Po obvodě podepřená obousměrně pnutá deska

Vypočet ohybových momentů

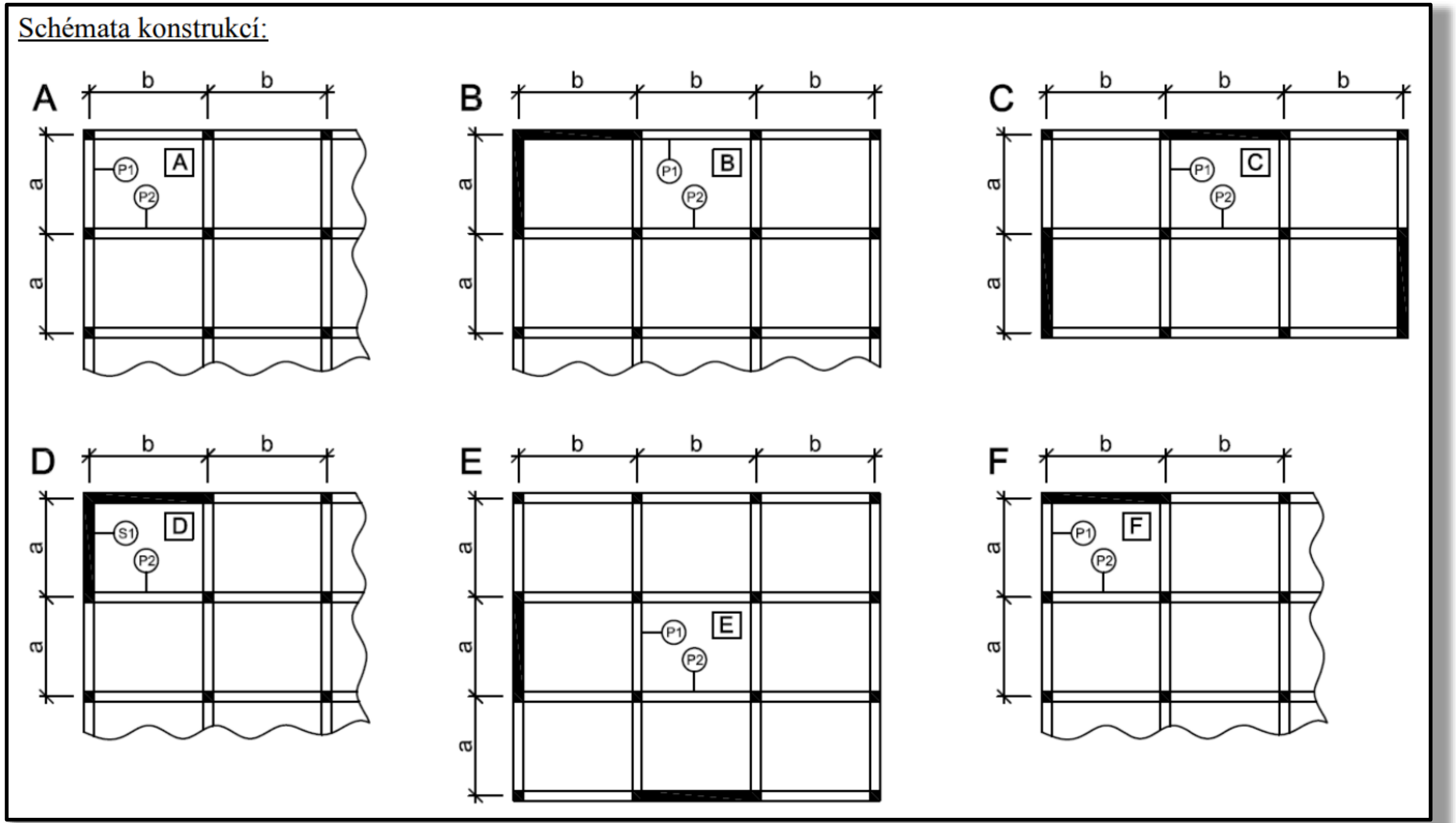
Autor: Jakub Holan

Poslední aktualizace: 26.10.2021 19:18

Zadání

Řešená konstrukce

Po obvodě nepoddajně podepřená* obdélníková deska bez prostupů.



*deska podepřená průvlaky a stěnami na všech okrajích

Zadání úlohy

1. Vypočítejte a vykreslete ohybové momenty v desce pomocí zjednodušených metod.
2. Ověřte zadanou tloušťku desky
3. Vypočítejte zatížení vybraného průvlaku/stěny od desky

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Zadání

Zatížení

Před výpočtem momentů je nutné **stanovit zatížení** desky (formou tabulky)
– vlastní tíha desky, ostatní stálé zatížení, proměnné zatížení*.

Zatížení stropní desky

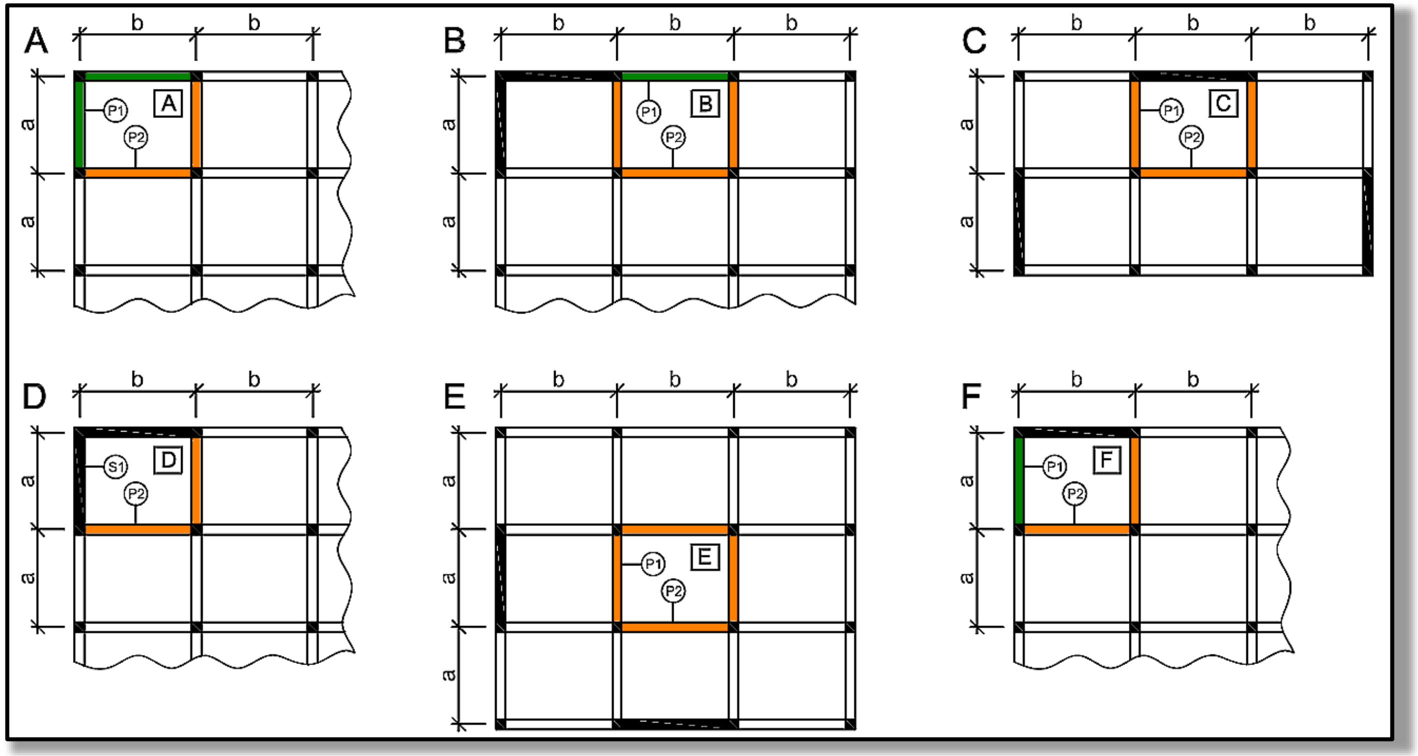
Typ zatížení	Název zatížení	h	γ	$f_{pl,k}$	γ	$f_{pl,d}$
		mm	kN/m^3	kN/m^2		kN/m^2
STÁLÉ	vl. tíha ŽB desky	150	25.0	3.75	1.35	5.06
	ostatní stálé	viz zadání		1.60		2.16
	Σ		g_k =	5.35	g_d =	7.22
PROM	užitné zatížení	viz zadání		3.00	1.5	4.50
	Σ		q_k =	3.00	q_d =	4.50
Σ			f_k =	**8.35**	f_d =	**11.72**

*ostatní stálé a proměnné zatížení převezmeme z 1. úlohy

Uložení desky

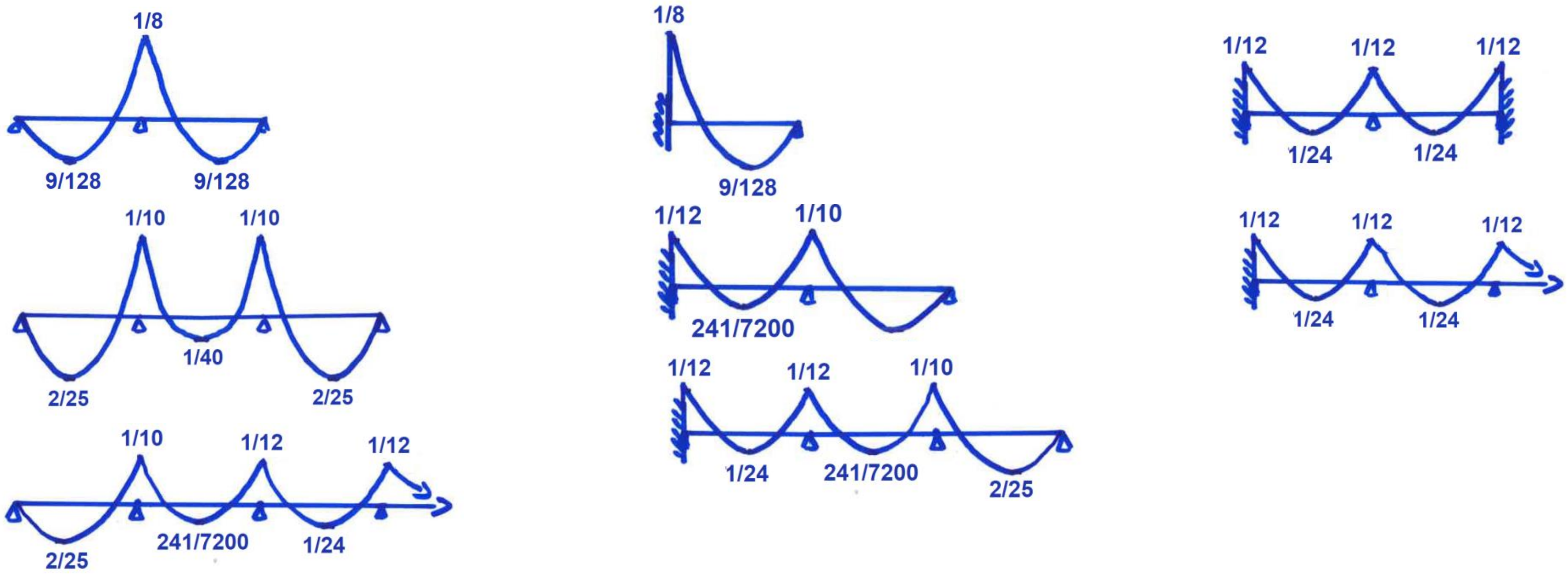
Dále je nutné **stanovit uložení** desky (podle zadání)

- stěna, vnitřní průvlak – vetknutí,
- obvodový průvlak – kloub.

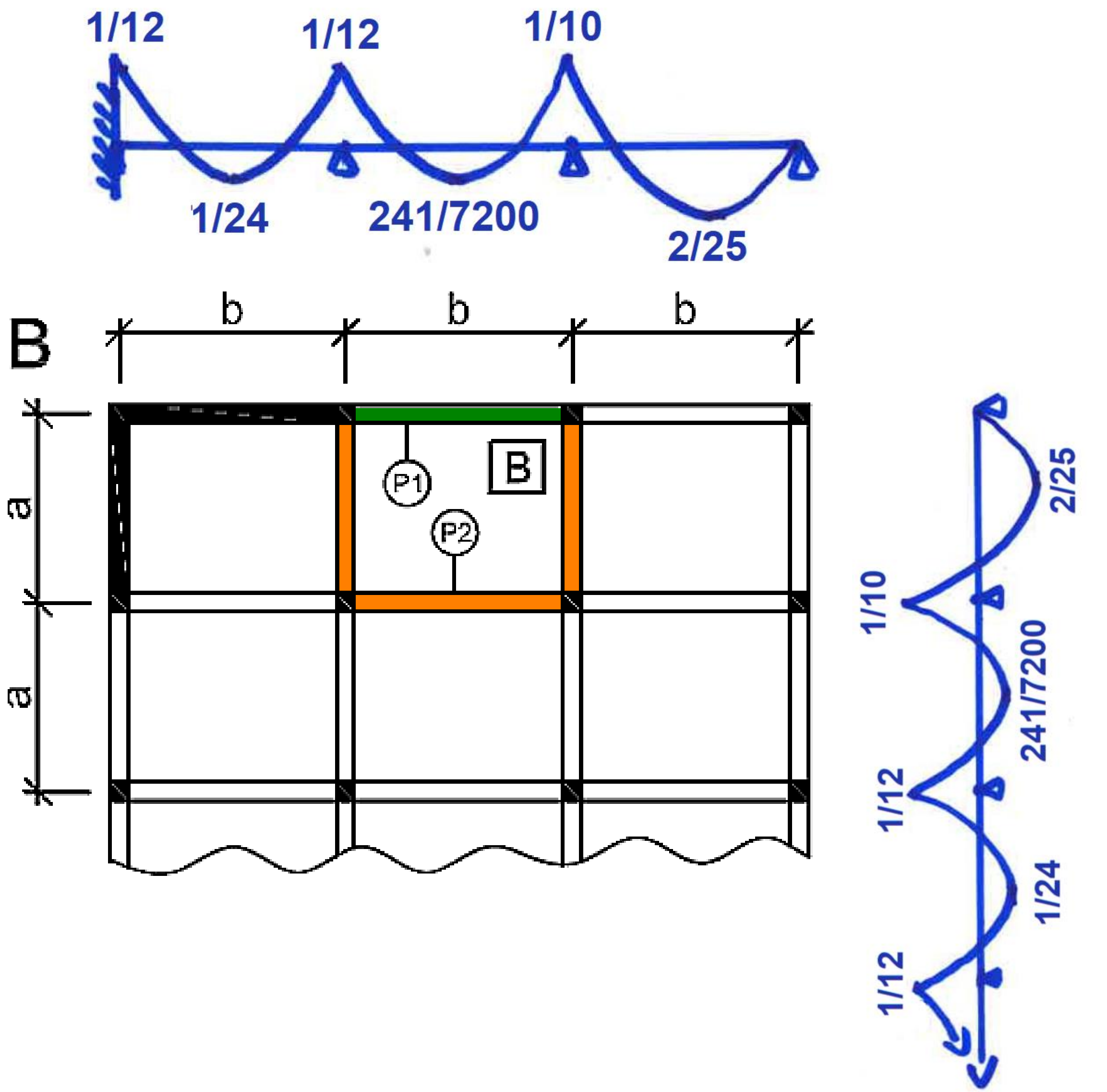


Statická schémata

Pro oba směry musíme určit **statická schémata** a odpovídající **součinitele pro extrémní momenty**.



Příklad: Statická schémata pro var. B



Vypočet ohybových momentů

V domácí úloze pro výpočet momentů **použijeme zjednodušené metody**.

- **Pružný výpočet** pomocí **proužkové metody** vycházející **z rovnosti průhybů** náhradních nosníků.
- **Tabulky** stanovené **pomocí teorie pružnosti** (Marcusovy metody).
- **Tabulky** stanovené **pomocí plastické teorie** (Yield Line Theory).

Pozn.: V praxi se pro výpočet momentů na deskách nejčastěji používá software – viz např. manuál YBKC.

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

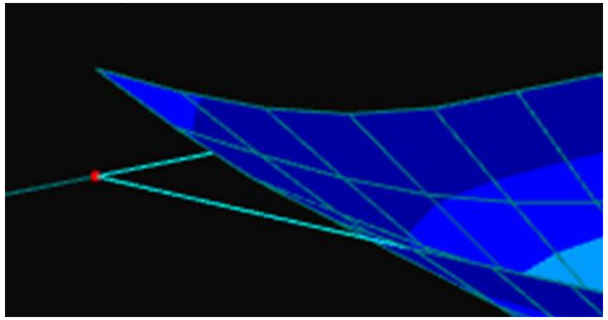
Proužková metoda

Proužková metoda

Proužková metoda je **nejlepší z prezentovaných** metod, protože je **rychlá a jednoduchá**, takže je velmi **vhodná pro ruční kontrolu výsledků**.

Nevýhodou je, že uvažuje **nulové kroutící momenty**, a **vypočtené ohybové momenty jsou tedy větší**.

Tím, že uvažujeme nulové kroutící momenty, jsou výsledky blízké variantě, kdy **NENÍ ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



Teorie navíc

Proužková metoda

Při výpočtu pomocí proužkové metody **uvažujeme**, že **kroutící momenty jsou nulové*** $m_{xy} = 0$, což nám výrazně zjednoduší výpočet, protože se na přenosu zatížení podílejí pouze momenty m_x a m_y

$$\boxed{\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -f,}$$

kde f je celkové plošné **zatížení desky**, které **můžeme rozložit** na složku přenášenou ohybem ve **směru $\boldsymbol{x}$** a na složku přenášenou ohybem ve **směru $\boldsymbol{y}$**

$$\boxed{f = f_x + f_y.}$$

*To matematicky není chybné. Získané řešení bude správné, pouze budou hodnoty momentů větší než kdyby byly kroutící momenty uváženy.

Teorie navíc

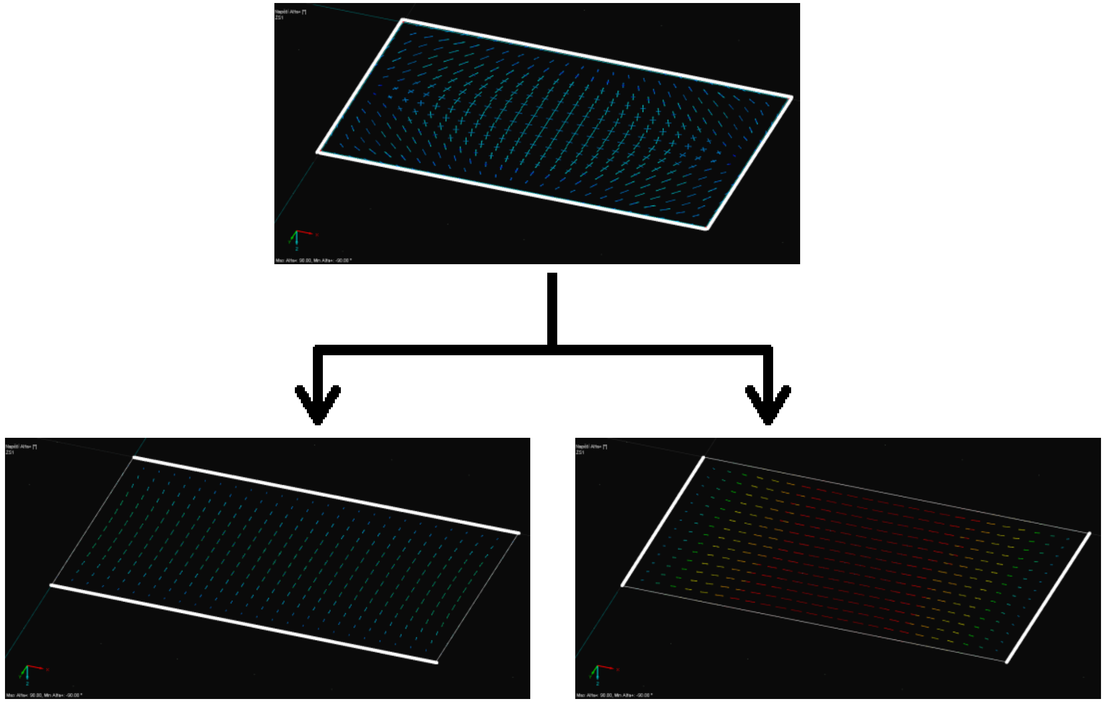
Proužková metoda

Rovnici

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -(f_x + f_y),$$

pak můžeme **rozdělit na dvě rovnice**

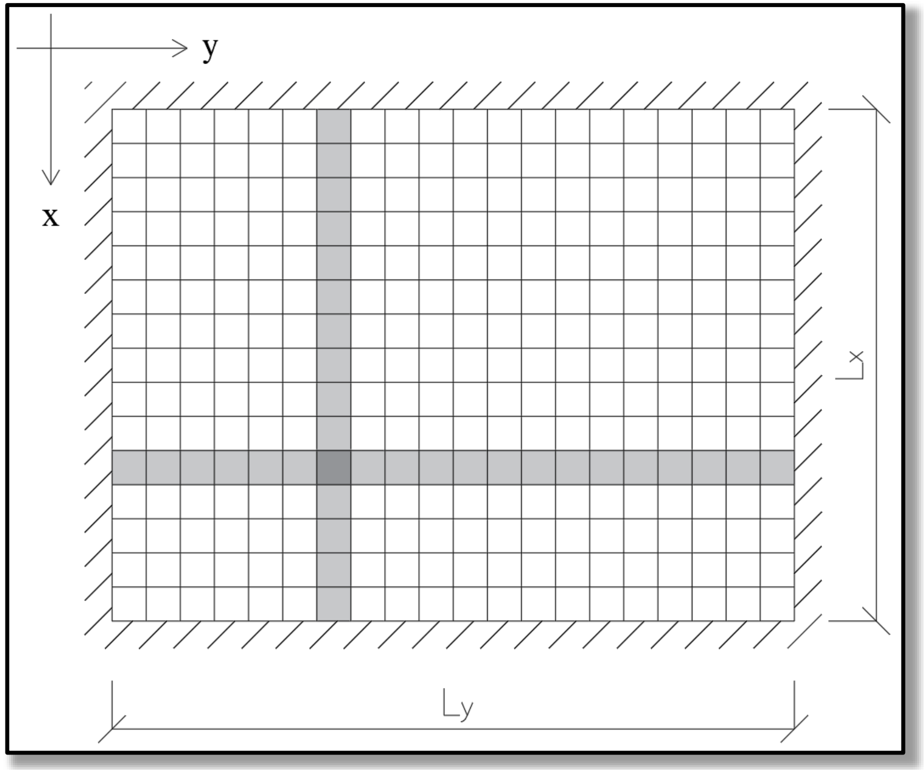
$$\boxed{\begin{aligned}\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} &= -f_x,\\ \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} &= -f_y,\end{aligned}}$$



a konstrukci dál řešíme jako **dvě jednosměrně pnuté desky**, které jsou na sobě vzájemně **nezávislé**.

Proužková metoda

Deska se vlastně **chová**, **jako** kdyby byla **složena z „proužků“** ve směru x a y, které spolu **nijak nespolupůsobí** – proto se tato metoda nazývá **PROUŽKOVÁ METODA**.

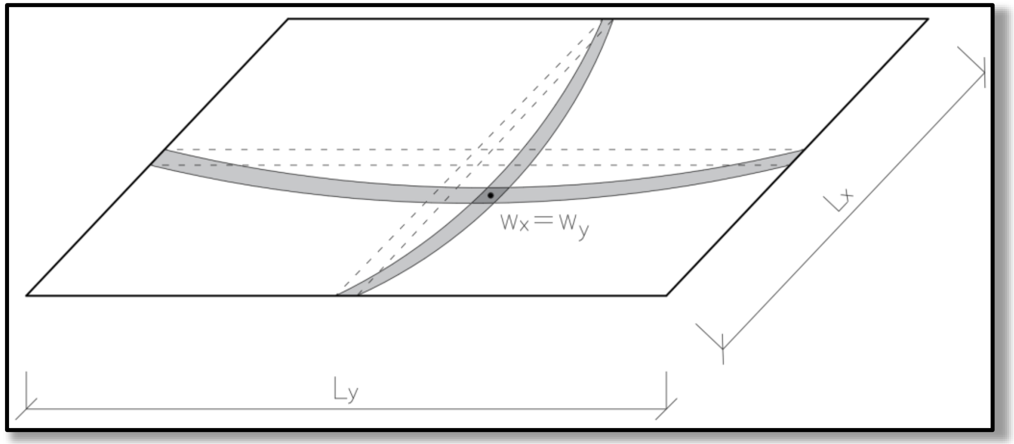


Rovnost průhybů

Abychom mohli vypočítat momenty v desce, **nejprve potřebujeme určit zatížení** v jednotlivých směrech f_x a f_y.

Možností, jak rozdělit zatížení je více*, **nejčastěji se** však uvažuje **rovnoměrné zatížení** všech proužků a rozdělení zatížení do směrů **vychází z předpokladu o rovnosti průhybů** v polovinách rozpětí ve směru x a y

$$w_x\left(\frac{l_x}{2}\right) = w_y\left(\frac{l_y}{2}\right).$$



*např. rozdělit to přesně na polovinu, v některých oblastech dát vše ve směru x a v jiných vše ve směru y, atd.

Rovnost průhybů

Průhyb rovnoměrně zatíženého nosníku* v polovině rozpětí můžeme vypočítat pomocí vztahu

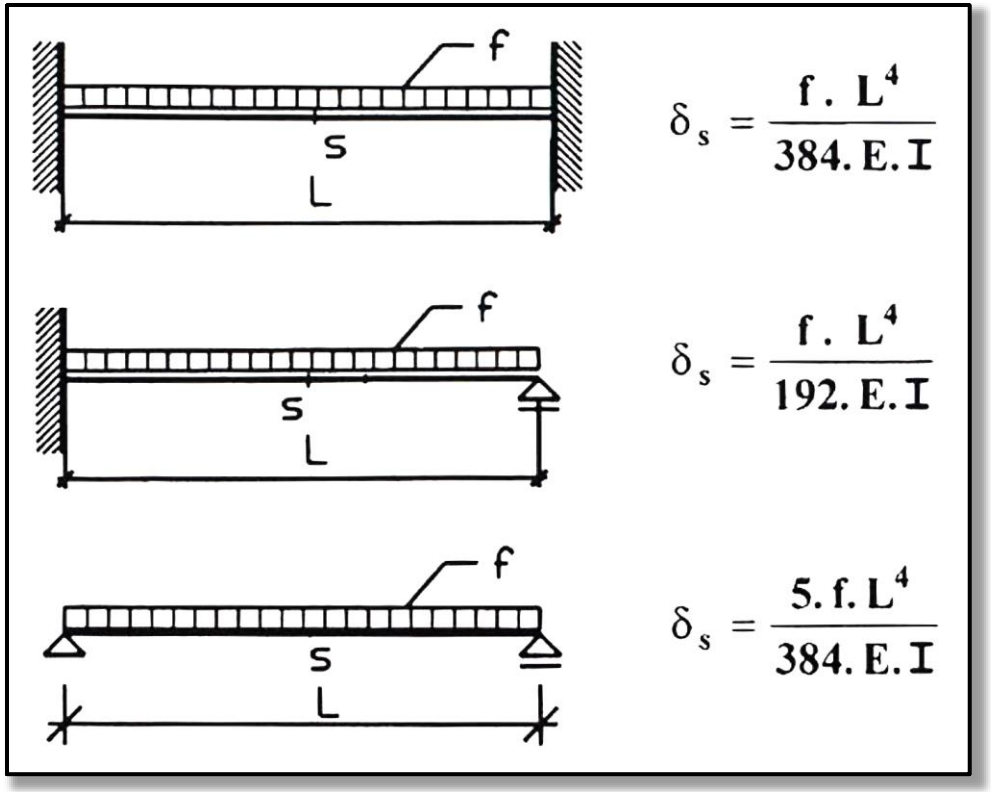
$$w = k\frac{fl^4}{EI},$$

kde k závisí na typu uložení†,

$$k = \frac{1}{384} \text{ pro vetknutí-vetknutí,}$$

$$k = \frac{2}{384} \text{ pro vetknutí-kloub,}$$

$$k = \frac{5}{384} \text{ pro kloub-kloub.}$$



* V tomto případě „proužku“.

† Zjednodušeně můžeme jakýkoliv vnitřní průvlak uvažovat jako ideální vetknutí.

Rovnost průhybů

Rovnost průhybů

$$w_x\left(\frac{l_x}{2}\right) = w_y\left(\frac{l_y}{2}\right)$$

tedy můžeme zapsat jako rovnici

$$k_x \frac{f_x l_x^4}{EI} = k_y \frac{f_y l_y^4}{EI},$$

ze které můžeme vyjádřit vztah mezi f_x a f_y

$$f_y = f_x \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}.$$

Rozdělení zatížení

Na začátku jsme říkali, že pro celkové zatížení platí

$$f = f_x + f_y.$$

Když dosadíme výše odvozený vztah mezi f_x a f_y, tak získáme rovnici

$$f = f_x + f_x \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4},$$

ze které odvodíme vztah pro výpočet zatížení f_x

$$f_x = \frac{f}{1 + \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}}.$$

Rozdělení zatížení

Známe tedy **zatížení ve směru $\boldsymbol{x}$**

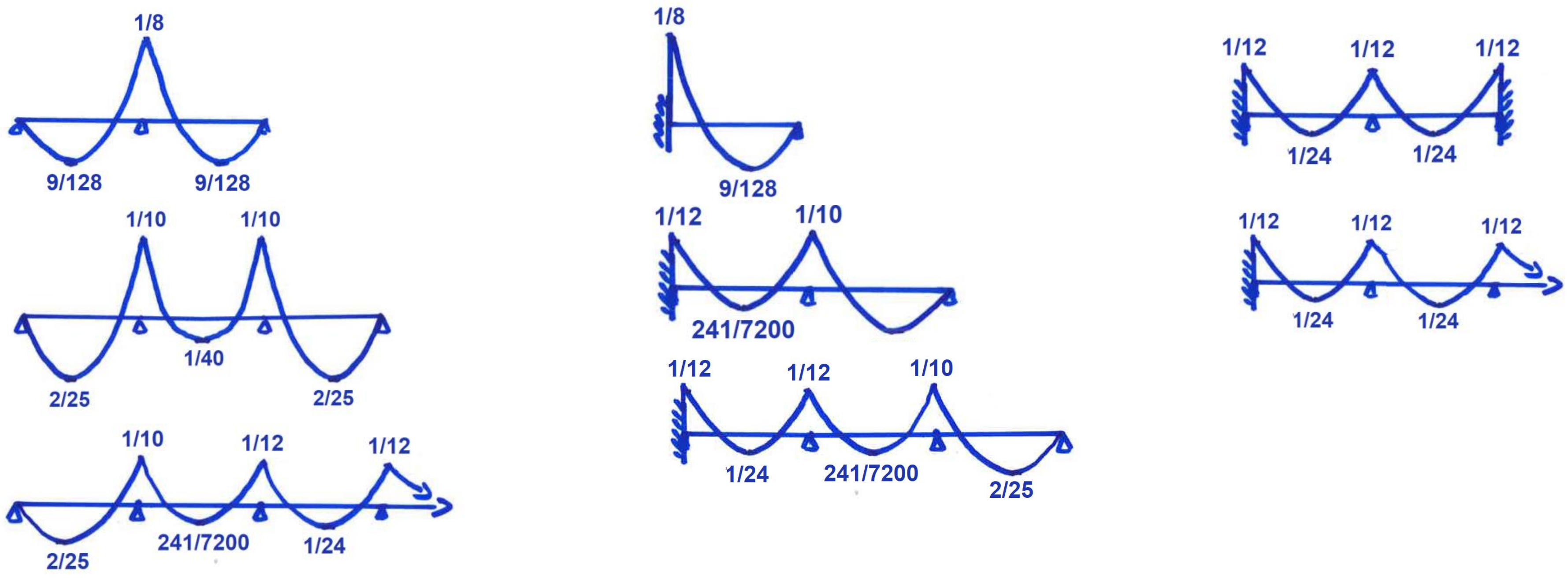
$$\boldsymbol{f_x} = \frac{f}{1 + \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}},$$

ze kterého můžeme dopočítat **zatížení ve směru $\boldsymbol{y}$**

$$\boldsymbol{f_y} = f - f_x.$$

Výpočet momentů

Nyní, když **známe zatížení** v jednotlivých směrech, **můžeme vypočítat momenty** na nosnících* v jednotlivých směrech pomocí odpovídajících statických schémat – viz níže nebo [online pomůcka](#).



*„proužcích“

Výpočet momentů

Momenty tedy můžeme vypočítat pomocí vztahů

$$m_x = k_{x,m} f_x l_x^2,$$

$$m_y = k_{y,m} f_y l_y^2,$$

kde $k_{i,m}$ závisí na statickém schématu,

$$f_x = \frac{f}{1+\frac{k_{x,w} l_x^4}{k_{y,w} l_y^4}},$$

kde $k_{i,w} = 1/384$ pro V-V*, $k_{i,w} = 2/384$ pro V-K, $k_{i,m} = 5/384$ pro K-K,

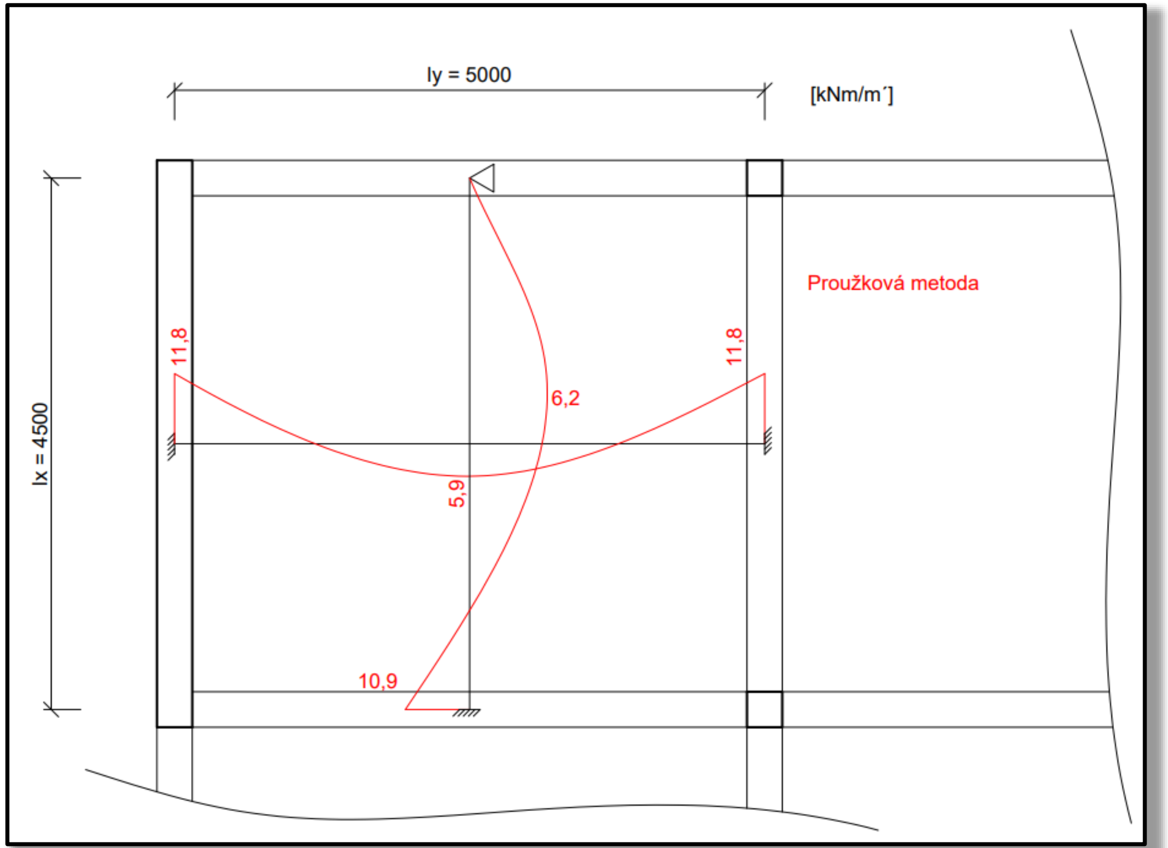
l_x a l_y jsou rozpětí desky ve směru x a y,

$$f_y = f - f_x,$$

*V-V značí uložení vetknutí-vetknutí , V-K značí vetknutí-kloub , K-K značí kloub-kloub

Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle proužkové metody budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**.



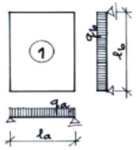
Pro kontrolu můžeme použít [program DeSMon](#).

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti

Tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti

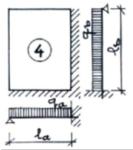
Další možností, jak jednoduše stanovit momenty v obousměrně pnuté desce je pomocí „*Tabulek stanovených pomocí teorie pružnosti**.“



	kw	km
a	5/384	1/8
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	169.2	10.6	0.059
0.55	124.1	11.4	0.084
0.60	94.9	12.3	0.115
0.65	75.3	13.4	0.151
0.70	61.6	14.8	0.194
0.75	51.7	16.4	0.240
0.80	44.3	18.1	0.291
0.85	38.6	20.1	0.343
0.90	34.1	22.4	0.396
0.95	30.4	24.8	0.449
1.00	27.4	27.4	0.500

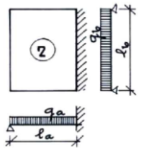
α	a	b	c
1.0	27.4	27.4	0.500
1.1	22.8	33.4	0.594
1.2	19.5	40.3	0.675
1.3	17.0	48.6	0.741
1.4	15.2	58.5	0.793
1.5	13.9	70.2	0.835
1.6	12.8	84.2	0.868
1.7	12.1	100.8	0.893
1.8	11.5	120.2	0.913
1.9	11.0	142.9	0.929
2.0	10.6	169.2	0.941



	kw	km
a	2/384	9/128
b	2/384	9/128

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	271.8	17.0	0.059
0.55	195.0	17.8	0.084
0.60	145.7	18.9	0.115
0.65	112.9	20.1	0.151
0.70	90.2	21.6	0.194
0.75	74.0	23.4	0.240
0.80	62.2	25.5	0.291
0.85	53.3	27.8	0.343
0.90	46.6	30.6	0.396
0.95	41.3	33.7	0.449
1.00	37.2	37.2	0.500

α	a	b	c
1.0	37.2	37.2	0.500
1.1	31.1	45.5	0.594
1.2	27.0	56.0	0.675
1.3	24.2	69.0	0.741
1.4	22.1	85.0	0.793
1.5	20.6	104.4	0.835
1.6	19.5	127.7	0.868
1.7	18.6	155.5	0.893
1.8	17.9	188.4	0.913
1.9	17.4	226.9	0.929
2.0	17.0	271.8	0.941

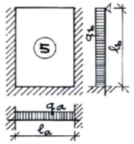


	kw	km
a	2/384	9/128
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	141.0	11.3	0.135
0.55	107.4	12.4	0.186
0.60	85.3	13.7	0.245
0.65	70.1	15.3	0.309
0.70	59.1	17.2	0.375
0.75	51.0	19.4	0.442
0.80	44.7	22.0	0.506
0.85	39.7	25.0	0.566
0.90	35.7	28.4	0.621
0.95	32.5	32.3	0.671
1.00	29.9	36.8	0.714

α	a	b	c
1.0	29.9	36.8	0.714
1.1	26.0	47.6	0.785
1.2	23.3	61.4	0.838
1.3	21.4	78.7	0.877
1.4	20.0	100.3	0.906
1.5	19.0	126.6	0.927
1.6	18.2	158.5	0.942
1.7	17.6	196.7	0.954
1.8	17.2	241.9	0.963
1.9	16.8	295.1	0.970
2.0	16.5	357.0	0.976

l_b je rozměr rovnoběžný s vetknutou stranou (nesouvisí to s tím, která strana je delší).

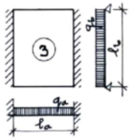


	kw	km
a	1/384	1/24
b	2/384	9/128

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	246.4	17.9	0.111
0.55	180.8	19.1	0.155
0.60	138.6	20.7	0.206
0.65	110.3	22.6	0.263
0.70	90.7	24.9	0.324
0.75	76.6	27.7	0.388
0.80	66.2	31.0	0.450
0.85	58.5	34.8	0.511
0.90	52.5	39.3	0.568
0.95	47.9	44.6	0.620
1.00	44.2	50.6	0.667

α	a	b	c
1.0	44.2	50.6	0.667
1.1	38.8	65.3	0.745
1.2	35.3	84.3	0.806
1.3	32.8	108.2	0.851
1.4	31.0	138.1	0.885
1.5	29.7	174.8	0.910
1.6	28.7	219.3	0.929
1.7	28.0	272.7	0.944
1.8	27.4	336.0	0.955
1.9	26.9	410.6	0.963
2.0	26.5	497.6	0.970

l_a je rozměr rovnoběžný s kloubově uloženou stranou (nesouvisí to s tím, která strana je kratší).

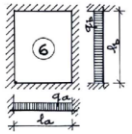


	kw	km
a	1/384	1/24
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	137.1	12.5	0.238
0.55	107.4	14.1	0.314
0.60	87.6	16.1	0.393
0.65	73.8	18.6	0.472
0.70	63.7	21.6	0.546
0.75	56.2	25.2	0.613
0.80	50.4	29.6	0.672
0.85	46.0	34.7	0.723
0.90	42.5	40.7	0.766
0.95	39.7	47.6	0.803
1.00	37.5	55.7	0.833

α	a	b	c
1.0	37.5	55.7	0.833
1.1	34.2	75.7	0.880
1.2	31.9	101.7	0.912
1.3	30.3	134.7	0.935
1.4	29.2	175.9	0.951
1.5	28.3	226.7	0.962
1.6	27.6	288.4	0.970
1.7	27.1	362.5	0.977
1.8	26.7	450.7	0.981
1.9	26.4	554.5	0.985
2.0	26.1	675.8	0.988

l_b je rozměr rovnoběžný s vetknutými stranami (nesouvisí to s tím, která strana je delší).



	kw	km
a	1/384	1/24
b	1/384	1/24

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	436.5	27.3	0.059
0.55	310.2	28.4	0.084
0.60	229.5	29.7	0.115
0.65	176.0	31.4	0.151
0.70	139.2	33.4	0.194
0.75	113.3	35.8	0.240
0.80	94.5	38.7	0.291
0.85	80.6	42.1	0.343
0.90	70.1	46.0	0.396
0.95	62.0	50.5	0.449
1.00	55.7	55.7	0.500

α	a	b	c
1.0	55.7	55.7	0.500
1.1	46.8	68.5	0.594
1.2	40.9	84.8	0.675
1.3	36.9	105.4	0.741
1.4	34.1	130.9	0.793
1.5	32.0	162.2	0.835
1.6	30.5	200.1	0.868
1.7	29.4	245.5	0.893
1.8	28.5	299.4	0.913
1.9	27.8	362.7	0.929
2.0	27.3	436.5	0.941

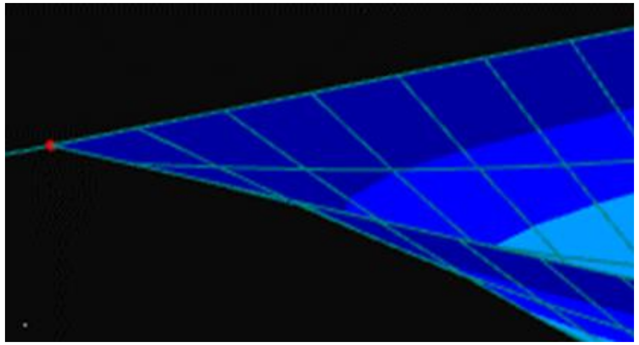
*„teorie pružnosti“ znamená jen to, že uvažujeme, že materiály se chovají pružně a platí Hookův zákon – stejně jako u proužkové metody

Marcusova metoda

Tyto tabulky jsou stanoveny podle **Marcusovy metody***.

Tato metoda **upravuje momenty v polích stanovené pomocí proužkové metody** o redukční součinitel, který vyjadřuje **vliv kroutících momentů**.

Tím, že jsou uváženy kroutící momenty, jsou výsledky blízké variantě, kdy **JE ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



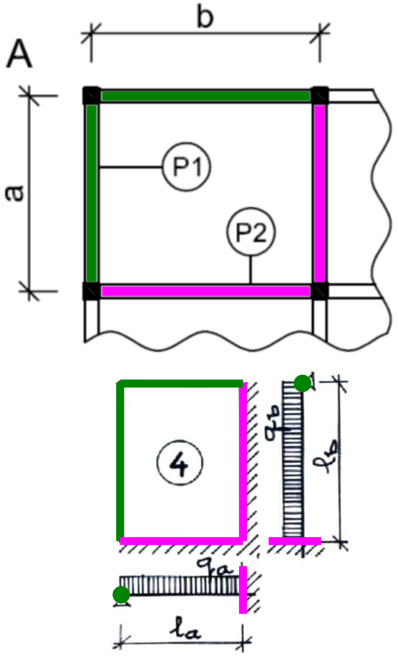
*H. Marcus (1924). Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten.

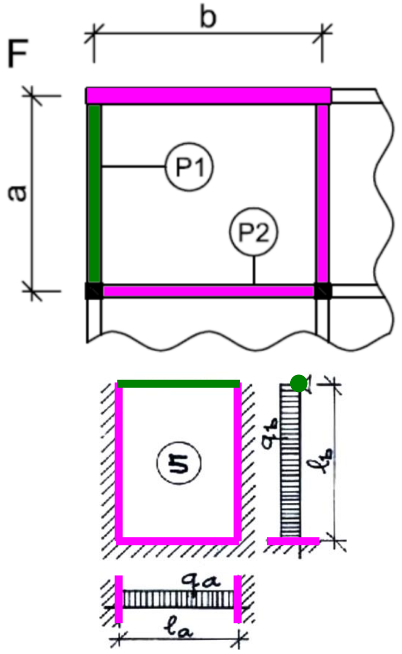
Tabulky

Při použití tabulek je **nutné zvolit z tabulky správnou variantu uložení**!

Variantu uložení vybíráme **podle toho**, **které** strany jsou uloženy **kloubově** a **které vetknutě**. Nesouvisí to s tím, která strana je delší, ani se značením os!

Například:





Momenty v polích – tabulky

Momenty v polích vypočítáme **pomocí tabulkových hodnot** a vztahů

$$M_a = \frac{1}{a} f l_a^2,$$

$$M_b = \frac{1}{b} f l_b^2,$$

kde a a b jsou součinitele z tabulky pro dané uložení a daný poměr l_b/l_a,

l_a a l_b jsou rozpony desky v jednotlivých směrech,

f je hodnota celkového (nerozděleného) plošného zatížení .

Momenty nad podporami

Marcusova metoda upravuje pouze momenty v polích. **Moment nad podporou** se tedy určí **stejně jako v případě proužkové metody**

$$M_{a,p} = kf_a l_a^2,$$

$$M_{b,p} = kf_b l_b^2,$$

kde l_a a l_b jsou rozpony desky v jednotlivých směrech,
f_a a f_b jsou hodnoty **zatížení** v jednotlivých směrech, které lze určit **pomocí vztahů dle proužkové metody** nebo **pomocí tabulkové hodnoty**

$$f_a = cf,$$

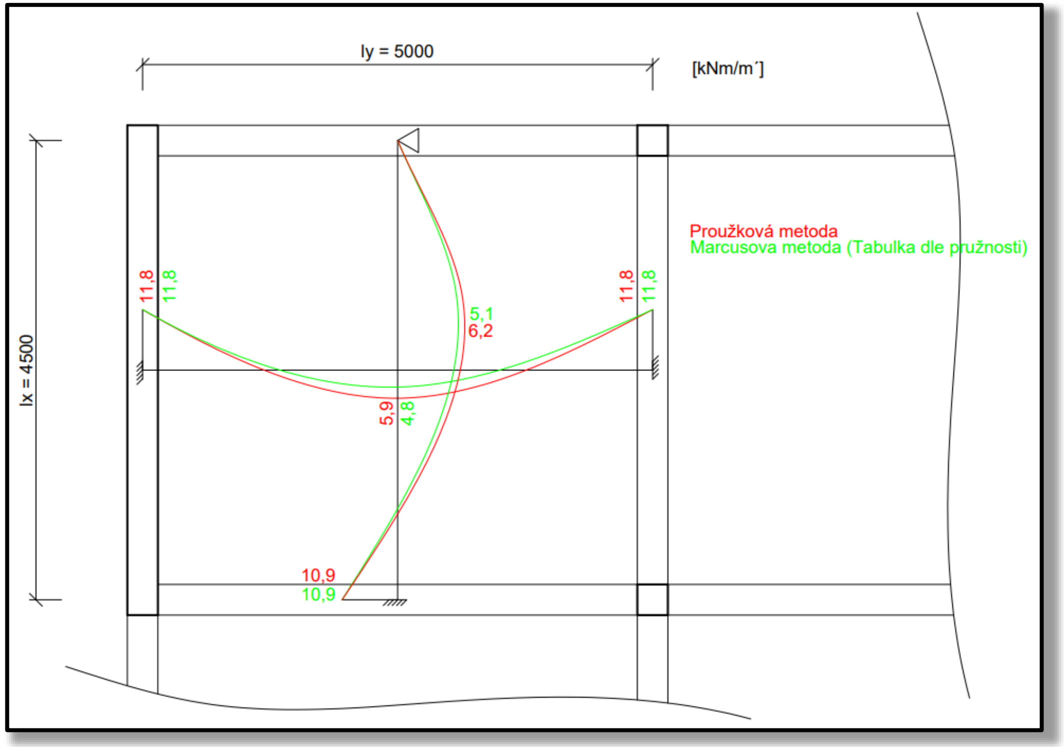
$$f_b = (1-c)f,$$

kde f je hodnota celkového (nerozděleného) plošného zatížení,
k je součinitel daný statickým schématem (-1/8, -1/10 nebo -1/12).

Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**.

Tyto průběhy **přikreslíme** k průběhům stanoveným dle proužkové metody.



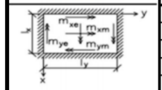
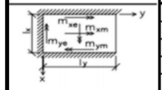
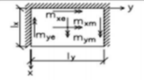
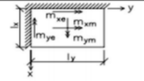
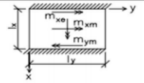
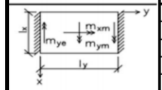
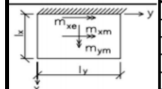
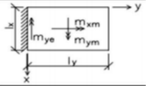
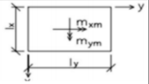
Pro kontrolu můžeme použít [program MarMOn](#).

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

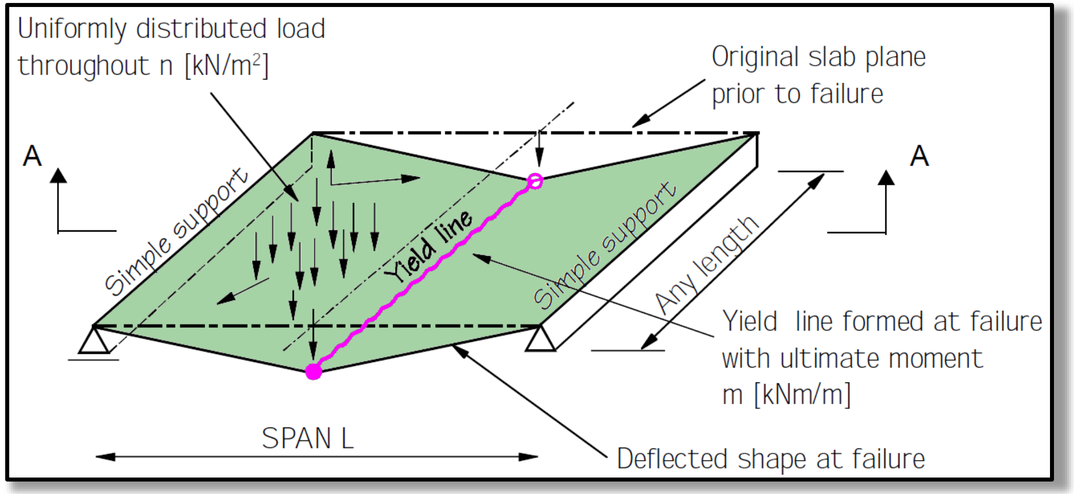
Další možností, jak „jednoduše“ stanovit momenty v obousměrně pnuté desce je pomocí „*Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity*.“

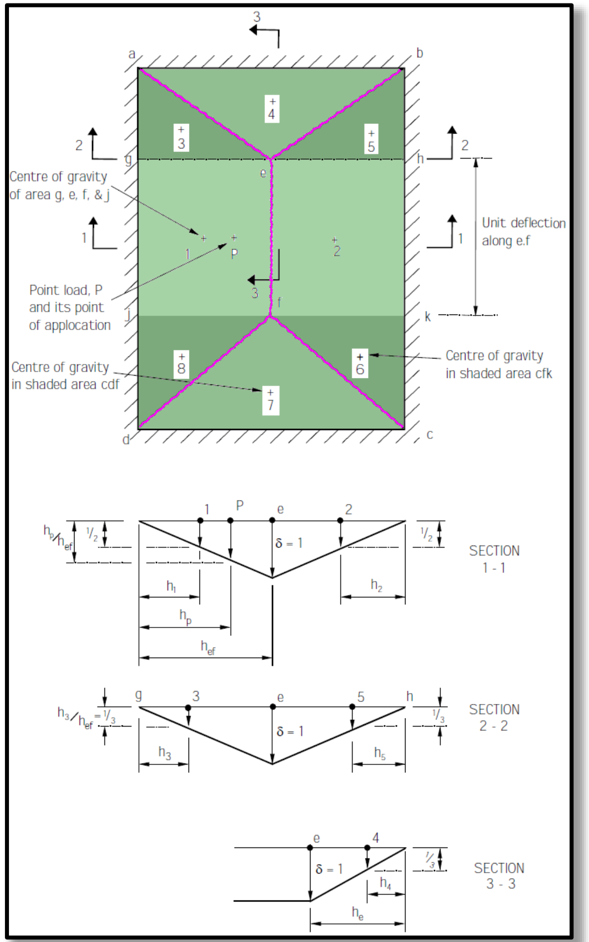
Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye	-0.032										
	βym	0.024										
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye	0										
	βym	0.035										
	βxe	0										
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye	-0.046										
	βym	0.035										
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye	0										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye	-0.058										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye	0										
	βym	0.056										

Yield Line Theory

Tyto tabulky jsou stanoveny pomocí **Yield Line Theory**, což je to **plastická metoda** – řešíme tedy desku **při MSÚ**.

Tato metoda uvažuje, že některé **lokální části desky se chovají plasticky*** a **zbytek desky se chová ideálně tuze**.



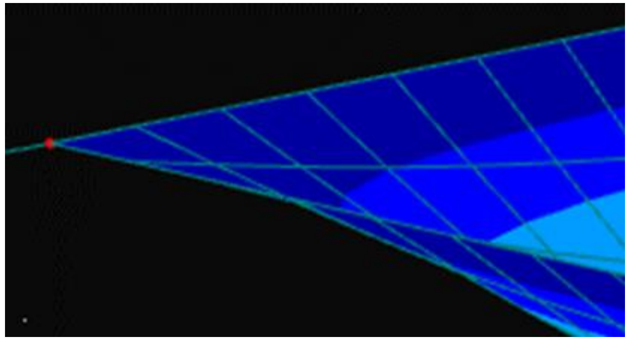


*dochází tam k „neomezenému pootáčení“ – něco jako kdyby tam byl kloub

Yield Line Theory & Tabulky dle této teorie

Protože uvažujeme, že **části desky se chovají jako pevné dílce** otáčející se okolo podpor, znamená to, že **rohy desky se nemohou nadzvedávat**.

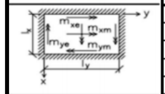
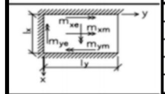
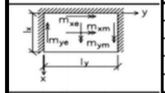
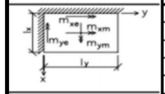
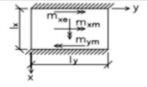
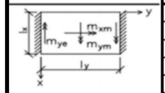
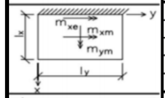
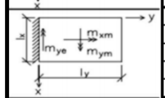
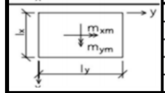
To znamená, že při použití této metody je **uvážen vliv kroutících momentů**, a výsledky jsou blízké variantě, kdy **JE ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



Když uvažujeme plastické chování, **musí být zajištěno**, že **deska může zplastizovat**. Při použití této metody tedy **platí různá omezení** – např. $\boldsymbol{x/d} \leq 0.25$ a vysoká **tažnost oceli**.

Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

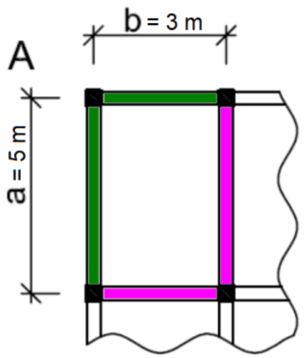
Výpočet přímo pomocí Yield Line Theory je velmi složitý, proto pro výpočet používáme tabulky vytvořené pomocí této metody.

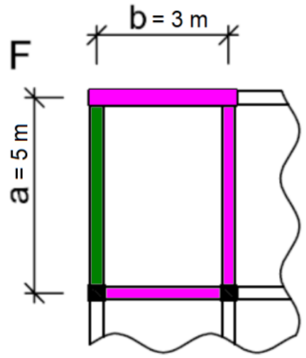
Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye	-0.032										
	βym	0.024										
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye	0										
	βym	0.035										
	βxe	0										
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye	-0.046										
	βym	0.035										
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye	0										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye	-0.058										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye	0										
	βym	0.056										

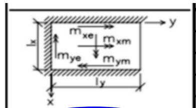
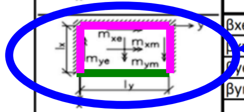
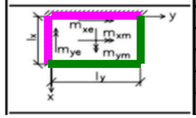
Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

Při použití tabulek je **nutné zvolit z tabulky správnou variantu uložení**! Variantu uložení vybíráme podle **uložení stran** a podle **délek stran**. Nesouvisí to se značením os!

Např.:



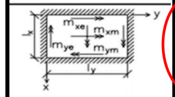
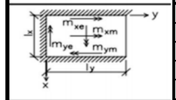
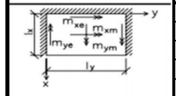
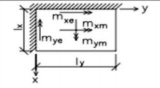
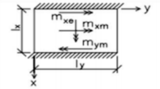
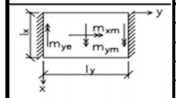
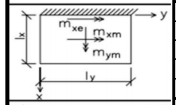
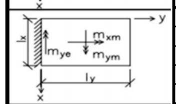
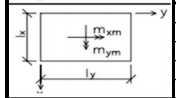


	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										

Musíme zvolit tuto variantu (a ne tu nad ní), protože delší stran je kloubově uložená. (kdyby platilo $b > a$, pak bychom zvolili tu variantu nad tím)

Součinitele z tabulky

Pro **danou variantu** a **daný poměr** $\boldsymbol{l_y/l_x}$ v tabulce odečteme součinitele $\beta_{xe}, \beta_{xm}, \beta_{ye}$ a β_{ym}.

Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye						-0.032					
	βym						0.024					
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye						-0.038					
	βym						0.029					
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye						-0.038					
	βym						0.029					
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye						-0.047					
	βym						0.035					
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye						0					
	βym						0.035					
	βxe						0					
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye						-0.046					
	βym						0.035					
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye						0					
	βym						0.044					
	βxe						0					
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye						-0.058					
	βym						0.044					
	βxe						0					
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye						0					
	βym						0.056					

Momenty dle tabulky

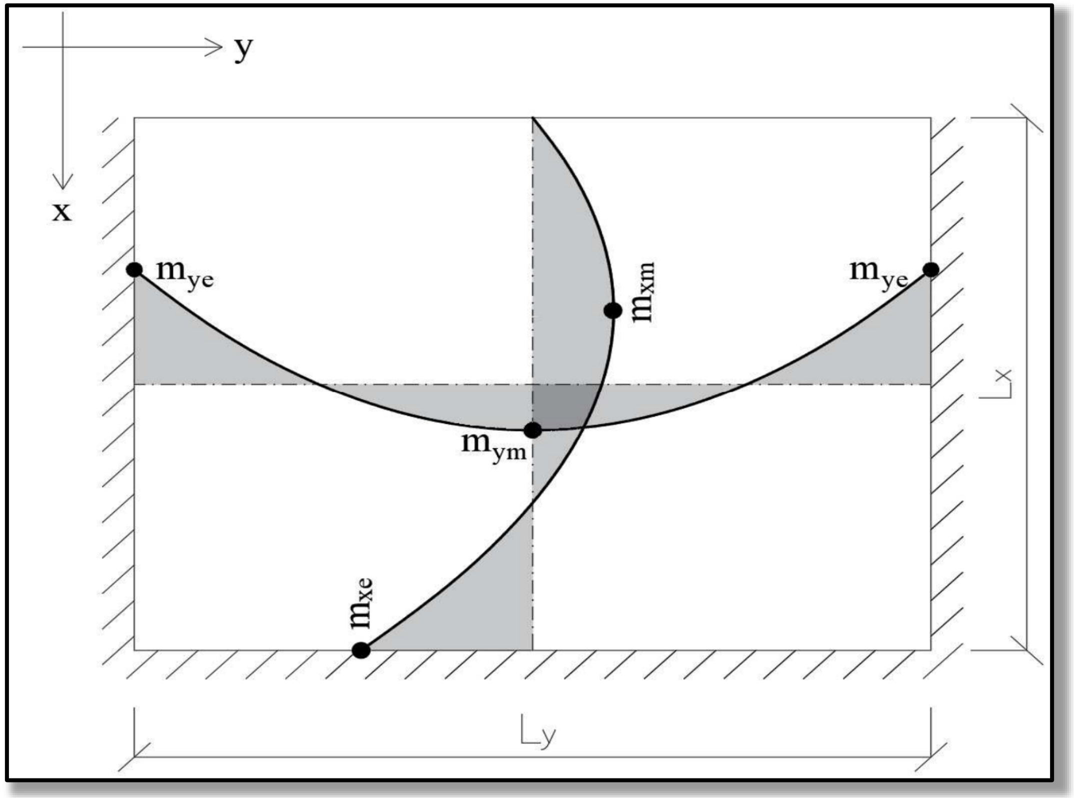
Pomocí součinitelů vypočítáme momenty

$$m_{xe} = \beta_{xe} m_0,$$
$$m_{xm} = \beta_{xm} m_0,$$
$$m_{ye} = \beta_{ye} m_0,$$
$$m_{ym} = \beta_{ym} m_0,$$

kde $m_0 = f l_x^2$,

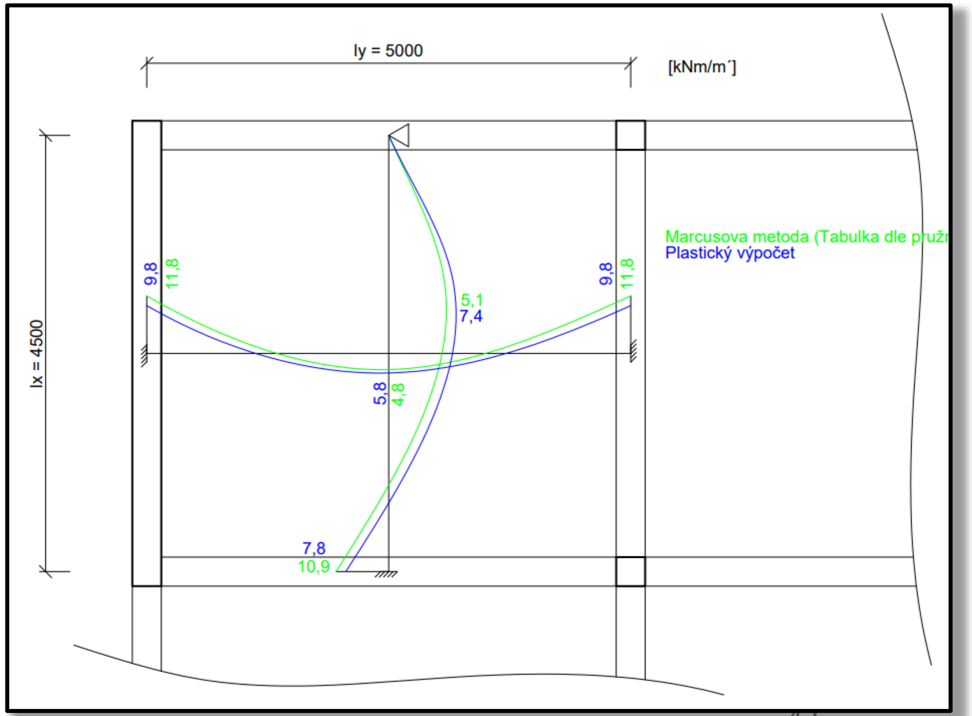
kde f je celkové plošné zatížení,

l_x je kratší rozpon desky.



Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle tabulky stanovené pomocí teorie plasticity budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**. K těmto průběhům přikreslíme momenty dle Marcusovy metody.



Pozn.: při vykreslování dávejte pozor na vykreslení momentů ke správným osám – $m_{y,e}$ a $m_{y,m}$ vykreslujeme vždy na delší stranu.

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Výstup úkolu

Výstup úkolu 1

Výstupem úkolu 3 je:

- výpočet momentů v obou směrech pomocí 3 metod,
- 2 grafy s průběhy momentů (proužková metoda + tabulky dle lineární metody & lineární tabulky + tabulky dle plastické metody).

Teorie navíc

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Srovnání metod

Teorie navíc

Srovnání metod

	Proužková metoda	Marcusova metoda	Yield Line Theory	MKP
uvažuje kroutící momenty				
elastická metoda				
plastická metoda				
bezpečné				

Teorie navíc

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Doplňující informace

Teorie navíc

Doplňující informace

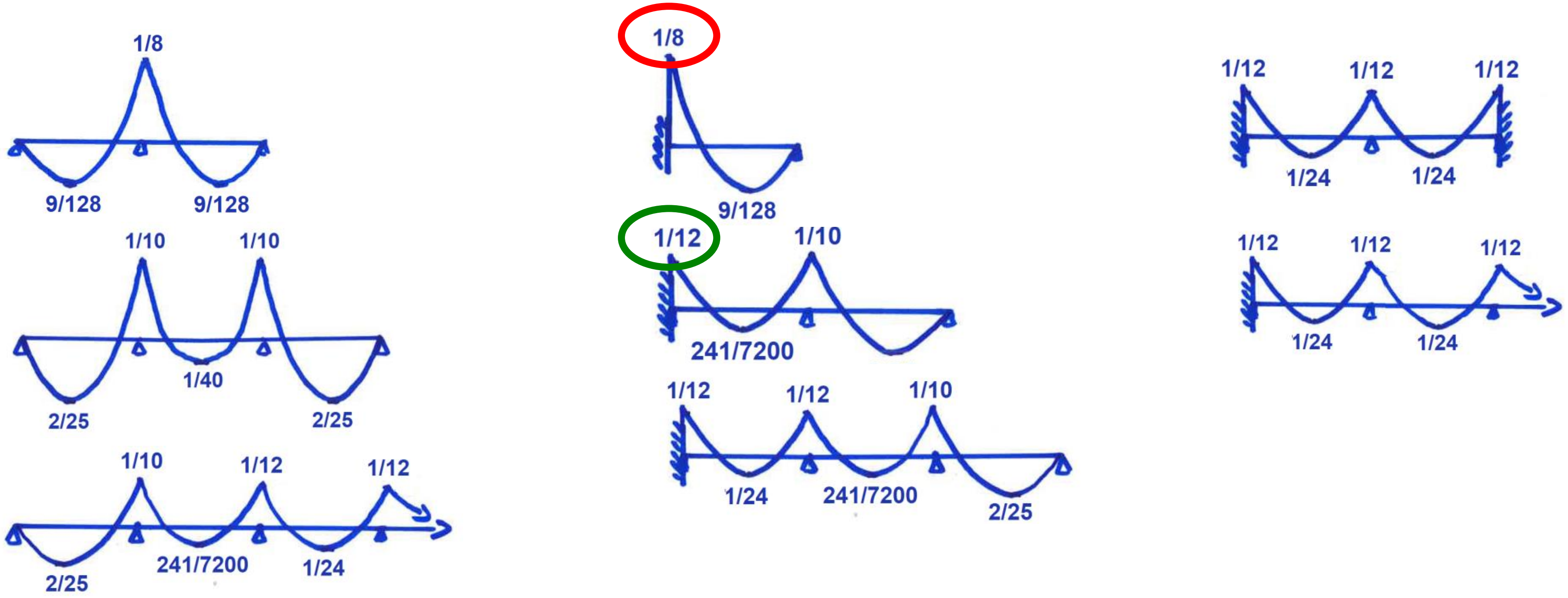
V naší úloze neřešíme jen jednopolovou desku, ale desku, která **je součástí spojité desky přes více polí**.

S tím se vážou **dva problémy**, které bychom **správně měli vzít v potaz**, kdybychom chtěli získat **přesnější výsledky**.

Teorie navíc

Součinitele momentů

Nadpodporové momenty a **momenty** v poli musíme **uvažovat podle toho, které pole** (krajní, první vnitřní, další vnitřní) desky **řešíme** – není vetknutí jako vetknutí.



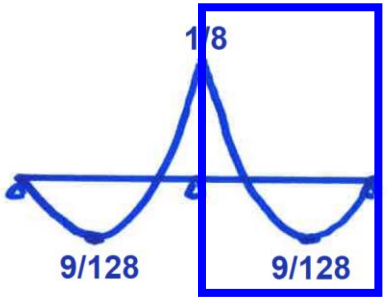
Teorie navíc

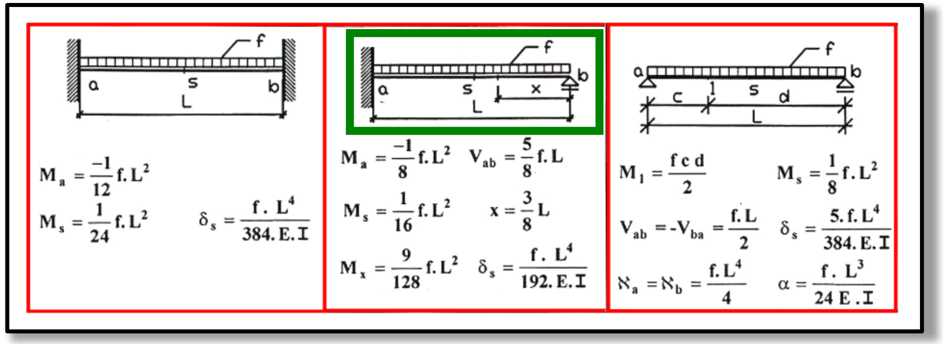
Součinitele momentů

Nadpodporové momenty a **momenty** v poli musíme **uvažovat podle toho**, **které pole** (krajní, první vnitřní, další vnitřní) desky **řešíme** – není vetknutí jako vetknutí.

S tím se však váže problém, že **součinitele pro průhyb** (1/384 atd.) se pro tyto průběhy momentů **také liší**, a **výpočet pomocí proužkové** metody **se výrazně zesložiťuje**.

V naší úloze pro zjednodušení uvažujeme, že průhyb na skutečných konstrukcích (např. dvoupolý nosník) je stejný jako na ideální konstrukci (např. vetknutí-kloub).

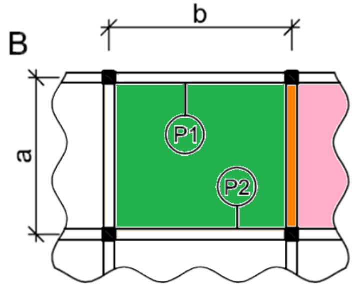




Teorie navíc

Momenty nad podporami

Další věc, kterou bychom měli vzít v potaz* je to, že **správně** bychom měli **nadpodporový moment** počítat nejen **ze zatížení a rozponu** „našeho“ pole desky, ale **i** z **vedlejšího pole** – tedy:



$$m_p = k_m \frac{f_{zleva} + f_{zprava}}{2} \left(\frac{l_{zleva} + l_{zprava}}{2} \right)^2$$

kde k_m je součinitel nadpodporového momentu podle typu uložení ($-1/12$, $-1/10$ nebo $-1/8$).

Rozpětí máme v naší úloze všude stejné, ale zatížení nemusí být stejné. My to ale **v naší úloze zanedbáváme**, aby naše ruční výpočty nebyly **zbytečně složité**.

*a kterou jsme pro zjednodušení zanedbali

Teorie navíc

Úkol 1 – Vypočet ohybových momentů v desce

Elastické vs. plastické metody

Teorie navíc

Plastické metody

Velkou zvláštností plastických metod a rozdílem oproti běžným elastickým metodám je to, že **neuvažujeme elastické chování materiálu***, což **výrazně mění filozofii výpočtu momentů**.

*tedy neplatí Hookův zákon.

Teorie navíc

Elastické metody

U **elastických** metod* postupujeme takto:

1) známe zatížení,
2) známe chování prvku (uvažujeme, že platí Hookův zákon)
3) vypočítáme momenty dle předpokladů v 2),
4) navrhneme výztuž na vypočtené momenty,
5) **víme, jak** (přesně podle 2)) **se deska se chová při malých zatíženích**†
6) **vůbec neřešíme, jak se deska chová (jaké v ní jsou momenty) před kolapsem**.

* deformační metoda, silová metoda, proužková metoda, Marcusova metoda, metoda konečných prvků…
† protože železobeton se chová elasiticky pouze při velmi malých zatíženích

Teorie navíc

Plastické metody

U **plastických** metod* postupujeme takto:

1) známe zatížení,
2) zvolíme si, jak chceme, aby se deska chovala†
3) vypočítáme momenty dle předpokladů v 2)‡,
4) navrhneme výztuž na vypočtené momenty§,
5) neřešíme, jak se deska chová (jaké jsou momenty) při malých zatíženích
6) **víme, jak se deska chová před kolapsem –** chová se přesně tak, jak jsme uvažovali ve 2) – je tomu tak, protože jsem si na to navrhli tu výztuž¶.

* např. Yield Line Theory…

† např.: Má se to chovat jako prostý nosník (velký moment v poli, žádný nad podporami)? Má se to chovat jako dvě konzoly, které se potkají uprostřed rozpětí (velké momenty nad podporami, žádný v poli)? Mě se to chovat jako něco mezi?

‡ např.: Pro chování „prostý nosník“: $1/8fL^2$. Pro chování „konzoly“: $-1/12fL^2$.

§ např.: Pro chování „prostý nosník“ výztuž jen v poli. Pro chování „konzoly“ výztuž jen nad podporami.

¶ např.: Pro chování „prostý nosník“: navrhli jsme výztuž jen v poli, nad podporami výztuž není a průřez se potrhá a vzniknou tam klouby – konstrukce se tedy skutečně chová jen jako prostý nosník.

Teorie navíc

Elastické vs. plastické

Elastické metody:

- platí Hookův zákon,
- neznáme chování při MSÚ,
- momenty jsou větší (bezpečné).

Plastické metody:

- neplatí Hookův zákon,
- známe chování při MSÚ,
- momenty jsou menší (nebezpečné).

Teorie navíc

Srovnání metod

	Proužková metoda	Marcusova metoda	Yield Line Theory	MKP
uvažuje kroutící momenty				
elastická metoda				
plastická metoda				
bezpečné				

Úkol 2 – Ověření tloušťky desky

Úkol 2 – Ověření tloušťky desky

Zadání

Úkol

Ověřte tloušťku zadané desky.

Zadané hodnoty

Rozměry desky **a tloušťku** desky **máme zadanou**.

Plošné zatížení desky jsme již **vypočítali v úkolu 2.1**.

Momenty v desce jsme také **vypočítali v úkolu 2.1** – pro další výpočty použijeme momenty **podle tabulek dle teorie plasticity** (Yield Line Theory).

Úkol 2 – Ověření tloušťky desky

Ověření tloušťky desky

Ověření tloušťky desky

Pro **momenty** stanovené z tabulek dle teorie plasticity **ověříme**, zda je **zadaná tloušťka desky dostačující**. Pro ověření použijeme tři podmínky:

- předpokládaná plocha výztuže,
- rotační kapacita,
- podmínka ohybové štíhlosti.

Pokud deska některé ze tří podmínek **nevyhoví**, **navrhněte úpravu** (momenty již nepřepočítávejte!).

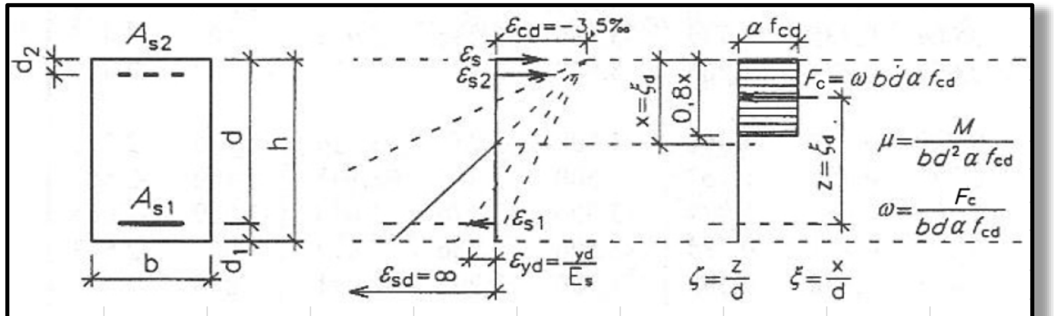
Předpokládaná plocha výztuže

Pomocí tabulek **odhadneme rameno vnitřních sil** jako

$$z = \zeta d,$$

kde ζ odečteme z tabulky, d je účinná výška (krytí převezmeme z 1. úlohy, velikost profilu odhadneme 10 mm).

Pro výpočet součinitele μ použijte **maximální moment** stanovený pomocí tabulek **dle teorie plasticity**.



μ	ω	ξ	ζ	ε_{s1}	ε_c	ε_{s2} pro d_2/d			
						0.05	0.1	0.15	0.2
0.010	0.0101	0.013	0.995	275.093	-3.500	10.430	24.359	38.289	52.219
0.020	0.0202	0.025	0.990	135.086	-3.500	3.429	10.359	17.288	24.217
0.030	0.0305	0.038	0.985	88.412	-3.500	1.096	5.691	10.287	14.882
0.040	0.0408	0.051	0.980	65.071	-3.500	-0.071	3.357	6.786	10.214
0.050	0.0513	0.064	0.974	51.063	-3.500	-0.772	1.956	4.684	7.413
0.060	0.0619	0.077	0.969	41.722	-3.500	-1.239	1.022	3.283	5.544
0.070	0.0726	0.091	0.964	35.047	-3.500	-1.573	0.355	2.282	4.209
0.080	0.0835	0.104	0.958	30.039	-3.500	-1.823	-0.146	1.531	3.208

Předpokládaná plocha výztuže

Dále **vypočítáme odhad plochy výztuže**

$$a_{s,req} = m_{Ed}/zf_{yd}\,,$$

kde je m_{Ed} maximální moment stanovený pomocí tabulek dle teorie plasticity, a **ověříme**, že plocha výztuže splňuje podmínku pro minimální plochu výztuže

$$a_{s,req} \geq 0.0013 \cdot 1000 \cdot h_d.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna** (potřebná plocha by byla menší než minimální plocha), znamená to *co?*

Předpokládaná plocha výztuže

Dále **vypočítáme odhad plochy výztuže**

$$a_{s,req} = m_{Ed}/zf_{yd} \,,$$

kde je m_{Ed} maximální moment stanovený pomocí tabulek dle teorie plasticity, a **ověříme**, že plocha výztuže splňuje podmínku pro minimální plochu výztuže

$$a_{s,req} \geq 0.0013 \cdot 1000 \cdot h_d.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna** (potřebná plocha by byla menší než minimální plocha), znamená to, že **deska je** zbytečně tlustá a **neekonomická** – bylo by vhodné tloušťku zmenšit*.

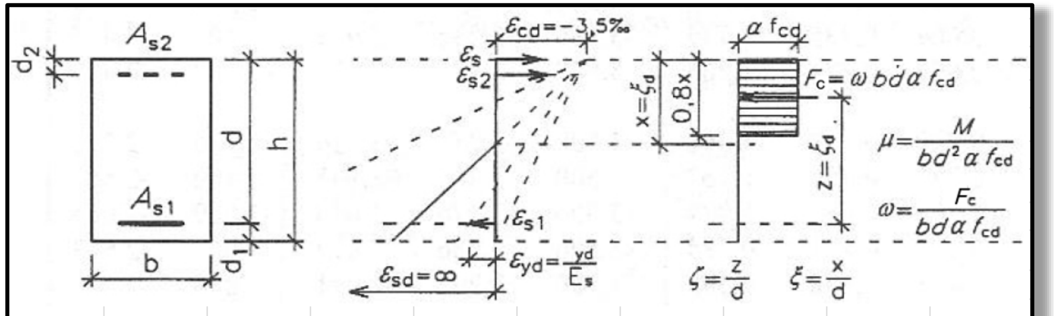
*V úkolu pouze uveďte, že by to bylo vhodné – nic nepřepočítávejte.

Rotační kapacita

Pomocí tabulek **odhadneme poměrnou výšku tlačené oblasti** ξ a ověříme, že **nepřekračuje limitní hodnotu**

$$\xi \leq 0.25.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna**, znamená to *co?*



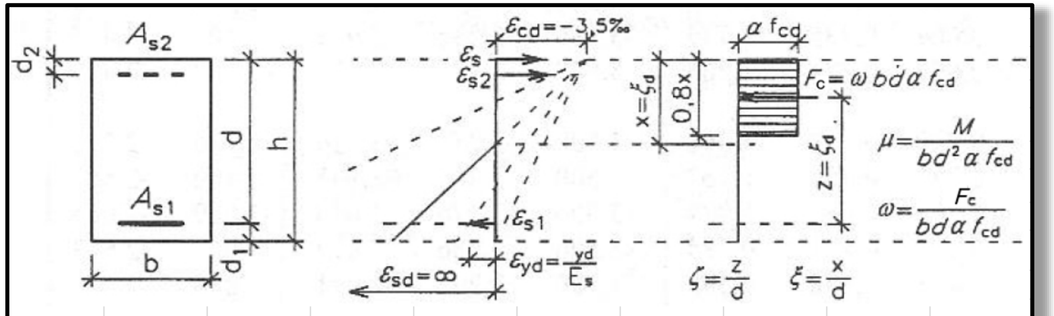
μ	ω	ξ	ζ	ε_{s1}	ε_c	ε_{s2} pro d_2/d			
						0.05	0.1	0.15	0.2
0.010	0.0101	0.013	0.995	275.093	-3.500	10.430	24.359	38.289	52.219
0.020	0.0202	0.025	0.990	135.086	-3.500	3.429	10.359	17.288	24.217
0.030	0.0305	0.038	0.985	88.412	-3.500	1.096	5.691	10.287	14.882
0.040	0.0408	0.051	0.980	65.071	-3.500	-0.071	3.357	6.786	10.214
0.050	0.0513	0.064	0.974	51.063	-3.500	-0.772	1.956	4.684	7.413
0.060	0.0619	0.077	0.969	41.722	-3.500	-1.239	1.022	3.283	5.544
0.070	0.0726	0.091	0.964	35.047	-3.500	-1.573	0.355	2.282	4.209
0.080	0.0835	0.104	0.958	30.039	-3.500	-1.823	-0.146	1.531	3.208

Rotační kapacita

Pomocí tabulek **odhadneme poměrnou výšku tlačené oblasti** ξ a ověříme, že **nepřekračuje limitní hodnotu**

$$\xi \leq 0.25.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna**, znamená to, že **deska je moc tenká** – bylo by vhodné tloušťku zvětšit.



μ	ω	ξ	ζ	ε_{s1}	ε_c	ε_{s2} pro d_2/d			
						0.05	0.1	0.15	0.2
0.010	0.0101	0.013	0.995	275.093	-3.500	10.430	24.359	38.289	52.219
0.020	0.0202	0.025	0.990	135.086	-3.500	3.429	10.359	17.288	24.217
0.030	0.0305	0.038	0.985	88.412	-3.500	1.096	5.691	10.287	14.882
0.040	0.0408	0.051	0.980	65.071	-3.500	-0.071	3.357	6.786	10.214
0.050	0.0513	0.064	0.974	51.063	-3.500	-0.772	1.956	4.684	7.413
0.060	0.0619	0.077	0.969	41.722	-3.500	-1.239	1.022	3.283	5.544
0.070	0.0726	0.091	0.964	35.047	-3.500	-1.573	0.355	2.282	4.209
0.080	0.0835	0.104	0.958	30.039	-3.500	-1.823	-0.146	1.531	3.208

Ohybová štíhlost

Pro delší rozpon desky stanovíme ohybovou štíhlost

$$\lambda = \frac{L}{d},$$

kde L je delší rozpon desky,

d je účinná výška (krytí převezmeme z 1. úlohy, velikost profilu odhadneme 10 mm).

Ohybová štíhlost

Pro daný typ desky (krajní nebo vnitřní pole – dle zadání) určíme vymezující ohybovou štíhlost

$$\lambda_d = \kappa_{c1}\kappa_{c2}\kappa_{c3}\lambda_{d,tab},$$

kde κ_{c1} je součinitel tvaru průřezu (obdélník $\longrightarrow \kappa_{c1} = 1$),

κ_{c2} je součinitel rozpětí ($\kappa_{c2} = \min(7/L, 1)$),

κ_{c3} je součinitel napětí v tahové výztuži (odhadneme 1.2)

$\lambda_{d,tab}$ je tabulková hodnota vymezující ohybové štíhlosti; odečteme z odpovídající tabulky pro stupeň vyztužení $\rho = 0.5$ % a danou třídu betonu.

Ohybová štíhlost

Pro daný typ desky (krajní nebo vnitřní pole – dle zadání) určíme vymezující ohybovou štíhlost

$$\lambda_d = \kappa_{c1}\kappa_{c2}\kappa_{c3}\lambda_{d,tab},$$

kde κ_{c1} je součin

κ_{c2} je součin

κ_{c3} je součin

$\lambda_{d,tab}$ je tabulk … e
z odpoví
a danou

$\lambda_{d,tab}$ **pro krajní pole spojitého nosníku a různé třídy betonu**

ρ [%]	Pevnostní třída betonu								
	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
0,5	19,0	20,5	22,1	24,1	26,7	29,9	33,5	37,4	41,6
1,5	15,9	16,4	16,9	17,6	18,2	18,9	19,5	20,2	20,8

$\lambda_{d,tab}$ **pro vnitřní pole spojitého nosníku a různé třídy betonu**

ρ [%]	Pevnostní třída betonu								
	C 12/15	C 16/20	C 20/25	C 25/30	C 30/37	C 35/45	C 40/50	C 45/55	C 50/60
0,5	21,9	23,7	25,5	27,8	30,8	34,5	38,6	43,2	48,0
1,5	18,3	18,9	19,5	20,3	21,0	21,8	22,5	23,3	24,0

Ohybová štíhlost

Nakonec **ověříme podmínku** ohybové štíhlosti

$$\lambda \leq \lambda_d.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna**, znamená to *co?*

Ohybová štíhlost

Nakonec **ověříme podmínku** ohybové štíhlosti

$$\lambda \leq \lambda_d.$$

Pokud by **podmínka nebyla splněna**, znamená to, že **musíme přímo vypočítat průhyb a posoudit jej***.

*Do úkolu toto pouze uveďte, ale nic dalšího počítat nemusíte.

Úkol 2 – Ověření tloušťky desky

Výstup úkolu

Výstup úkolu 2

Výstupem úkolu 2 je:

- ověření tloušťky desky
  - ověření plochy výztuže,
  - ověření rotační kapacity,
  - ověření ohybové štíhlosti.

Úkol 3 – Výpočet zatížení vybraného prvku od desky

Úkol 3 – Výpočet zatížení vybraného prvku od desky

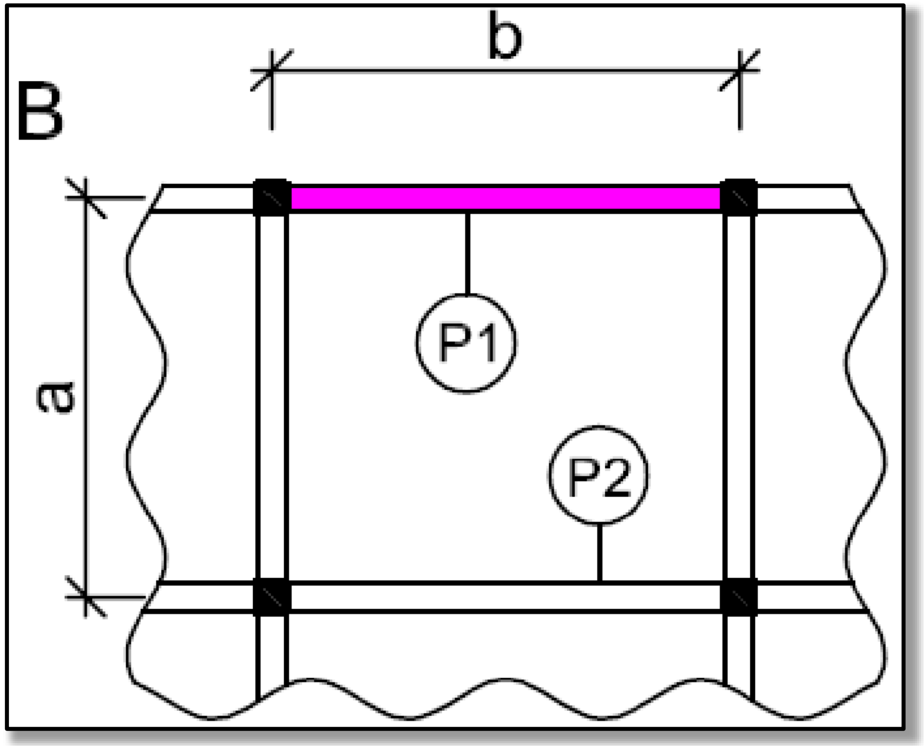
Zadání

Zadání

Vypočítejte zatížení vybraného průvlaku nebo stěny.

Zadání

V zadání máme daný prvek, pro který musíme určit zatížení od desky.

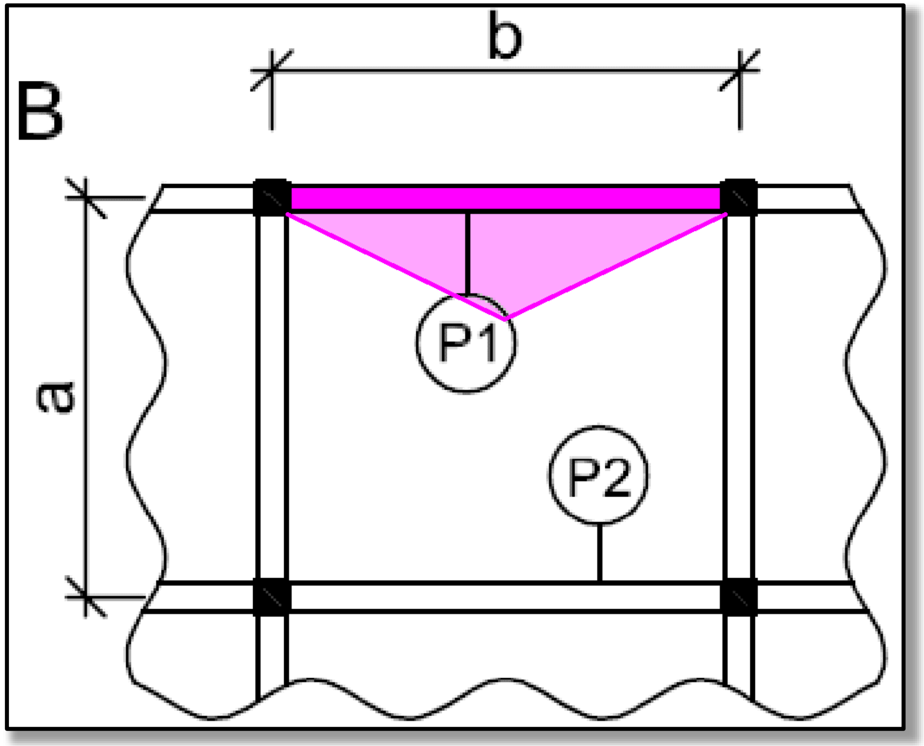


Úkol 3 – Výpočet zatížení vybraného prvku od desky

Výpočet zatížení vybraného prvku

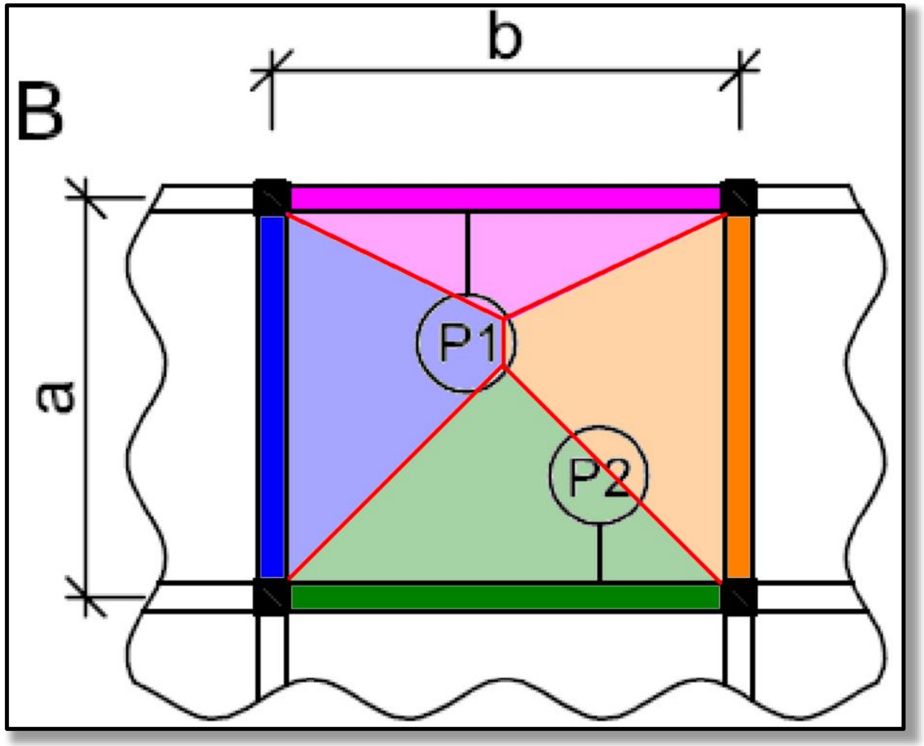
Výpočet zatížení vybraného prvku

Abychom mohli určit zatížení prvku, musíme stanovit jeho zatěžovací plochu – tj. **plochu, ze které se zatížení přenáší na tento prvek**.



Výpočet zatížení vybraného prvku

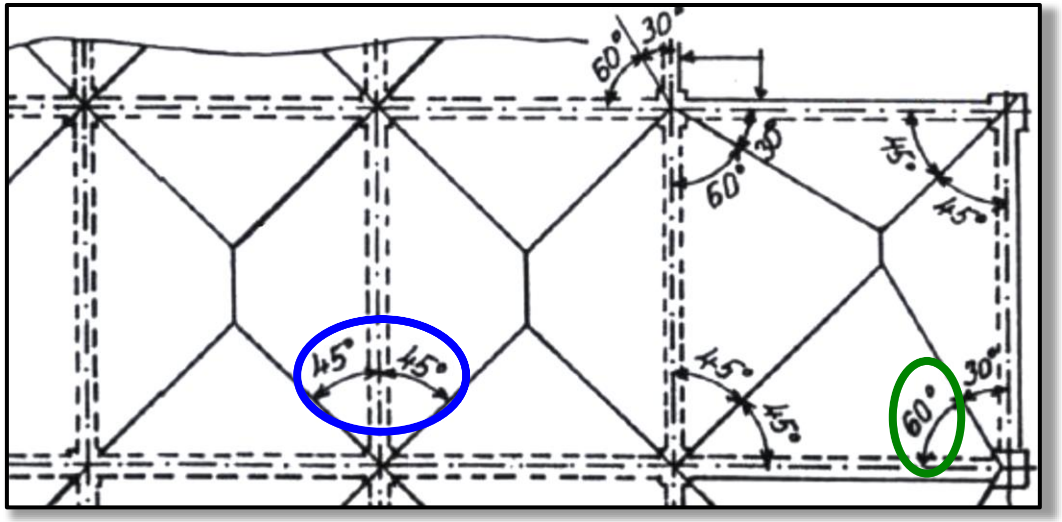
Zatěžovací plocha se stanoví tak, že **určíme** **hrany** **oddělující zatěžovací plochy** jednotlivých podpor.



Výpočet zatížení vybraného prvku

Tyto hrany určíme podle typů uložení:

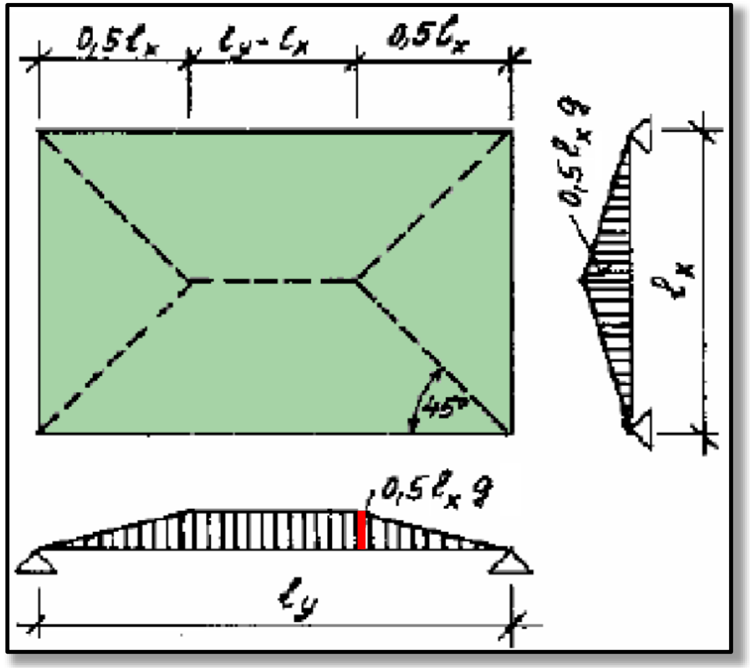
- mezi stejnými typy uložení (kloub-kloub, vetknutí-vetknutí) uvažujeme roznášecí úhel 45°,
- mezi vetknutím a kloubem uvažujeme roznášecí úhel 60° ve směru vetknutí.



Výpočet zatížení vybraného prvku

Poté, co stanovíme zatěžovací plochu, **můžeme vypočítat zatížení prvku**.

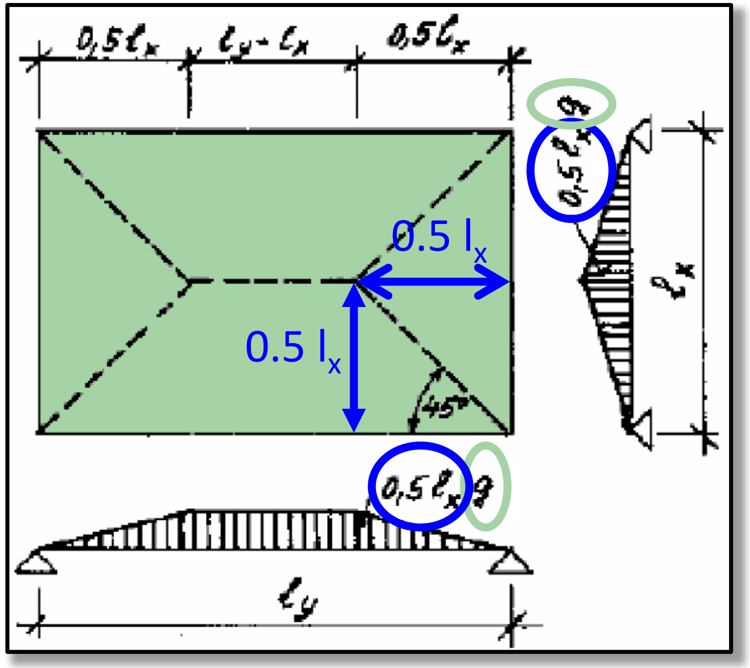
Hodnota liniového zatížení od desky v daném bodě se vypočítá jako *co?*



Výpočet zatížení vybraného prvku

Poté, co stanovíme zatěžovací plochu, **můžeme určit zatížení prvku**.

Hodnota liniového zatížení od desky v daném bodě se vypočítá jako plošné zatížení desky **násobené** zatěžovací šířkou v daném bodě.



Úkol 3 – Výpočet zatížení vybraného prvku od desky

Výstup úkolu

Výstup úkolu 3

Výstupem úkolu 3 je:

- vykreslení zatěžovací plochy prvku,
- výpočet zatížení prvku,
- schéma liniového zatížení prvku.

Díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi**, **Romanu Chylíkovi** a **Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace.

Děkuji **Petru Bílému** a **Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.