Vypočet ohybových momentů v obousměrně pnuté desce

Prezentace k cvičení BK01/BZKQ – Úkol 2.1

7bratrstvo

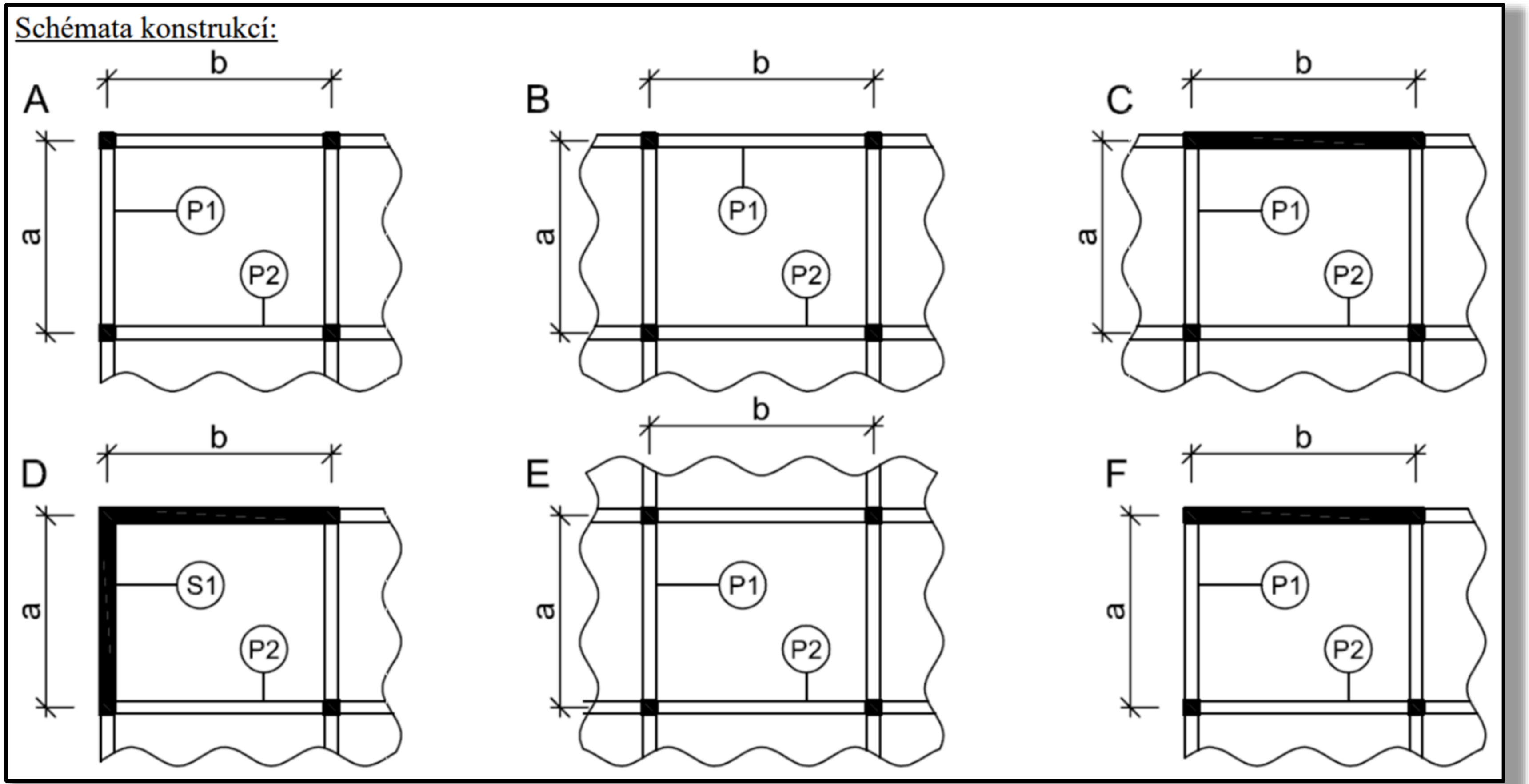
Autor: Jakub Holan

Poslední aktualizace: 24.10.2020 18:30

Zadání

Řešená konstrukce

Po obvodě nepoddajně podepřená* obdélníková deska bez prostupů.



*deska podepřená průvlaky a stěnami na všech okrajích

Úkol

Vypočítejte a vykreslete ohybové momenty v desce pomocí zjednodušených metod.

Zatížení

Před výpočtem momentů je nutné **stanovit zatížení** desky (**formou tabulky**)
– vlastní tíha desky, ostatní stálé zatížení, proměnné zatížení*.

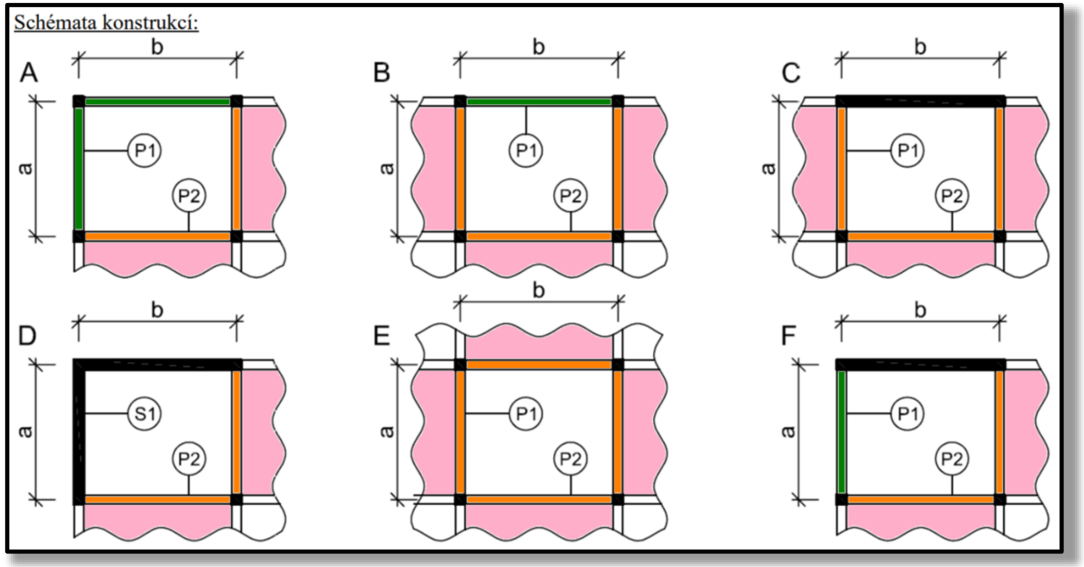
Zatížení stropní desky							
Typ zatížení	Název zatížení	h	γ	$f_{pl,k}$	γ	$f_{pl,d}$
		mm	kN/m^3	kN/m^2		kN/m^2
STÁLÉ	vl. tíha ŽB desky	150	25.0	3.75	1.35	5.06
	ostatní stálé	viz zadání		1.60		2.16
	Σ		$g_k =$	5.35	$g_d =$	7.22
PROM	užitné zatížení	viz zadání		3.00	1.5	4.50
	Σ		$q_k =$	3.00	$q_d =$	4.50
Σ			$f_k =$	**8.35**	$f_d =$	**11.72**

*ostatní stálé a proměnné zatížení převezmeme z 1. úlohy

Uložení

Dále je nutné **stanovit uložení** desky (podle zadání)

- stěna, vnitřní průvlak – vetknutí,
- obvodový průvlak – kloub.



U všech vnitřních průvlaků budeme uvažovat, že sousední pole zajišťují takovou tuhost, že můžeme podporu uvažovat jako **ideální vetknutí** (momenty budeme tedy počítat jako $m_{Ed} = -\frac{1}{12} f l^2$ a $m_{Ed} = -\frac{1}{8} f l^2$).

Vypočet ohybových momentů

Vypočet ohybových momentů

V domácí úloze pro výpočet momentů **použijeme zjednodušené metody**.

- **Pružný výpočet** pomocí <u>**proužkové metody**</u> vycházející **z rovnosti průhybů** náhradních nosníků.
- <u>**Tabulky**</u> stanovené **pomocí** <u>**teorie pružnosti**</u> (Marcusovy metody).
- <u>**Tabulky**</u> stanovené **pomocí** <u>**plastické teorie**</u> (Yield Line Theory).

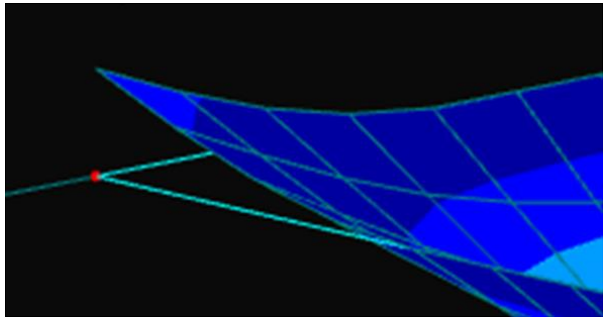
Proužková metoda

Proužková metoda 💯

Proužková metoda je **nejlepší z prezentovaných** metod, protože je **rychlá a jednoduchá**, takže je velmi **vhodná pro ruční kontrolu výsledků**.

Nevýhodou je, že uvažuje **nulové kroutící momenty**, a **vypočtené ohybové momenty jsou tedy větší**.

Tím, že uvažujeme nulové kroutící momenty, jsou výsledky blízké variantě, kdy **NENÍ ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



Teorie navíc

Proužková metoda

Při výpočtu pomocí proužkové metody **uvažujeme**, že **kroutící momenty jsou nulové*** $m_{xy} = 0$, což nám výrazně zjednoduší výpočet, protože se na přenosu zatížení podílejí pouze momenty m_x a m_y

$$\boxed{\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -f,}$$

kde f je celkové plošné **zatížení desky**, které **můžeme rozložit** na složku přenášenou ohybem ve **směru $\boldsymbol{x}$** a na složku přenášenou ohybem ve **směru $\boldsymbol{y}$**

$$\boxed{f = f_x + f_y.}$$

*To matematicky není chybné. Získané řešení bude správné, pouze budou hodnoty momentů větší než kdyby byly kroutící momenty uváženy.

Teorie navíc

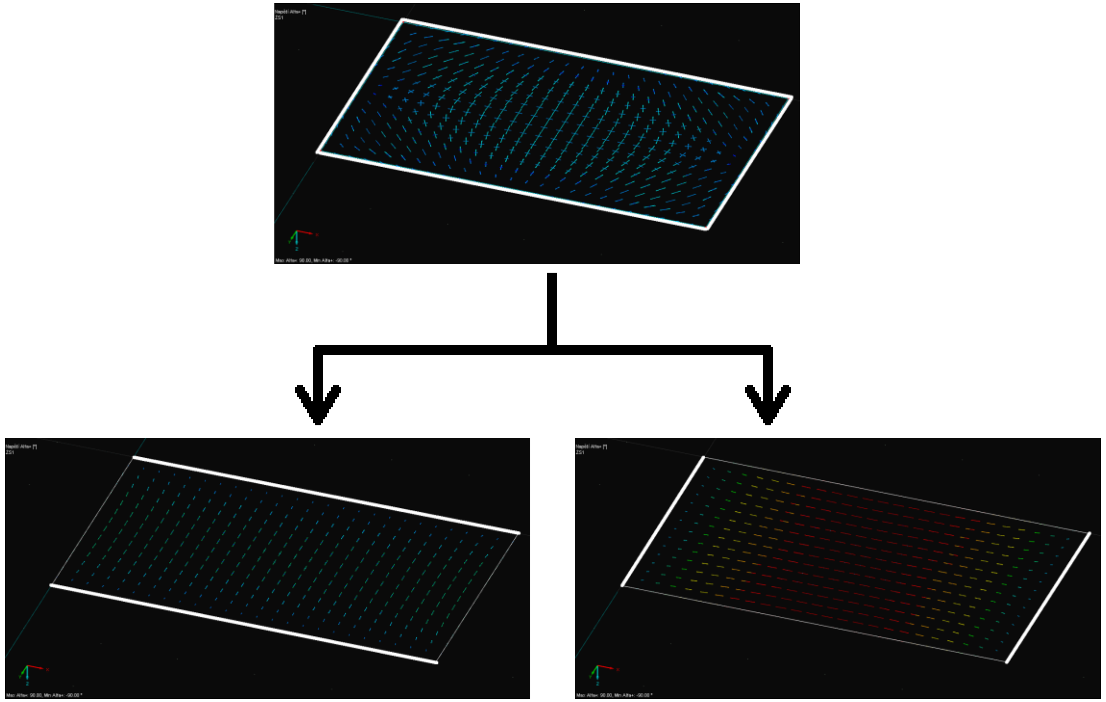
Proužková metoda

Rovnici

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -(f_x + f_y),$$

pak můžeme **rozdělit na dvě rovnice**

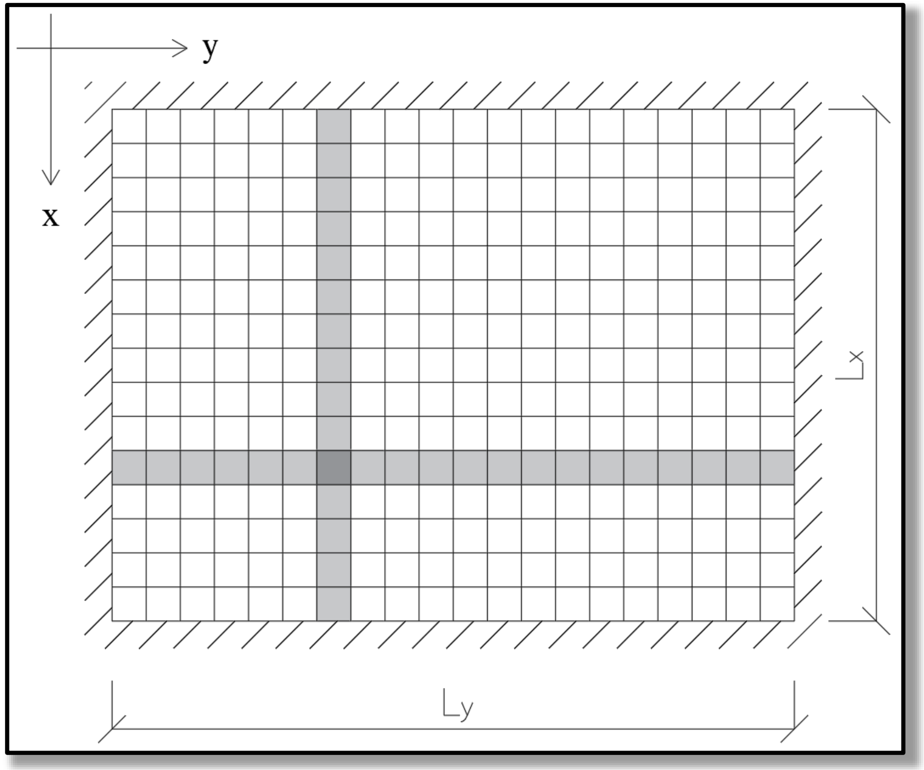
$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} &= -f_x, \\ \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} &= -f_y, \end{aligned}}$$



a konstrukci dál řešíme jako **dvě jednosměrně pnuté desky**, které jsou na sobě vzájemně **nezávislé**.

Proužková metoda

Deska se vlastně **chová**, **jako** kdyby byla **složena z „proužků“** ve směru x a y, které spolu **nijak nespolupůsobí** – proto se tato metoda nazývá **PROUŽKOVÁ METODA**.

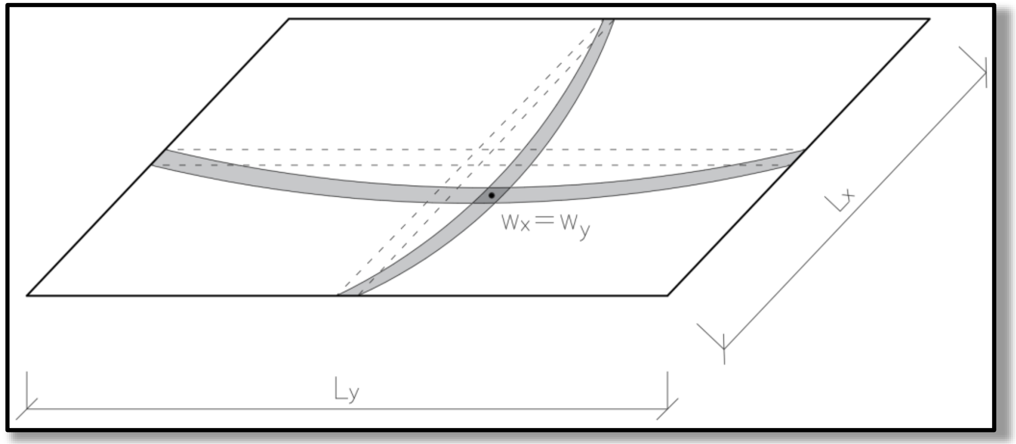


Rovnost průhybů

Abychom mohli vypočítat momenty v desce, **nejprve potřebujeme určit zatížení** v jednotlivých směrech f_x a f_y.

Možností, jak rozdělit zatížení je více*, **nejčastěji se** však uvažuje **rovnoměrné zatížení** všech proužků a rozdělení zatížení do směrů **vychází z předpokladu o rovnosti průhybů** v polovinách rozpětí ve směru x a y

$$w_x\left(\frac{l_x}{2}\right) = w_y\left(\frac{l_y}{2}\right).$$



*např. rozdělit to přesně na polovinu, v některých oblastech dát vše ve směru x a v jiných vše ve směru y, atd.

Rovnost průhybů

Průhyb rovnoměrně zatíženého nosníku* v polovině rozpětí můžeme vypočítat pomocí vztahu

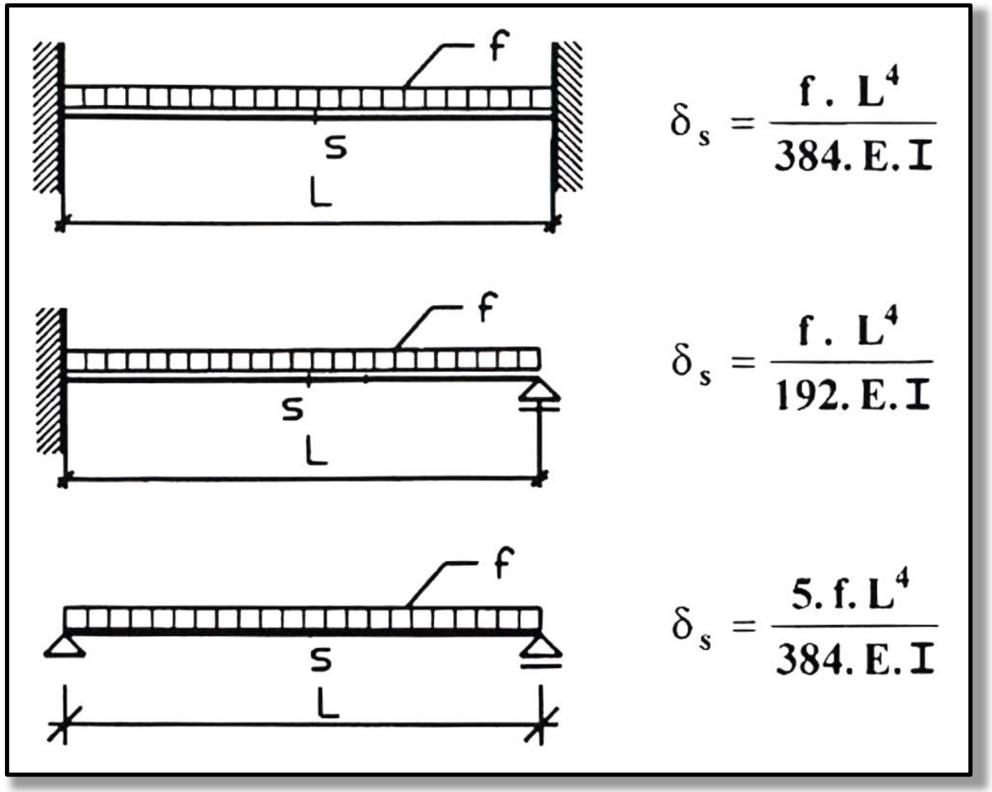
$$w = k\frac{fl^4}{EI},$$

kde k závisí na typu uložení,

$$k = \frac{1}{384} \text{ pro vetknutí-vetknutí,}$$

$$k = \frac{2}{384} \text{ pro vetknutí-kloub,}$$

$$k = \frac{5}{384} \text{ pro kloub-kloub.}$$



*v tomto případě „proužku“

Rovnost průhybů

Rovnost průhybů

$$w_x\left(\frac{l_x}{2}\right) = w_y\left(\frac{l_y}{2}\right)$$

tedy můžeme zapsat jako rovnici

$$k_x \frac{f_x l_x^4}{EI} = k_y \frac{f_y l_y^4}{EI},$$

ze které můžeme vyjádřit vztah mezi f_x a f_y

$$f_y = f_x \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}.$$

Rozdělení zatížení

Na začátku jsme říkali, že pro celkové zatížení platí

$$f = f_x + f_y.$$

Když dosadíme výše odvozený vztah mezi f_x a f_y, tak získáme rovnici

$$f = f_x + f_x \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4},$$

ze které odvodíme vztah pro výpočet zatížení f_x

$$f_x = \frac{f}{1 + \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}}.$$

Rozdělení zatížení

Známe tedy **zatížení ve směru** $\boldsymbol{x}$

$$\boldsymbol{f_x} = \frac{f}{1 + \frac{k_x l_x^4}{k_y l_y^4}},$$

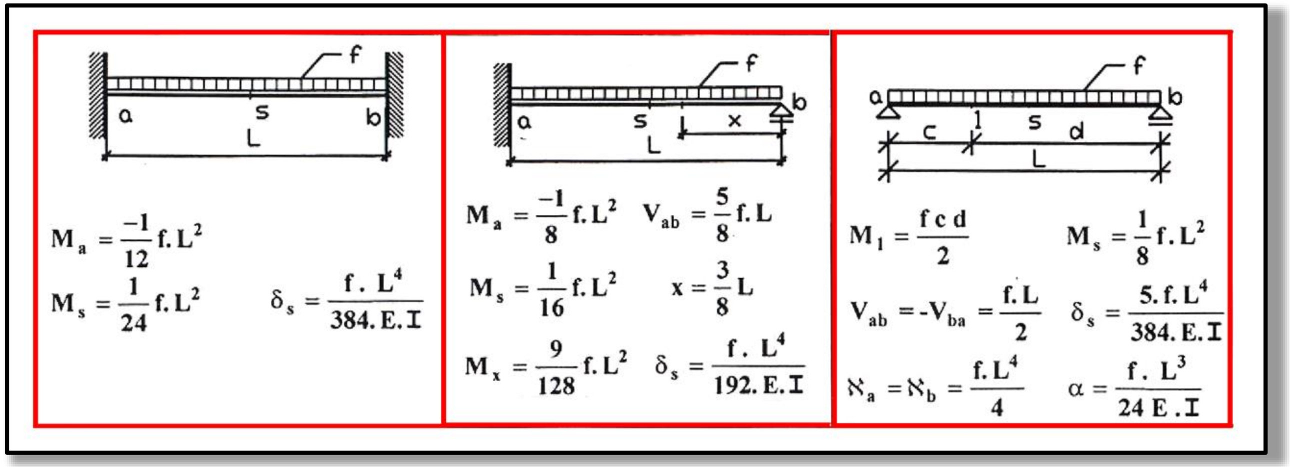
ze kterého můžeme dopočítat **zatížení ve směru** $\boldsymbol{y}$

$$\boldsymbol{f_y} = f - f_x.$$

Výpočet momentů

Nyní, když **známe zatížení** v jednotlivých směrech, **můžeme vypočítat momenty** na nosnících* v jednotlivých směrech pomocí běžných vztahů pro výpočet momentů.

Vztahy pro výpočet momentů si můžeme **odvodit nebo** převzít ze **statických tabulek**
http://people.fsv.cvut.cz/~holanjak/pomucky/tabulky/staticke-tabulky.pdf



*„proužcích“

Výpočet momentů v polích

Momenty v poli tedy můžeme vypočítat pomocí vztahů

$$m_x = k_{x,m} f_x l_x^2,$$

$$m_y = k_{y,m} f_y l_y^2,$$

kde $k_{i,m} = 1/24$ pro V-V*, $k_{i,m} = 9/128$ pro V-K, $k_{i,m} = 1/8$ pro K-K,

$$f_x = \frac{f}{1+\frac{k_{x,w} l_x^4}{k_{y,w} l_y^4}},$$

$$f_y = f - f_x,$$

$k_{i,w} = 1/384$ pro V-V, $k_{i,w} = 2/384$ pro V-K, $k_{i,m} = 5/384$ pro K-K,

l_x a l_y jsou rozpětí desky ve směru x a y.

*V-V značí uložení vetknutí-vetknutí , V-K značí vetknutí-kloub , K-K značí kloub-kloub

Výpočet momentů nad podporami

Momenty nad podporami tedy můžeme vypočítat pomocí vztahů

$$m_x = k_{x,m} f_x l_x^2,$$

$$m_y = k_{y,m} f_y l_y^2,$$

kde $k_{i,m} = -1/12$ pro V-V*, $k_{i,m} = -1/8$ pro V-K,

$$f_x = \frac{f}{1+\frac{k_{x,w} l_x^4}{k_{y,w} l_y^4}},$$

$$f_y = f - f_x,$$

$k_{i,w} = 1/384$ pro V-V, $k_{i,w} = 2/384$ pro V-K, $k_{i,m} = 5/384$ pro K-K,

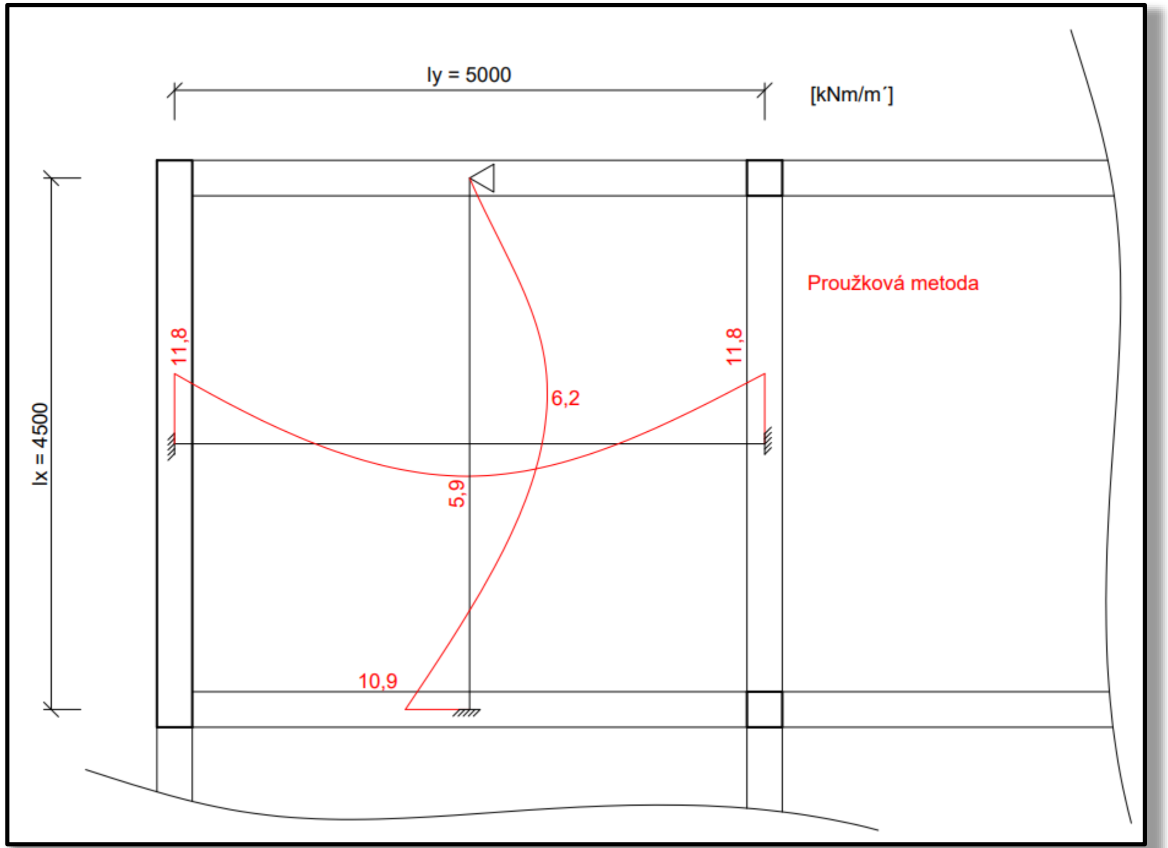
l_x a l_y jsou rozpětí desky ve směru x a y.

*V-V značí uložení vetknutí-vetknutí , V-K značí vetknutí-kloub , K-K značí kloub-kloub

Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle proužkové metody budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**.

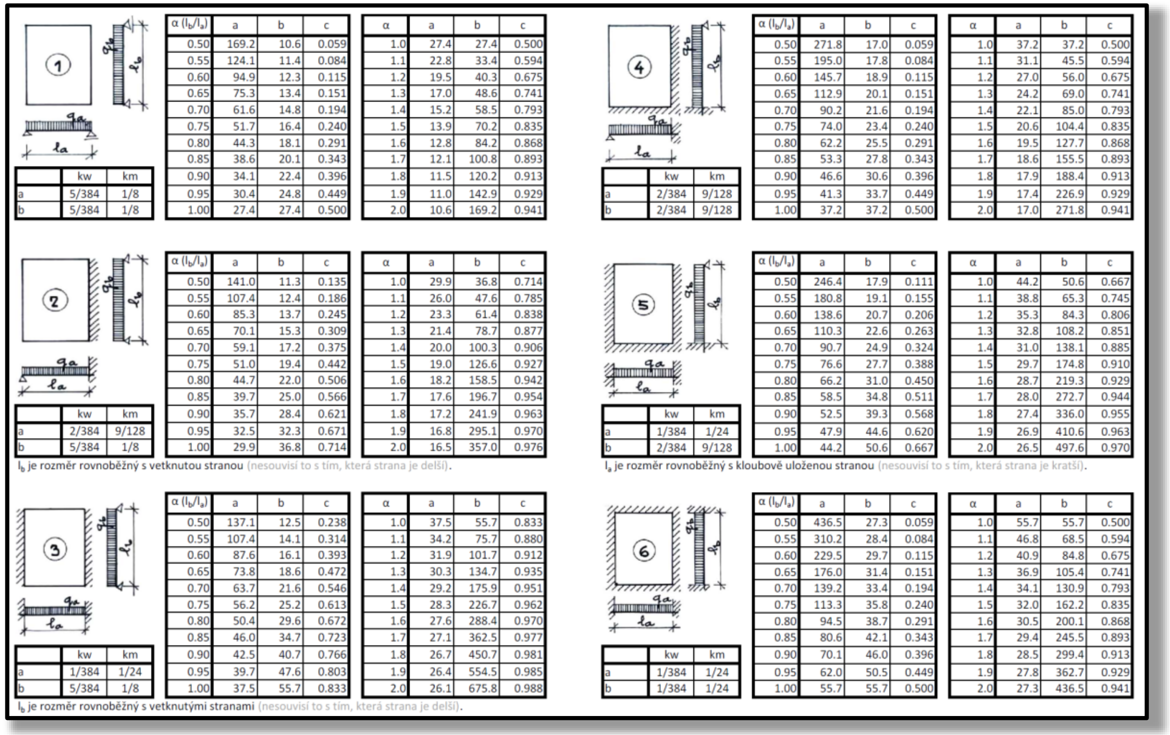
Pro kontrolu můžeme použít program DeSMon.



Tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti

Tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti

Další možností, jak jednoduše stanovit momenty v obousměrně pnuté desce je pomocí „*Tabulek stanovených pomocí teorie pružnosti**.“



1

	kw	km
a	5/384	1/8
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	169.2	10.6	0.059
0.55	124.1	11.4	0.084
0.60	94.9	12.3	0.115
0.65	75.3	13.4	0.151
0.70	61.6	14.8	0.194
0.75	51.7	16.4	0.240
0.80	44.3	18.1	0.291
0.85	38.6	20.1	0.343
0.90	34.1	22.4	0.396
0.95	30.4	24.8	0.449
1.00	27.4	27.4	0.500

α	a	b	c
1.0	27.4	27.4	0.500
1.1	22.8	33.4	0.594
1.2	19.5	40.3	0.675
1.3	17.0	48.6	0.741
1.4	15.2	58.5	0.793
1.5	13.9	70.2	0.835
1.6	12.8	84.2	0.868
1.7	12.1	100.8	0.893
1.8	11.5	120.2	0.913
1.9	11.0	142.9	0.929
2.0	10.6	169.2	0.941

4

	kw	km
a	2/384	9/128
b	2/384	9/128

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	271.8	17.0	0.059
0.55	195.0	17.8	0.084
0.60	145.7	18.9	0.115
0.65	112.9	20.1	0.151
0.70	90.2	21.6	0.194
0.75	74.0	23.4	0.240
0.80	62.2	25.5	0.291
0.85	53.3	27.8	0.343
0.90	46.6	30.6	0.396
0.95	41.3	33.7	0.449
1.00	37.2	37.2	0.500

α	a	b	c
1.0	37.2	37.2	0.500
1.1	31.1	45.5	0.594
1.2	27.0	56.0	0.675
1.3	24.2	69.0	0.741
1.4	22.1	85.0	0.793
1.5	20.6	104.4	0.835
1.6	19.5	127.7	0.868
1.7	18.6	155.5	0.893
1.8	17.9	188.4	0.913
1.9	17.4	226.9	0.929
2.0	17.0	271.8	0.941

2

	kw	km
a	2/384	9/128
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	141.0	11.3	0.135
0.55	107.4	12.4	0.186
0.60	85.3	13.7	0.245
0.65	70.1	15.3	0.309
0.70	59.1	17.2	0.375
0.75	51.0	19.4	0.442
0.80	44.7	22.0	0.506
0.85	39.7	25.0	0.566
0.90	35.7	28.4	0.621
0.95	32.5	32.3	0.671
1.00	29.9	36.8	0.714

α	a	b	c
1.0	29.9	36.8	0.714
1.1	26.0	47.6	0.785
1.2	23.3	61.4	0.838
1.3	21.4	78.7	0.877
1.4	20.0	100.3	0.906
1.5	19.0	126.6	0.927
1.6	18.2	158.5	0.942
1.7	17.6	196.7	0.954
1.8	17.2	241.9	0.963
1.9	16.8	295.1	0.970
2.0	16.5	357.0	0.976

l_b je rozměr rovnoběžný s vetknutou stranou (nesouvisí to s tím, která strana je delší).

5

	kw	km
a	1/384	1/24
b	2/384	9/128

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	246.4	17.9	0.111
0.55	180.8	19.1	0.155
0.60	138.6	20.7	0.206
0.65	110.3	22.6	0.263
0.70	90.7	24.9	0.324
0.75	76.6	27.7	0.388
0.80	66.2	31.0	0.450
0.85	58.5	34.8	0.511
0.90	52.5	39.3	0.568
0.95	47.9	44.6	0.620
1.00	44.2	50.6	0.667

α	a	b	c
1.0	44.2	50.6	0.667
1.1	38.8	65.3	0.745
1.2	35.3	84.3	0.806
1.3	32.8	108.2	0.851
1.4	31.0	138.1	0.885
1.5	29.7	174.8	0.910
1.6	28.7	219.3	0.929
1.7	28.0	272.7	0.944
1.8	27.4	336.0	0.955
1.9	26.9	410.6	0.963
2.0	26.5	497.6	0.970

l_a je rozměr rovnoběžný s kloubově uloženou stranou (nesouvisí to s tím, která strana je kratší).

3

	kw	km
a	1/384	1/24
b	5/384	1/8

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	137.1	12.5	0.238
0.55	107.4	14.1	0.314
0.60	87.6	16.1	0.393
0.65	73.8	18.6	0.472
0.70	63.7	21.6	0.546
0.75	56.2	25.2	0.613
0.80	50.4	29.6	0.672
0.85	46.0	34.7	0.723
0.90	42.5	40.7	0.766
0.95	39.7	47.6	0.803
1.00	37.5	55.7	0.833

α	a	b	c
1.0	37.5	55.7	0.833
1.1	34.2	75.7	0.880
1.2	31.9	101.7	0.912
1.3	30.3	134.7	0.935
1.4	29.2	175.9	0.951
1.5	28.3	226.7	0.962
1.6	27.6	288.4	0.970
1.7	27.1	362.5	0.977
1.8	26.7	450.7	0.981
1.9	26.4	554.5	0.985
2.0	26.1	675.8	0.988

l_b je rozměr rovnoběžný s vetknutými stranami (nesouvisí to s tím, která strana je delší).

6

	kw	km
a	1/384	1/24
b	1/384	1/24

α (l_b/l_a)	a	b	c
0.50	436.5	27.3	0.059
0.55	310.2	28.4	0.084
0.60	229.5	29.7	0.115
0.65	176.0	31.4	0.151
0.70	139.2	33.4	0.194
0.75	113.3	35.8	0.240
0.80	94.5	38.7	0.291
0.85	80.6	42.1	0.343
0.90	70.1	46.0	0.396
0.95	62.0	50.5	0.449
1.00	55.7	55.7	0.500

α	a	b	c
1.0	55.7	55.7	0.500
1.1	46.8	68.5	0.594
1.2	40.9	84.8	0.675
1.3	36.9	105.4	0.741
1.4	34.1	130.9	0.793
1.5	32.0	162.2	0.835
1.6	30.5	200.1	0.868
1.7	29.4	245.5	0.893
1.8	28.5	299.4	0.913
1.9	27.8	362.7	0.929
2.0	27.3	436.5	0.941

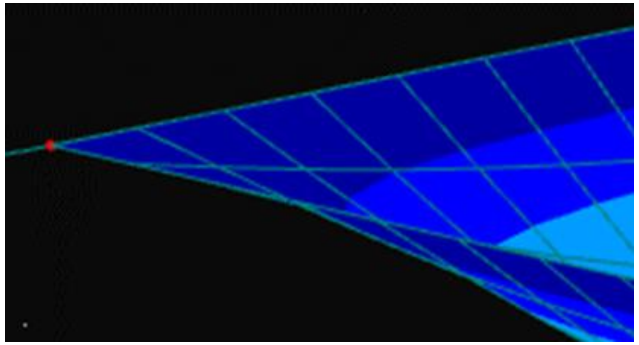
*„teorie pružnosti“ znamená jen to, že uvažujeme, že materiály se chovají pružně a platí Hookův zákon – stejně jako u proužkové metody

Marcusova metoda

Tyto tabulky jsou stanoveny podle **Marcusovy metody***.

Tato metoda **upravuje momenty v poli stanovené pomocí proužkové metody** o redukční součinitel, který vyjadřuje **vliv kroutících momentů**.

Tím, že jsou uváženy kroutící momenty, jsou výsledky blízké variantě, kdy **JE ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



*H. Marcus (1924). Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten.

Momenty v polích – tabulky

Momenty v polích vypočítáme **pomocí tabulkových hodnot** a vztahů

$$M_a = \frac{1}{a} f l_a^2,$$

$$M_b = \frac{1}{b} f l_b^2,$$

kde a a b jsou součinitele z tabulky pro dané uložení a daný poměr l_b/l_a,

l_a a l_b jsou rozpony desky v jednotlivých směrech,

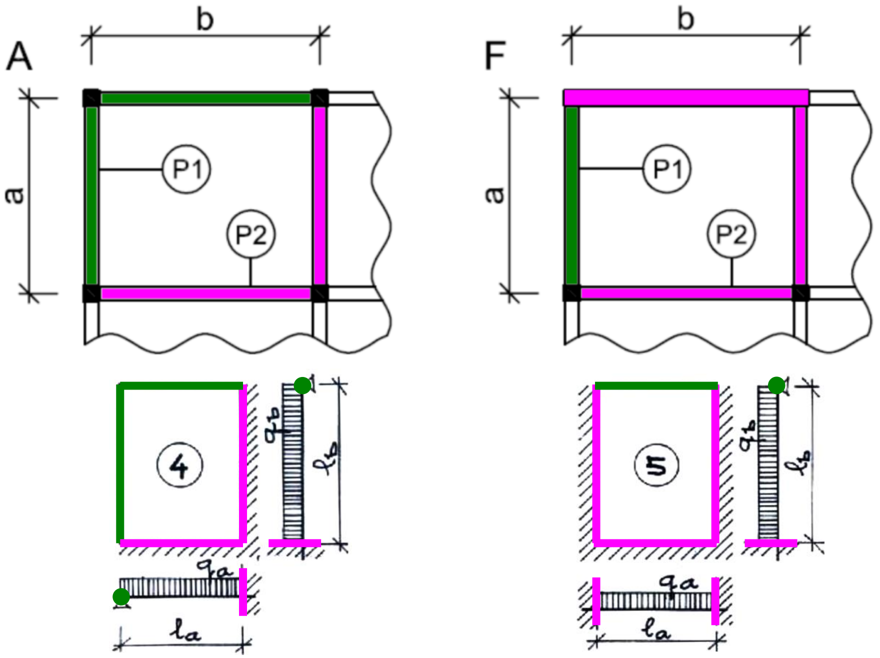
f je hodnota celkového (nerozděleného) plošného zatížení .

Tabulky

Při použití tabulek je **nutné zvolit z tabulky správnou variantu uložení**!

Variantu uložení vybíráme **podle toho**, **které** strany jsou uloženy **kloubově** a **které vetknutě**. Nesouvisí to s tím, která strana je delší, ani se značením os!

Například:



Momenty v polích – Marcusova metoda

Momenty v polích se dají také vypočítat **přímo pomocí Marcusovy metody** pomocí vztahů

$$M_a = M_a^p \left(1 - \frac{M_a^p}{0.15 f\, l_b^2}\right),$$

$$M_b = M_b^p \left(1 - \frac{M_b^p}{0.15 f\, l_a^2}\right),$$

kde M_a^p a M_b^p jsou momenty v polích stanovené pomocí proužkové metody,
l_a a l_b jsou rozpony desky,
f je hodnota celkového (nerozděleného) plošného zatížení.

Momenty nad podporami

Marcusova metoda upravuje pouze momenty v polích. **Moment nad podporou** se tedy určí **stejně jako v případě proužkové metody**

$$M_{a,p} = k f_a l_a^2,$$

$$M_{b,p} = k f_b l_b^2,$$

kde l_a a l_b jsou rozpony desky v jednotlivých směrech,
f_a a f_b jsou hodnoty **zatížení** v jednotlivých směrech, které lze určit **pomocí vztahů dle proužkové metody** nebo **pomocí tabulkové hodnoty**

$f_a = cf,$

$f_b = (1-c)f,$

kde f je hodnota celkového (nerozděleného) plošného zatížení,

k je součinitel daný typem uložení,

$k = -1/12$ pro vetknutí-vetknutí,

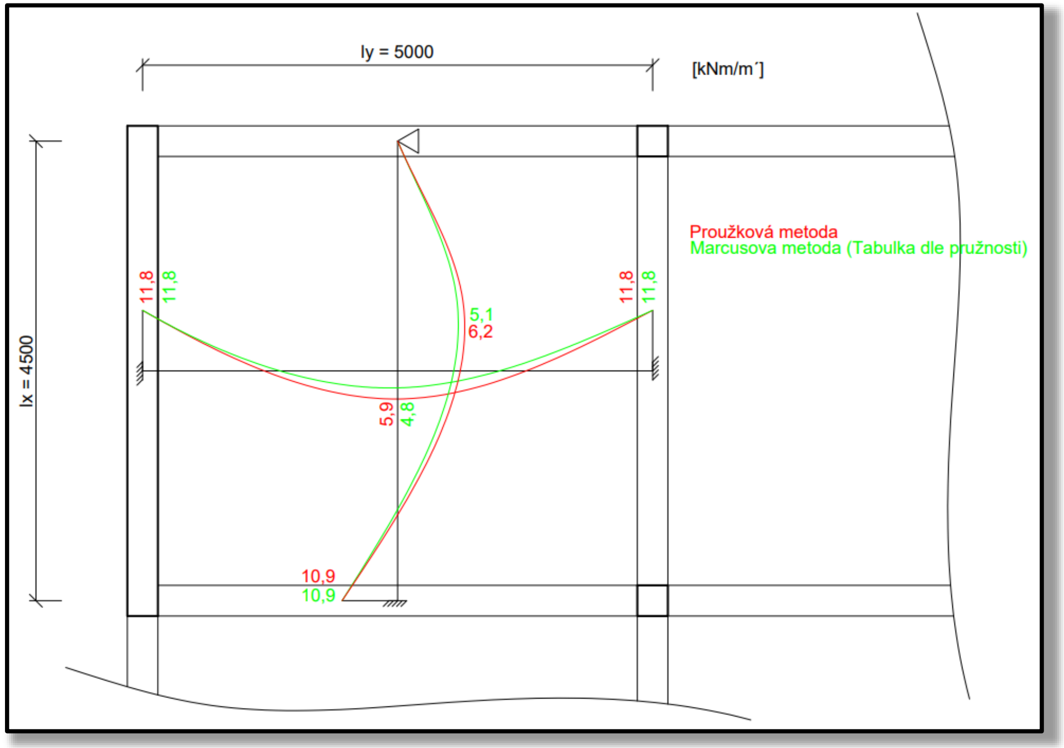
$k = -1/8$ pro vetknutí-kloub,

Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle tabulky stanovené pomocí teorie pružnosti budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**.

Tyto průběhy **přikreslíme** k průběhům stanoveným dle proužkové metody.

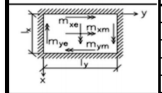
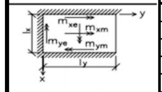
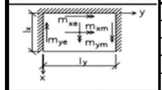
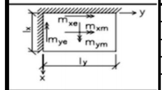
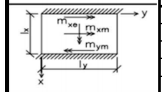
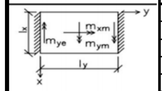
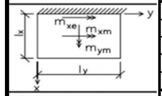
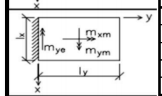
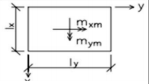
Pro kontrolu můžeme použít program MarMOn.



Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

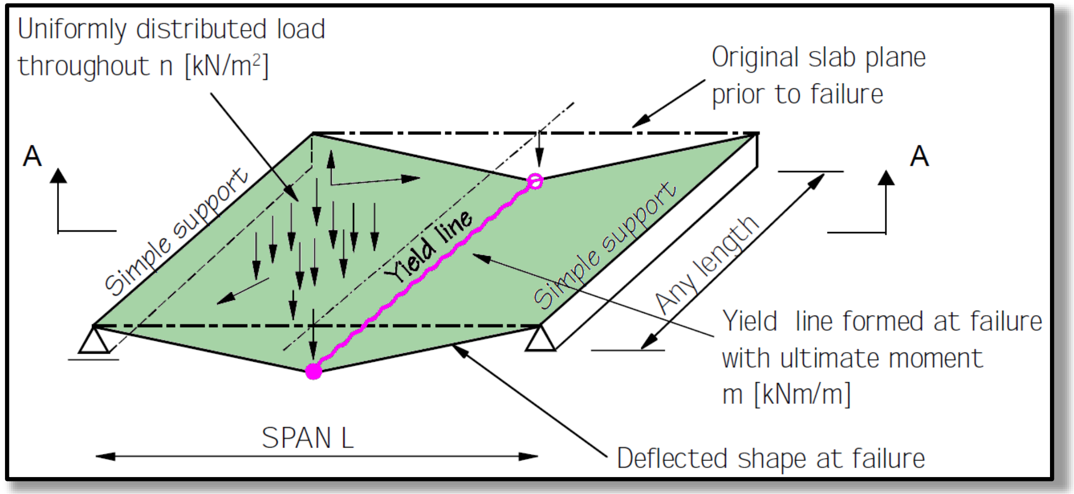
Další možností, jak „jednoduše“ stanovit momenty v obousměrně pnuté desce je pomocí „*Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity*.“

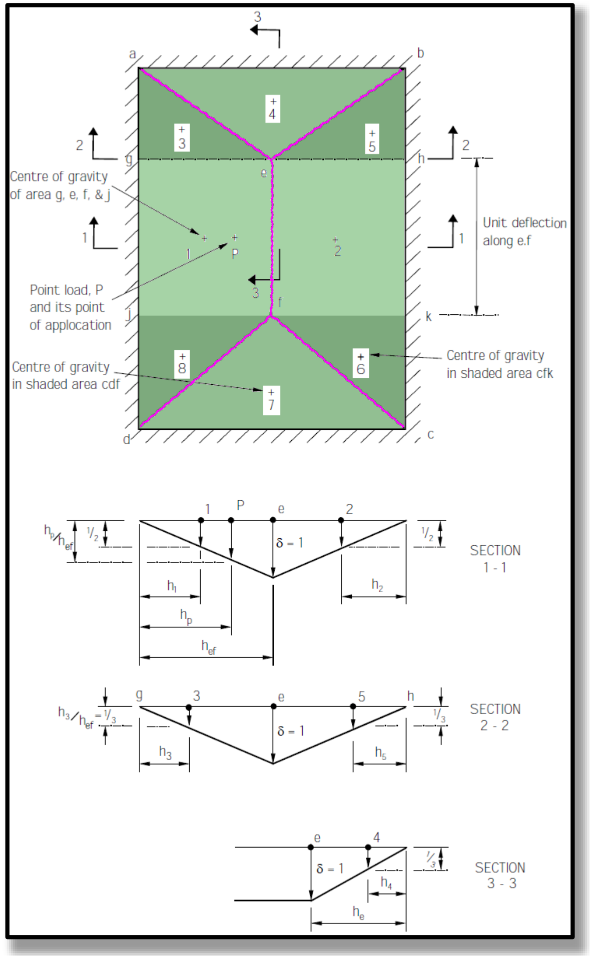
Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye	-0.032										
	βym	0.024										
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye	0										
	βym	0.035										
	βxe	0										
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye	-0.046										
	βym	0.035										
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye	0										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye	-0.058										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye	0										
	βym	0.056										

Yield Line Theory

Tyto tabulky jsou stanoveny pomocí **Yield Line Theory**, což je to **plastická metoda** – řešíme tedy desku **při MSÚ**.

Tato metoda uvažuje, že některé **lokální části desky se chovají plasticky*** a **zbytek desky se chová ideálně tuze**.



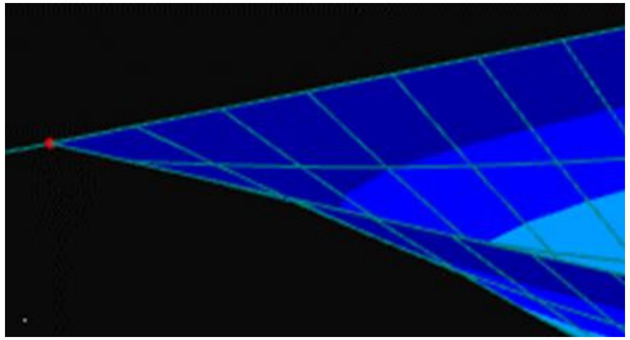


*dochází tam k „neomezenému pootáčení“ – něco jako kdyby tam byl kloub

Yield Line Theory & Tabulky dle této teorie

Protože uvažujeme, že **části desky se chovají jako pevné dílce** otáčející se okolo podpor, znamená to, že **rohy desky se nemohou nadzvedávat**.

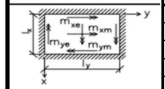
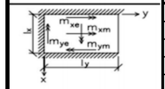
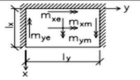
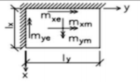
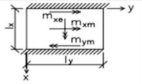
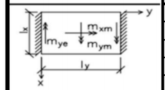
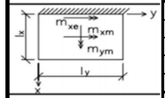
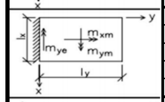
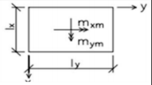
To znamená, že při použití této metody je **uvážen vliv kroutících momentů**, a výsledky jsou blízké variantě, kdy **JE ZABRÁNĚNO ZVEDÁNÍ ROHŮ** desky.



Když uvažujeme plastické chování, **musí být zajištěno**, že **deska může zplastizovat**. Při použití této metody tedy **platí různá omezení** – např. $\boldsymbol{x/d} \leq 0.25$ a vysoká **tažnost oceli**.

Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

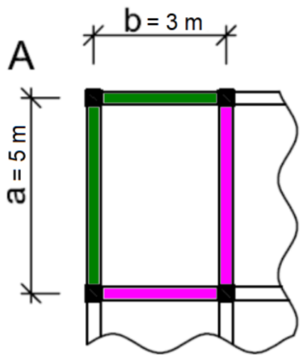
Výpočet přímo pomocí Yield Line Theory je velmi složitý, proto pro výpočet použijeme pouze tabulky.

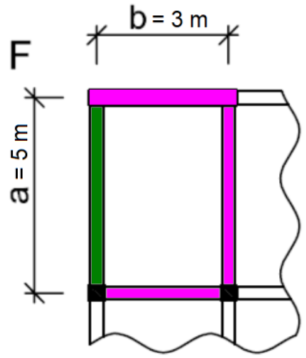
Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye	-0.032										
	βym	0.024										
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye	0										
	βym	0.035										
	βxe	0										
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye	-0.046										
	βym	0.035										
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye	0										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye	-0.058										
	βym	0.044										
	βxe	0										
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye	0										
	βym	0.056										

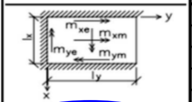
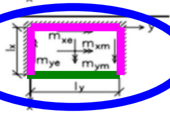
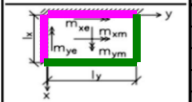
Tabulky stanovené pomocí teorie plasticity

Při použití tabulek je **nutné zvolit z tabulky správnou variantu uložení**! Variantu uložení vybíráme podle **uložení stran** a podle **délek stran**. Nesouvisí to se značením os!

Např.:



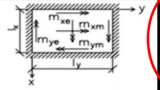
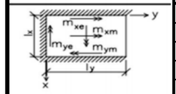
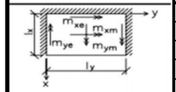
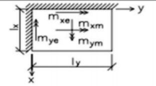
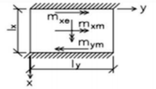
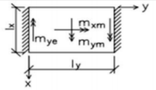
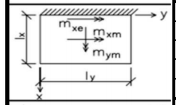
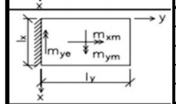
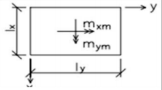


	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	βye	-0.038										
	βym	0.029										
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye	-0.047										
	βym	0.035										

Musíme zvolit tuto variantu (a ne tu nad ní), protože delší stran je kloubově uložená. (kdyby platilo $b > a$, pak bychom zvolili tu variantu nad tím)

Součinitele z tabulky

Pro **danou variantu** a **daný poměr** $\boldsymbol{l_y/l_x}$ v tabulce odečteme součinitele $\beta_{xe}, \beta_{xm}, \beta_{ye}$ a β_{ym}.

Typ podepření		ly/lx										
		1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
	βxe	-0.032	-0.038	-0.043	-0.047	-0.051	-0.053	-0.057	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064
	βxm	0.024	0.028	0.032	0.035	0.038	0.040	0.042	0.044	0.045	0.047	0.048
	βye						-0.032					
	βym						0.024					
	βxe	-0.038	-0.044	-0.048	-0.052	-0.055	-0.058	-0.060	-0.062	-0.064	-0.066	-0.067
	βxm	0.029	0.033	0.036	0.039	0.041	0.043	0.045	0.047	0.048	0.049	0.051
	βye						-0.038					
	βym						0.029					
	βxe	-0.038	-0.048	-0.056	-0.062	-0.068	-0.072	-0.077	-0.080	-0.083	-0.087	-0.090
	βxm	0.029	0.036	0.042	0.046	0.051	0.054	0.058	0.060	0.063	0.065	0.067
	βye						-0.038					
	βym						0.029					
	βxe	-0.047	-0.055	-0.063	-0.069	-0.074	-0.078	-0.083	-0.085	-0.088	-0.091	-0.094
	βxm	0.035	0.042	0.047	0.051	0.056	0.058	0.062	0.064	0.066	0.068	0.070
	βye						-0.047					
	βym						0.035					
	βxe	-0.046	-0.051	-0.055	-0.058	-0.061	-0.063	-0.065	-0.067	-0.068	-0.070	-0.071
	βxm	0.035	0.038	0.041	0.043	0.045	0.047	0.049	0.050	0.051	0.052	0.053
	βye						0					
	βym						0.035					
	βxe						0					
	βxm	0.035	0.046	0.057	0.065	0.073	0.079	0.085	0.089	0.093	0.097	0.101
	βye						-0.046					
	βym						0.035					
	βxe	-0.058	-0.066	-0.072	-0.077	-0.082	-0.085	-0.090	-0.092	-0.095	-0.097	-0.100
	βxm	0.044	0.049	0.054	0.058	0.062	0.064	0.067	0.069	0.071	0.073	0.075
	βye						0					
	βym						0.044					
	βxe						0					
	βxm	0.044	0.055	0.065	0.072	0.080	0.085	0.091	0.095	0.099	0.102	0.106
	βye						-0.058					
	βym						0.044					
	βxe						0					
	βxm	0.056	0.066	0.075	0.082	0.089	0.093	0.099	0.102	0.106	0.109	0.113
	βye						0					
	βym						0.056					

Momenty dle tabulky

Pomocí součinitelů vypočítáme momenty

$$m_{xe} = \beta_{xe} m_0,$$
$$m_{xm} = \beta_{xm} m_0,$$
$$m_{ye} = \beta_{ye} m_0,$$
$$m_{ym} = \beta_{ym} m_0,$$

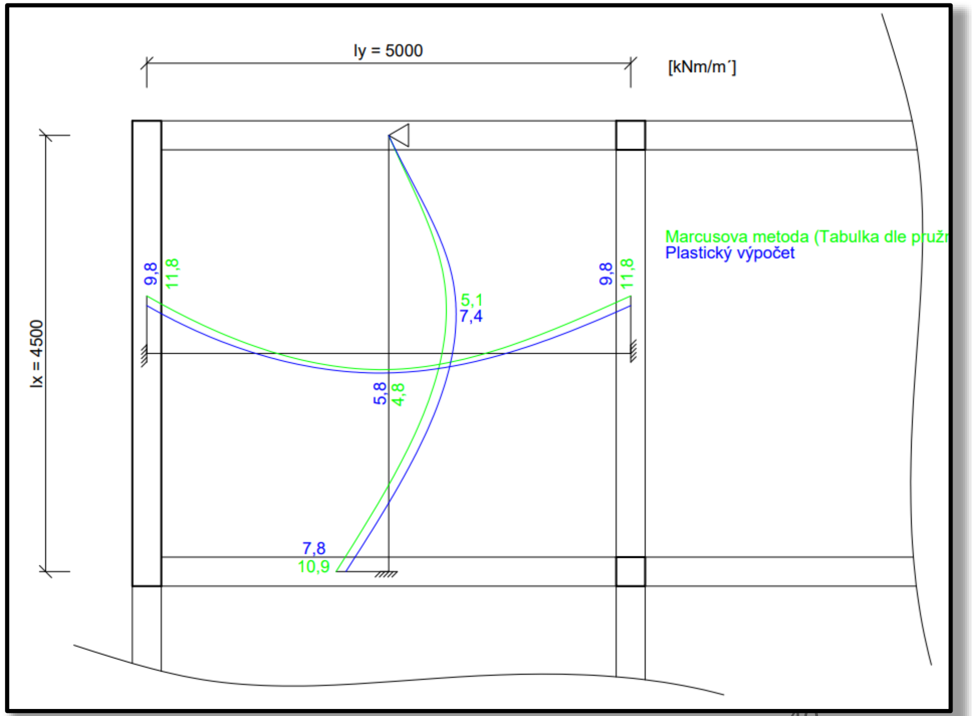
kde $m_0 = f l_x^2$,

kde f je celkové plošné zatížení,

l_x je kratší rozpon desky.

Vykreslení momentů

Výstupem výpočtu dle tabulky stanovené pomocí teorie plasticity budou **vykreslené průběhy** momentů v obou směrech **včetně hodnot momentů**. K těmto průběhům přikreslíme momenty dle Marcusovy metody.



Pozn.: při vykreslování dávejte pozor na vykreslení momentů ke správným osám – $m_{y,e}$ a $m_{y,m}$ vykreslujeme vždy na delší stranu.

Doplňující informace

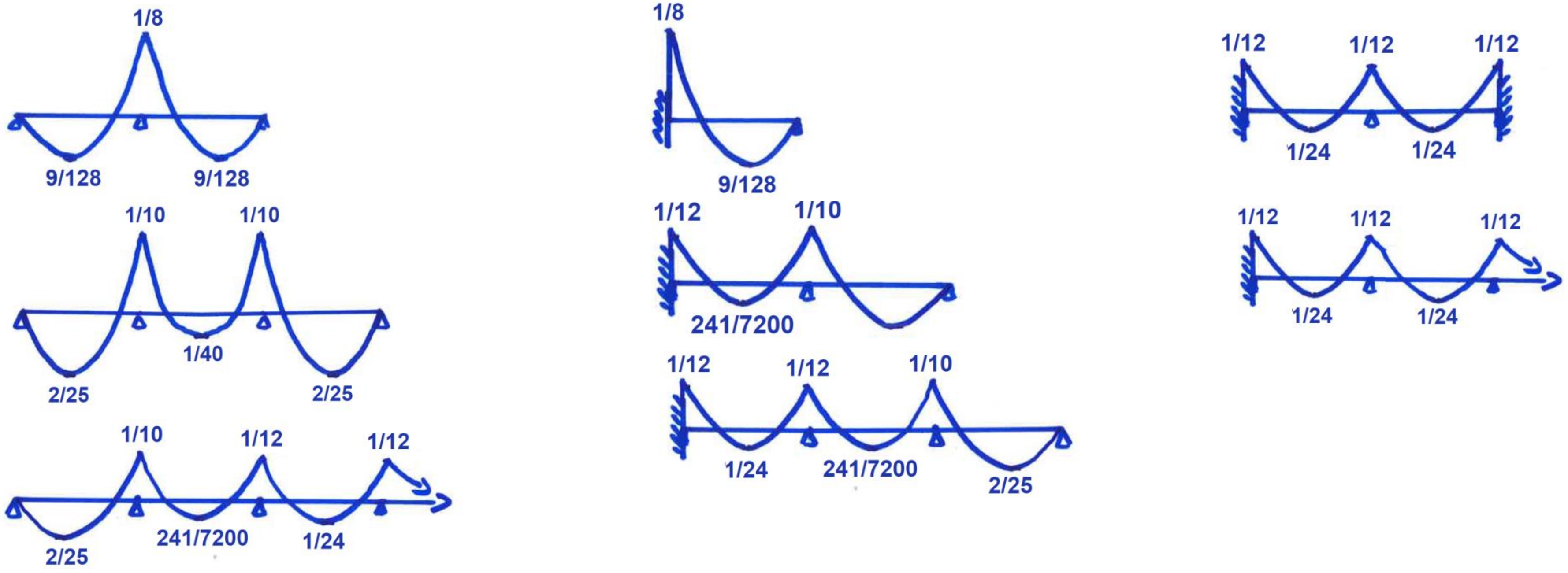
Doplňující informace

V naší úloze neřešíme jen jednopolovou desku, ale desku, která **je součástí spojité desky přes více polí**.

S tím se vážou **dva problémy**, které bychom **správně měli vzít v potaz**, kdybychom chtěli získat **přesnější výsledky**.

Součinitele momentů

Správně bychom měli nadpodporové momenty a **momenty** v poli **uvažovat podle toho**, **které pole** (krajní, první vnitřní, další vnitřní) desky **řešíme**.

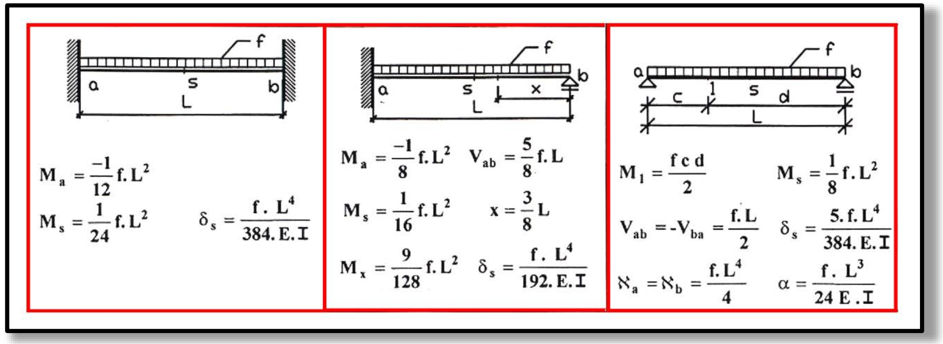


Součinitele momentů

Správně bychom měli nadpodporové momenty a **momenty** v poli **uvažovat podle toho**, **které pole** (krajní, první vnitřní, další vnitřní) desky **řešíme**.

S tím se však váže problém, že **součinitele pro průhyb** (1/384 atd.) se pro tyto průběhy momentů **také liší**, a **výpočet pomocí proužkové** metody **se výrazně zesložiťuje**. Navíc **Marcusova metoda** pro tyto průběhy momentů **není definována**.

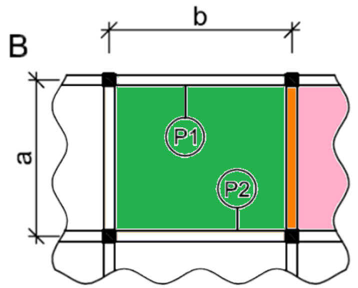
Proto v této úloze **zanedbáváme** to, **jaké pole desky řešíme** a **využíváme pouze základní statická schémata**.



Momenty nad podporami

Další věc, kterou zanedbáváme je to, že **správně** bychom měli **nadpodporový moment** počítat nejen **ze zatížení a rozponu** „našeho“ pole desky, ale **i z vedlejšího pole** – tedy:

$$m_p = k_m \frac{f_{zleva} + f_{zprava}}{2} \left(\frac{l_{zleva} + l_{zprava}}{2} \right)^2$$



kde k_m je součinitel nadpodporového momentu podle typu uložení ($-1/12$, $-1/10$ nebo $-1/8$)

Rozpětí máme v naší úloze všude stejné, ale zatížení nemusí být stejné. My to ale **v naší úloze zanedbáváme**, aby naše ruční výpočty nebyly **zbytečně složité**.

Výstup úkolu 2.1

Výstup úkolu 2.1

Výstupem úkolu 2.1 jsou grafy s průběhy momentů

- proužková metoda + tabulky dle pružnosti,
- tabulky dle pružnosti + tabulky dle plasticity.

Teorie navíc

Elastické vs. plastické metody

Teorie navíc

Plastické metody

Velkou zvláštností plastických metod a rozdílem oproti běžným elastickým metodám je to, že **neuvažujeme elastické chování materiálu***, což **výrazně mění filozofii výpočtu momentů**.

*tedy neplatí Hookův zákon.

Teorie navíc

Elastické metody

U **elastických** metod* postupujeme takto:

1) známe zatížení,
2) známe chování prvku (uvažujeme, že platí Hookův zákon)
3) vypočítáme momenty dle předpokladů v 2),
4) navrhneme výztuž na vypočtené momenty,
5) **víme, jak** (přesně podle 2)) **se deska se chová při malých zatíženích**†
6) **vůbec neřešíme, jak se deska chová (jaké v ní jsou momenty) před kolapsem**.

* deformační metoda, silová metoda, proužková metoda, Marcusova metoda, metoda konečných prvků…
† protože železobeton se chová elasiticky pouze při velmi malých zatíženích

Teorie navíc

Plastické metody

U **plastických** metod* postupujeme takto:

1) známe zatížení,
2) zvolíme si, jak chceme, aby se deska chovala†
3) vypočítáme momenty dle předpokladů v 2),
4) navrhneme výztuž na vypočtené momenty,
5) neřešíme, jak se deska chová (jaké jsou momenty) při malých zatíženích
6) **víme, jak se deska chová před kolapsem –** chová se přesně tak, jak jsme uvažovali ve 2) – je tomu tak, protože jsem si na to navrhli tu výztuž.

* např. Yield Line Theory…

† jaké má být poměr momentu v poli a nad podporou, případně poměr momentů ve směru x a ve směru y

Teorie navíc

elastické vs. plastické

Elastické metody:

- platí Hookův zákon,
- neznáme chování při MSÚ,
- momenty jsou větší (bezpečné).

Plastické metody:

- neplatí Hookův zákon,
- známe chování při MSÚ,
- momenty jsou menší (nebezpečné).

Teorie navíc

Srovnání metod

	Proužková metoda	Marcusova metoda	Yield Line Theory	MKP
uvažuje kroutící momenty				
elastická metoda				
plastická metoda				
bezpečné				

Díky za pozornost

Poděkování

Děkuji **Radku Štefanovi, Tomáši Trtíkovi**, **Romanu Chylíkovi** a **Hance Schreiberové** za časté konzultace při vypracovávání prezentace.

Děkuji **Stáňovi Zažirejovi** za poskytnutí vizualizací a obrázků.

Děkuji **Petru Bílému** a **Martinovi Tipkovi** za vytvoření a udržování oficiálních podkladů, ze kterých vychází tato prezentace.