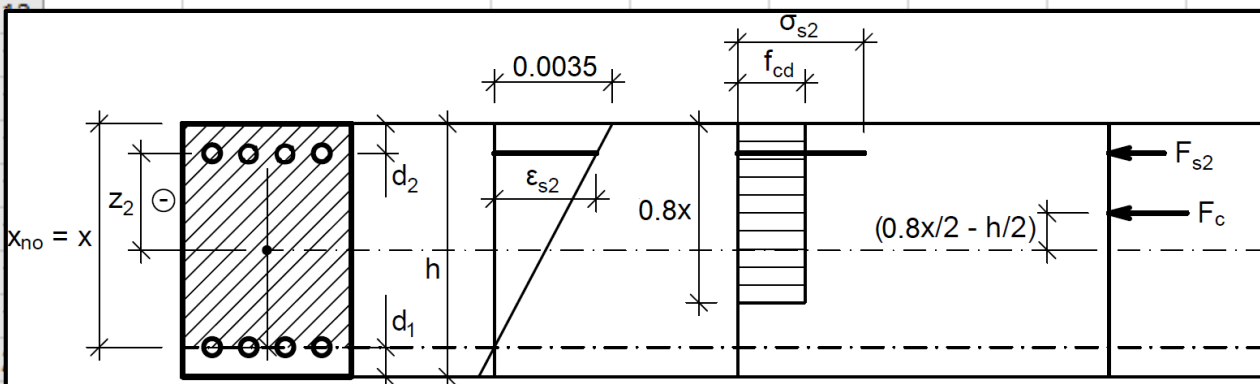
Většinou se počítají **další dva body**, které jsou vhodné pro ruční ověření.

- Neutrální osa prochází výztuží 1 ($\varepsilon_{s1} = 0 \rightarrow \sigma_{s1} = 0 \rightarrow F_{s1} = 0$).
- Neutrální osa prochází výztuží 2 ($\varepsilon_{s2} = 0 \rightarrow \sigma_{s2} = 0 \rightarrow F_{s2} = 0$).



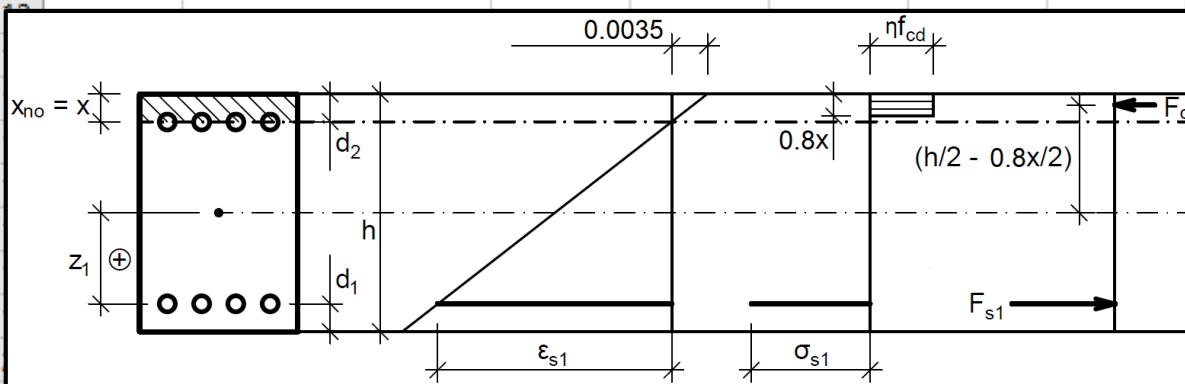
Neutrální osa prochází výztuží 1 (bod 1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		f _{cd} =	20	MPa		x =	=B2-B9	mm			
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa							
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačný průřez)			
4	ø _{tř} =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
5	ø =	16	mm						ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1				
6	n =	4	ks											
7	A _{s1} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _c =	=F1	MPa			
8	A _{s2} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa			
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2		mm					σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa			
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2		mm										
11									F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN			
12									F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN			
13									F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN			
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														
30														
31														
32														
33														
34														
35														
36														
37														
38														
39														
40														
41														
42														
43														
44														
45														
46														
47														
48														
49														
50														
51														
52														
53														
54														
55														
56														
57														
58														
59														
60														
61														
62														
63														
64														
65														
66														
67														
68														
69														
70														
71														
72														
73														
74														
75														
76														
77														
78														
79														
80														
81														
82														
83														
84														
85														
86														
87														
88														
89														
90														
91														
92														
93														
94														
95														
96														
97														
98														
99														
100														



Neutrální osa prochází výztuží 2 (bod4)

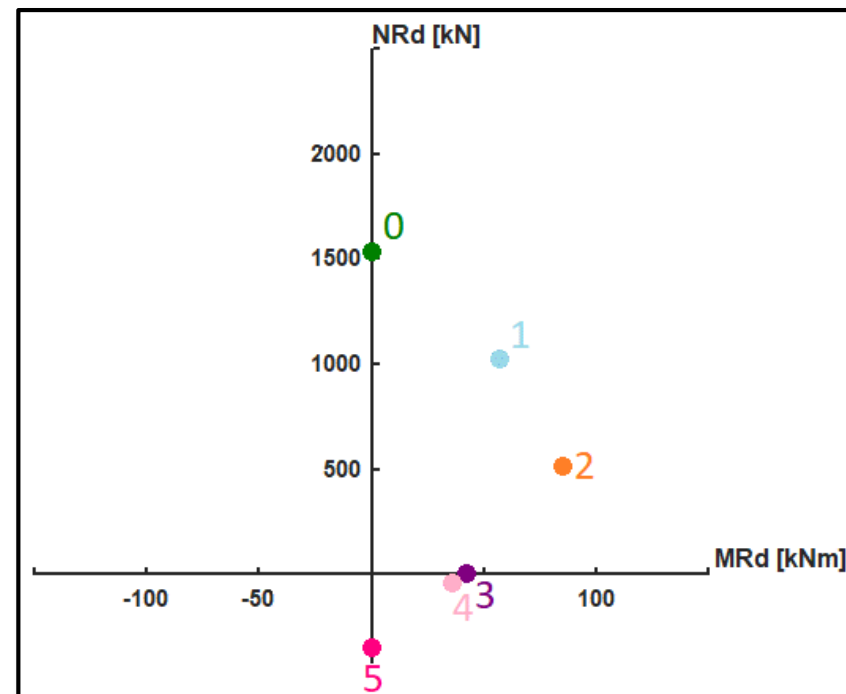
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	b =	200	mm		f _{cd} =	20	MPa		x =	=B10	mm			
2	h =	300	mm		f _{yd} =	434,8	MPa							
3	c =	25	mm		E _s =	200000	MPa		ε _{c,max} =	0,0035	(částečně tlačенý průřez)			
4	ø _{tř} =	6	mm		ε _{sy} =	=F2/F3			ε _{s1} =	=J3*(B2-B9-J1)/J1				
5	ø =	16	mm						ε _{s2} =	=J3*(J1-B10)/J1				
6	n =	4	ks											
7	A _{s1} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _c =	=F1	MPa			
8	A _{s2} =	=(B6/2)*PI()*B5*B5/4		mm ²					σ _{s1} =	=SIGN(J4)*MIN(ABS(J4)*F3;F2)	MPa			
9	d ₁ =	=B3+B4+B5/2		mm					σ _{s2} =	=SIGN(J5)*MIN(ABS(J5)*F3;F2)	MPa			
10	d ₂ =	=B3+B4+B5/2		mm										
11									F _c =	=J7*B1*0,8*J1/1000	kN			
									F _{s1} =	=J8*B7/1000	kN			
									F _{s2} =	=J9*B8/1000	kN			
									z _c =	=(B2/2)-(0,8*J1)/2	mm			
									z ₁ =	=(B2/2)-B9	mm			
									z ₂ =	=(B2/2)-B10	mm			
									NR _d =	=J12-J11-J13	kN			
									MR _d =	=(J11*J15+J12*J16+J13*J17)/1000	kNm			



Sestrojení bodového interakčního diagramu

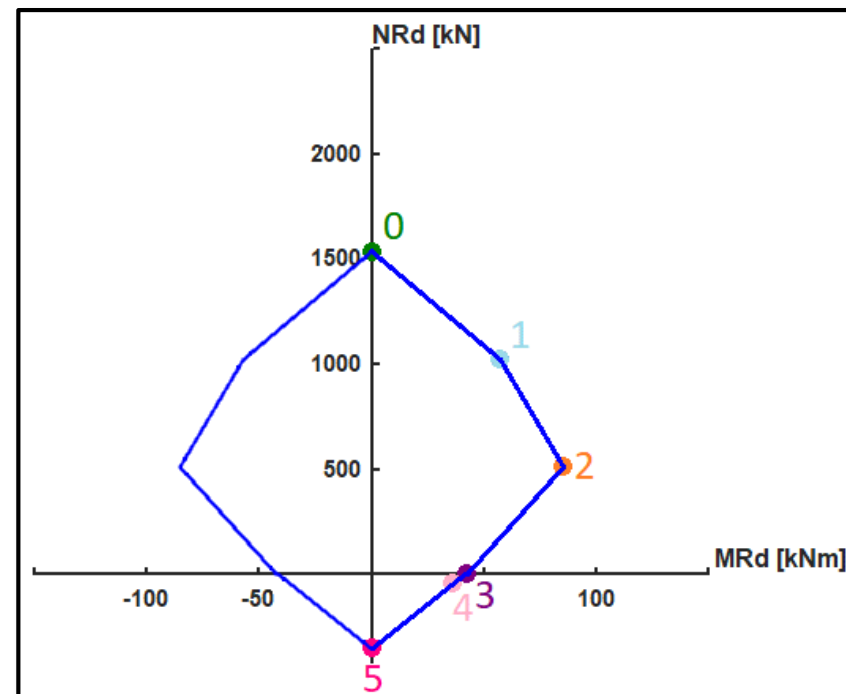
Sestrojení bodového interakčního diagramu

Ve chvíli, kdy máme vypočítané únosnosti pro různé druhy namáhání (body 0 až 5), můžeme tyto **body vynést do grafu**.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

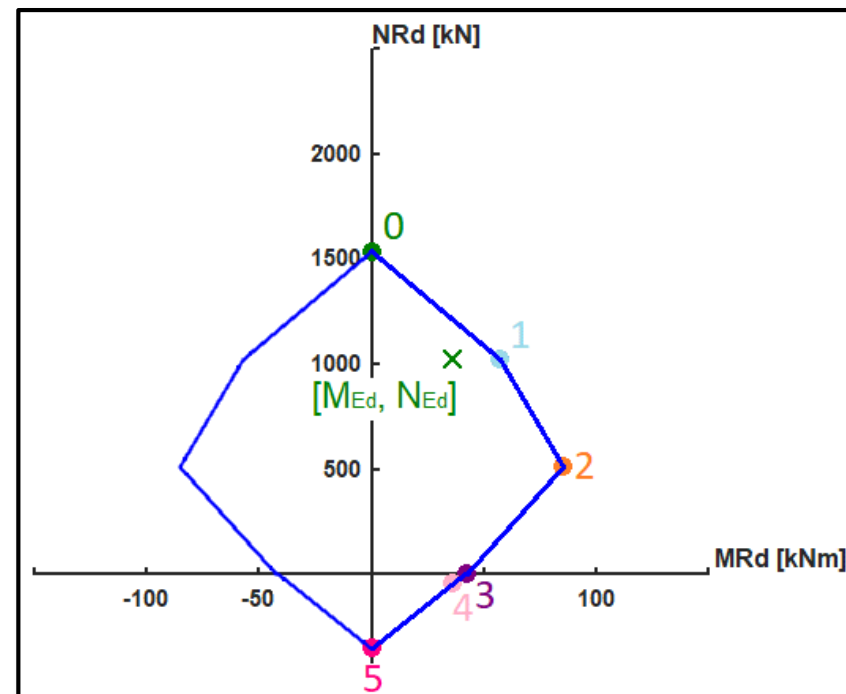
Spojením bodů dostaneme bodový interakční diagram.



Sestrojení bodového interakčního diagramu

A konečně můžeme **provést posouzení průřezu**.

Do grafu vyneseme bod znázorňující zadané zatížení $[M_{Ed}, N_{Ed}]$ a pokud bod **leží uvnitř** diagramu tak návrh **vyhovuje**.



Konec

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi a Romanu Chylíkovi** za časté konzultace při vypracovávání prezentace.

Děkuji **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému a Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.