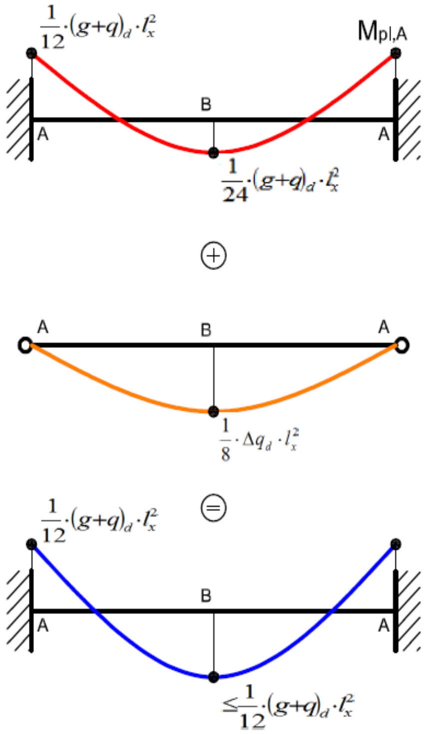
Plastický výpočet zatížitelnosti trámu, rotační kapacita plastického kloubu

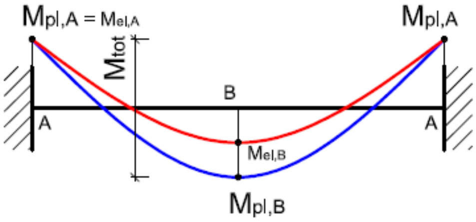
1) výpočet max. teoreticky možného přitížení:



- plastické rozdělení momentů:

  $$M_{pl,A} = M_{pl,B} = \frac{1}{12}\cdot(g+q)_d\cdot l_x^2\,,$$

  kde $M_{pl,A}$ a $M_{pl,B}$ jsou únosnosti podporových, resp. mezipodporových průřezů, q je proměnné zatížení při elastickém výpočtu (viz úloha 4)



- celkový moment: $M_{tot} = M_{pl,A} + M_{pl,B} \quad \wedge \quad M_{tot} = \frac{1}{8}\cdot f_d\cdot l_x^2$

  kde f_d je náhradní zatížení pro plastický výpočet

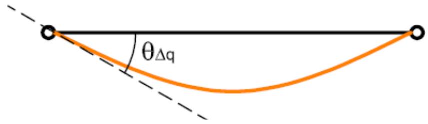
  $$\Rightarrow \quad f_d = \frac{8\cdot\left(M_{pl,A}+M_{pl,B}\right)}{l_x^2} = \qquad [kN\cdot m/m']$$

- plastické přitížení: $\Delta q_d = f_d - (g+q)_d \qquad [kN/m']$
- plastický nárůst momentu únosnosti: $M_{\Delta q_d} = \frac{1}{8}\cdot\Delta q_d\cdot l_x^2 \qquad [kN\cdot m]$

2) potřebné natočení plastického kloubu:

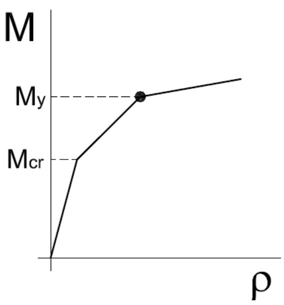
Natočení plastického kloubu, potřebné pro plné plastické přitížení spočteme ze vzorce:

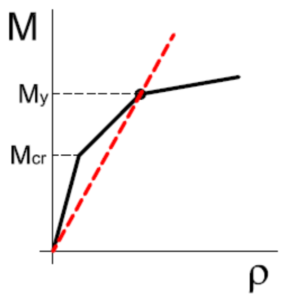
$$\boxed{\theta_{\Delta q} = \frac{1}{24}\cdot\frac{\Delta q_d\cdot l_x^3}{B} \qquad [rad]},$$

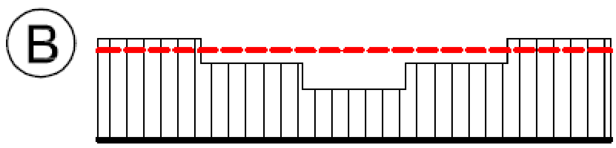


kde B je ohybová tuhost nosníku, která je po délce nosníku proměnná

Norma doporučuje uvažovat trilineární diagram závislosti ohybového momentu na křivosti (ohybová tuhost po částech konstantní na intervalech do vzniku trhlin, po dosažení meze kluzu ve výztuži a zbývající část - viz Obr). To představuje rozdělení nosníku na 5 úseků se třemi různými hodnotami ohybové tuhosti.







V našem výpočtu pro zjednodušení budeme uvažovat konstantní tuhost po celé délce nosníku, která bude odpovídat stavu dosažení meze kluzu ve výztuži (kvazilineární závislost momentu na křivosti).

- ohybová tuhost nosníku je pak rovna:

$$B = \frac{M_{\Delta q_d}}{\rho_{el}} \qquad \left[kN \cdot m^2\right]$$, kde ρ_{el} je křivost průřezu při dosažení meze kluzu ve výztuži

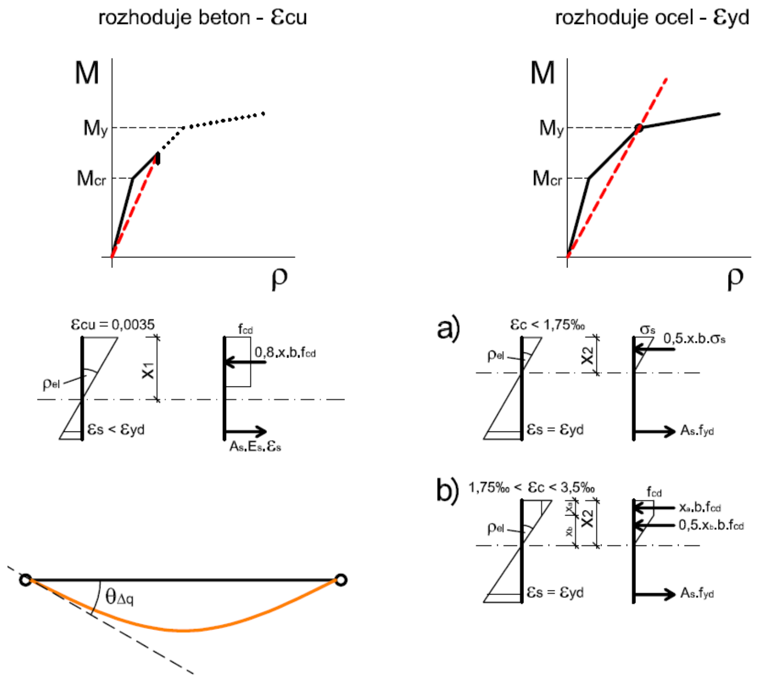
Křivost ρ_{el} stanovíme jako menší z hodnot křivostí: 1) při dosažení mezního přetvoření betonu v tlaku
2) při dosažení meze kluzu oceli

$$\rho_{el} = \min\left(\rho_{cu,el}; \rho_{yd,el}\right)$$

Pro výpočet jednotlivých křivostí potřebujeme znát výšky tlačených oblastí v jednotlivých stavech

1) rozhoduje beton: $\rho_{cu,el} = \dfrac{\varepsilon_{cu}}{x_1} \qquad \left[m^{-1}\right]$

2) rozhoduje ocel: $\rho_{yd,el} = \dfrac{\varepsilon_{yd}}{d - x_2} \qquad \left[m^{-1}\right]$



Výšku tlačené oblasti x_1 resp. x_2 je pro dané stavy potřeba vyčíslit z rovnováhy sil na průřezu.

Případ, kdy rozhoduje beton (dosažení přetvoření krajních vláken betonu v tlaku ε_{cu} = 3,5‰ před dosažením meze kluzu oceli) pro správně navržené průřezy ($\xi < \xi_{bal}$ = 0,617 resp. $\xi < \xi_{max}$ = 0,617) nikdy nenastane, nicméně pro kompletnost výpočtu je zde tento případ uveden. Při rozdílně navržených podporových a mezipodporových průřezech by totiž mohla nastat situace, kdy by správně navržený podporový průřez umožňoval natáčení plastického kloubu, ale míra redistribuce určovaná tuhostí nosníku by byla závislá na spodní výztuži, tedy průřezu mezipodporovém.

V případě, že rozhodující stav je dosažení meze kluzu oceli, je potřeba rozlišit mezi dvěma případy:

a) přetvoření krajních vláken betonu v tlaku ε_c < 1,75‰ ⇨ lineární rozložení napětí po výšce tlačené oblasti
b) přetvoření krajních vláken betonu v tlaku ε_c > 1,75‰ ⇨ bilineární rozložení napětí po výšce tlačené oblasti

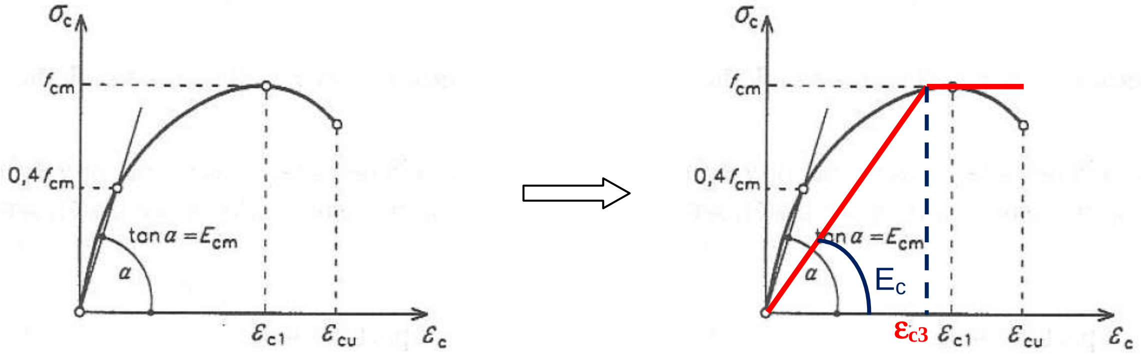
V případě, že při dosažení meze kluzu ve výztuži vychází přetvoření krajních vláken betonu v tlaku $\varepsilon_c < \varepsilon_{c3}$ = 1,75‰ , je potřeba stanovit hodnotu napětí v betonu σ_c. Zde si bohužel nevystačíme s běžně používanou hodnotou modulu pružnosti E_{cm}, kterou bychom přenásobili přetvoření ε_c:

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \varepsilon_c \quad ,$$

neboť v tom případě by např. pro beton C 30/37:

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \varepsilon_{c3} = 32 \cdot 10^3 \cdot 0{,}00175 = 56\, MPa \neq f_{cm} = 38\, MPa$$

Tento rozpor způsobuje fakt, že běžně užívaný modul pružnosti je udáván jako sečná hodnota při napětí $\sigma_c = 0{,}4 \cdot f_{cm}$.



Pro účely našeho výpočtu musíme vyčíslit modul pružnosti jako sečnou hodnotu při napětí $\sigma_c = f_{cm}$ a přetvoření $\varepsilon_c = \varepsilon_{c3} = 1{,}75‰$, tedy:

$$E_c = \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c3}} \qquad [GPa]$$

Následně lze vyčíslit napětí v libovolném bodě lineární části pracovního diagramu:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \qquad [MPa]$$

3) rotační kapacita plastického kloubu:

Natáčení plastického kloubu, potřebné pro plastické přerozdělení vnitřních sil je limitováno jeho rotační kapacitou. Určujícím faktorem je menší z mezních křivostí železobetonového průřezu:

- mezní křivost z hlediska betonu: $\rho_{cu,pl} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\xi} - \frac{\varepsilon_{yd}}{1-\xi} \right) \qquad [m^{-1}]$
- mezní křivost z hlediska oceli: $\rho_{su,pl} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{yd}}{1-\xi} \right) \qquad [m^{-1}]$

- plastická křivost průřezu: $\rho_{pl} = \min(\rho_{cu,pl}; \rho_{su,pl}) \qquad [m^{-1}]$
- rotační kapacita plastického kloubu (bez zohlednění vlivu smykové štíhlosti):

$$\boxed{\theta_{Rd,pl} = \rho_{pl} \cdot a_{pl} \qquad [rad]},$$

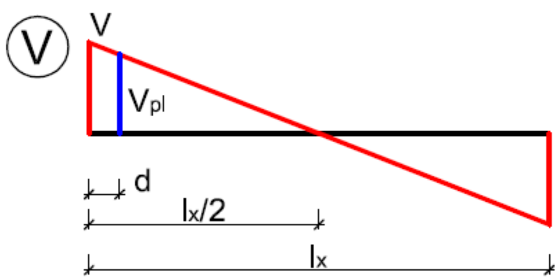
kde a_{pl} je délka plastického kloubu, přičemž u: vnitřní podpory: $a_{pl} = 1{,}2 \cdot h$ … spojitý trám
krajní podpory: $a_{pl} = 0{,}6 \cdot h$ … vetknutí do stěny

vliv smykové štíhlosti:

- smyková štíhlost: $\lambda_V = \frac{M_{tot}}{V_{pl} \cdot z} = \frac{M_{tot}}{V_{pl} \cdot 0{,}9 \cdot d} \qquad [-]$

$$V = \frac{1}{2} \cdot f_d \cdot l_x \qquad [kN]$$

$$V_{pl} = \frac{V}{l_x / 2} \cdot (l_x / 2 - d) \qquad [kN]$$



- rotační kapacita zohledňující smykovou výztuž:

$$\boxed{\theta_{Rd,pl,V} = \theta_{Rd,pl} \cdot \sqrt{\frac{\lambda_V}{6}} \qquad [rad]}$$

4) posouzení:

a) $\theta_{\Delta q_d} \leq \theta_{Rd,pl,V}$ …. rotační kapacita průřezu umožňuje plnou plastickou redistribuci

- plastická zatížitelnost trámu:

  $\boxed{q_{d,pl} = q_{d,el} + \Delta q_d}$, přičemž $q_{d,el}$ je elastická zatížitelnost stanovená v úloze 4

b) $\theta_{\Delta q_d} > \theta_{Rd,pl,V}$ …. rotační kapacita průřezu umožňuje pouze částečnou plastickou redistribuci

- přípustný plastický nárůst momentu: $\Delta M_{\Delta q_d} = M_{\Delta q_d} \cdot \dfrac{\theta_{Rd,pl,V}}{\theta_{\Delta q}}$ $[kN \cdot m]$
- přípustné plastické přitížení: $\Delta q_d = \dfrac{8 \cdot \Delta M_{\Delta q_d}}{l_x^2}$ $[kN / m']$

  resp. $\Delta q_d = \dfrac{24 \cdot B_{cd} \cdot \theta_{Rd,pl,V}}{l_x^3}$ $[kN / m']$
- plastická zatížitelnost trámu: $\boxed{q_{d,pl} = q_{d,el} + \Delta q_d}$