

NNKB – 5. cvičení

Návrh a posouzení ohybové výztuže desky

Úloha 2

1) Návrh konstrukce

Úloha 2

- 1) Návrh konstrukce
- 2) Výpočet zatížení a vnitřních sil

Úloha 2

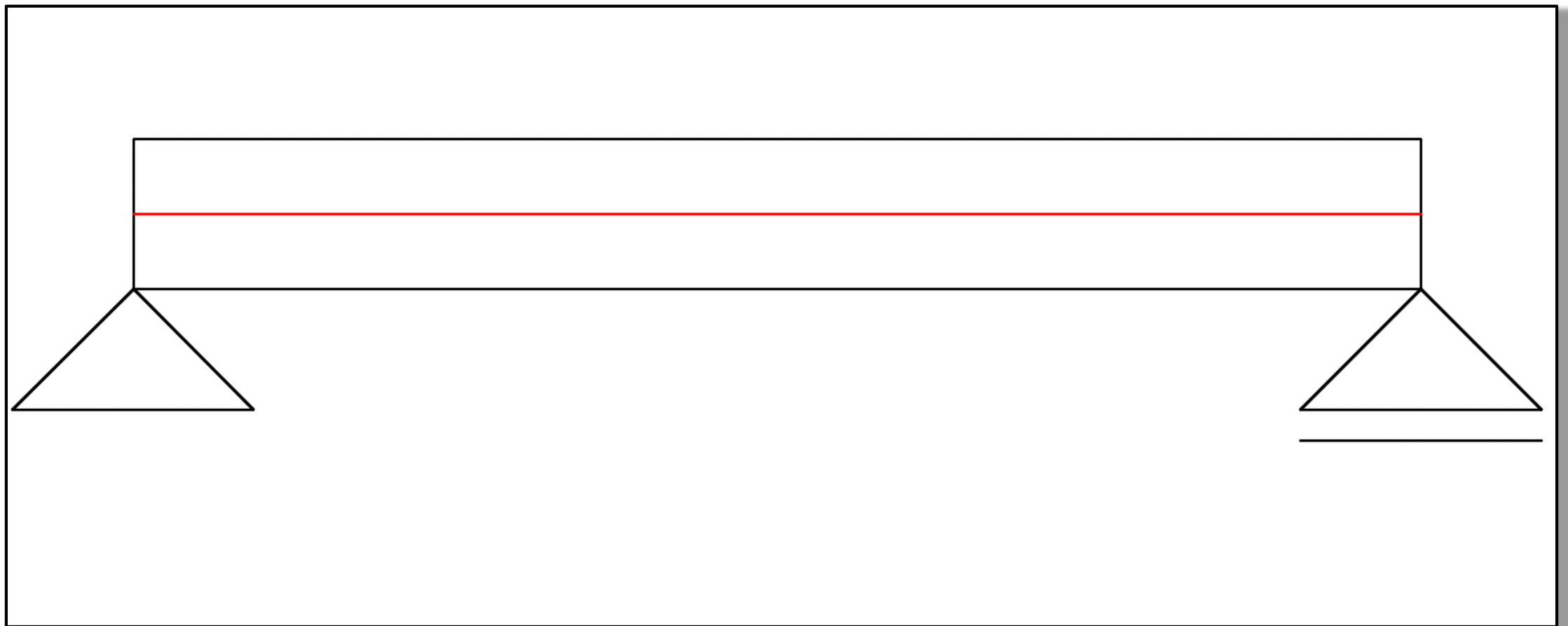
- 1) Návrh konstrukce
- 2) Výpočet zatížení a vnitřních sil
- 3) Upřesnění návrhu**

Úloha 2

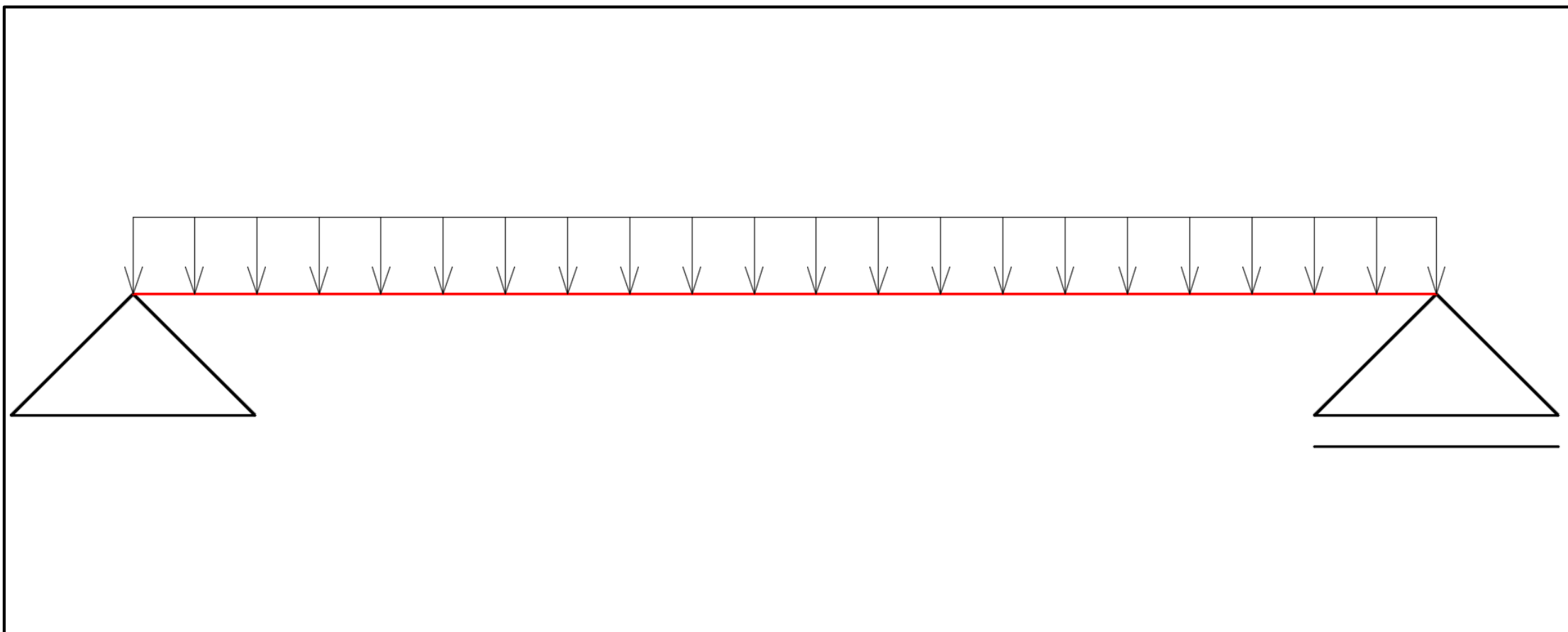
- 1) Návrh konstrukce
- 2) Výpočet zatížení a vnitřních sil
- 3) Upřesnění návrhu**
- 4) Posouzení návrhu**
(stanovení M_{Rd} a porovnání s M_{Ed} + konstrukční zásady)

Namáhání ohýbaného prvku

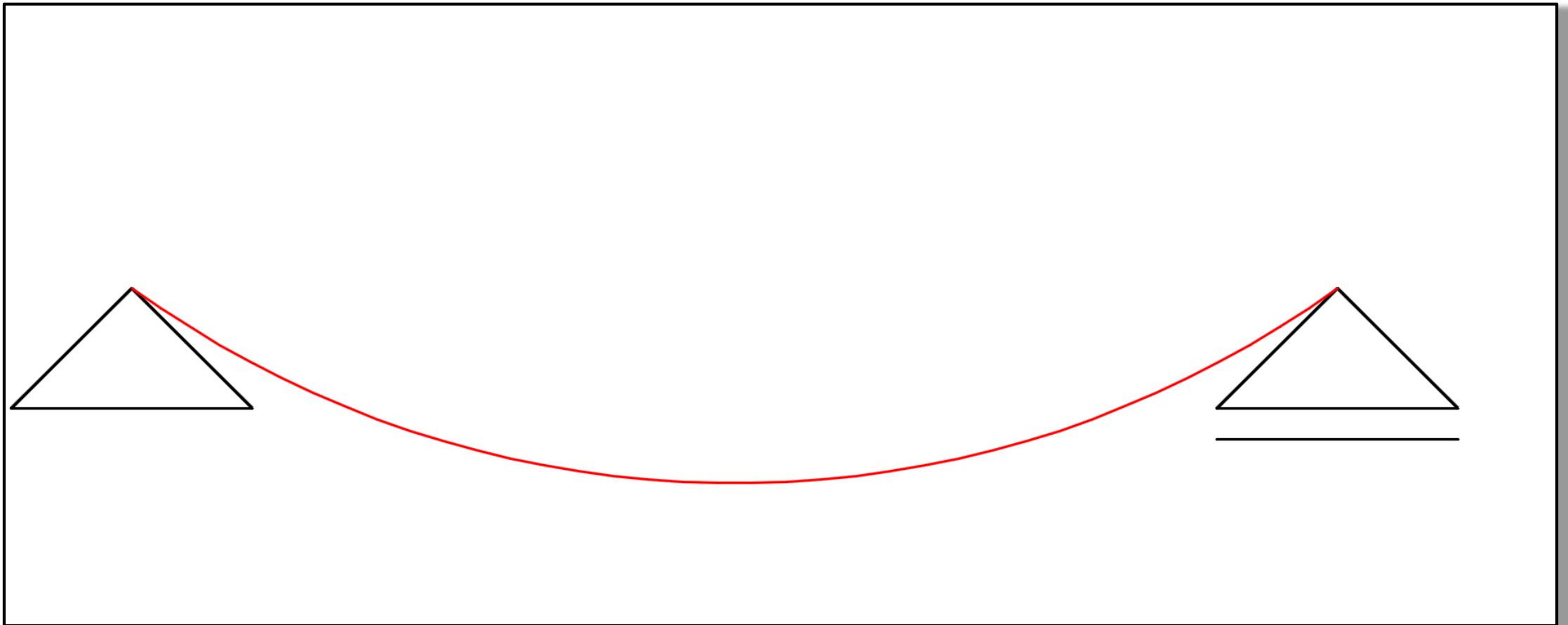
Ohýbaný prvek



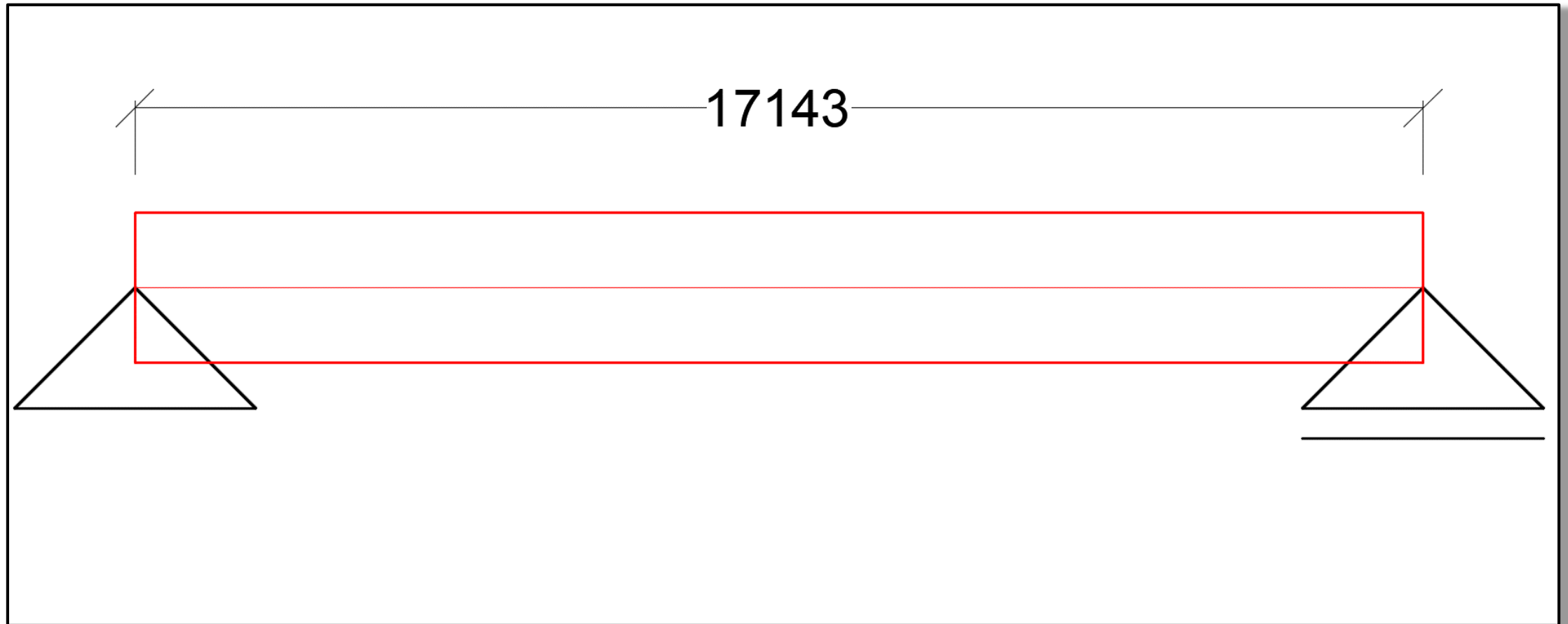
Ohýbaný prvek – modelování



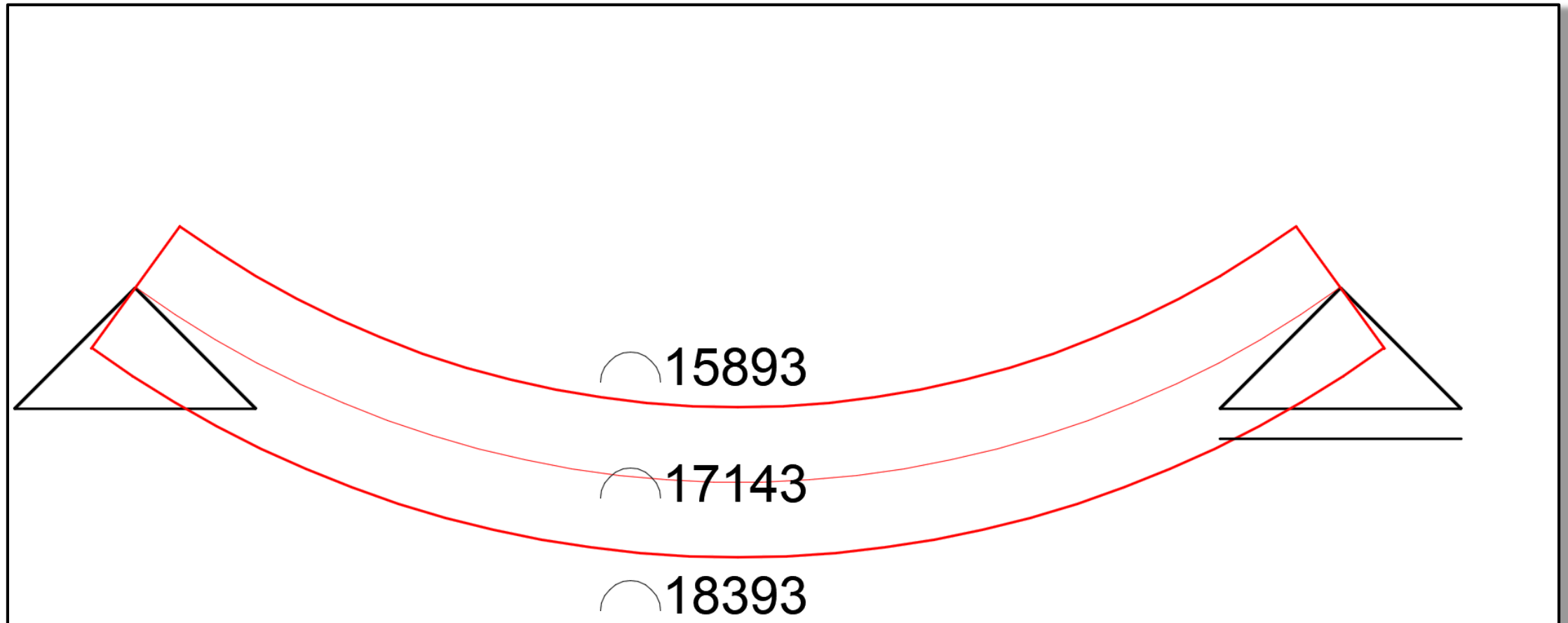
Ohýbaný prvek – modelování



Ohýbaný prvek – tažená a tlačená vlákna

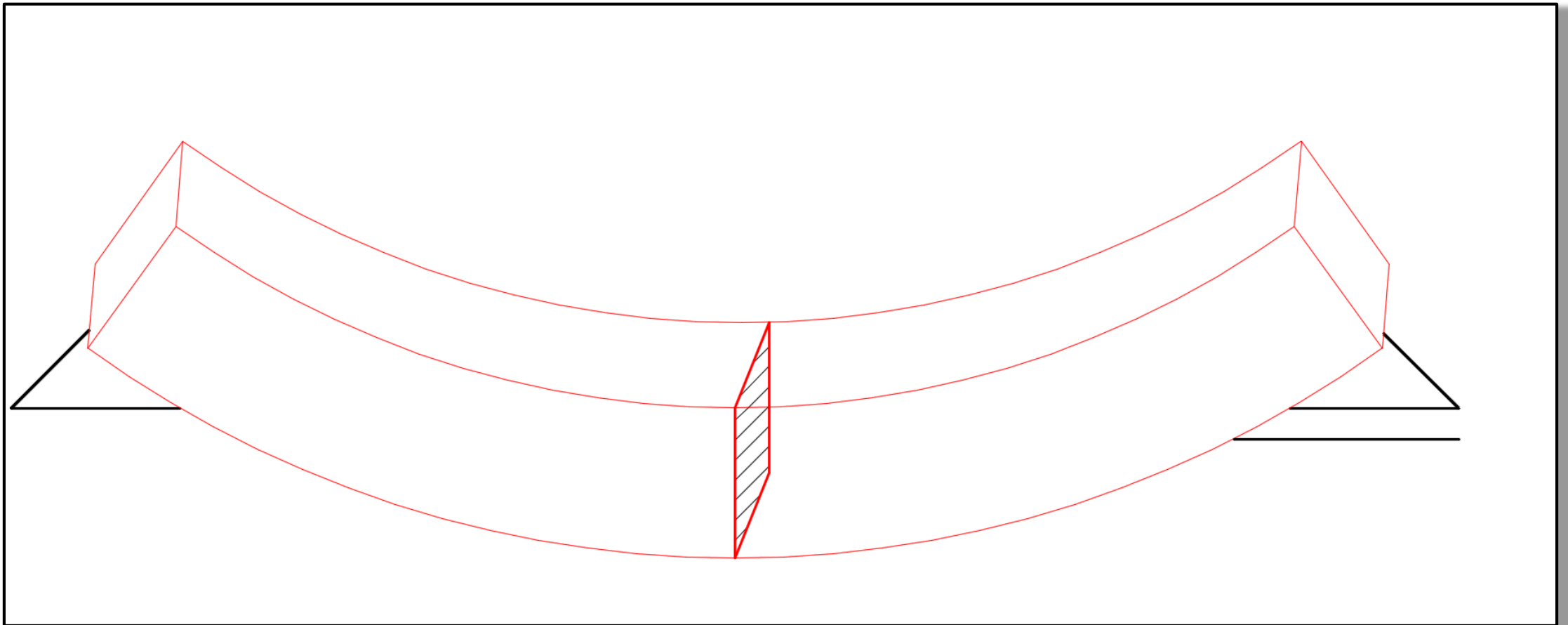


Ohýbaný prvek – tažená a tlačovaná vlákna

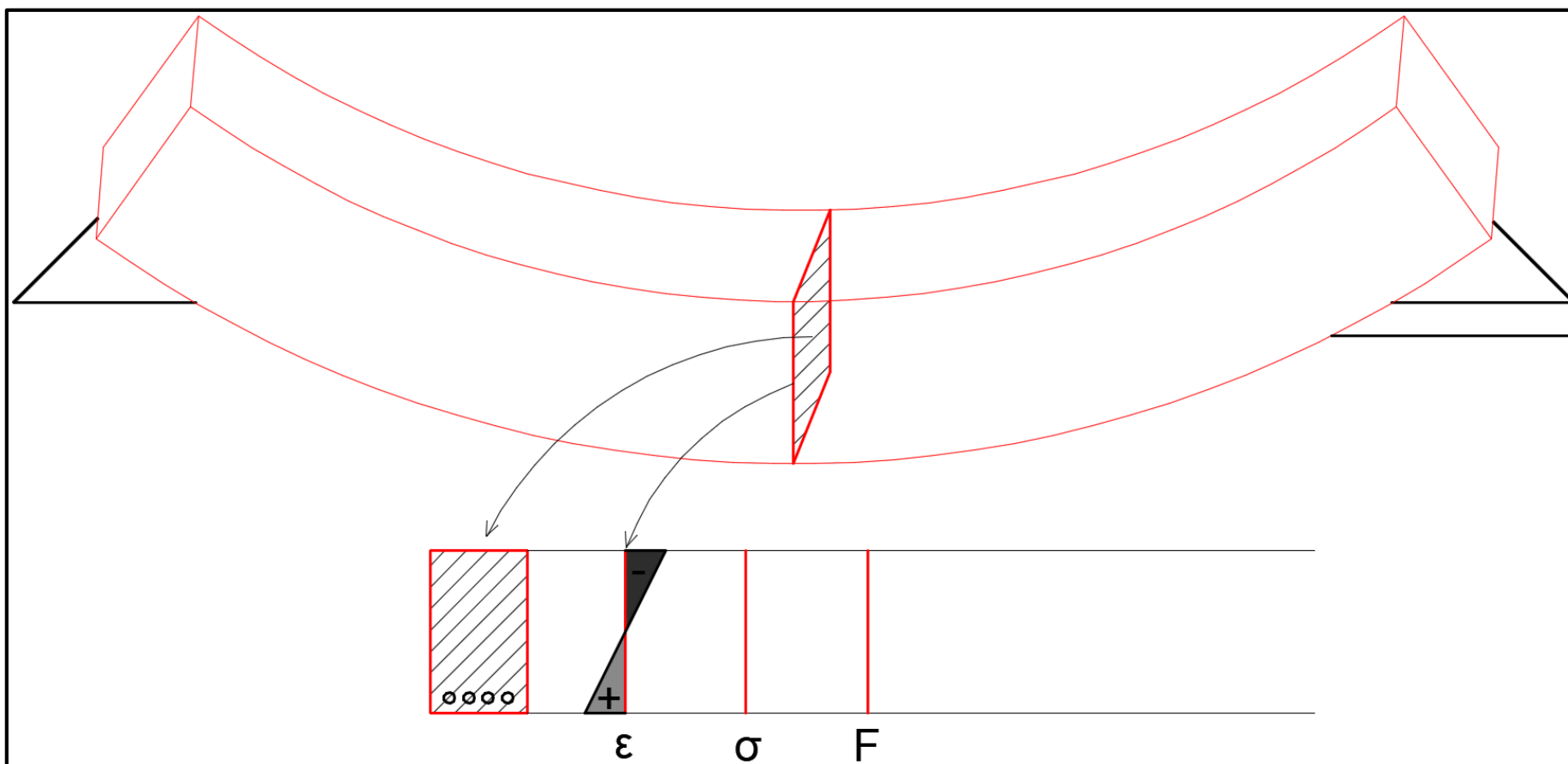


Bernoulli-Navierova hypotéza o zachování rovinnosti průřezu.

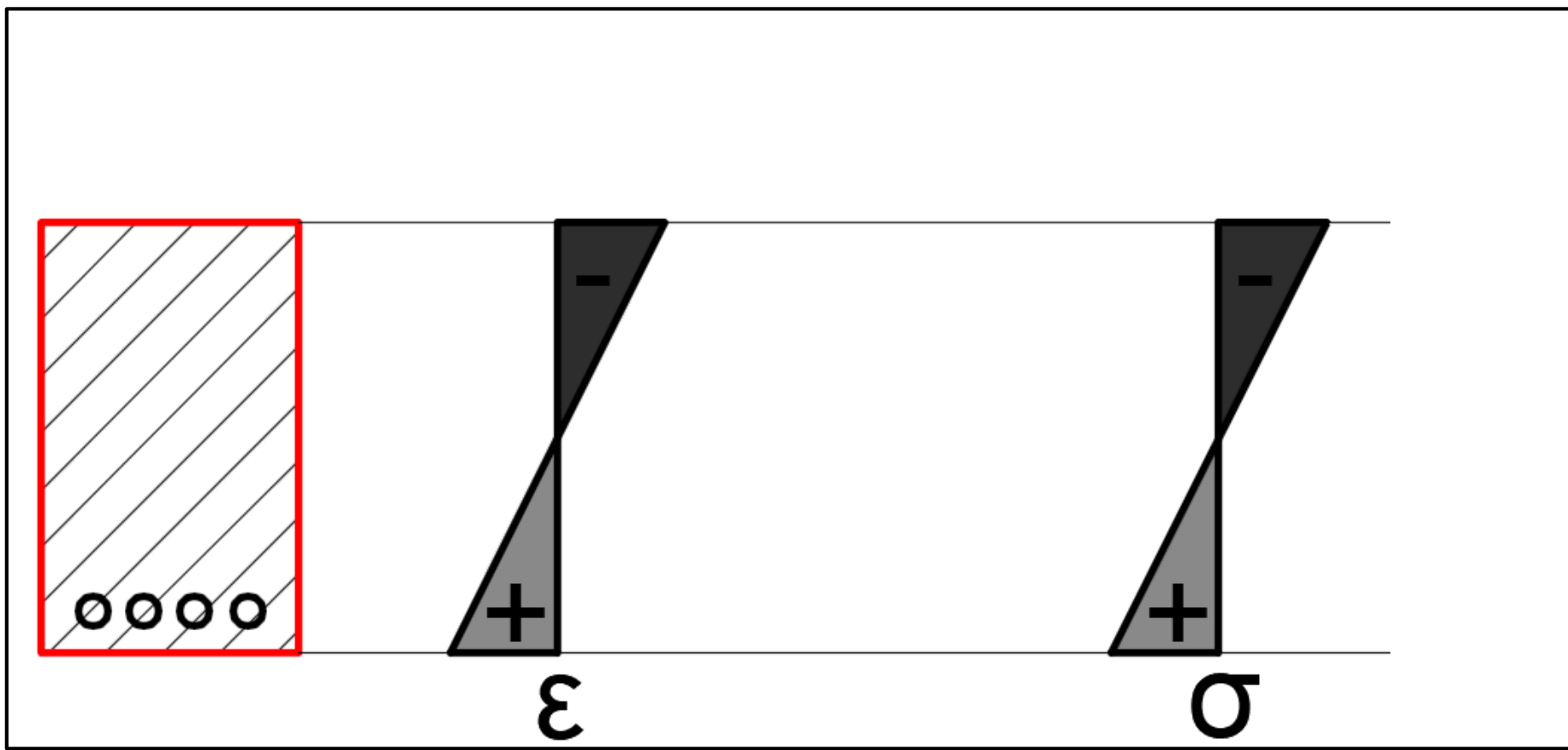
Ohýbaný prvek – řešený průřez



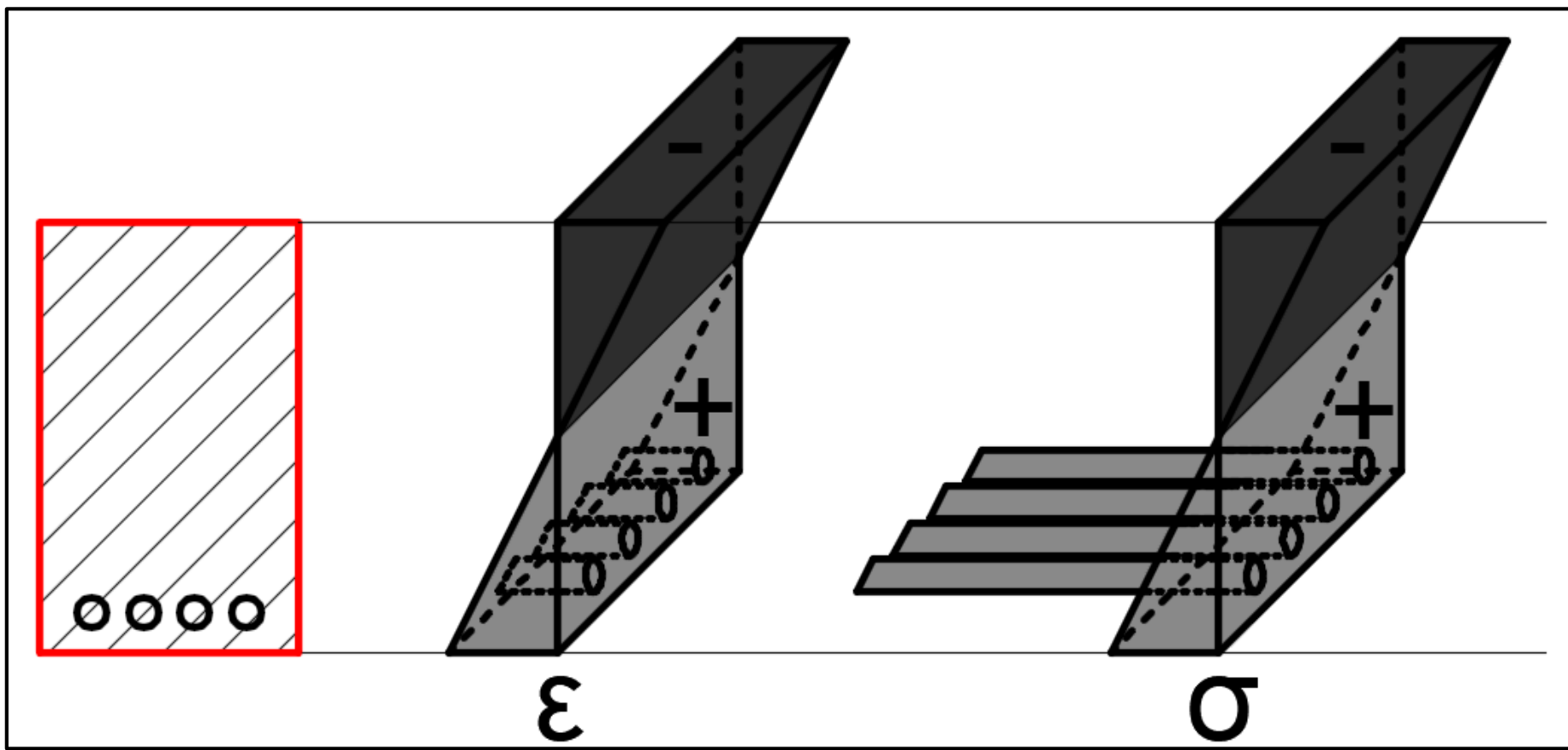
Průřez – kolmý řez a boční pohled na řez



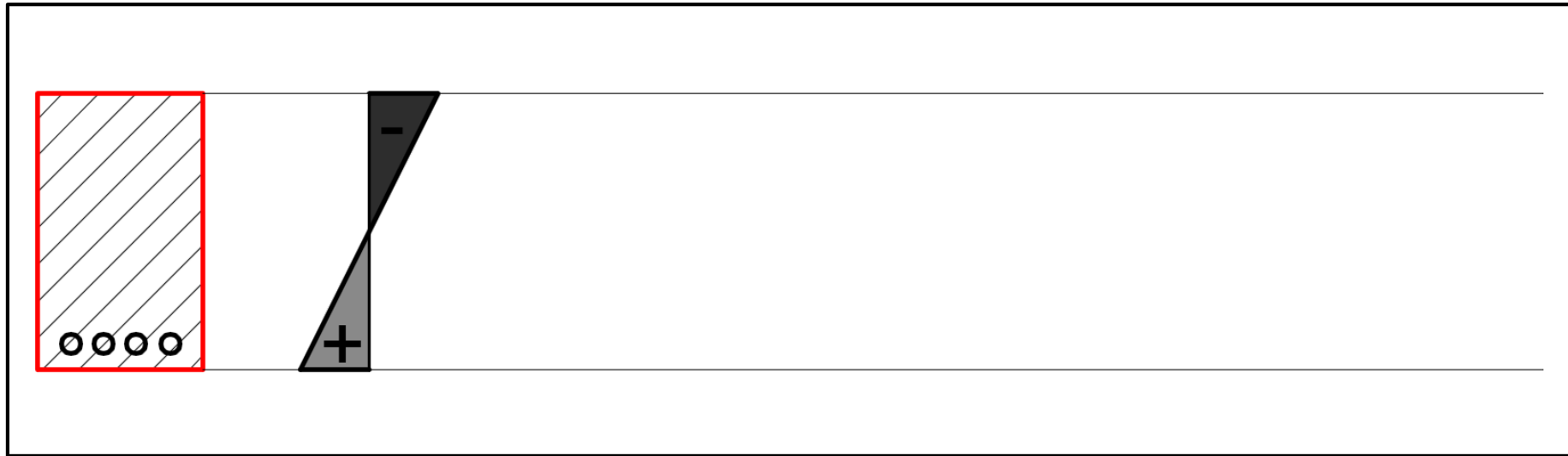
Průřez – kolmý řez a boční pohled na řez



Průřez – kolmý řez a boční pohled na řez



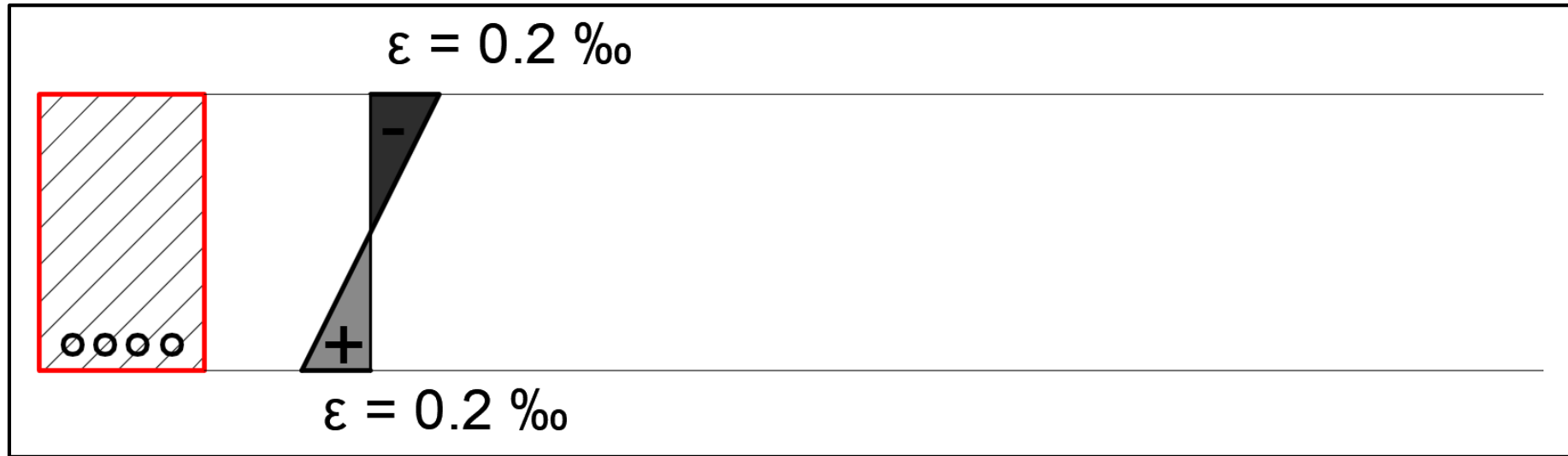
Přetvoření průřezu



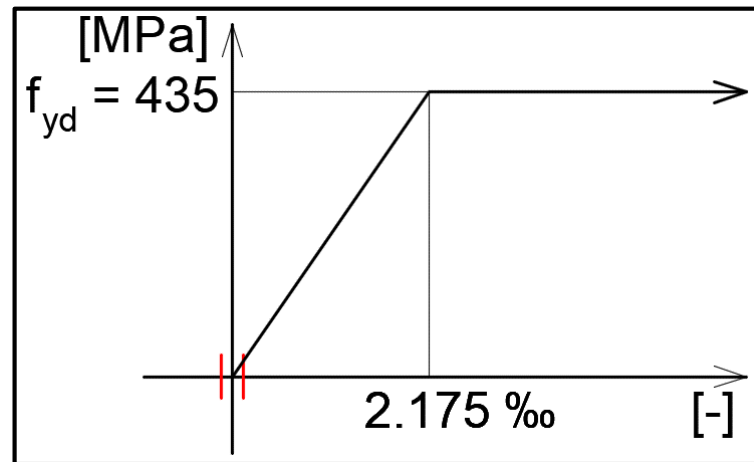
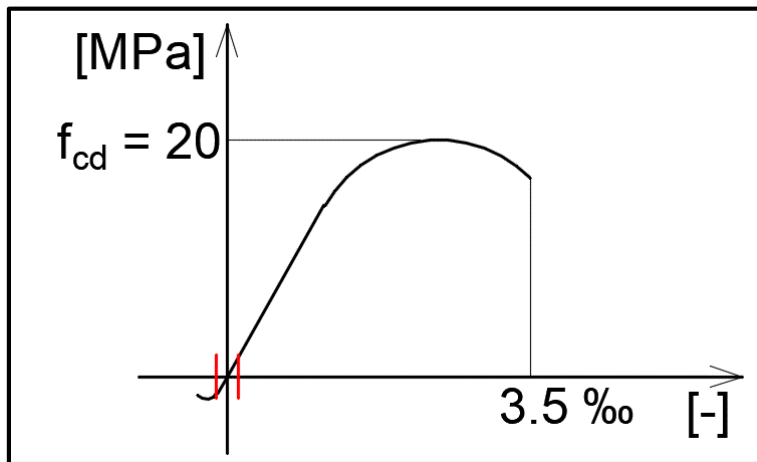
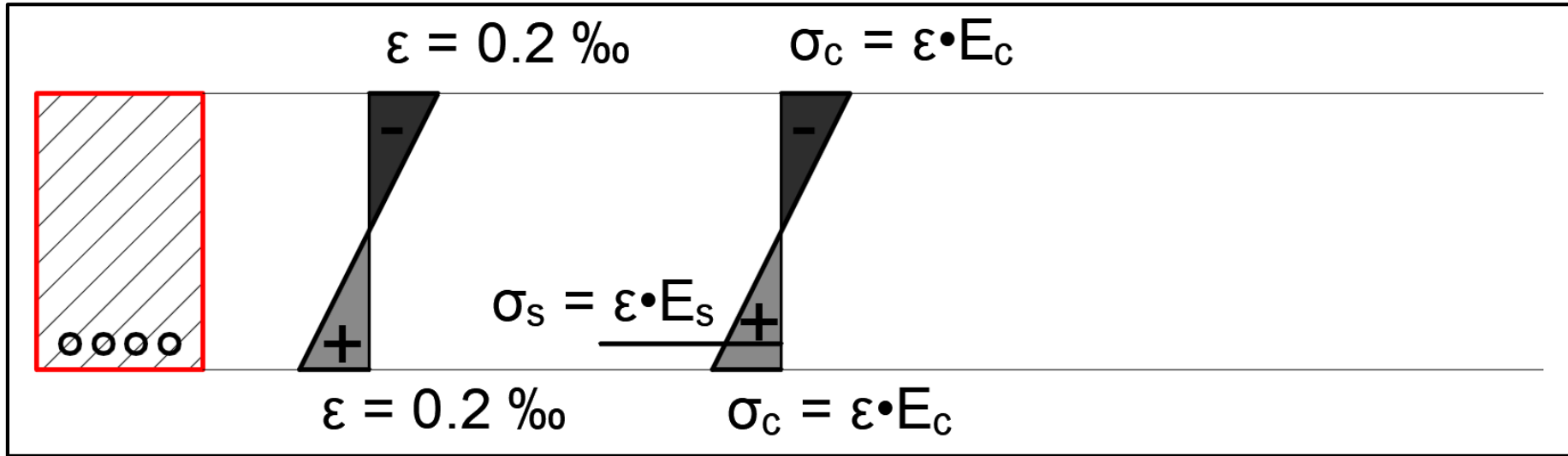
Přetvoření je lineárně závislé na vzdálenosti od neutrální osy.

(Protože uvažujeme, že platí Bernoulli-Navierova hypotéza o zachování rovinnosti průřezu po deformaci.)

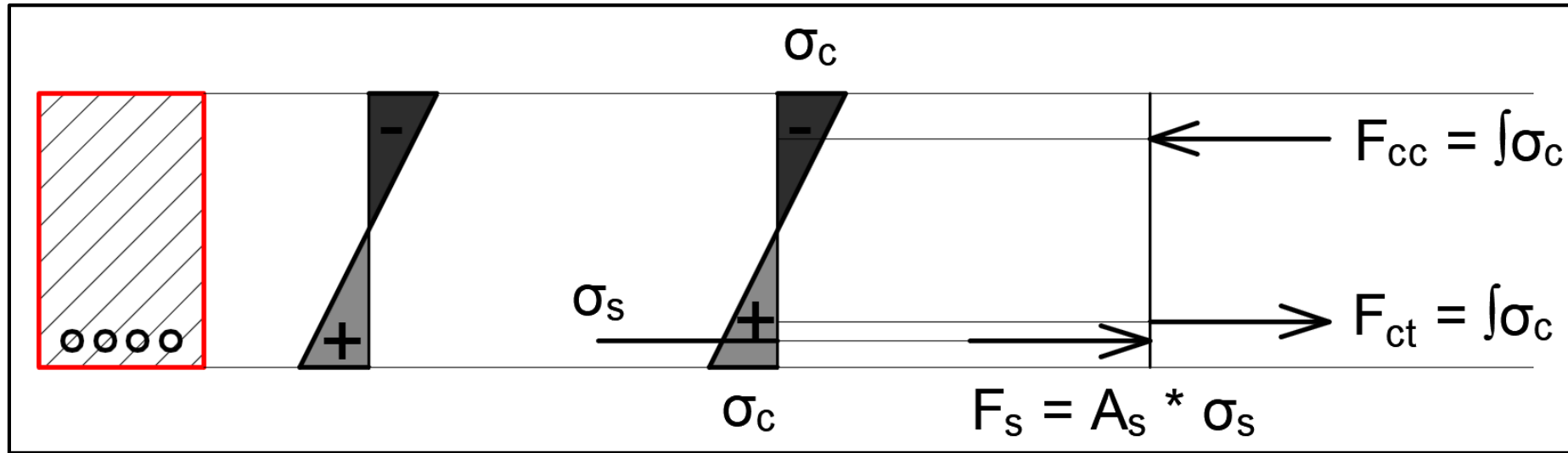
Namáhání průřezu – malé přetvoření



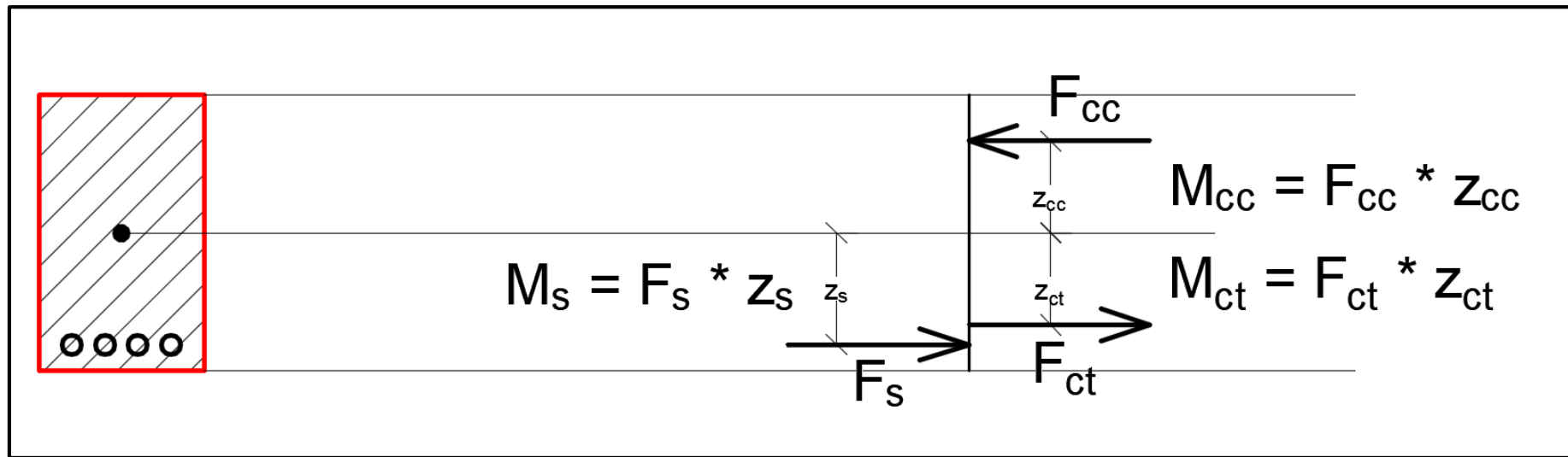
Napětí



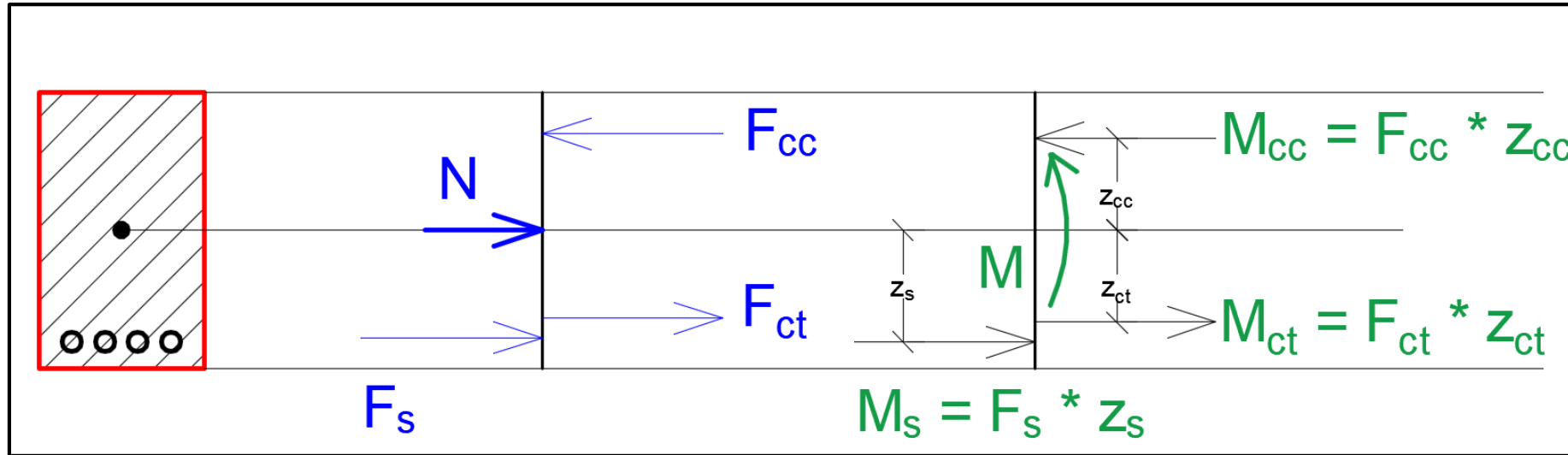
Síly



Momentový účinek sil



Vztah vnitřních a vnějších sil průřezu

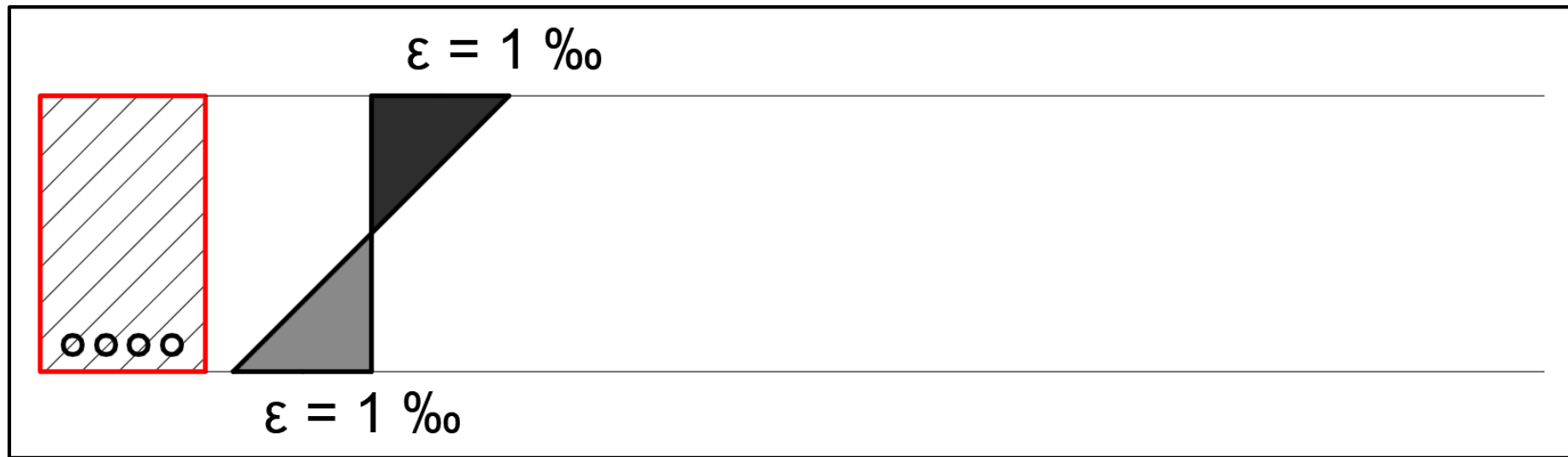


Suma vnitřních sil se rovná vnějším silám.

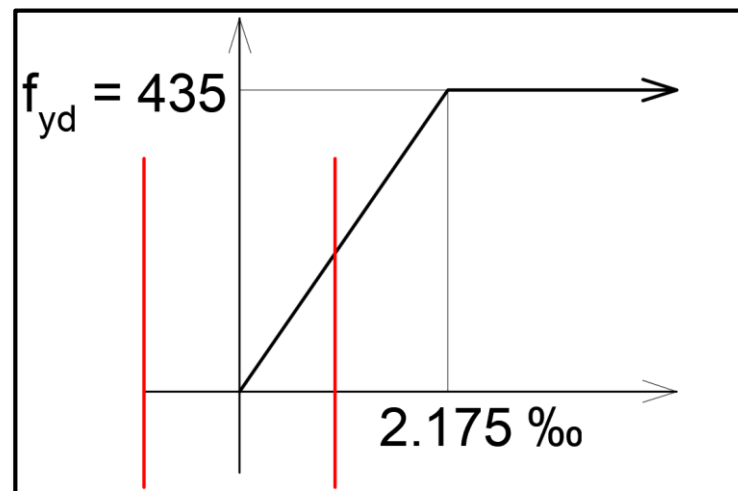
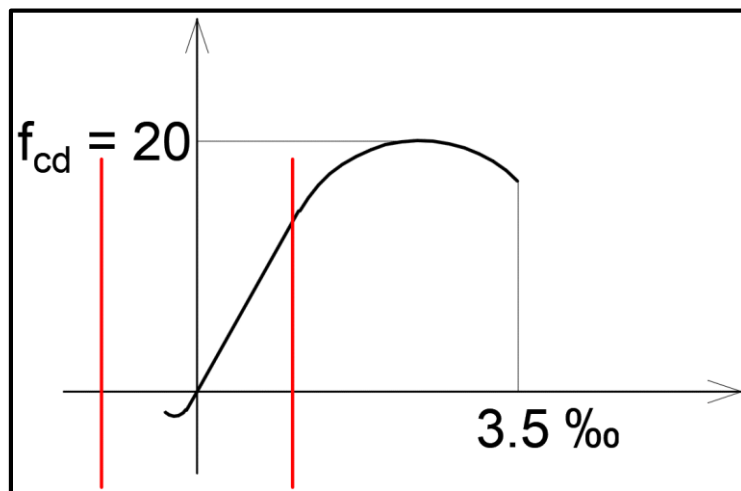
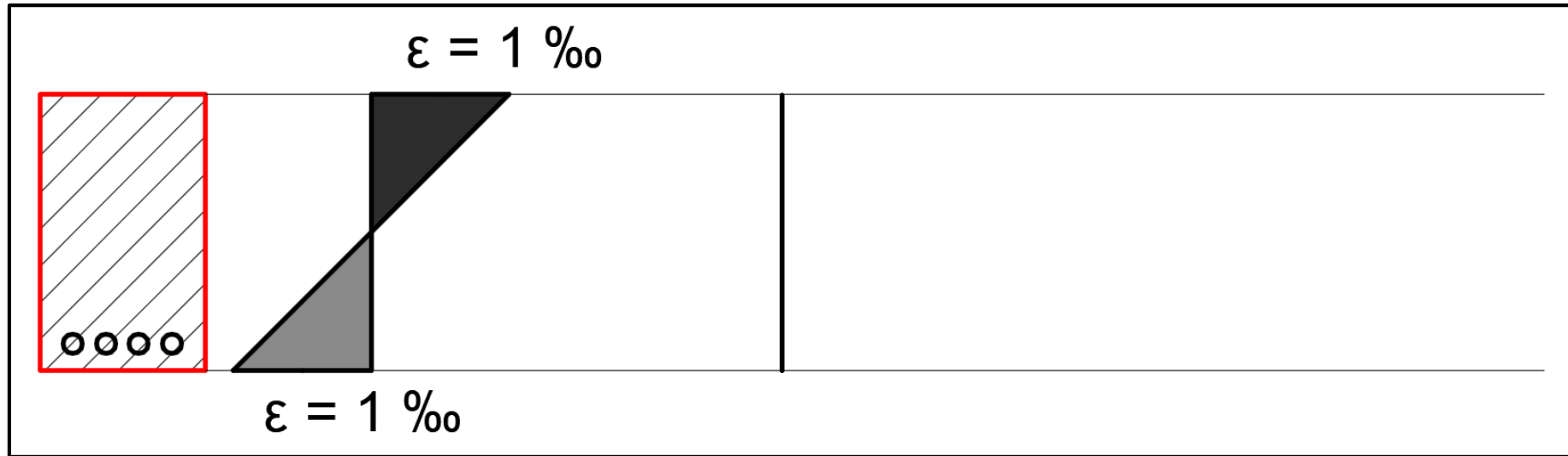
$$\Sigma F_i = N$$

$$\Sigma M_i = M$$

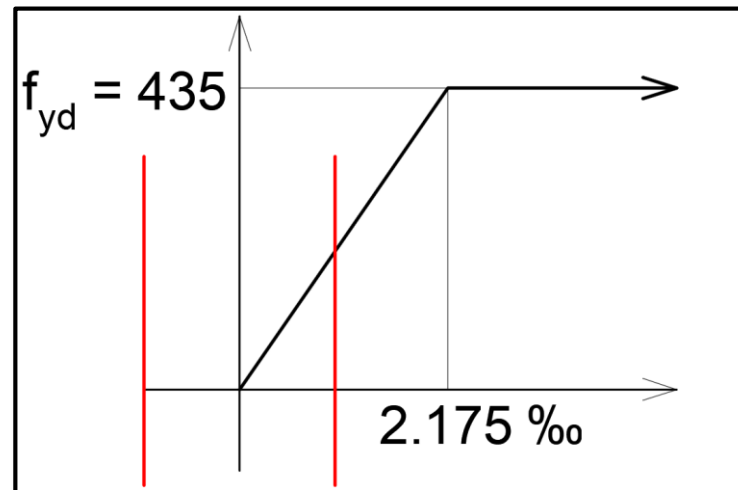
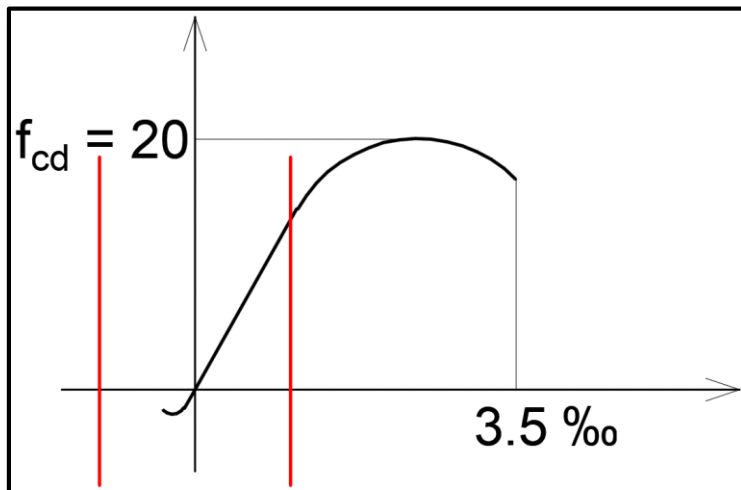
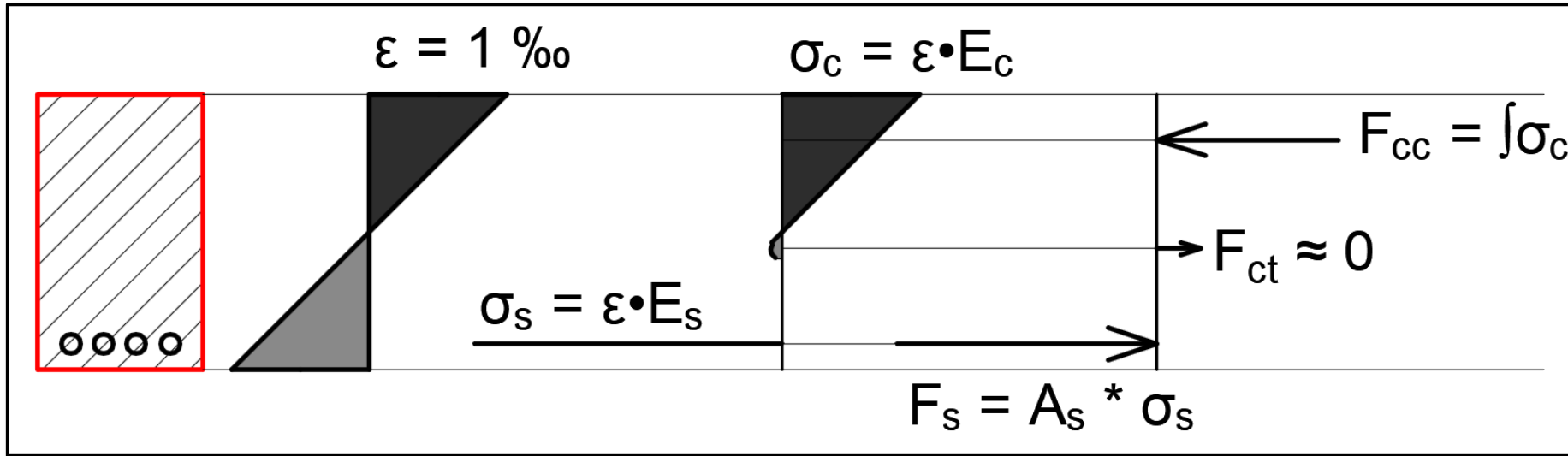
Namáhání průřezu – větší přetvoření



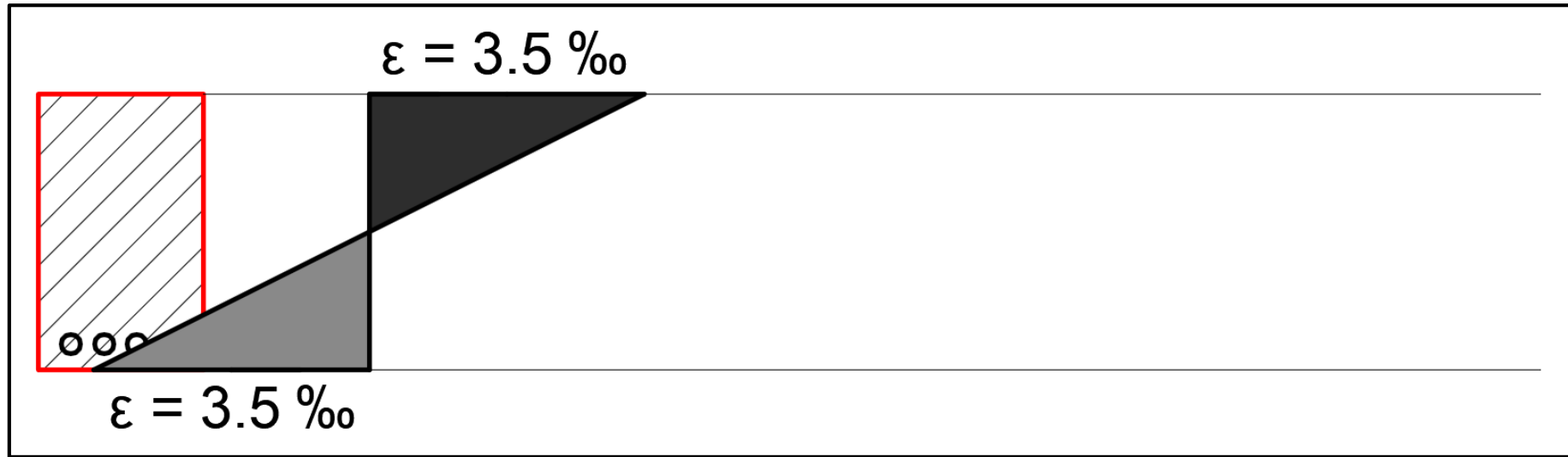
Napětí?



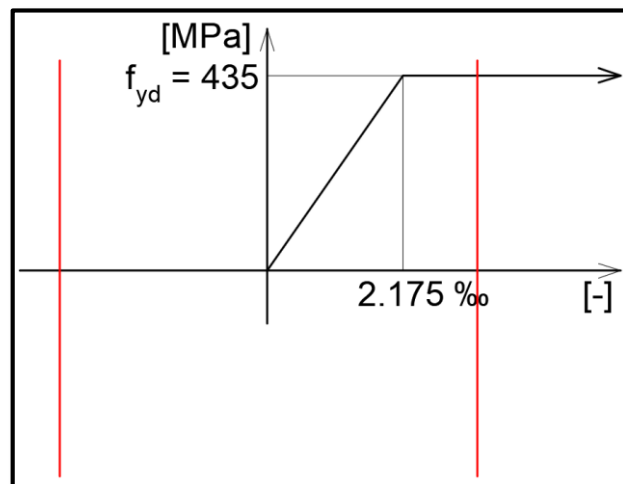
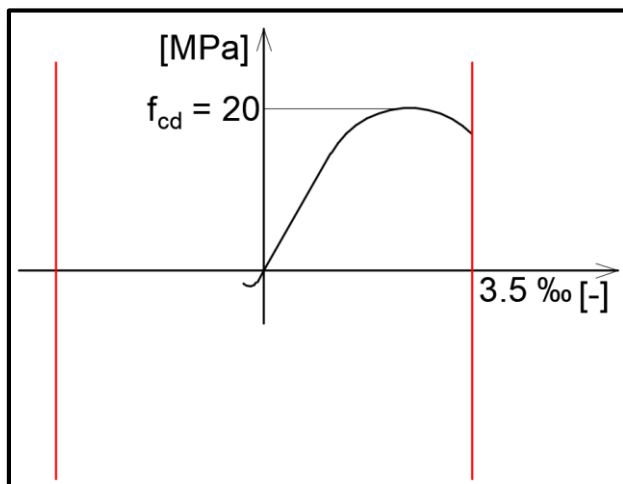
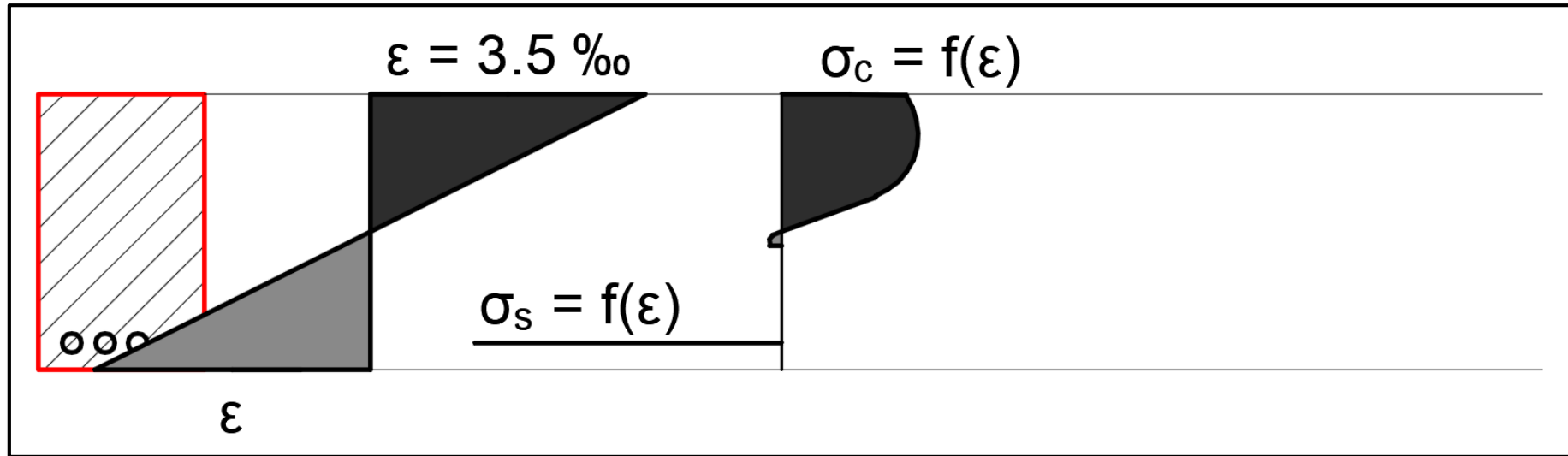
Napětí a síly



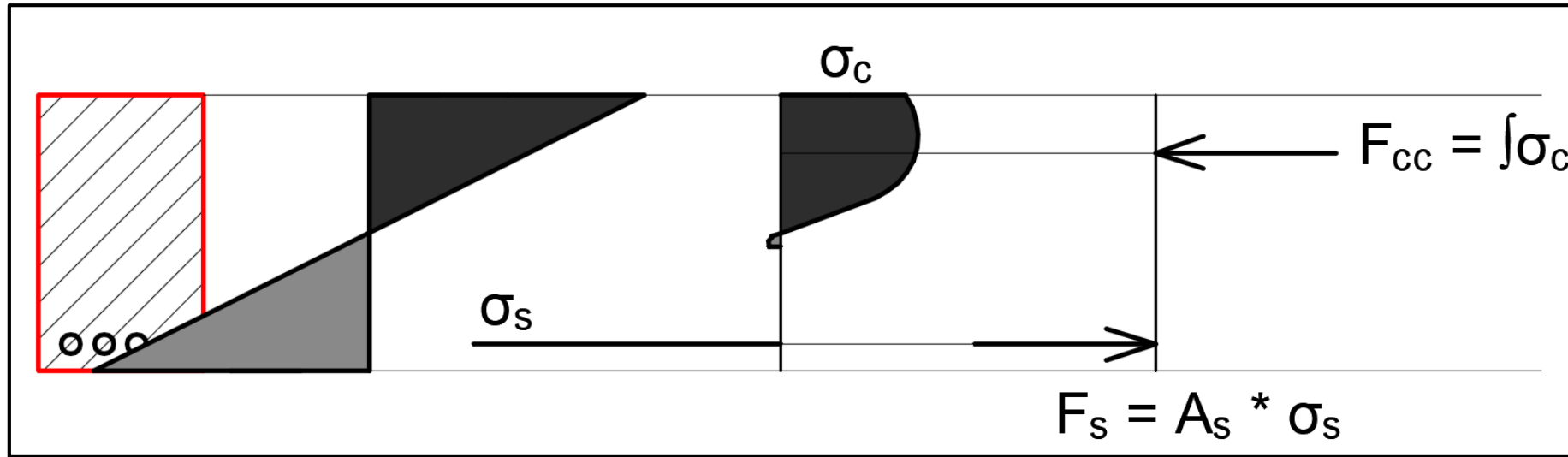
Namáhání průřezu – velké přetvoření



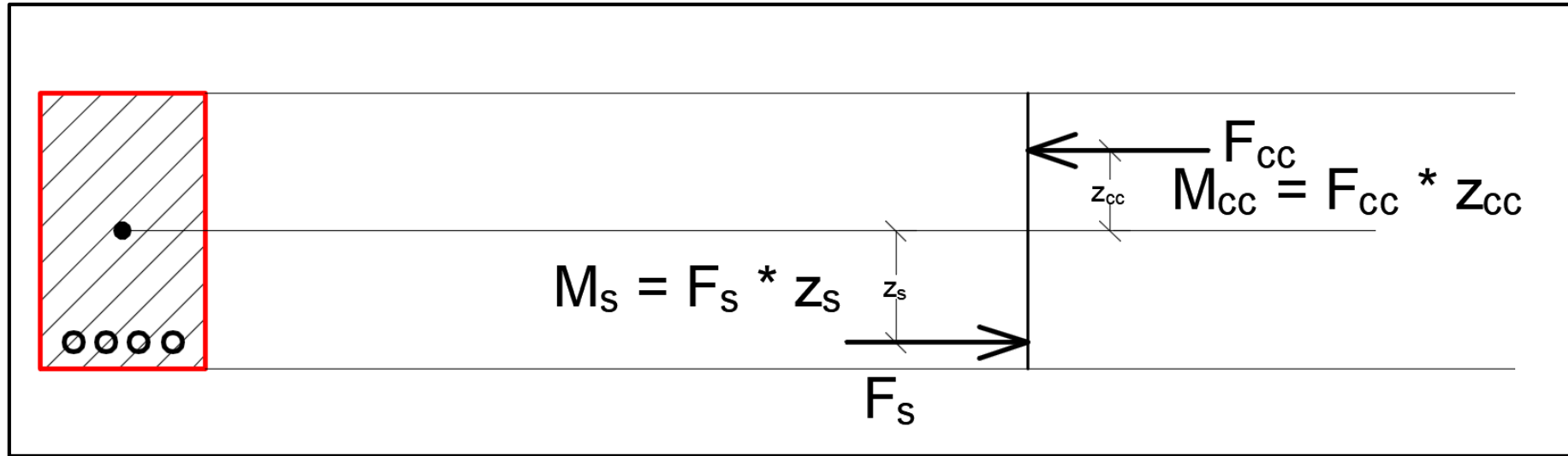
Napětí



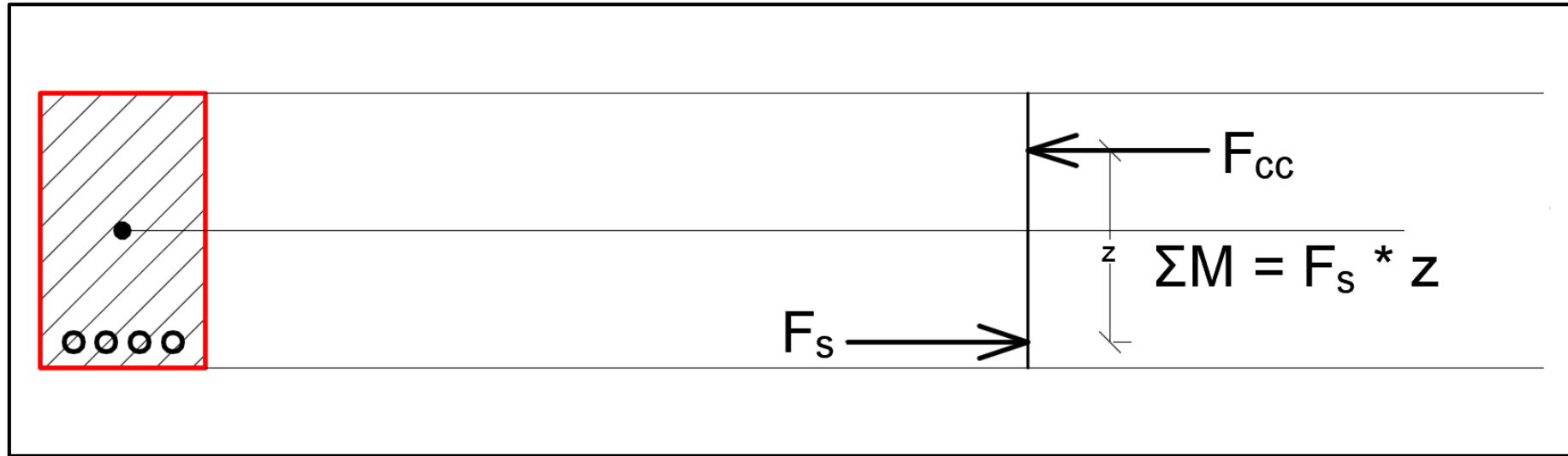
Síly



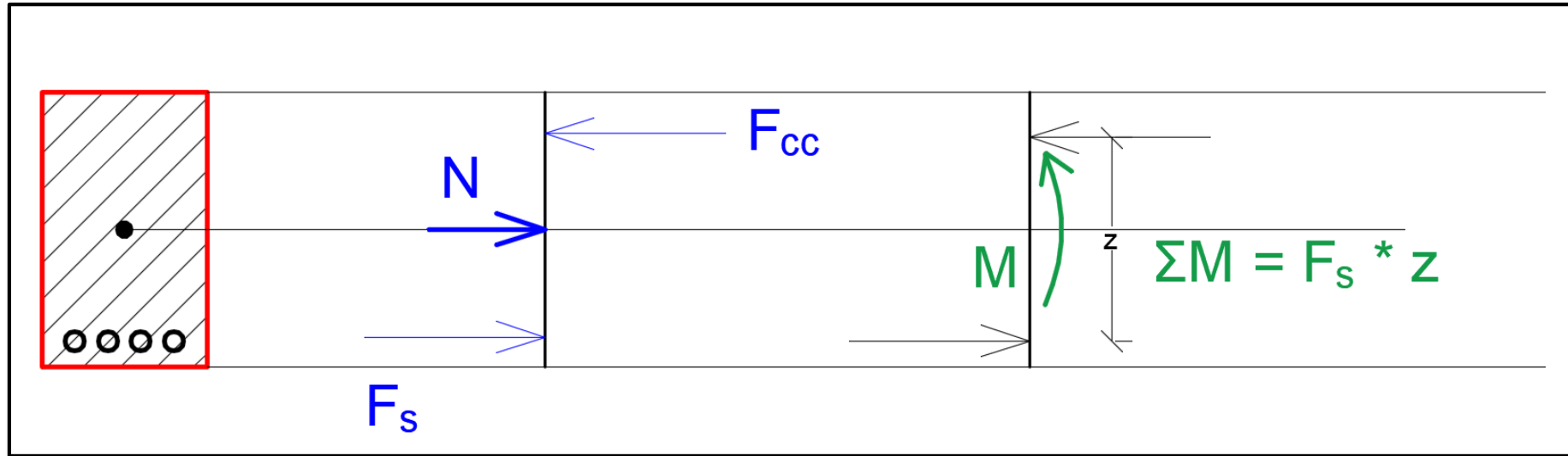
Momenty



Momenty



Momenty



Suma vnitřních sil se rovná vnějším silám.

$$N = F_{cc} + F_s$$

$$M = \Sigma M = F_s * z$$

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh – empiricky, odhad, tabulky – není upraveno normou

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh – empiricky, odhad, tabulky – není upraveno normou

Posouzení konstrukčních zásad – pravidla upravená normou

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh – empiricky, odhad, tabulky – není upraveno normou

Posouzení konstrukčních zásad – pravidla upravená normou

Posouzení na MSÚ – přesný postup a pravidla upravená normou

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh – empiricky, odhad, tabulky – není upraveno normou

Posouzení konstrukčních zásad – pravidla upravená normou

Posouzení na MSÚ – přesný postup a pravidla upravená normou

Ověření na MSP – postupy a pravidla upravená normou

Návrh a posouzení železobetonového průřezu

Návrh – empiricky, odhad, tabulky – není upraveno normou

Posouzení konstrukčních zásad – pravidla upravená normou

Posouzení na MSÚ – přesný postup a pravidla upravená normou

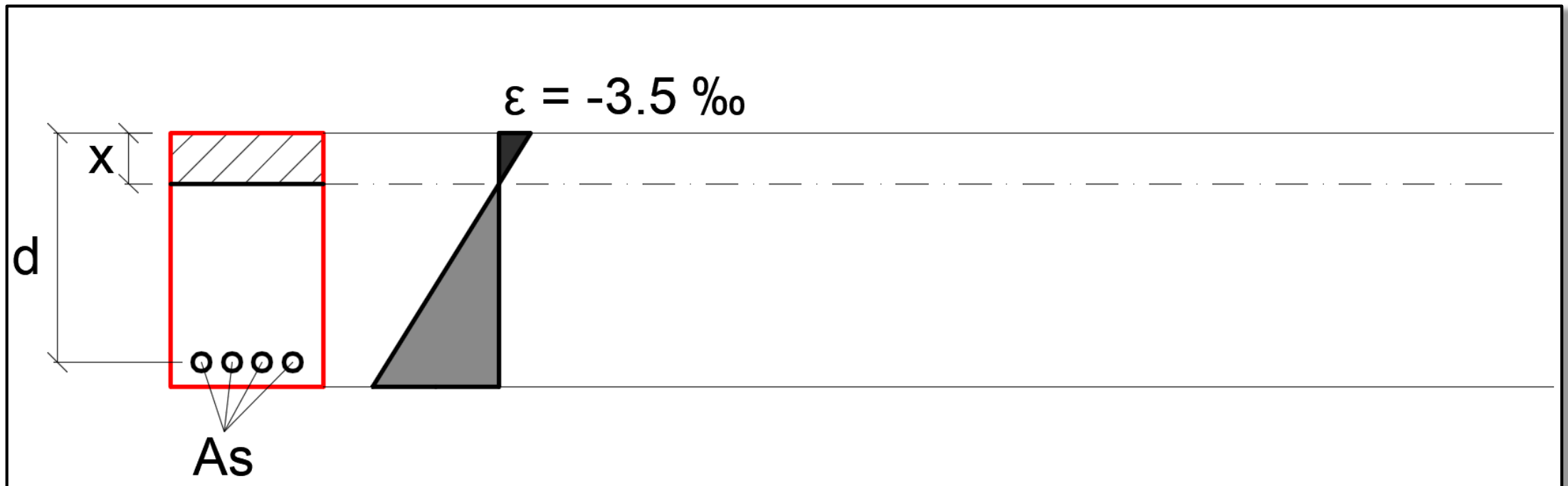
Ověření na MSP – postupy a pravidla upravená normou

Mezní stav únosnosti a únosnost průřezu

(krok 3 při návrhu a posouzení nosné výztuže)

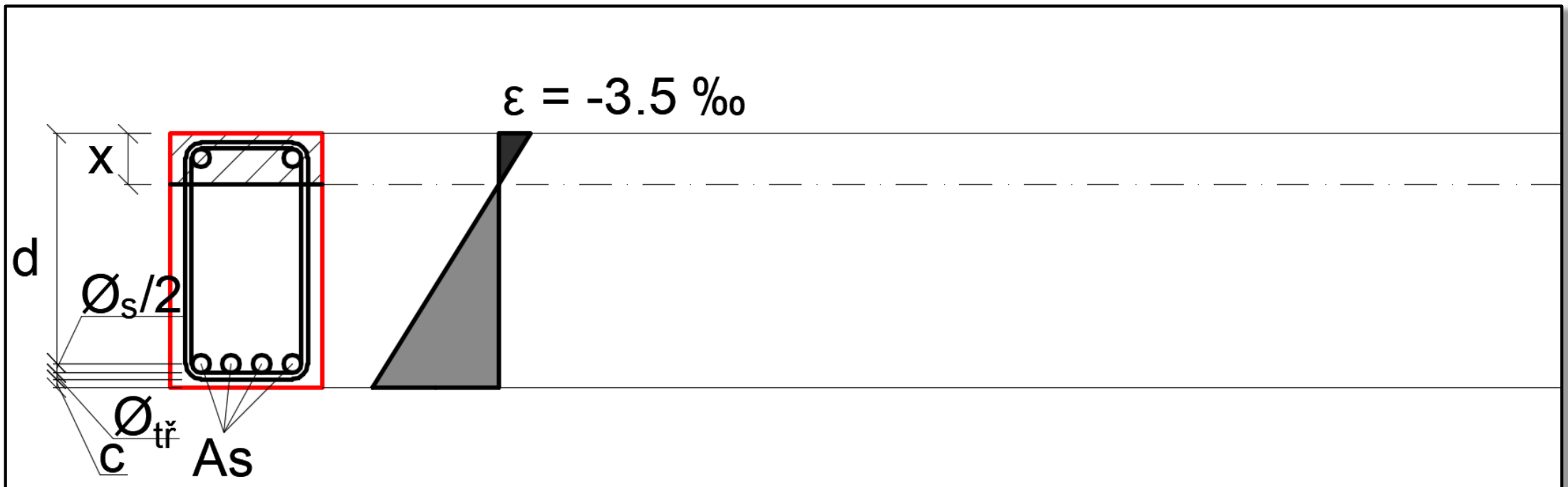
Mezní stav únosnosti – MSÚ

Návrhová norma předepisuje, že ohýbaný prvek se poruší ve chvíli, kdy poměrné přetvoření tlačeného betonu dosáhne hodnoty 0.0035.



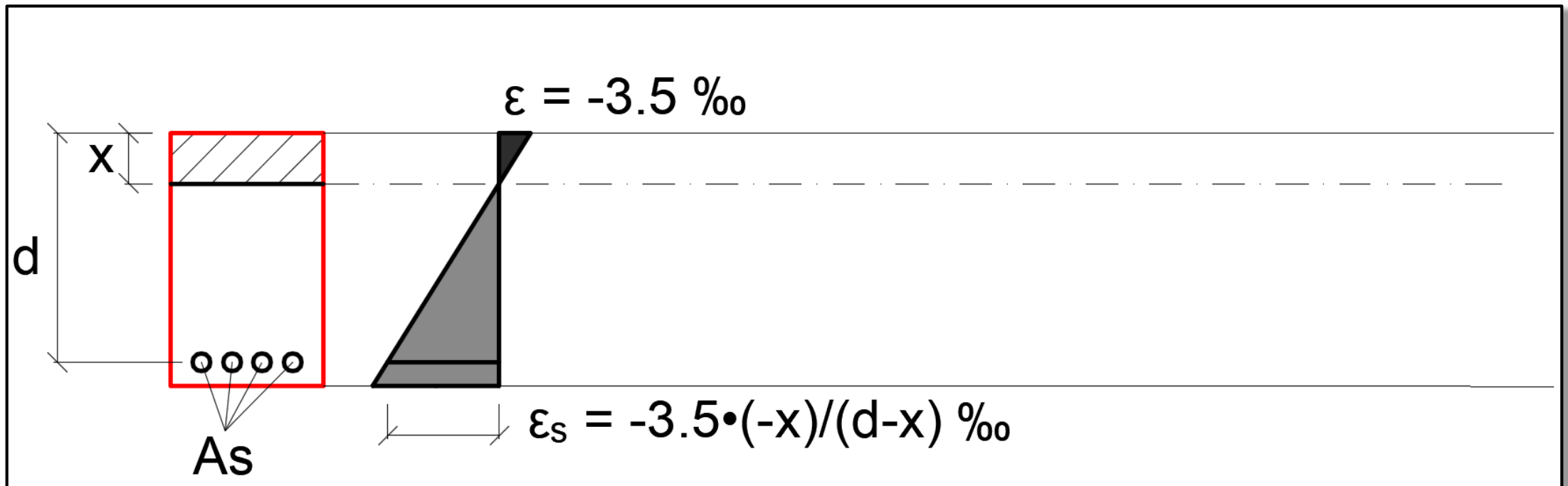
Účinná výška průřezu

Pro vyjádření polohy výztuže se používá rozměr zvaný **účinná výška průřezu d** , která se určí ze vztahu $d = h - c - \phi_{tr} - \phi_s/2$.



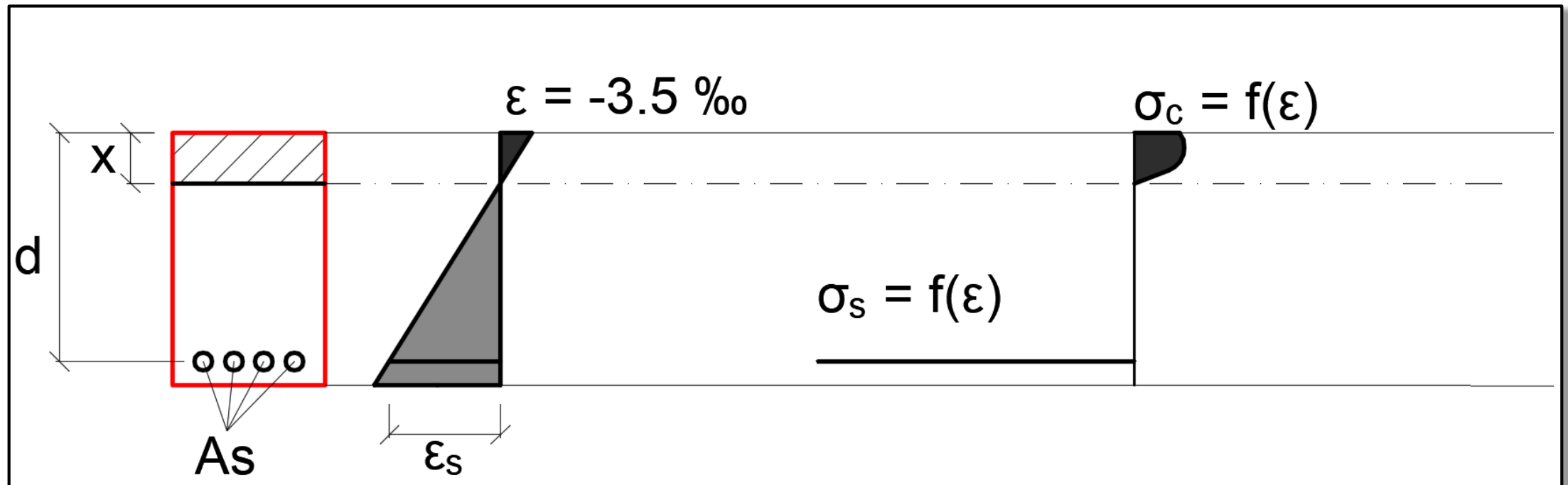
Poměrné přetvoření výztuže

Známe-li geometrii konstrukce a výšku tlačené oblasti (polohu neutrální osy), můžeme z podobnosti trojúhelníků vypočítat přetvoření výztuže.



Napětí v betonu a výztuži

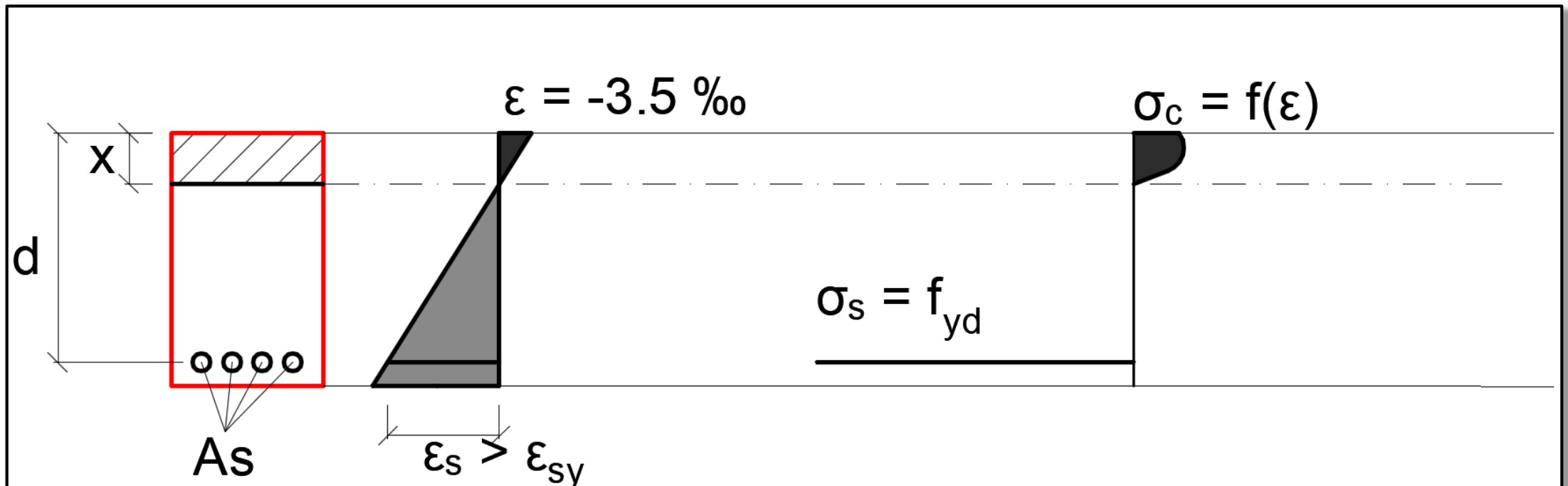
Známe-li pracovní diagramy materiálů, můžeme určit napětí v tlačeném betonu a ve výztuži.



Poměrné přetvoření výztuže

Pro zjednodušení výpočtu uvažujeme, že výztuž je za mezí kluzu a napětí v ní je rovno f_{yd} .

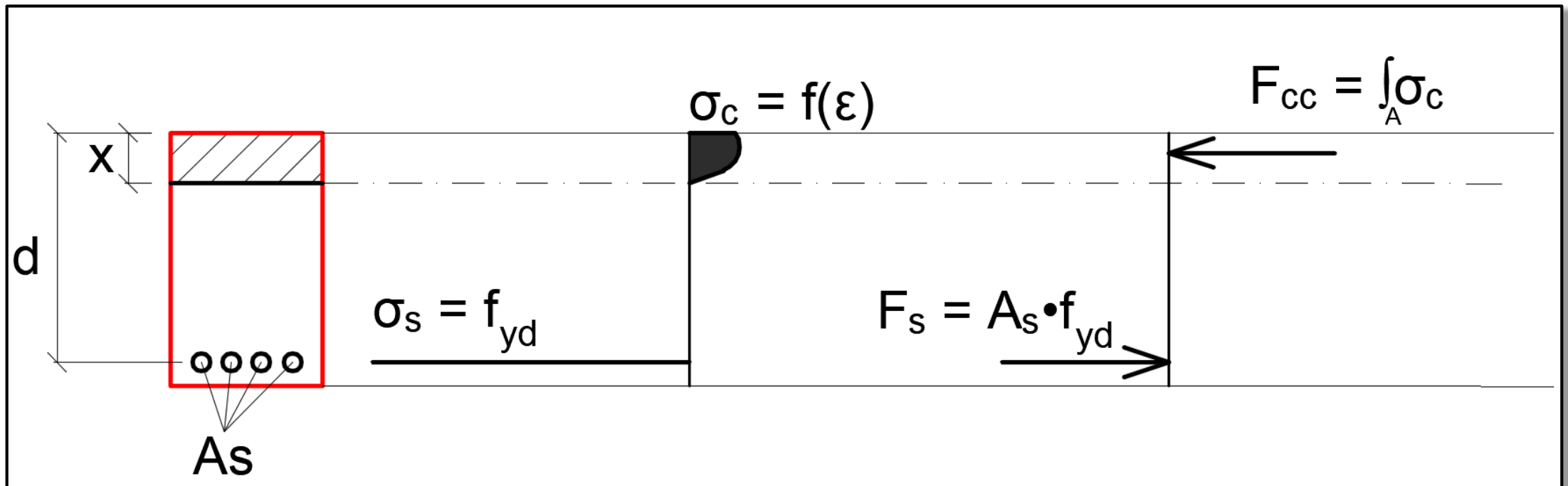
(Platnost předpokladu později ověříme.)



Síla v tlačném betonu a ve výztuži

Integrací napětí po ploše můžeme stanovit sílu v tlačném betonu.

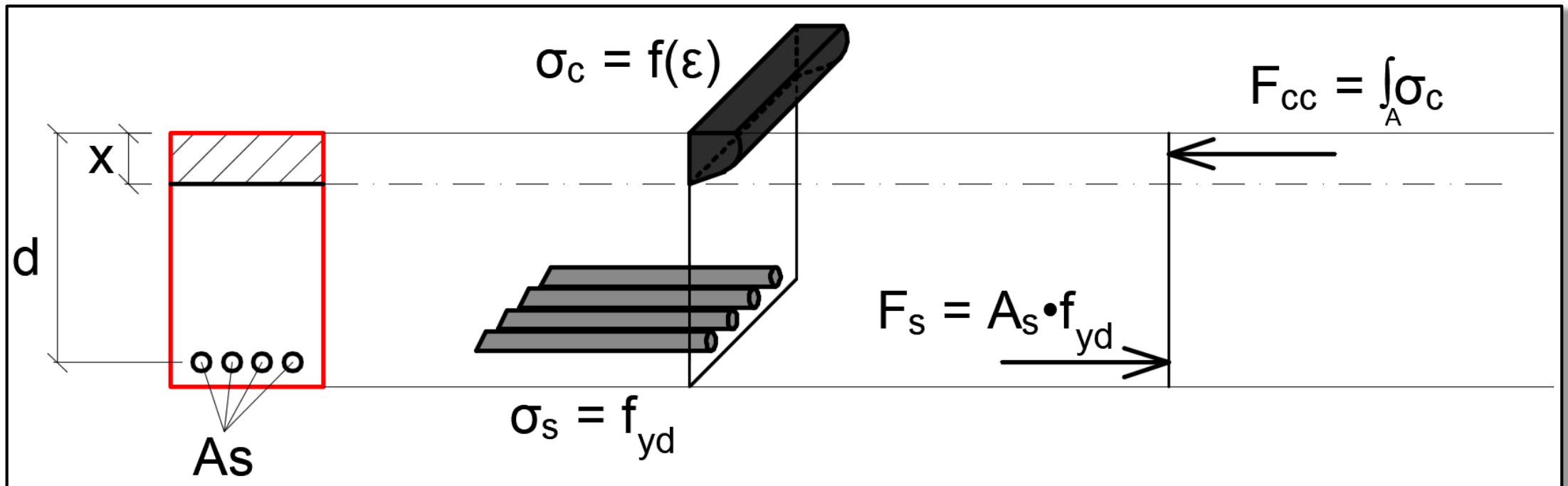
Vynásobením napětí a plochy můžeme stanovit sílu ve výztuži.



Síla v tlačném betonu a ve výztuži

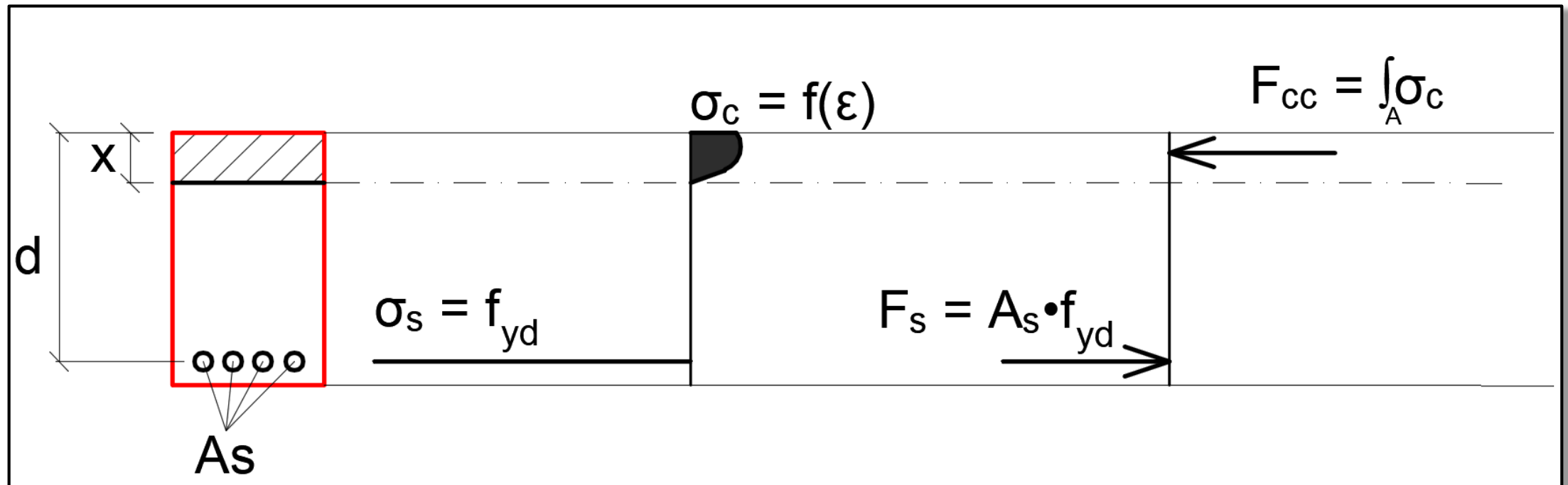
Integrací napětí po ploše můžeme stanovit sílu v tlačném betonu.

Vynásobením napětí a plochy můžeme stanovit sílu ve výztuži.



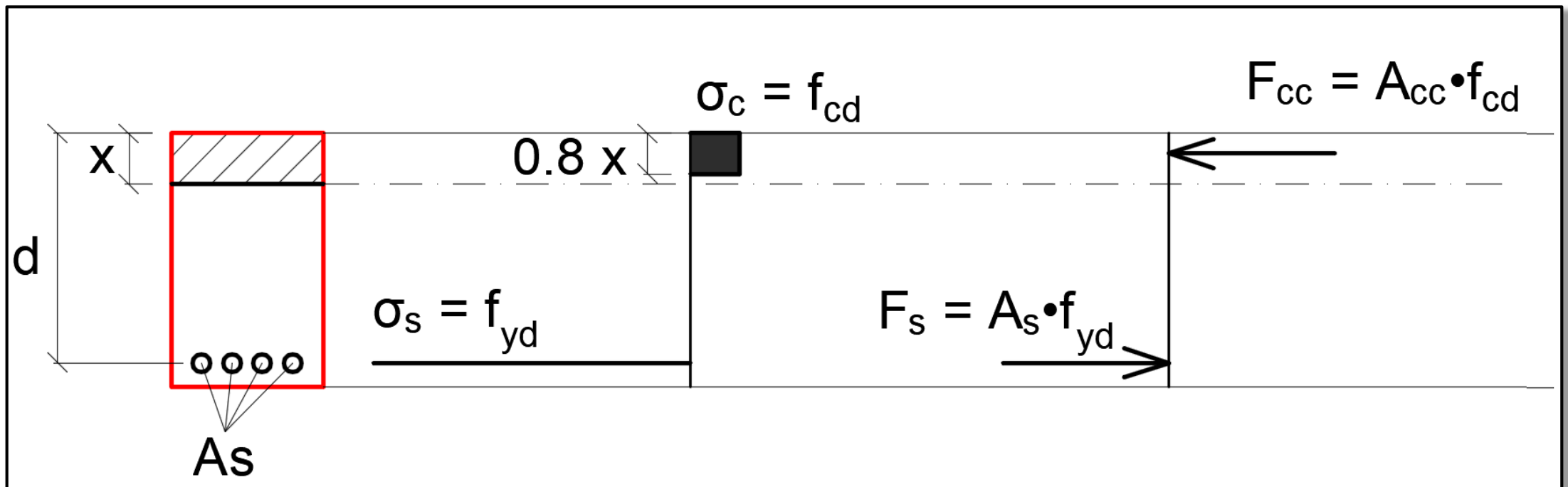
Síla v tlačném betonu

Integrace napětí po ploše je výpočtově náročná, proto se zavádějí zjednodušené pracovní diagramy (materiálové modely).



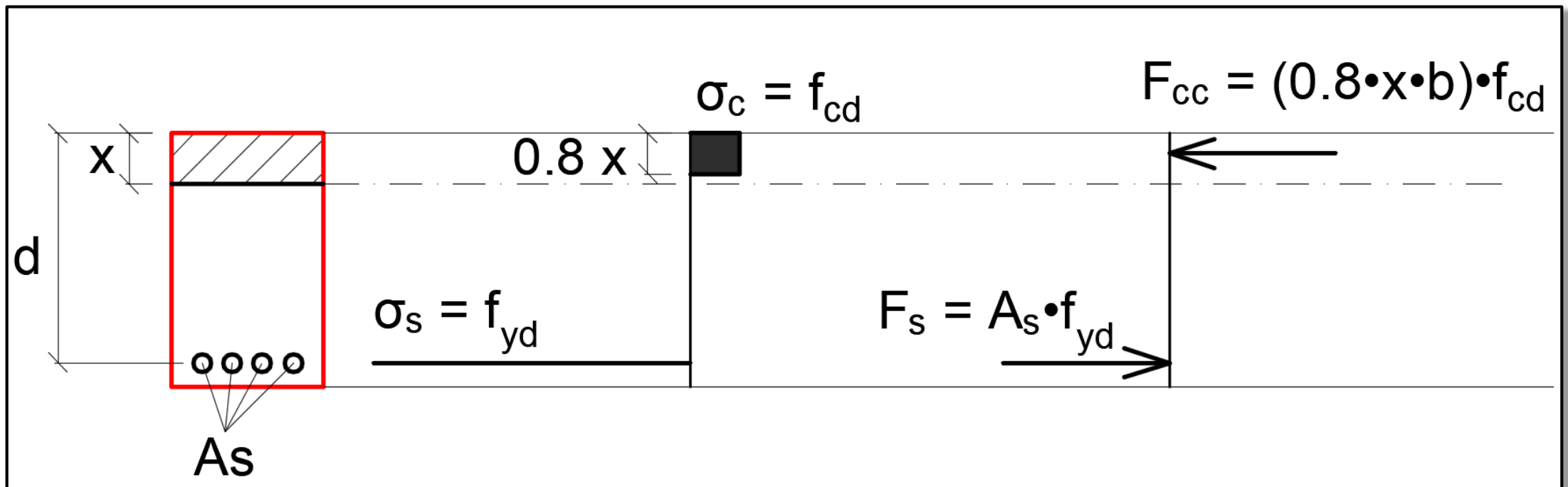
Síla v tlačném betonu

Nejpoužívanějším materiálovým modelem je rovnoměrné rozdělení (konstantní) napětí na redukované výšce.



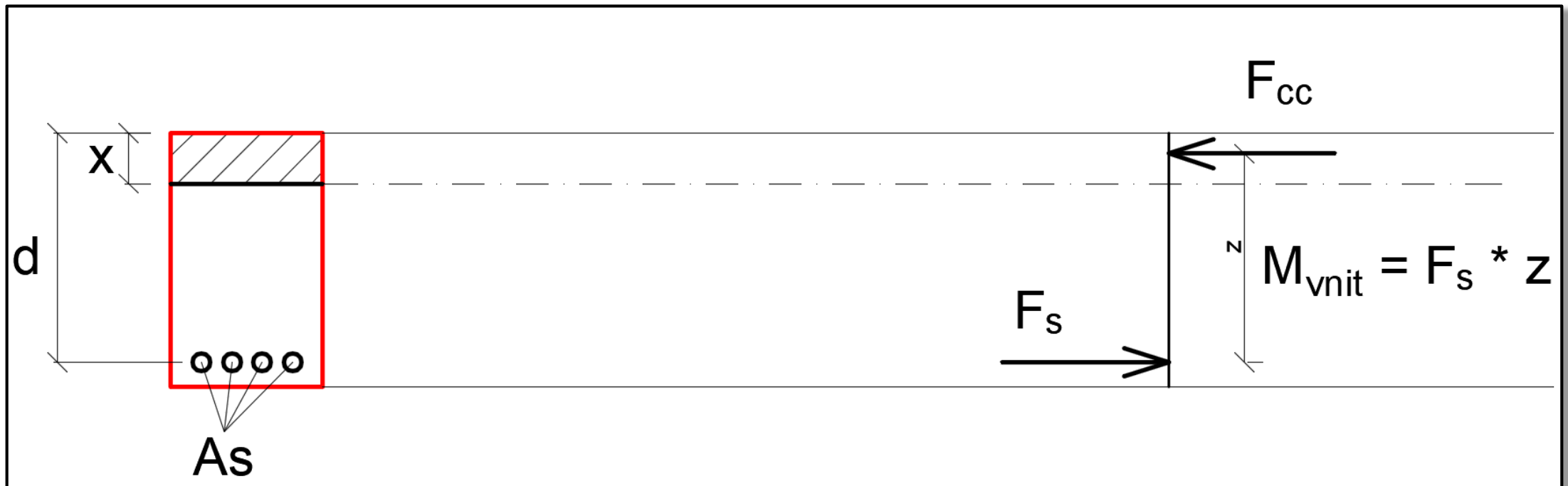
Síla v tlačném betonu

S tímto rozdělením napětí už můžeme sílu v betonu vypočítat jednoduše jako násobek plochy a napětí.



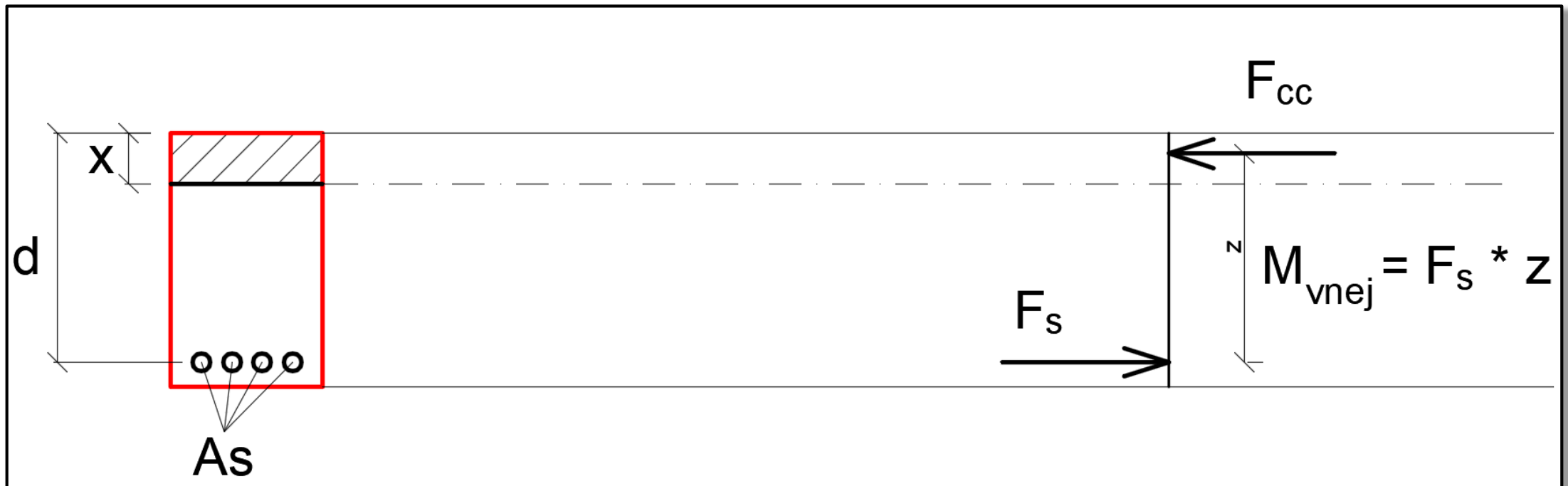
Moment vnitřních sil

Ze známých vnitřních sil můžeme stanovit moment vnitřních sil M_{vnit} .



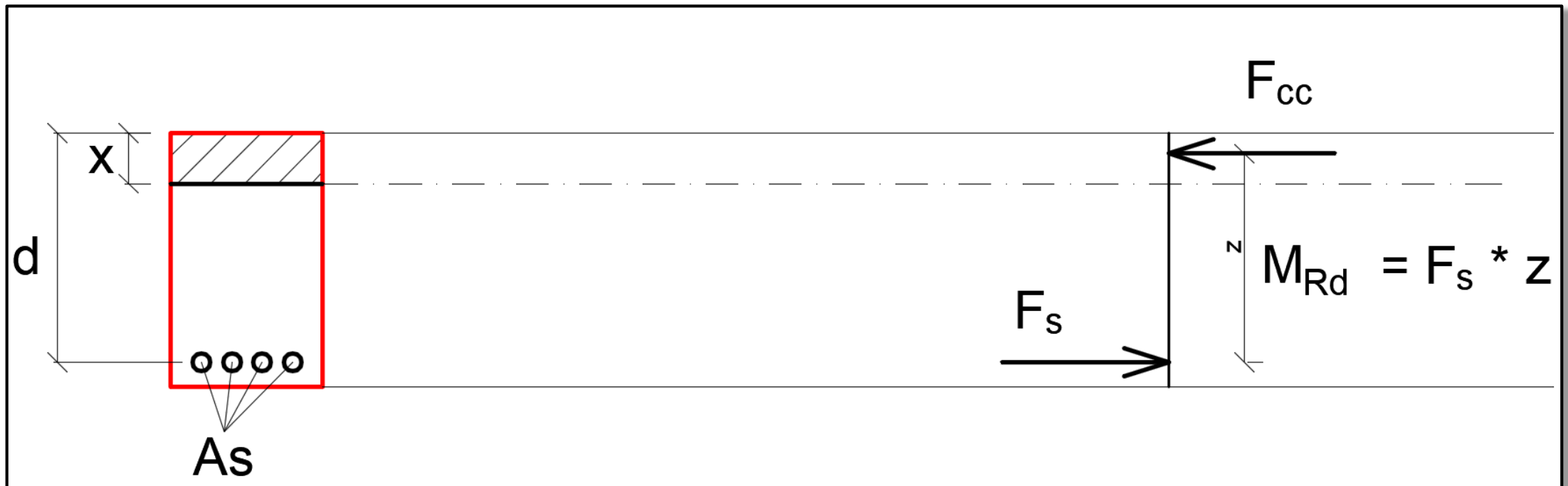
Moment od vnějších sil

Platí, že moment vnitřních sil M_{vnit} je roven momentu od vnějších sil M_{vnej} .



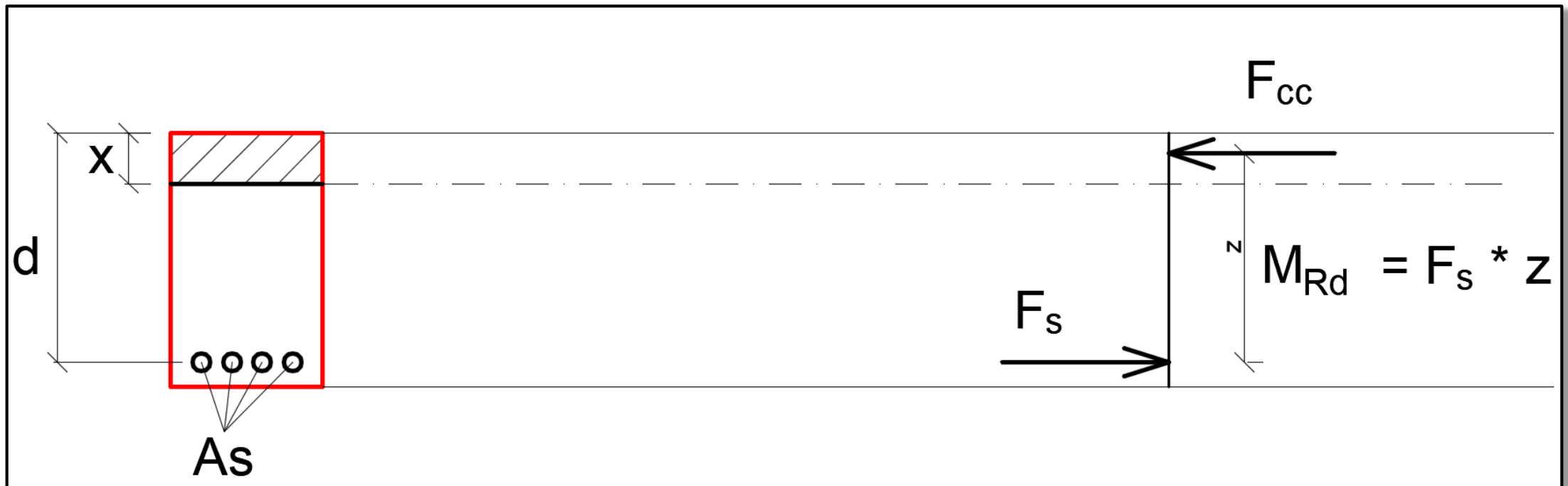
Moment únosnosti

Moment od vnějších sil M_{vnej} při mezním stavu únosnosti se nazývá **moment únosnosti M_{Rd}** .



Moment únosnosti

$$M_{Rd} = F_s * z = F_s * (d - 0.4x)$$



Poloha neutrální osy

Pokud tedy známe polohu neutrální osy (výšku tlačené oblasti), můžeme stanovit únosnost průřezu. Problém ale je, že my neznáme polohu neutrální osy.

Víme však, že se jedná o **prostý ohyb**.

Výška tlačené oblasti

V případě **prostého ohybu** platí, že průřez je namáhán pouze momentem – **normálová síla je nulová**.

Jak bylo řečeno dříve, normálová síla je suma vnitřních sil.

$$\mathbf{N} = \sum \mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{cc} + \mathbf{F}_s$$

Platí tedy:

$$N = F_{cc} + F_s = 0 \rightarrow |F_{cc}| = |F_s|$$

Výška tlačené oblasti

Platí $|F_{cc}| = |F_s|$, kde

$$F_{cc} = 0.8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd},$$

$$F_s = A_s \cdot f_{yd}.$$

Z čehož lze vyjádřit vztah pro **výšku tlačené oblasti x** .

$$0.8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$$

$$\mathbf{x} = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

Návrh výztuže

(krok 1 při návrhu a posouzení nosné výztuže)

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$
$$z = d - 0.4 \cdot x$$

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$

$z = d - 0.4 \cdot x$, ale x neznáme, proto uvažujeme:

$z \cong 0.9 \cdot d$ (platí jen pro desky!)

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$

$z = d - 0.4 \cdot x$, ale x neznáme, proto uvažujeme:

$z \cong 0.9 \cdot d$ (platí jen pro desky!)

$d = h - c - \emptyset/2$ (pro desku)

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$

$z = d - 0.4 \cdot x$, ale x neznáme, proto uvažujeme:

$z \cong 0.9 \cdot d$ (platí jen pro desky!)

$d = h - c - \emptyset/2$ (pro desku)

$$A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}$$

Návrh

Při návrhu uvažujeme plné využití průřezu, tedy $M_{Rd} = M_{Ed}$.

$$M_{Rd} = M_{Ed}$$
$$A_s \cdot f_{yd} \cdot z = M_{Ed}$$

$z = d - 0.4 \cdot x$, ale x neznáme, proto uvažujeme:

$z \cong 0.9 \cdot d$ (platí jen pro desky!)

$d = h - c - \emptyset/2$ (pro desku)

$$A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot 0.9 \cdot d}$$

$$A_{s,prov} \geq A_{s,req}$$

Návrh

$$A_{s,prov} \geq A_{s,req}$$

Je třeba navrhnout takovou výztuž (průměry a počet/vzdálenost prutů), aby její plocha byla větší než požadovaná plocha $A_{s,req}$.

Návrh výztuže lze výpočtem nebo dle tabulky.

Pozn.:

M_{Ed} bylo počítáno na 1m' desky, proto i navržená výztuž se bude týkat 1m' desky.

Návrh

$$A_{s,prov} \geq A_{s,req}$$

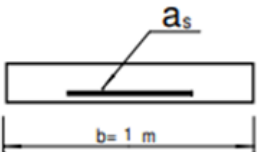
Je třeba navrhnout výztuž, aby její plocha byla větší než požadovaná.

Návrh výztuže lze provést podle tabulky.

Pozn.:

M_{Ed} bylo počítáno pro šířku 1m desky.

**TABULKA PLOCH VÝZTUŽE
PODLE VZDÁLENOSTI PRUTŮ**



a_s průřezová plocha výztuže na 1 m [mm²/m]

Vzdál. vložek [mm]	Profil prutů d_s [mm]											
	5,5	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	25
70	339	404	550	718	1 122	1 616	2 199	2 872	3 635	4 488	5 431	7 013
75	317	377	513	670	1 045	1 508	2 053	2 681	3 393	4 189	5 069	6 545
80	297	353	481	628	982	1 414	1 924	2 513	3 181	3 927	4 752	6 136
85	279	333	453	591	924	1 331	1 811	2 366	2 994	3 696	4 472	5 775
90	264	314	426	559	873	1 257	1 711	2 234	2 828	3 491	4 224	5 454
95	250	298	405	529	827	1 191	1 620	2 117	2 679	3 307	4 002	5 170
100	238	283	385	503	785	1 131	1 539	2 011	2 545	3 142	3 802	4 902
105	226	269	367	479	748	1 077	1 466	1 915	2 424	2 992	3 621	4 675
110	216	257	350	457	714	1 028	1 400	1 828	2 313	2 856	3 456	4 463
115	207	246	335	437	683	984	1 339	1 748	2 213	2 732	3 306	4 269
120	198	236	321	419	655	943	1 283	1 676	2 121	2 618	3 168	4 091
125	190	226	308	402	628	905	1 232	1 609	2 036	2 513	3 041	3 927
130	183	217	296	387	604	870	1 184	1 547	1 958	2 417	2 924	3 776
135	176	209	285	372	582	838	1 140	1 489	1 885	2 327	2 816	3 636
140	170	202	275	359	561	808	1 100	1 436	1 818	2 244	2 715	3 506
145	164	195	265	347	542	780	1 062	1 387	1 755	2 167	2 622	3 386
150	158	188	257	335	524	754	1 026	1 340	1 697	2 095	2 534	3 273
155	153	182	248	324	507	730	993	1 297	1 642	2 027	2 453	3 167

(základní vzdálenost prutů),

se bude týkat

Návrh

Na konci návrhu výslovně uveďte:

Návrh: \emptyset XX po YY mm ($a_{s,prov} = ZZZ \text{ mm}^2/\text{m}'$)

Pozn.:

Vhodnější je navrhnout větší počet menších profilů než malý počet velkých profilů.

Konstrukční zásady výztuže

(krok 2 při návrhu a posouzení nosné výztuže)

Konstrukční zásady výztuže

Minimální plocha výztuže:

$$a_{s,\text{prov}} \geq a_{s,\text{min}} = \max \left(0,26 \frac{f_{\text{ctm}}}{f_{\text{yk}}} bd; 0,0013bd \right)$$

$$f_{\text{yk}} = 500 \text{ MPa}$$

(charakteristická mez kluzu oceli B 500B)

$$f_{\text{ctm}} - \text{z tabulky pevností betonu}$$

(střední tahová pevnost betonu)

$$d = h - c - \varnothing/2$$

(staticky účinná výška průřezu)

$$b = 1 \text{ m'}$$

(šířka průřezu)

Konstrukční zásady výztuže

Maximální plocha výztuže:

$$a_{s,\text{prov}} \leq a_{s,\text{max}} = 0,04bh$$

$b = 1 \text{ m}'$ (šířka průřezu)

h – váš návrh (tloušťka desky)

Konstrukční zásady výztuže

Maximální osová vzdálenost mezi jednotlivými pruty

$$s \leq \min(2h; 250 \text{ mm})$$

h – váš návrh (tloušťka desky)

Konstrukční zásady výztuže

Minimální světlá vzdálenost mezi jednotlivými pruty

$$s_l \geq \max (20 \text{ mm}; 1,2\varnothing_s ; D_{\max} + 5 \text{ mm})$$

\varnothing_s – vámi navržený průměr výztuže

$D_{\max} = 16 \text{ mm}$ (velikost největšího zrna kameniva v betonu)

Shrnutí návrhu a posouzení nosné výztuže

Krok 0

- 1) Zvolení materiálů (C_{xx}/x_x , B 500B) a výpočet návrhových hodnot
- 2) Návrh geometrie průřezu a výpočet účinné výšky d

Krok 1

- 1) Zvolení materiálů (Cxx/xx, B 500B) a výpočet návrhových hodnot
- 2) Návrh geometrie průřezu a výpočet účinné výšky d
- 3) Návrh plochy výztuže $A_s = \text{xxx mm}^2$

Krok 3

- 1) Zvolení materiálů (Cxx/xx, B 500B) a výpočet návrhových hodnot
- 2) Návrh geometrie průřezu a výpočet účinné výšky d
- 3) Návrh plochy výztuže

$$A_s = \text{xxx mm}^2$$

- 4) Výpočet výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

- 5) Ověření přetvoření výztuže

$$0.0035 \cdot \frac{d-x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd})$$

- 6) Výpočet síly v betonu

$$F_{cc} = 0.8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}$$

- 7) Výpočet síly ve výztuži

$$F_s = A_s \cdot f_{yd}$$

- 8) Výpočet momentu únosnosti

$$M_{Rd} = F_s \cdot (d - 0.4x)$$

Shrnutí – postup výpočtu M_{Rd} pro ohýbaný prvek

1) Zvolení materiálů (Cxx/xx, B 500B) a výpočet návrhových hodnot

2) Návrh geometrie průřezu a výpočet účinné výšky d

3) Návrh plochy výztuže

$$A_s = \text{xxx mm}^2$$

4) Výpočet výšky tlačené oblasti

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0.8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

5) Ověření přetvoření výztuže

$$0.0035 \cdot \frac{d-x}{x} \geq \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd})$$

6) Výpočet síly v betonu

$$F_{cc} = 0.8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}$$

7) Výpočet síly ve výztuži

$$F_s = A_s \cdot f_{yd}$$

8) Výpočet momentu únosnosti

$$M_{Rd} = F_s \cdot (d - 0.4x)$$

(Stupeň využití, poměr M_{Ed}/M_{Rd} , by měl být v rozmezí 80 % až 90 %.)

Konstrukční výztuž

Návrh konstrukční výztuže

„Konstrukční“ výztuž je taková, která se nenavrhuje na působící zatížení, ale jen **podle konstrukčních zásad**.

V našem případě je zatím navržena pouze hlavní nosná podélná výztuž na ohybové momenty.

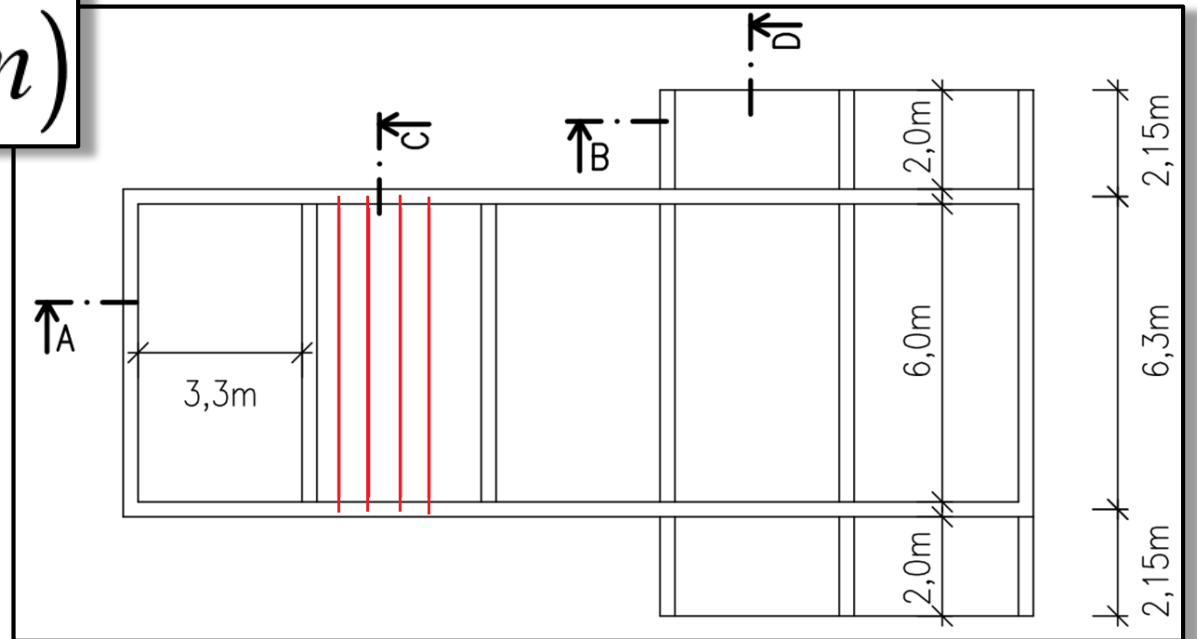
Musíme ještě navrhnou *konstrukční výztuž*. V případě desky se jedná o výztuž:

- rozdělovací
- okrajovou (lemovací)
- horní výztuž desky v oblasti uložení na zděnou stěnu

Rozdělovací konstrukční výztuž

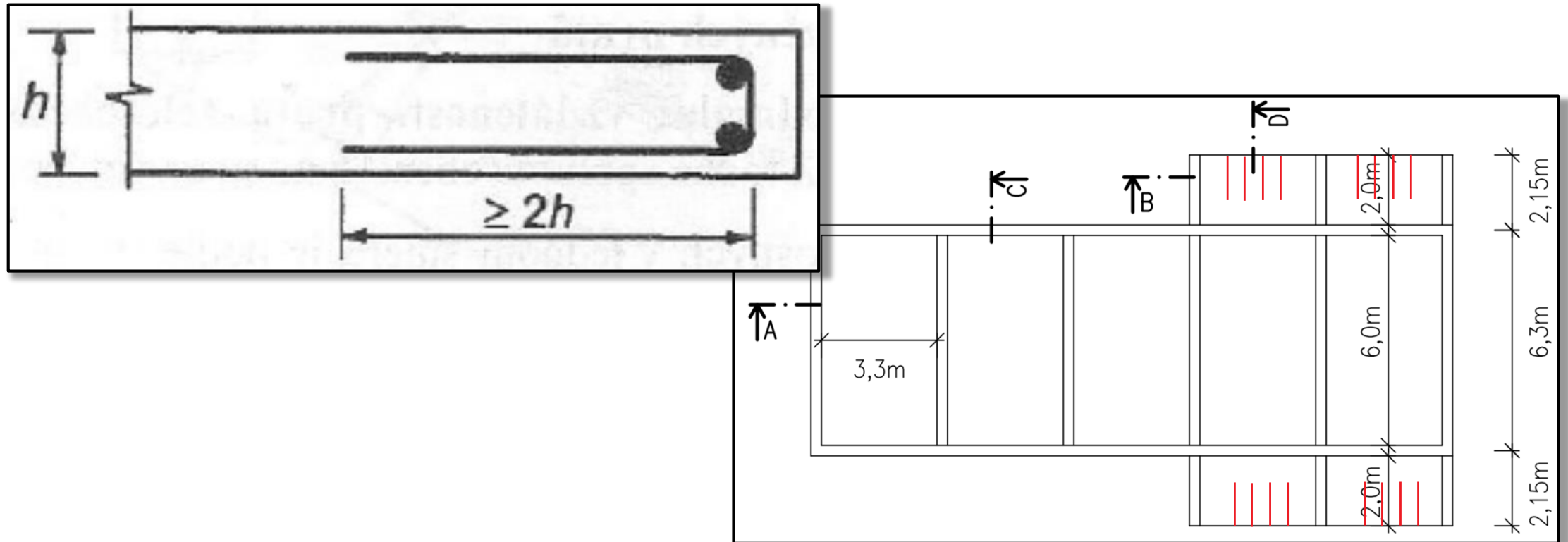
Pro plochu a osové vzdálenosti prutů rozdělovací výztuže platí:

$$a_{s,roz} \geq 0,25a_{s,prov}$$
$$s_{roz} \leq \min(3h; 400 \text{ mm})$$



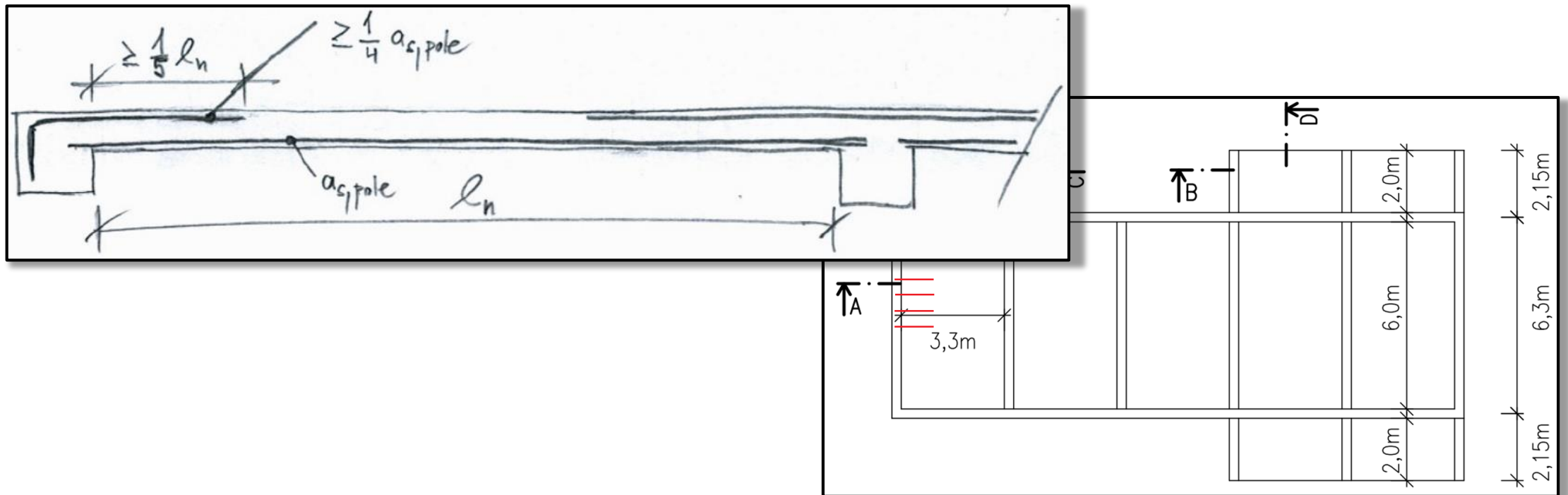
Lemovací konstrukční výztuž

Lemovací výztuž se vkládá na volném okraji desky nebo okolo otvorů, podle pravidla patrného z obrázku.



Horní výztuž desky v oblasti uložení

Při horním povrchu musí být výztuž o ploše alespoň $\frac{1}{4}$ plochy výztuže v přilehlém poli a musí zasahovat alespoň do $\frac{1}{5}$ přilehlého pole. Výztuž musí zároveň splňovat konstrukční zásady nosné výztuže.



Domácí úloha

Postup návrhu a posouzení výztuže v domácí úloze

- 1) Návrh: $A_{s,req} = M_{Ed} / (0.9 d f_{yd}) \rightarrow \emptyset XX \text{ po } YYY \text{ mm}$
- 2) Konstrukční zásady: $a_{s,min}, a_{s,max}, S_{min}, S_{max}$
- 3) Posouzení výztuže: $x \rightarrow z \rightarrow M_{Rd}$
- 4) Návrh konstrukční výztuže

Návrh a posouzení nosné výztuže (1), 3)) proved'te dvakrát – jednou pro krajní momenty $1/10 f L^2$ a jednou pro střední momenty $1/12 f L^2$.

Konstrukční zásady stačí ověřit pro menší výztuž ($1/12 f L^2$).

Návrh **konstrukční výztuže** se také provede pouze jednou.

Konec