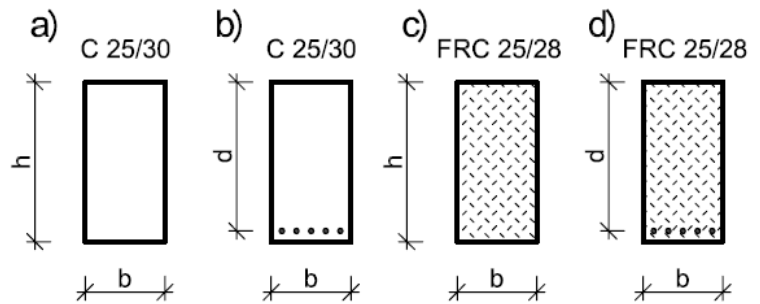


## Ohybová únosnost betonového, resp. vláknobetonového prvku

Spočítejte ohybovou únosnost zadaných průřezů:

- prostý beton
- železobeton
- prostý vláknobeton
- vyztužený vláknobeton

- šířka průřezu:  $b = 300 \text{ mm}$
- výška průřezu:  $h = 600 \text{ mm}$
- účinná výška průřezu:  $d = 560 \text{ mm}$
- výztuž:  $5 \text{ } \varnothing 20 \text{ mm}$   $A_s = 1571 \text{ mm}^2$



materiálové charakteristiky:

- beton: **C 25/30**

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,667 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 1,8 \text{ MPa} \quad f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2 \text{ MPa}$$

- vláknobeton: **FRC 25/28 - 4,2/2,7**

$$f_{fc,ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{fc,cd} = \frac{f_{fc,ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,667 \text{ MPa}$$

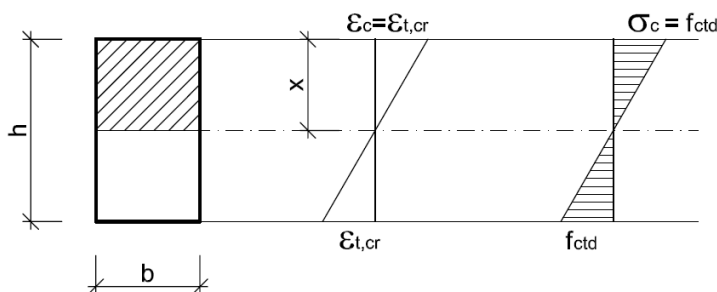
$$f_{fc,tk} = 4,2 \text{ MPa} \quad f_{fc,td} = \frac{f_{fc,tk}}{\gamma_c} = \frac{4,2}{1,5} = 2,8 \text{ MPa} \quad \dots \text{ tahová pevnost při vzniku makrotrhliny}$$

$$f_{fc,tk,res} = 2,7 \text{ MPa} \quad f_{fc,td,eq} = \frac{f_{fc,tk,res}}{\gamma_c} = \frac{2,7}{1,5} = 1,8 \text{ MPa} \quad \dots \text{ reziduální resp. ekvivalentní tahová pevnost}$$

- ocel: **B 500 B**  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$   $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{500}{1,15} = 434,783 \text{ MPa}$

### A) nosník z prostého betonu:

- ohybová únosnost prvku z prostého betonu je vyčerpána v okamžiku, kdy v tažené oblasti vznikne trhlinka - do té doby lze chování materiálu považovat za lineárně pružné.



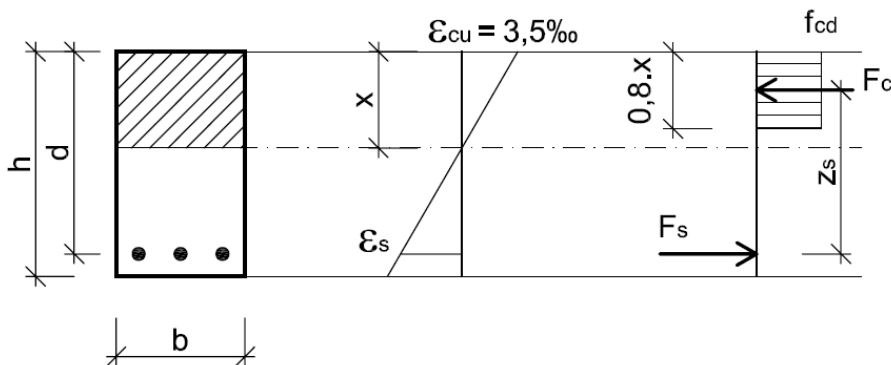
$$f_{ctd} = \frac{M_{Rd}}{W} \Rightarrow M_{Rd} = f_{ctd} \cdot W$$

- průřezový modul:  $W = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = \frac{1}{6} \cdot 300 \cdot 600^2 = 18000000 \text{ mm}^3 = 0,018 \text{ m}^3$

- moment únosnosti:  $M_{Rd} = f_{ctd} \cdot W = 1,2 \cdot 10^3 \cdot 0,018 = 21,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$

**B) železobetonový nosník:**

❖ předpoklad:  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow \xi < \xi_{bal} = 0,617$



▪ výška tlačené oblasti:  $x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{1571 \cdot 434,783}{0,8 \cdot 300 \cdot 16,667} = 170,8 \text{ mm}$

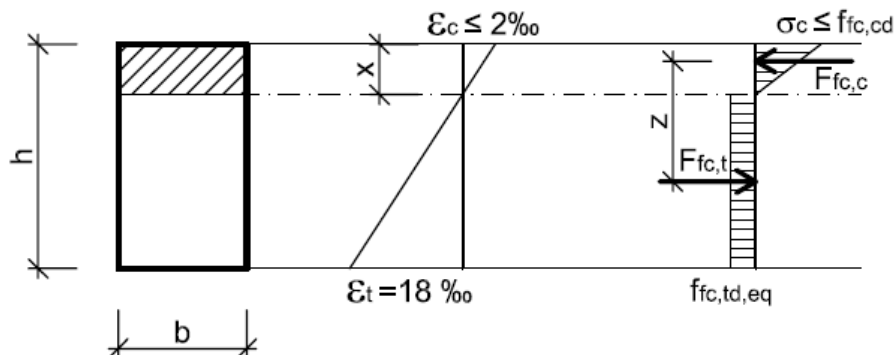
▪ kontrola poměrné výšky tlačené oblasti:  $\xi = \frac{x}{d} = \frac{170,8}{560} = 0,305 < \xi_{max} = 0,45$  ..... vyhovuje

▪ rameno vnitřních sil:  $z_s = d - 0,4 \cdot x = 560 - 0,4 \cdot 170,8 = 491,7 \text{ mm}$

▪ moment únosnosti:  $M_{Rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot z_s = 1571 \cdot 434,783 \cdot 491,7 = 335,853 \text{ kN} \cdot \text{m}$

**C) nosník z prostého vláknobetonu:**

❖ **předpoklad:**  $\varepsilon_t = 18\text{‰}$  a  $\varepsilon_c \leq 2,0\text{‰}$ , tzn. lineární rozložení napětí po výšce tlačené oblasti



➤ Neznámými v této úloze jsou přetvoření krajních tlačných vláken  $\varepsilon_c$ , napětí v krajních tlačných vlákních  $\sigma_c$  a výška tlačené oblasti  $x$  - vyčíslíme se silové rovnováhy na průřezu  $F_c = F_t$  pomocí následujících rovnic:

$$\frac{1}{2} \cdot x \cdot b \cdot \sigma_c = (h - x) \cdot b \cdot f_{fc,td,eq} \quad 1)$$

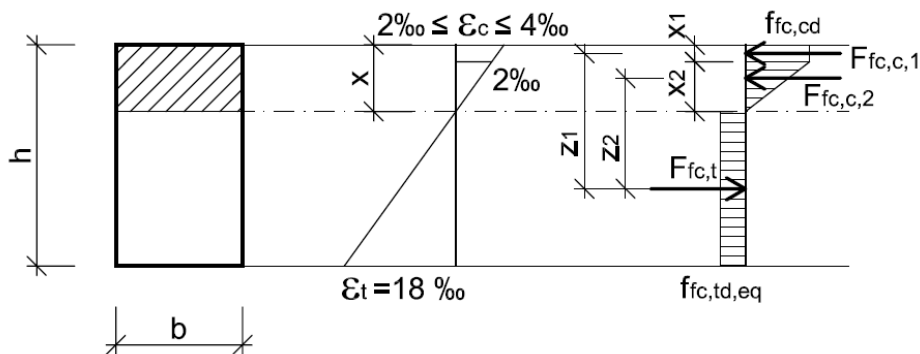
$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{0,018}{h - x} \quad 2) \quad \Rightarrow \text{řešení soustavy rovnic}$$

$$\sigma_c = \frac{f_{fc,cd}}{0,002} \cdot \varepsilon_c \quad 3)$$

▪ výška tlačené oblasti:  $x^2 \cdot (9 \cdot f_{fc,cd} - 2 \cdot f_{fc,td,eq}) + x \cdot (4 \cdot h \cdot f_{fc,td,eq}) - 2 \cdot h^2 \cdot f_{fc,td,eq} = 0$   
 $x^2 \cdot (9 \cdot 16,667 - 2 \cdot 1,8) + x \cdot (4 \cdot 600 \cdot 1,8) - 2 \cdot 600^2 \cdot 1,8 = 0$

$\Rightarrow$  řešení:  $x = 80,5 \text{ mm}$

- kontrola předpokladů:  $\varepsilon_c = \frac{0,018 \cdot x}{h-x} = \frac{0,018 \cdot 80,5}{600-80,5} = 0,0028 > 2,0\text{‰}$  ..... **předpoklad není splněn**
- ❖ **nový předpoklad:**  $\varepsilon_t = 18\text{‰}$  a  $2,0\text{‰} \leq \varepsilon_c \leq 4,0\text{‰}$ , tzn. bilineární rozložení napětí po výšce tlačené oblasti



- Neznámými v této úloze jsou přetvoření krajních tlačených vláken  $\varepsilon_c$ , a výška tlačené oblasti  $x$ , resp. její části  $x_1$  a  $x_2$  - vyčíslíme se silové rovnováhy na průřezu  $F_c = F_t$  pomocí následujících rovnic:

$$x_1 \cdot b \cdot f_{fc,cd} + \frac{1}{2} \cdot x_2 \cdot b \cdot f_{fc,cd} = (h-x) \cdot b \cdot f_{fc,td,eq} \quad 1)$$

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{0,018}{h-x} \quad 2) \quad \Rightarrow \text{řešení soustavy rovnic}$$

$$\frac{x_2}{0,002} = \frac{x}{\varepsilon_c} \quad 3)$$

$$x_1 + x_2 = x \quad 4)$$

- výška tlačené oblasti:  $19 \cdot x \cdot f_{fc,cd} + 18 \cdot x \cdot f_{fc,td,eq} - h \cdot f_{fc,cd} - 18 \cdot h \cdot f_{fc,td,eq} = 0$   
 $\Rightarrow$  řešení:  $x = \frac{h \cdot f_{fc,cd} + 18 \cdot h \cdot f_{fc,td,eq}}{19 \cdot f_{fc,cd} + 18 \cdot f_{fc,td,eq}} = \frac{600 \cdot 16,667 + 18 \cdot 600 \cdot 1,8}{19 \cdot 16,667 + 18 \cdot 1,8} = 84,3 \text{ mm}$   
 $\varepsilon_c = \frac{0,018 \cdot x}{h-x} = \frac{0,018 \cdot 84,3}{600-84,3} = 0,00294$

- kontrola předpokladů:

$$\varepsilon_c = \frac{0,018 \cdot x}{h-x} = \frac{0,018 \cdot 84,3}{600-84,3} = 0,00294 \in \langle 2,0\text{‰}; 4,0\text{‰} \rangle \text{ ..... předpoklad splněn}$$

- dílčí výšky tlačené oblasti:  $x_2 = \frac{0,002 \cdot x}{\varepsilon_c} = \frac{0,002 \cdot 84,3}{0,0029} = 57,3 \text{ mm}$

$$x_1 = x + x_2 = 84,3 - 57,3 = 27,0 \text{ mm}$$

- ramena vnitřních sil:  $z_1 = \frac{h-x}{2} + x_2 + \frac{x_1}{2} = \frac{600-84,3}{2} + 57,3 + \frac{27}{2} = 328,7 \text{ mm}$

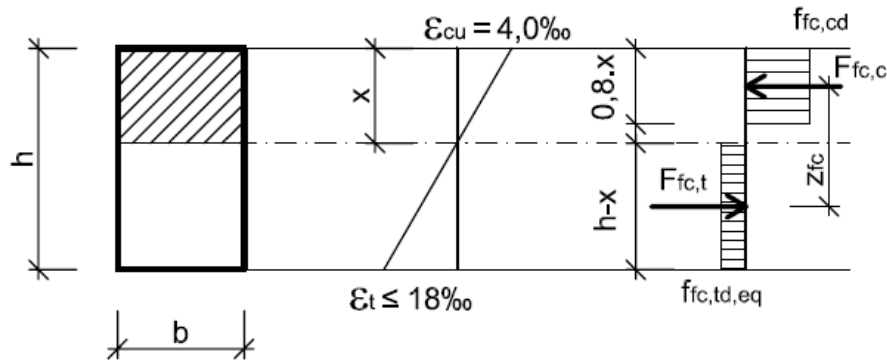
$$z_2 = \frac{h-x}{2} + \frac{2}{3} \cdot x_2 = \frac{600-84,3}{2} + \frac{2}{3} \cdot 57,3 = 296,1 \text{ mm}$$

- moment únosnosti:

$$M_{Rd} = x_1 \cdot b \cdot f_{fc,cd} \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot x_2 \cdot b \cdot f_{fc,cd} \cdot z_2 =$$

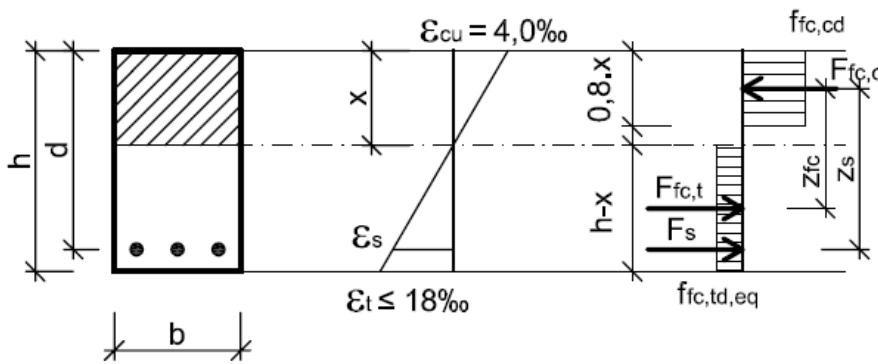
$$= 27,0 \cdot 300 \cdot 16,667 \cdot 328,7 + \frac{1}{2} \cdot 57,3 \cdot 300 \cdot 16,667 \cdot 296,1 = 86,866 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- ❖ Pokud by ani 2. předpoklad nebyl splněn, je potřeba použít následující model rozložení napětí po průřezu:



#### D) nosník z vyztuženého vláknobetonu :

- ❖ předpoklad:  $\varepsilon_t \leq 18\text{‰}$



- výška tlačené oblasti:  $x = \frac{h \cdot b \cdot f_{fc,td,eq} + A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{fc,cd} + b \cdot f_{fc,td,eq}} = \frac{600 \cdot 300 \cdot 1,8 + 1571 \cdot 434,783}{0,8 \cdot 300 \cdot 16,667 + 300 \cdot 1,8} = 221,8 \text{ mm}$
- kontrola předpokladu:  $\varepsilon_t = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} \cdot (h - x) = \frac{0,004}{221,8} \cdot (600 - 221,8) = 0,0068 \leq 18\text{‰} \quad \dots \text{ splněno}$
- ramena vnitřních sil:  $z_{fc} = \frac{h-x}{2} + 0,6 \cdot x = \frac{h}{2} + 0,1 \cdot x = \frac{600}{2} + 0,1 \cdot 221,8 = 322,2 \text{ mm}$   
 $z_s = d - 0,4 \cdot x = 560 - 0,4 \cdot 221,8 = 471,3 \text{ mm}$
- moment únosnosti:

$$M_{Rd} = (h - x) \cdot b \cdot f_{fc,td,eq} \cdot z_{fc} + A_s \cdot f_{yd} \cdot z_s =$$

$$= (600 - 221,8) \cdot 300 \cdot 1,8 \cdot 322,2 + 1571 \cdot 434,783 \cdot 471,3 = 387,721 \text{ kN} \cdot \text{m}$$