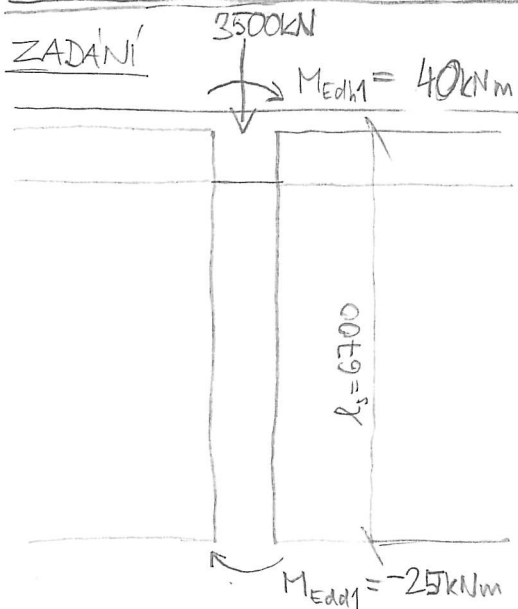


ŠTIHLÝ SLOUP Z UHPFRC

ZADÁNÍ



$$f_{ck} = 161 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{c2} = 0.0021$$

$$f_{ctfm} = 15.7 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{cu} = 0.003$$

$$f_{ctok}^{test} = 9.2 \text{ MPa}$$

$$\varphi(\infty, 7) = 1.57$$

$$\text{Vytužovací drátky } \rho_f = 0.013$$

Ocel B500B

Kvazistálé zatížení: $(\psi_2 \cdot q)$ — proměnné
pro kancelářské plochy $\psi_2 = 0.3$

$$\circ N_{Edqp} = 1100 \text{ kN}$$

$$\circ M_{Edhqp} = 11 \text{ kNm}$$

$$\circ M_{Edqdp} = 7 \text{ kNm}$$

MATERIALY

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{161}{1.3} = 105 \text{ MPa}$$

$$f_{ctod} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctok}^{test}}{K \gamma_{ct}} = 0.9 \cdot \frac{9.2}{1.25 \cdot 1.3} = 5.1 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 435 \text{ MPa}$$

HRUBÝ ODHAD PLOCHY SLOUPU

$$N_c + N_s \geq N_{Ed} \Rightarrow A_{c, req} = \frac{N_{Ed}}{0.8 f_{cd} + \rho_s \sigma_s} = \frac{3500000}{0.8 \cdot 105 + 0.015 \cdot 435} = 38663 \text{ mm}^2$$

▼ Brát spíše menší koeficient (0.5? 0.6?) — viz průběh napětí při zatížení M+N

$$\text{odhad } \rho_s = 1.5\% \Rightarrow a = 250 \text{ mm}$$

$$\sigma_s = \epsilon_{c2} \cdot E_s = 0.0021 \cdot 210000 = 441 \text{ MPa} > f_{yd} \Rightarrow \sigma_s = f_{yd} \text{ (napětí v oceli při dosažení pevnosti betonu)}$$

POSOUZENÍ ŠTIHLOSTI

Účinná délka sloupu: $l_0 = \beta l_{sv} = 0.75 \cdot 6700 = 5025 \text{ mm}$

Štíhlost sloupu: $\lambda = \frac{l_0 \cdot \sqrt{12}}{a} = \frac{5025 \cdot \sqrt{12}}{250} = 69.6$

Limitní štíhlost: $A = \frac{1}{1 + 0.2 \varphi(\infty, 7) \cdot \frac{M_{Edqp}}{M_{Ed1}}} = \frac{1}{1 + 0.2 \cdot 1.57 \cdot \frac{11}{40}} = 0.92$

$B = 1.1$ (bezpečně, nezdravé stupně vytužení)

$C = 1.7 - \frac{M_{02}}{M_{01}} = 1.7 - \frac{-25}{40} = 2.33$

$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = \frac{3500000}{250^2 \cdot 105} = 0.54$

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} = \frac{20 \cdot 0,92 \cdot 1,1 \cdot 2,33}{\sqrt{0,54}} = 64,5$$

$$\lambda > \lambda_{lim} \Rightarrow \underline{\text{ŠTÍHLÝ SLOUP}}$$

ÚČINKY 2. ŘÁDU - METODA ZALOŽENÁ NA JMENOVITÉ KŘIVOSTI

o Imperfekce sloupů - pro sloup ve ztuženém systému: $e_i = \frac{l_0}{400} = \frac{5025}{400} = 12,56 \text{ mm}$

o Ohybové momenty 1. řádu s vlivem imperfekcí:

$$M_{0Edh} = M_{Edm} + N_{Ed} e_i = 40 + 3500 \cdot 0,01256 = 84 \text{ kNm}$$

$$M_{0Edl} = M_{Edl} + N_{Ed} e_i = 25 + 3500 \cdot 0,01256 = 69 \text{ kNm}$$

de facto průhyb prvu

o Moment 2. řádu: $M_2 = N_{Ed} e_2$ kde $e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c}$ kde $\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \cdot \frac{1}{r_{bal}}$

Opravný součinitel závislý na normálové síle $K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1,0$

Hodnota n při plné normálové únosnosti: $n_u = 1 + \omega = 1 + \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} = 1 + \frac{904 F_{yk}}{f_{cd}} = 1,16$

Poměrná normálová síla: $n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} = 0,54$ (viz lim. štíhlost)

Hodnota n při maximální momentové únosnosti: $n_{bal} = 0,4$ (dáno)

$$K_r = \frac{1,16 - 0,54}{1,16 - 0,4} = 0,81 < 1,0$$

{ Při menší n
je prvek
schopen
akceptovat
větší křivost

Součinitel zohledňující dotvarování $K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1,0$

Účinný součinitel dotvarování: $\varphi_{ef} = \varphi(\omega, 7) \cdot \frac{M_{Edgp}}{M_{Ed1}} = 1,57 \cdot \frac{11}{40} = 0,43$

Vliv štíhlosti: $\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} = 0,35 + \frac{16,1}{200} - \frac{69,6}{150} = 0,69$

$$K_\varphi = 1 + 0,69 \cdot 0,43 = 1,30 > 1$$

Odhad krycí 25 mm, výztuž $\varnothing 20$ mm

Křivost při maximální momentové únosnosti

$$\frac{1}{r_{bal}} = \frac{\epsilon_{yd}}{0,45d} = \frac{f_{yd}/E_s}{0,45 \cdot (h - c - \varnothing/2)} = \frac{435/210000}{0,45 \cdot (250 - 25 - \frac{20}{2})} = 0,0214$$

převod na metry

Křivost symetrického průřezu se symetrickou výztuží:

$$\frac{1}{r} = K_r K_\varphi \frac{1}{r_{bal}} = 0,81 \cdot 1,3 \cdot 0,0214 = 0,0224$$

Imperfekce od účinků 2. řádu:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{\pi^2} = 0,0224 \cdot \frac{5,025^2}{10} = 0,0565 \text{ m}$$

koeficient závislý na rozdělení křivosti, pro konstantní průřez $c=10$

Moment 2. řádu:

$$M_2 = N_{Ed} e_2 = 3500 \cdot 0,0565 = \underline{198 \text{ kNm}}$$

o Výsledné ohybové momenty:

$$M_{Edh} = M_{0Edh} + M_2 = \underline{282 \text{ kNm}}$$

$$M_{Edl} = M_{0Edl} + M_2 = \underline{267 \text{ kNm}}$$

NAVRH VÝZTUŽE

Provedeme pomocí nomogramů

o Poměrná normálová síla: $\sigma = \frac{N_{Ed}}{b h f_{cd}} = \frac{35}{0,25^2 \cdot 105} = 0,533$

o Poměrný ohybový moment: $\mu = \frac{M_{Ed}}{b h^2 f_{cd}} = \frac{0,282}{0,25^3 \cdot 105} = 0,172$

o Poměrná vzdálenost těžiště výztuže od hrany průřezu: $\frac{d_1}{h} = \frac{c + \frac{\phi}{2}}{a} = \frac{25 + \frac{20}{2}}{250} = 0,14$

$\Rightarrow$ Z nomogramu pro $\frac{d_1}{h} = 0,15$ dostaneme: $\omega = 0,165$

o $A_{s, req} = \frac{\omega A_c f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,165 \cdot 250^2 \cdot 105}{435} = 2489 \text{ mm}^2 \Rightarrow \rho_s = 3,98\%$

Jelikož $\rho_s = 3,98\%$ odpovídá odhadu $\rho_s = 4\%$ při výpočtu n_0 , lze spočtené

Výsledné ohybové momenty se započtením vlivu 2. řádu považovat za správné

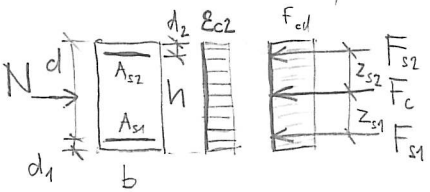
NAVRH VÝZTUŽE: $4 \times \emptyset 20$ v obou površích ($2 \times 1256 \text{ mm}^2$)

Kontrola: $\rho_s = 4,02\% \notin < 0,1, 4 >$ - rozdíl je ale malý, zanedbáme OK ✓

$$A_{s1, min} = \frac{0,05 N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{0,05 \cdot 3500000}{435} = 402 \text{ mm}^2 > 1256 \text{ mm}^2 \text{ OK ✓}$$

POSOUZENÍ: ID PRO UHPFRC

Bod 0 - Dostředný tlak



$$d_1 = d_2 = 25 + \frac{20}{2} = 35 \text{ mm}$$

$$d = h - d_1 = 215 \text{ mm}$$

$$N_{Rd,0} = F_c + F_{s1} + F_{s2} = b h f_{cd} + A_{s1} \sigma_s + A_{s2} \sigma_s$$

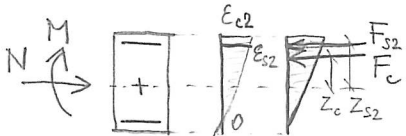
$$M_{Rd,0} = F_{s2} z_{s2} + F_{s1} z_{s1} = (A_{s1} z_{s1} - A_{s2} z_{s2}) \sigma_s$$

viz hrubý odhad plochy slopu

$$N_{Rd,0} = 250^2 \cdot 105 + 2 \cdot 1256 \cdot 435 = 7655 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,0} = 0$$

Bod 1 - Celý průřez tlacen ($\epsilon_{s1} = 0$)



$$\epsilon_{s2} = \frac{\epsilon_{c2}(d - d_2)}{d} = \frac{0.0021(215 - 35)}{215} = 0.00176 < \epsilon_{yd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_{s2} = \epsilon_{s2} E_s = 0.00176 \cdot 210000 = 369 \text{ MPa}$$

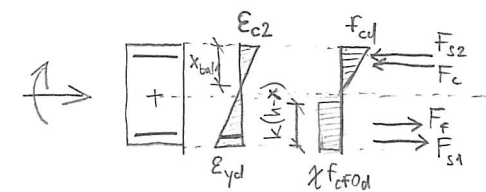
$$N_{Rd,1} = F_c + F_{s2} = \frac{1}{2} b d f_{cd} + A_{s2} \sigma_{s2}$$

$$M_{Rd,1} = F_c z_c + F_{s2} z_{s2} = \frac{1}{2} b d f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{d}{3} \right) + A_{s2} \sigma_{s2} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right)$$

$$M_{Rd,1} = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 215 \cdot 105 \left(\frac{250}{2} - \frac{215}{3} \right) + 1256 \cdot 369 \cdot \left(\frac{250}{2} - 35 \right) = 194.2 \text{ kNm}$$

$$N_{Rd,1} = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 215 \cdot 105 + 1256 \cdot 369 = 3285 \text{ kN}$$

Bod 2 - Tažená ocel na mezi kluzu ($x = x_{bal,1}$)



$$N_{Rd,2} = F_c + F_{s2} - F_f - F_{s1} = \frac{1}{2} x_{bal,1} b f_{cd} + A_{s2} \sigma_{s2} - k(h - x_{bal,1}) b \chi f_{ctod} - A_{s1} \sigma_{s1}$$

$$M_{Rd,2} = F_c z_c + F_{s2} z_{s2} + F_f z_f + F_{s1} z_{s1} = \frac{1}{2} b x_{bal,1} f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{x_{bal,1}}{3} \right) + A_{s2} \sigma_{s2} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + \chi k b (h - x_{bal,1}) f_{ctod} \left(\frac{h}{2} - \frac{k(h - x_{bal,1})}{2} \right) + A_{s1} \sigma_{s1} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

$$x_{bal,1} = \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{c2} + \epsilon_{yd}} \cdot d = \frac{0.0021}{0.0021 + 0.00207} \cdot 215 = 0.504 \cdot 215 = 108 \text{ mm}$$

$$\sigma_{s1} = f_{yd}, \text{ jelikož } \epsilon_{s1} = \epsilon_{yd}$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{x_{bal,1} - d_2}{x_{bal,1}} \cdot \epsilon_{c2} = \frac{108 - 35}{108} \cdot 0.0021 = 0.00142 < \epsilon_{yd}$$

$$\Rightarrow \sigma_{s2} = \epsilon_{s2} E_s = 0.00142 \cdot 210000 = 298 \text{ MPa}$$

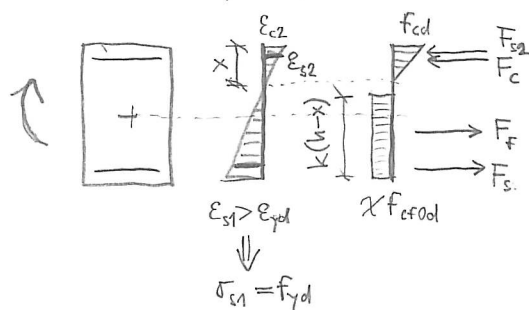
$$N_{Rd,2} = \frac{1}{2} \cdot 108 \cdot 250 \cdot 105 + 1256 \cdot 298 - 0.9(250 - 108) \cdot 250 \cdot 0.9 \cdot 51 - 1256 \cdot 435 = 1099 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,2} = \frac{1}{2} \cdot 108 \cdot 250 \cdot 105 \left(\frac{250}{2} - \frac{108}{3} \right) + 1256 \cdot 298 \left(\frac{250}{2} - 35 \right) + 1256 \cdot 435 \cdot \left(\frac{250}{2} - 35 \right) + 0.9 \cdot 0.9 \cdot 250 \cdot (250 - 108) \cdot 51 \cdot \left(\frac{250}{2} - \frac{0.9(250 - 108)}{2} \right) = 2180 \text{ kNm}$$

Drátky: 8/9 kNm
... nic moc...

Bod 3 - Prstý pohyb

5



$$N_{Rd,3} = 0 = F_c + F_{s2} - F_f - F_{s1}$$

$$M_{Rd,3} = F_c z_c + F_{s2} z_{s2} + F_f z_f + F_{s1} z_{s1} =$$

$$= \frac{1}{2} b x f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + A_{s2} \sigma_{s2} \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) +$$

$$+ \chi k b (h-x) f_{cfod} \left(\frac{h}{2} - \frac{k(h-x)}{2} \right) + A_{s1} f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right)$$

Máme 2 neznámé: x a σ_{s2} . Potřebujeme tedy 2 rovnice pro jejich stanovení.

2 rovnice pro $N_{Rd,3}$:

$$F_c + F_{s2} = F_f + F_{s1}$$

$$\frac{1}{2} b x f_{cd} + A_{s2} \sigma_{s2} = \chi k b (h-x) f_{cfod} + A_{s1} f_{yd}$$

$$\frac{1}{2} b x f_{cd} + \chi k b x f_{cfod} = \chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd} - A_{s2} \sigma_{s2}$$

$$x = \frac{\chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd} - A_{s2} \sigma_{s2}}{\frac{1}{2} b f_{cd} + \chi k b f_{cfod}}$$

Z podobnosti trojúhelníků v grafu přetvoření v průřezu:

$$\frac{\epsilon_{c2}}{x} = \frac{\epsilon_{s2}}{x - d_2}$$

$$\frac{\epsilon_{c2}}{x} = \frac{\sigma_{s2}}{E_s (x - d_2)}$$

$$\epsilon_{c2} E_s x - \sigma_{s2} x = \epsilon_{c2} E_s d_2$$

$$x = \frac{\epsilon_{c2} E_s d_2}{\epsilon_{c2} E_s - \sigma_{s2}}$$

Porovnáme vztahy pro x dostaneme kvadratickou rovnici pro σ_{s2} :

$$\frac{\epsilon_{c2} E_s d_2}{\epsilon_{c2} E_s - \sigma_{s2}} = \frac{\chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd} - A_{s2} \sigma_{s2}}{\frac{1}{2} b f_{cd} + \chi k b f_{cfod}}$$

$$\epsilon_{c2} E_s d_2 \left(\frac{1}{2} b f_{cd} + \chi k b f_{cfod} \right) = (\epsilon_{c2} E_s - \sigma_{s2}) (\chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd} - A_{s2} \sigma_{s2})$$

$$\sigma_{s2}^2 \cdot A_{s2} - \sigma_{s2} (A_{s2} \epsilon_{c2} E_s + \chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd}) + \epsilon_{c2} E_s \left(\chi k b h f_{cfod} + A_{s1} f_{yd} - \frac{1}{2} d_2 b f_{cd} - d_2 \chi k b f_{cfod} \right) = 0$$

Vyřešením získáme hodnotu σ_{s2} , zpětným dosazením do původních rovnic stanovíme x a následně spočítáme $M_{Rd,3}$.

V našem případě:

$$\sigma_{s2}^2 \cdot 1256 - \sigma_{s2} (1256 \cdot 0,0021 \cdot 210000 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 \cdot 250 \cdot 5,1 + 1256 \cdot 435) + 0,0021 \cdot 210000 \cdot (0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 \cdot 250 \cdot 5,1 + 1256 \cdot 435 - \frac{1}{2} \cdot 35 \cdot 250 \cdot 105 - 35 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 \cdot 5,1) = 0$$

$$\sigma_{s2}^{(1)} = 969,7 \text{ MPa} \quad \sigma_{s2} \text{ nemůže být větší než v bodě 2}$$

$$\sigma_{s2}^{(2)} = 111,9 \text{ MPa}$$

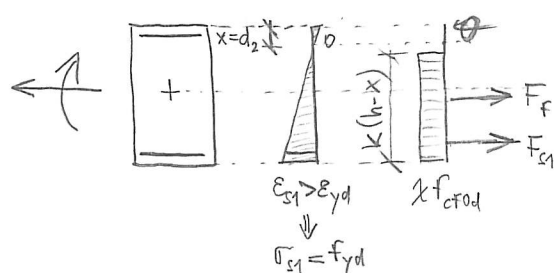
$$x = \frac{0,0021 \cdot 210000 \cdot 35}{0,0021 \cdot 210000 - 111,9} = 46,9 \text{ mm} \quad (\text{Kontrola: dosazením do 2. vztahu pro } x \text{ OK dostaneme stejnou hodnotu})$$

Únosnost v prvním ohybu:

$$M_{Rd,3} = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot 46,9 \cdot 105 \cdot \left(\frac{250}{2} - \frac{46,9}{3} \right) + 1256 \cdot 111,9 \cdot \left(\frac{250}{2} - 35 \right) + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 \cdot (250 - 46,9) \cdot 5,1 \cdot \left(\frac{250}{2} - \frac{0,9 \cdot (250 - 46,9)}{2} \right) + 1256 \cdot 435 \cdot \left(\frac{250}{2} - 35 \right) = 136,2 \text{ kNm}$$

{ drátky: 7 kNm }

Bod 4 - Celý průřez tažen ($\epsilon_{s2} = 0$)



$$N_{Rd,4} = F_{s1} + F_f = A_{s1} f_{yd} + \chi k b (h - d_2) f_{ctod}$$

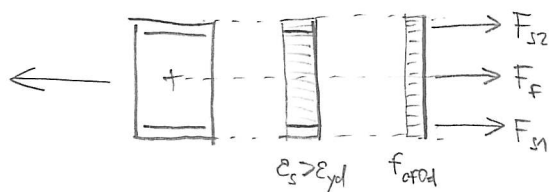
$$M_{Rd,4} = F_{s1} z_{s1} + F_f z_f = A_{s1} f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + \chi k b (h - d_2) f_{ctod} \left(\frac{h}{2} - \frac{k(h - d_2)}{2} \right)$$

$$N_{Rd,4} = 1256 \cdot 435 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 (250 - 35) \cdot 5,1 = 768 \text{ kN}$$

$$M_{Rd,4} = 1256 \cdot 435 \cdot \left(\frac{250}{2} - 35 \right) + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 250 (250 - 35) \cdot 5,1 \cdot \left(\frac{250}{2} - \frac{0,9(250 - 35)}{2} \right) = 50,4 \text{ kNm}$$

{ drátky: 63 kNm
222 kN }

Bod 5 - Dostředný tah



$$N_{Rd,5} = F_{s2} + F_f + F_{s1} = (A_{s2} + A_{s1}) f_{yd} + b h f_{ctod}$$

$$M_{Rd,5} = F_{s2} z_{s2} - F_{s1} z_{s1} = (A_{s2} z_{s2} - A_{s1} z_{s1}) f_{yd}$$

$$N_{Rd,5} = 2 \cdot 1256 \cdot 435 + 250 \cdot 250 \cdot 5,1 = 1411,47 \text{ kN}$$

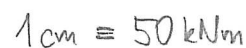
$$M_{Rd,5} = 0$$

{ drátky: 319 kN }

Omezení

$$e_o = \frac{h}{30} = \frac{250}{30} = 8,3 \text{ mm}$$

$$M_o = N_{Rd,5} e_o = 765 \cdot 0,0083 = 63,8 \text{ kNm}$$



SLOUP NEVTHOVI'

POZNÁMKY

- o Vliv drátů se jeví jako poměrně malý, jejich zanedbání v tahu by nemělo být zásadním problémem
- o Vzhledem k tomu, že je uvažováno lineární rozdělení napětí v tlakovém betonu při kombinaci M+N, měl by se vhodně upravit vztah pro prvotní odhad rozměru sloupu – zde použitý vzorec poskytl neredný odhad a proto navržený sloup nevyhověl
- o Bylo by nutné zvětšit rozměr sloupu – odhadem by stačilo jít na 300 mm, pak by sloup nebyl štíhlý, uvažoval by se pouze moment 1. řádu a kce by vyhověla. Cílem cvičení však bylo provést výpočet štíhlého sloupu.
- o Použité nomogramy byly odvozeny pro běžný beton, nemusí tedy být zcela odpovídající pro UHPFRC. Pro prvotní návrh výztuže to ale není problém, rozhodující je, jak vyjde posouzení – podle toho lze návrh dále korigovat (přidat/ubrat výztuž)
- o Při použití C30/37 by vyhověl sloup $400 \times 400 + 6 \varnothing 20$. Použitím UHPFRC lze ušetřit cca 40% objemu betonu (pro sloup 300×300), cena za m^3 materiálu by však byla odhadem 4-5ti násobná a je nepravděpodobné, že by další dílčí úspory tento rozdíl eliminovaly.

- Pro vysokohodnotný beton bez drátke C90/105 by vyhověl sloup $300 \times 300 + 6 \times \varnothing 20$ (tj. obdélný, jako pro použité UHPFRC). Cena za m^3 materiálu se dá odhadnout jako 2-3 násobek, objemová úspora cca 40% oproti C30/37. Po zalkulování nákladů na dopravu materiálu, urychlení výstavby (menší objemy, rychlejší nářez pevnosti - vyšší obrátkovitost bednění), zvětšení pronajmutelné podlahové plochy aj. by použití tohoto materiálu mohlo být opodstatněné.
- Celkově lze říci, že pro daný prvek jsou C90/105 a UHPFRC ze statického hlediska rovny (vyšší pevnost UHPFRC nelze využít kvůli šířce prvku), UHPFRC je však výrazně dražší, a proto jeho použití není opodstatněné.
- Srovnávací výpočty pro C30/37 a C90/105 byly provedeny v excelu pro návrh ŽB sloupů.