České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební

katedra fyziky

102FYZB-Termomechanika

Sbírka úloh (koncept)

Autor: Doc. RNDr. Vítězslav Vydra, CSc

Poslední aktualizace dne 20. prosince 2018

OBSAH

KAPITOLA
PRVNÍ

ZÁKLADNÍ POJMY TERMODYNAMIKY

1.1 Termodynamický systém a jeho stav (stavové rovnice)

K procvičení doporučuji tyto příklady ze skript [1]: 7.01, 7.02, 7.05, 10.01, 10.04, 9.08 až 9.11.

1.2 Kalorimetrie, měrná tepelná kapacita, 1. věta termodynamická

K procvičení doporučuji tyto příklady ze skript [1]: 9.05 - 9.06, 9.15 až 9.18, 9.21.

KAPITOLA
DRUHÁ

ŠÍŘENÍ TEPLA

2.1 Chladnutí malých těles, Newtonův zákon ochlazování

Úloha 2.1: Ocelový nosník (ocelová plná tyč o průměru $d = 5\,\mathrm{cm}$ a délce $l = 5\,\mathrm{m}$) je při požáru vystaven teplotě konstantní $\theta = 700\,°\mathrm{C}$. Tepelná vodivost oceli je $\lambda = 64\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$, hustota oceli je $\rho = 7832\,\mathrm{kgm^{-3}}$, měrná tepelná kapacita je $c = 434\,\mathrm{Jkg^{-1}K^{-1}}$. Součinitel přestupu tepla z povrchu nosníku do okolního vzduchu je $h_\mathrm{s} = 100\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$. Určete, kdy nosník dosáhne kritické teploty $\theta_\mathrm{cr} = 450\,°\mathrm{C}$.

Řešení:

Nejprve určíme zda lze pro výpočet použít Newtonův zákon a to tak, že vypočteme Biotovo číslo. Bi $= \frac{h_\mathrm{s}L_c}{\lambda} = \frac{h_\mathrm{s}\frac{V}{S}}{\lambda} = \frac{h_\mathrm{s}\frac{\pi r^2 l}{2\pi r l}}{\lambda} = \frac{h_\mathrm{s}\frac{d}{4}}{\lambda} = \frac{100\frac{0,05}{4}}{64} = 0,02$. Pro Bi $< 0,1$ lze pro výpočet Newtonův zákon použít, tedy pokračujeme

2.2 Šíření tepla vedením

K procvičení doporučuji též příklady ze skript [1]: 13.01 až 13.08.

2.2.1 Šíření tepla v 1 D (stěna)

Úloha 2.2: Stěna je složena ze dvou vrstev, číslování jde směrem z interiéru ven: 1. vrstva: $\lambda_1 = 0,8\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$, $d_1 = 30\,\mathrm{cm}$, 2. vrstva: $\lambda_2 = 0,5\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$, $d_2 = 20\,\mathrm{cm}$, Součinitel při přestupu tepla na vnitřní straně $h_\mathrm{si} = 7\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$, na vnější straně $h_\mathrm{se} = 25\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$. Vnitřní teplota je 20 °C, vnější -15 °C. Vnitřní relativní vlhkost $Rh_\mathrm{i} = 60\,\%$. Předpokládejte, že na vnitřním povrchu je stejný parciální tlak vodní páry jako v interiéru a určete, zda na tomto povrchu bude docházet ke kondenzaci vodních par.

Tabulka 2.1: Tlak sytých par vody v závislosti na teplotě

θ (°C)	13	14	15	16	17	18	19	20
P_s (Pa)	1496	1597	1703	1816	1935	2061	2194	2334

Řešení:

Vypočteme parciální tlak vodní páry v interiéru $p_\mathrm{i} = Rh_\mathrm{i} \cdot p_\mathrm{s}(\theta_\mathrm{i}) = 0,6 \cdot 2334 = 1400,4$ Pa. Na vnitřním zadání je dle zadání stejný parciální tlak, tedy $p_\mathrm{si} = p_\mathrm{i} = 1400,4$ Pa.

Dále určíme teplotu na vnitřním povrchu θ_si a parciální tlak syté páry odpovídající této teplotě v těchto krocích:

1. určíme tepelný odpor $R_\mathrm{T} = \frac{1}{h_\mathrm{si}} + \frac{1}{h_\mathrm{se}} + \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} = \frac{1}{7} + \frac{1}{25} + \frac{0,3}{0,8} + \frac{0,2}{0,5} = 0,958\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
2. vypočteme hustotu tepelného toku $q = \frac{\Delta\theta}{R_\mathrm{T}} = \frac{35}{0,958} = 36,5\,\mathrm{Wm^{-2}}$

3. Vypočteme úbytek teploty $\Delta\theta_{si}$ na odporu při přestupu R_{si}: $\Delta\theta_{si} = R_{si} \cdot q = \frac{1}{7} \cdot 36,5 = 5,2\,°C$
4. Teplota vnitřního povrchu $\theta_{si} = \theta_i - \Delta\theta_{si} = 20 - 5,2 = 14,8\,°C$
5. Z tabulky odhadneme tlak sytých par při teplotě povrchu $p_s(\theta_{si}) \doteq 1680$ Pa
6. Protože tlak par na vnitřním povrchu p_{si} je nižší, než tlak sytých par v tomto místě, tedy $p_i < p_s(\theta_{si})$, můžeme říci, že ke kondenzaci na povrchu *nedochází*.

2.2.2 Šíření tepla v 1 D (válec - potrubí)

Úloha 2.3: Potrubí je vyrobeno z polypropylénu ($\lambda_{PP} = 0,22\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$), má vnitřní průměr $D_{pi} = 25\,\mathrm{mm}$ a vnější průměr $D_{pe} = 32\,\mathrm{mm}$. Protéká jím voda o teplotě $\theta_i = 70\,°C$. Teplota okolního vzduchu je $\theta_e = 10\,°C$. Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně potrubí je $h_{si} = 1000\,\mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$, na vnější straně $h_{se} = 14,7\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$.

Určete: (u všech výsledků napište správné jednotky!)

1. (Lineární) tepelný odpor stěny trubky včetně přestupů R_{lT}.
2. (Lineární) součinitel prostupu tepla stěnou potrubí U_l.
3. Ustálený tepelný tok na 1 m délky potrubí q_l.

Úloha 2.4: Ocelovou trubkou délky $l = 20\,\mathrm{m}$ proudí voda o teplotě $\theta_m = 90\,°C$. Vnitřní průměr ocelové trubky je $d_i = 2,5\,\mathrm{cm}$, vnější $d_e = 3,5\,\mathrm{cm}$. Trubka je izolována izolací o tloušťce $d_{iz} = 1\,\mathrm{cm}$. Odpor při přestupu tepla na venkovní izolace straně je $R_{se} = 0,13\,\mathrm{m^2\,K\,W^{-1}}$, odpor při přestupu na vnitřní straně trubky R_{si} je zanedbatelný. Součinitel tepelné vodivosti oceli je $\lambda_o = 64\,\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$, součinitel tepelné vodivosti izolace je $\lambda_{iz} = 0,04\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$. Teplota vzduchu v okolí potrubí je $\theta_e = 0\,°C$.

Vypočtěte:

1. Tepelný odpor všech vrstev a celkový odpor R_{lT} potrubí (prostředí-prostředí).
2. Hustotu tepelného toku q_l izolovaným pláštěm trubky.
3. Tepelný tok ϕ celou délkou izolované trubky.

Řešení:

1.
   a) odpor ocelové trubky $R_{trl} = \frac{\ln \frac{d_e}{d_i}}{2\lambda_o \pi}$
   b) odpor izolace $R_{izl} = \frac{\ln \frac{d_e + 2d_{iz}}{d_e}}{2\lambda_{iz}\pi}$
   c) odpor při přestupu $R_{sel} = \frac{R_{se}}{2\pi(d_e + 2d_{iz})}$
   d) $R_T = R_{trl} + R_{izl} + R_{sel}$
2. $q_l = \frac{\theta_m - \theta_e}{R_T}$
3. $\phi = q_l \cdot l$

Úloha 2.5: Potrubí je vyrobeno z polypropylénu ($\lambda_{PP} = 0,22\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$), má vnitřní průměr $D_{pi} = 25\,\mathrm{mm}$ a vnější průměr $D_{pe} = 32\,\mathrm{mm}$. Protéká jím voda o teplotě $\theta_i = 70\,°C$. Teplota okolního vzduchu je $\theta_e = 10\,°C$. Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně potrubí je $h_{si} = 1000\,\mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$, na vnější straně $h_{se} = 14,7\,\mathrm{W\,m^{-1}K^{-1}}$.

Určete: (u všech výsledků napište správné jednotky!)

1. (Lineární) tepelný odpor stěny trubky včetně přestupů R_{lT}.
2. (Lineární) součinitel prostupu tepla stěnou potrubí U_l.
3. Ustálený tepelný tok na 1 m délky potrubí q_l.

Řešení:

2.3 Šíření tepla zářením

Úloha 2.6: Vzduchová mezera v konstrukci má povrchy s emisivitami $\varepsilon_1 = 0,96$ a $\varepsilon_2 = 0,05$, teplota povrchů je$\theta_1 = 22\,°\mathrm{C}$ a $\theta_2 = 24\,°\mathrm{C}$,. Šířka mezery je $d = 5\,\mathrm{cm}$. Konvekční část součinitele přestupu tepla v mezeře je zadána: $h_\mathrm{c} = 4\,\mathrm{W\,m^{-2}K^{-1}}$. Je též zadána Stefanova-Boltzmannova konstanta $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}K^{-4}}$.

Vypočtěte:

1. Radiační část součinitele přestupu tepla v mezeře h_r.
2. Celkový součinitel přestupu tepla ve vzduchové mezeře h_m.
3. Odpor při přestupu tepla ve vzduchové mezeře R_m.

Řešení:

1. Pro hustotu zářivého toku mezi dvěma rovnoběžnými povrchy platí vztah $q = \frac{\varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) = \frac{0,96\cdot 0,05}{0,96+0,05-0,96\cdot 0,05}\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot\left(297,15^4 - 295,15^4\right) = 0,588\ \mathrm{Wm^{-2}}$. Přibližně pak platí $q = h_r \cdot (\theta_1 - \theta_2)$, tedy $h_r = \frac{q}{(\theta_1-\theta_2)} = 0,294\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$. Radiační část součinitele přestupu tepla ve vzduchové mezeře lze alternativně také vypočítat přímo, pomocí přibližného vzorce $h_r = \frac{\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2-\varepsilon_1\cdot\varepsilon_2}\sigma 4\bar{T}^3 = \frac{0,96\cdot 0,05}{0,96+0,05-0,96\cdot 0,05}\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot 4\cdot 296,15^3 = 0,294\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$
2. Ve vzduchové mezeře dochází k přenosu tepla prouděním a *zároveň* zářením. Konvekční a zářivý přenos tepla se tedy sčítají. Celkový součinitel přestupu tepla ve vzduchové mezeře je dán součtem příslušných dílčích součinitelů, tedy $h_\mathrm{m} = h_c + h_r = 4 + 0,294 = 4,294\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$
3. Odpor při přestupu je převrácenou hodnotou součinitele přestupu, tedy $R_\mathrm{m} = \frac{1}{h_\mathrm{m}} = \frac{1}{4,294} = 0,234\,\mathrm{mKW^{-1}}$

Úloha 2.7: Řešte přenos tepla zářením mezi dvěma rovnoběžnými povrchy (uvažujte jako by mezi nimi bylo vakuum, tedy žádný transport tepla vedením ani prouděním). Mezi povrchy je mezera o šířce $d = 5$ cm. Emisivita obou povrchů je $\varepsilon = 0,85$. Jejich plocha je $S = 20\,\mathrm{m^2}$. Teplota prvního povrchu je $\theta_1 = 20\,°\mathrm{C}$, teplota druhého $\theta_2 = 0\,°\mathrm{C}$. Stefanova-Boltzmannova konstanta má hodnotu $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}$.

Vypočtěte:

1. Hustotu tepelného toku q mezi těmito povrchy
2. Tepelný tok mezi povrchy ϕ
3. Doprostřed mezi povrchy je vsunuta fólie, jejíž emisivita je stejná jako emisivita obou povrchů, tedy $\varepsilon = 0,85$
   a vypočtěte
   a) Hustotu tepelného toku q' mezi povrchy po vsunutí fólie

b) Rovnovážnou teplotu fólie θ_x

Řešení:

1. Pro hustotu zářivého toku mezi dvěma rovnoběžnými povrchy se stejnou emisivitou platí vztah $q = \frac{\varepsilon^2}{2\varepsilon-\varepsilon^2}\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right) = \frac{0,85^2}{2\cdot 0,85-0,85^2}\cdot 5,67\cdot 10^{-8}\cdot\left(293,15^4 - 273,15^4\right) = 76,2$ W m-2.
2. Tepelný tok mezi povrchy $\phi = S\cdot q$ (W), tedy $\phi = 20\cdot 76,2 = 1524,1$ W
3.
   a) $q' = \frac{q}{n+1}$, kde n je počet radiačních stínění v mezeře. V našem případě je stínění jen jedno, tedy $q' = \frac{q}{2} = 38,1$ W m-2

   b) V ustáleném případě je hustota tepelného toku (q') ve směru šíření stále stejná (platí rovnice kontinuity). Pokud jsou emisivity všech povrchů stejné musí tedy platit: $q' = \frac{\varepsilon^2}{2\varepsilon-\varepsilon^2}\sigma\left(T_1^4 - T_x^4\right) = \frac{\varepsilon^2}{2\varepsilon-\varepsilon^2}\sigma\left(T_x^4 - T_2^4\right)$. Odtud snadno určíme $T_x = \sqrt[4]{\frac{T_1^4+T_2^4}{2}} = 283,7$ K a tedy $\theta_x = T_x - 273,15 = 283,7 - 273,15 = 10,5$ °C

2.4 Šíření tepla (více mechanismů v jedné úloze)

Úloha 2.8: Vypočtete tepelný odpor R_T a součinitel prostupu U izolačního dvojskla, když znáte součinitel přestupu tepla na vnitřní straně dvojskla $h_\mathrm{si} = 8\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$, součinitel přestupu tepla na venkovní straně dvojskla $h_\mathrm{se} = 23\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$, součinitel přestupu tepla konvekcí v dutině mezi skly $h_c = 2\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$ a součinitel přestupu tepla radiací v dutině mezi skly $h_r = 1,5\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-1}}$. Šířka vzduchové mezery mezi skly je $d = 12$ mm. Tloušťka skel je $d = 4$ mm, součinitel tepelné vodivosti skla je $\lambda = 1,0\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$.

Řešení:

Pro určení R_T určíme tepelné odpory všech „vrstev“ a pak je sečteme.

1. Tepelný odpor při přestupu tepla na vnitřní straně $R_\mathrm{si} = \frac{1}{h_\mathrm{si}} = \frac{1}{8} = 0,125\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
2. Tepelný odpor skleněné tabule na vnitřní straně $R_{gi} = \frac{d}{\lambda} = \frac{0,004}{1} = 0,004\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
3. Tepelný odpor při přestupu ve vzduchové mezeře (přenos tepla konvekcí a radiací se sčítá, proto výsledný součinitel přestupu získáme sečtením h_c a h_r) $R_\mathrm{m} = \frac{1}{h_\mathrm{m}} = \frac{1}{h_c+h_r} = \frac{1}{2+1,5} = 0,286\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
4. Tepelný odpor skleněné tabule na vnější straně $R_{ge} = \frac{d}{\lambda} = \frac{0,004}{1} = 0,004\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
5. Tepelný odpor při přestupu tepla na vnější straně $R_\mathrm{se} = \frac{1}{h_\mathrm{se}} = \frac{1}{23} = 0,043\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
6. Celkem $R_\mathrm{T} = R_\mathrm{si} + R_{gi} + R_\mathrm{m} + R_{ge} + R_\mathrm{se} = 0,462\,\mathrm{m^2KW^{-1}}$
7. $U = \frac{1}{R_\mathrm{T}} = 2,16\,\mathrm{WK^{-1}m^{-2}}$

KAPITOLA
TŘETÍ

ŠÍŘENÍ HMOTY

3.1 Difúze vodní páry ve vzduchu

Úloha 3.1: Vypočtěte rychlost vysychání mokré stěny. Předpokládejte, že vzduch v okolí stěny je nehybný (nedochází k proudění). Ve vzdálenosti $d = 0,5$ m od stěny byla naměřena relativní vlhkost vzduchu $\varphi(d) = 60\,\%$. Teplota vzduchu i stěny je 20 °C. Součinitel difúzní vodivosti vodní páry ve vzduchu uvažujte $\delta = 2 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{kg \cdot m^{-1} s^{-1} Pa^{-1}}$, parciální tlak syté vodní páry p_s odečtěte v tabulce 2.1 na straně 6.

Řešení:

Tlak syté páry při 20 °C je $p_s(20\,°\mathrm{C}) = 2334\,\mathrm{Pa}$. V těsné blízkosti mokré stěny bude parciální tlak par téměř nasycený, předpokládáme, že $p(0) = p_s(20\,°\mathrm{C})$. Ve vzdálenosti d je parciální tlak vodní páry $p(d) = \varphi(d) \cdot p_s(20\,°\mathrm{C}) = 0,6 \cdot 2334 = 1400\,\mathrm{Pa}$. Hmotnostní tok vodní páry ze stěny do prostoru vypočteme podle Fickova zákona $j = \delta \frac{\Delta p}{d} = \delta \frac{p(0)-p(d)}{d} = 2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{2334-1400}{0,5} = 0,000000373\,\mathrm{kg \cdot m^{-2} s^{-1}} = 1,34\,\mathrm{g/h}$.

LITERATURA

[1] J.Drchalová: Fyzika - Příklady

[2] V.Vydra: FYZB Termomechanika – texty k prednášce [online]. Dostupný z WWW:http://people.fsv.cvut.cz/~vydra/files/FYZB-prednasky.pdf