

3. cvičení – Návrh výztuže štíhlého sloupu rámové konstrukce

- Ve cvičení budeme pro zjednodušení řešit návrh a posouzení vybraného sloupu pouze pro jednu kombinaci zatížení, a to **KZS1** (stálé + užité plné). Řešený sloup vybere cvičící.

Geometrické imperfekce

- Reálná konstrukce nikdy nemá ideální geometrii, kterou jsme uvažovali při výpočtu vnitřních sil pomocí softwaru. Odchytky v geometrii konstrukce, které způsobují přidavné namáhání, budou zohledněny formou geometrické imperfekce:

$$e_1 = \theta_1 \cdot \frac{l_0}{2} = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \cdot \frac{l_0}{2},$$

kde θ_0 je základní hodnota úhlu odklonu od svislice

α_h je redukční součinitel zohledňující výšku sloupu

α_m je redukční součinitel pro počet prvků

l_0 je účinná délka sloupu

- Pro ztužený železobetonový systém lze zjednodušeně uvažovat (použijte ve cvičení):

$$e_1 = \frac{l_0}{400}$$

- Účinnou délku sloupu l_0 ve cvičení uvažujeme na straně bezpečnosti jako 0,9 násobek světlé výšky sloupu (podrobněji na přednášce).

- **Ohybový moment od geometrické imperfekce** je:

$$M_{\text{imp}} = |N_{\text{Ed}}| \cdot e_1$$

kde N_{Ed} budeme uvažovat bezpečně jako max. hodnotu normálové síly na řešeném sloupu (KZS1), získanou pružným výpočtem (výpočetní software).

- **Ohybový moment 1. řádu** v i -tém průřezu zahrnující účinky geometrických imperfekcí lze následně vyjádřit vztahem:

$$M_{0,i} = M_i + M_{\text{imp}}$$

kde M_i je ohybový moment v daném průřezu (v hlavě M_{top} , v patě M_{bott}) získaný pružným výpočtem (výpočetní software).

Štíhlost sloupu

- Štíhlost navrženého sloupu je:

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

kde i je poloměr setrvačnosti průřezu, $i = \sqrt{\frac{I}{A_c}}$, A_c je průřezová plocha sloupu, I je moment setrvačnosti průřezu ve vyšetřovaném směru.

- pro obdélníkový průřez: $A_c = b \cdot h$ a $I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$, kde b je šířka a h výška průřezu sloupu

tedy:
$$\lambda = \frac{l_0 \cdot \sqrt{12}}{h}$$

- Provedeme **výpočet limitní štíhlosti** λ_{lim} podle vztahu:

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \leq 75, \text{ resp.}$$

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \leq 25, \text{ pokud } n \geq 0,41$$

A ... vliv dotvarování betonu, bezpečně uvažujeme $A = 0,7$

- obecně:
$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{\text{ef}}}$$

B ... vliv stupně vyztužení podélnou výztuží, bezpečně uvažujeme $B = 1,1$

(případně lze přesněji odhadnout na základě předběžného výpočtu a předpokládaného stupně vyztužení)

- obecně:
$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot \omega}$$

C ... vliv poměru ohybových momentů, $C = 1,7 - M_{01}/M_{02}$

- M_{01} a M_{02} jsou ohybové momenty 1. řádu v hlavě a v patě sloupu (včetně nepříznivého vlivu geometrických imperfekcí)

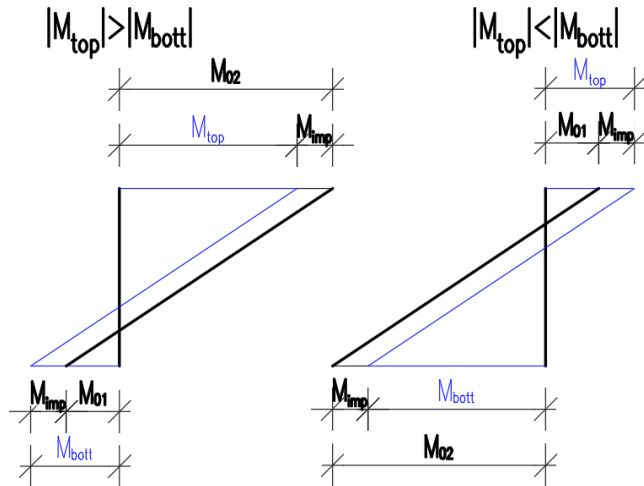
- Do vztahu dosazujeme momenty **včetně znamének**.

- Volba momentů: M_{02} je ten z momentů, který je v absolutní hodnotě větší (tj. $|M_{02}| > |M_{01}|$).

- Pokud však jsou momenty **převážně vyvozeny imperfekcemi** (imperfektní momenty větší než pružné momenty získané softwarem), bereme rovnou **C = 0,7!!!**

n ... poměrná normálová síla:
$$n = \frac{N_{\text{Ed}}}{A_c \cdot f_{\text{cd}}}$$

POZN: Hodnoty momentů M_{01} , resp. M_{02} získáme tak, že k původně spočítaným momentům (momenty z výpočetního softwaru) přičteme moment od imperfekcí, a to **na stranu většího z koncových momentů M_{top} , M_{bott}** (viz obrázek níže).



❖ Každý student ve svém úkolu povinně vykreslí obdobné schéma průběhu momentů v měřítku a s konkrétními hodnotami!

- **Posoudíme**, zda je štíhlost našeho sloupu menší než limitní štíhlost, tj. zda platí:

$$\lambda \leq \lambda_{\text{lim}}$$

- Pokud $\lambda \leq \lambda_{\text{lim}}$, klasifikujeme sloup jako **masivní** a posuzujeme ho na kombinaci normálové síly a momentu 1. řádu s vlivem imperfekcí.
- Pokud $\lambda > \lambda_{\text{lim}}$, je nutné posuzovat sloup jako **štíhlý**, tj. na kombinaci normálové síly a momentu zohledňujícího 2. řád vyvolaný deformací konstrukce.

POZN: I pokud vám ve cvičení vyjde masivní sloup, cvičně vyčíslete moment druhého řádu M_2 a sloup následně posuzujete s vlivem tohoto momentu.

Výpočet jmenovitého ohybového momentu 2. řádu

❖ Jelikož v této fázi výpočtu není známé konkrétní vyztužení sloupu, bude hodnota jmenovitého ohybového momentu 2. řádu stanovena jako předběžná – v rámci posouzení bude následně zpřesněna.

- Účinky 2. řádu budou vypočteny metodou založenou na **jmenovité křivosti**
- M_2 ... jmenovitý ohybový moment 2. řádu:

$$M_2 = |N_{\text{Ed}}| \cdot e_2$$

- Deformaci 2. řádu e_2 spočteme ze vztahu:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c}$$

$(1/r)$... křivost

l_0 ... účinná délka sloupu

c ... součinitel závislý na rozdělení křivosti; pro konstantní průřez se používá $c = 10 \doteq \pi^2$.

- Křivost ($1/r$) spočteme jako:

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0}$$

- Opravný součinitel závisující na normálové síle K_r :

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1$$

n_u ... poměrná normálová únosnost při dostředném tlaku daná vztahem: $n_u = 1 + \omega$

$$\text{kde } \omega \text{ je mechanický stupeň vyztužení: } \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = \rho_s \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

pro návrh uvažujte stupeň vyztužení ρ_s stejný jako v předběžném návrhu (1.cvičení)

n ... poměrná normálová síla (viz výše)

n_{bal} ... hodnota n při maximální momentové únosnosti; použít hodnotu 0,4

- Součinitel zohledňující dotvarování K_φ :

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1$$

φ_{ef} ... efektivní součinitel dotvarování, ve cvičení uvažujte $\varphi_{ef} = 1,5 \div 1,8$ (podrobněji viz přednášky a pokročilejší kurzy betonových konstrukcí)

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$$

- Základní křivost ($1/r_0$):

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45 \cdot d}$$

ε_{yd} ... návrhová hodnota poměrného přetvoření oceli mezi kluzu; pro ocel B 500 B:

$$\varepsilon_{yd} = 2,175 \cdot 10^{-3}$$

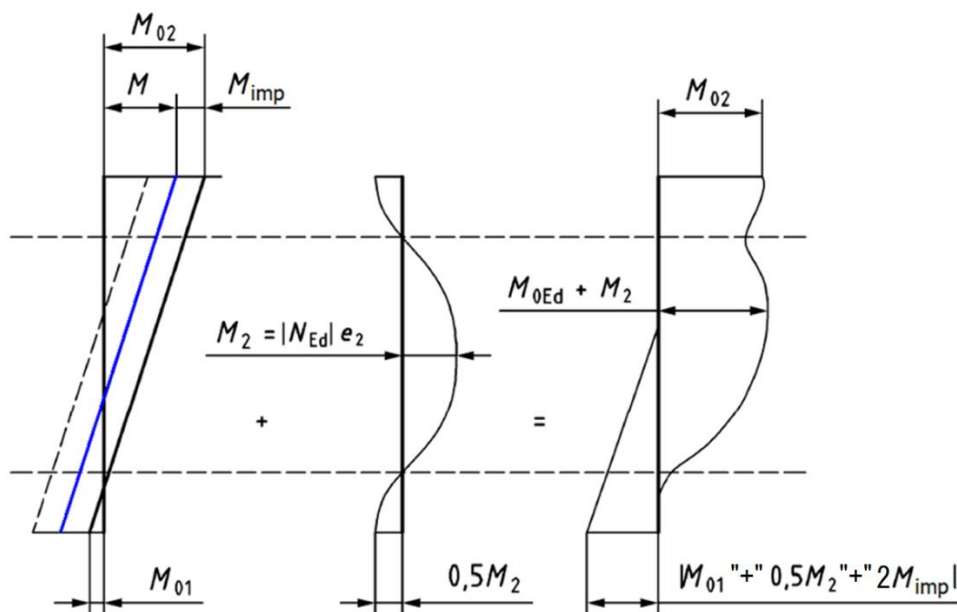
d ... staticky účinná výška průřezu

Výpočet návrhového ohybového momentu s účinky 2. řádu

- Návrhový ohybový moment (včetně vlivu 2. řádu):

$$M_{Ed} = \max (|M_{02}|; M_{0Ed} + M_2; |M_{01} |, + " 0,5M_2 |, + " 2M_{imp}|)$$

Sčítance posledního členu je potřeba složit (sečíst nebo odečíst) s ohledem na to, zda působí na stejném či opačném povrchu prvku.



Vlevo momenty prvního řádu, uprostřed momenty druhého řádu, vpravo obálka momentů pro sloup umístěný ve ztužené konstrukci.

- ❖ Každý student ve svém úkolu povinně vykreslí obdobné schéma průběhu momentů!

M_{01}, M_{02} ... ohybové momenty 1. řádu v hlavě nebo v patě sloupu (včetně vlivu geometrických imperfekcí) – viz posouzení štíhlosti.

M_2 ... jmenovitý ohybový moment 2. řádu (viz výše)

M_{0Ed} ... ekvivalentní hodnota momentu prvního řádu uvnitř výšky sloupu:

$$M_{0Ed} = C_m \cdot |M_{02}|$$

$$C_m = 0,6 + 0,4 \cdot r_m \geq 0,4$$

$$r_m = 1,0 \text{ pokud } |M_{02}| < 0,05 \cdot |N_{Ed}| \cdot h, \text{ jinak } r_m = M_{01}/M_{02}$$

... do tohoto vztahu se momenty M_{01} a M_{02} dosazují se skutečnými znaménky

- Zároveň je doporučeno splnit podmínku (důležité pro sloupy s malými momenty):

$$M_{Ed} \geq |N_{Ed}| \cdot \max \left(\frac{h}{30}; 20 \text{ mm} \right)$$

Návrh podélné výztuže sloupu

- Výztuž navrhne dvěma způsoby:

- a) Z **nomogramu** (viz NNKB, nomogramy viz web) stanovíme hodnotu součinitele ω . Hodnoty b a h jsou šířka a výška průřezu, M_{Ed} a N_{Ed} jsou návrhové hodnoty vnitřních sil včetně vlivu imperfekcí a včetně momentu 2. řádu.

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad \nu = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad \xrightarrow{\text{nomogram}} \quad \omega \in < 0; 1 >$$

- o Pokud vyjde z nomogramu hodnota ω menší než 0, **navrhnete konstrukční výztuž** (min. **4 \emptyset 12 mm** a dodržení konstrukčních zásad). Pokud vyjde hodnota ω větší než 1, **je potřeba zvětšit průřez**.
- o Potřebná plocha výztuže ve sloupu je:

$$A_{s,rqd,1} = \frac{\omega \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

- b) Z předpokladu **dostředného tlaku**:

$$A_{s,rqd,2} = \frac{N_{Ed} - 0,8 \cdot A_c \cdot f_{cd}}{\sigma_s} \quad \sigma_s = 400 \text{ MPa}$$

- Pro návrh uvažujte **větší ze spočtených hodnot** $A_{s,rqd,1}$ a $A_{s,rqd,2}$. Navrhujte symetrické vyztužení sloupů.
- Plocha navržené výztuže zároveň musí splnit **konstrukční zásady**:

$$A_{s,prov} \geq A_{s,min} = \max\left(0,1 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}}; 0,002 \cdot A_c\right)$$

$$A_{s,prov} \leq A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c$$

$$\emptyset_s \geq 12 \text{ mm}$$

- Navrhne profil a počet prutů výztuže. V rámečku bude zřetelně napsáno:
„NÁVRH: $n \times \emptyset_s$ ($A_{s,prov} = \dots \text{ mm}^2$)“, tedy např.:

$$\text{NÁVRH: } 6 \emptyset 16 \text{ mm } (A_{s,prov} = 1206 \text{ mm}^2)$$

Posouzení sloupu s výztuží

- Nyní je již možno přesně spočítat mechanický stupeň vyztužení ω (za A_s dosadíme navrženou plochu výztuže $A_{s,prov}$):

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

- Zpřesníme dříve odhadnutou hodnotu n_u (poměrná normálová únosnost při dostředném tlaku):

$$n_u = 1 + \omega$$

- Spočteme skutečnou hodnotu součinitele K_r (opravný součinitel závisující na normálové síle):

$$K_r = \frac{n_u - n}{n_u - n_{bal}} \leq 1$$

- Spočteme skutečnou hodnotu křivosti:

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0}$$

- Spočteme skutečnou hodnotu deformace 2. řádu:

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{c}$$

- Spočteme skutečnou hodnotu momentu 2. řádu M_2 :

$$M_2 = |N_{Ed}| \cdot e_2$$

- A nakonec spočteme skutečný návrhový moment M_{Ed} :

$$M_{Ed} = \max \left(|M_{02}|; M_{0Ed} + M_2; |M_{01} - 0,5 \cdot M_2 - 2M_{imp}|; |N_{Ed}| \cdot \max \left(\frac{h}{30}; 20 \text{ mm} \right) \right)$$

Podrobněji výše nebo v ukázkovém příkladu na webu.

- Sloup s výztuží posoudíme pomocí **interakčního diagramu** (viz NNKB). Možno použít software (např. FIN EC, SCIA Concrete Section, InDiOn, interakční diagram vytvořený v Excelu, aj.).
 - FIN EC: Demoverze: https://www.fine.cz/ke-stazeni/stazeni/41/cs/finecdemo_cs/
 Studentská licence: <https://www.fine.cz/akademické-licence/studentska-licence/zadost/>
 ⇒ objednávkový formulář, potvrzení o studiu, výpis z KOSu + vratná záloha za klíč
 - SCIA Concrete Section - funkční pro zkušební licenci:
[\(https://www.scia.net/cs/forms/zadost-o-zkusebni-licenci-scia-engineer/\)](https://www.scia.net/cs/forms/zadost-o-zkusebni-licenci-scia-engineer/),
 ke stažení zde: <https://www.scia.net/cs/support/downloads/scia-concrete-section-0>
 - InDiOn (autoři Holan, Štefan): <http://people.fsv.cvut.cz/~holanjak/software/indion>
- Do diagramu vyneseme kombinaci momentu M_{Ed} a normálové síly N_{Ed} . Pokud bod leží uvnitř diagramu, sloup vyhoví.
- Pokud sloup nevyhoví, **nemusíte přepočítávat** a překreslovat interakční diagram – při konzultaci se pouze domluvíme na úpravě vyztužení.

Skica výztuže sloupu

- Na A4, možno v ruce nebo v CADu

Třmínky ve sloupu:

- Profil odhadneme (6 - 10 mm), musí být alespoň ¼ profilu svislé výztuže sloupu.
- Ve **střední části sloupu** se osová vzdálenost třmínků určí podle vztahu:

$$s_1 \leq \min(15 \cdot \phi_s; \min(b; h); 300 \text{ mm}),$$

kde (ϕ_s je profil hlavní výztuže sloupu, nikoliv profil třmínků!!!)

- V **oblasti stykování výztuže přesahem a v oblasti max ($b; h$) nad a pod trámem** je nutno třmínky zahustit na vzdálenost $s_2 = 0,6 \cdot s_1$ (b, h jsou půdorysné rozměry sloupu).

Přesahová délka:

- Přesahová délka se odvozuje z požadované kotevní délky $l_{b,rqd}$:

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}}$$

- Napětí ve výztuži σ_{sd} se stanoví ze vztahu:

$$\sigma_{sd} = f_{yd} \cdot \frac{A_{s,rqd}}{A_{s,prov}}$$

- Napětí v soudržnosti f_{bd} se stanoví ze vztahu:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

$\eta_1 = 1,0$ pro dobré podmínky soudržnosti (u sloupů vždy), jinak $\eta_1 = 0,7$ (např. pruty více než 250 mm nade dnem bednění, tj. horní pruty výztuže příčlí)

$\eta_2 = 1,0$ pro $\phi \leq 32 \text{ mm}$

$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,0.05}}{1,5}$ Hodnotu $f_{ctk,0.05}$ získáme z tabulky vlastností jednotlivých tříd betonu - viz web. Pozor, nevzít omylem $f_{ctk,0.95}$!!!

- Návrhovou délku přesahu $l_{0,d}$ stanovíme podle vztahu (detailní popis viz samostatná pomůcka):

$$l_{0,d} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{0,min}$$

- bezpečně lze uvažovat: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 1,0$ (obecně $\alpha_i \geq 0,7$)
- $\alpha_6 = 1,5$ pro případ stykování více než 50% výztuže v jednom průřezu (naš případ)
- $l_{0,min} = \max(0,3 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd}; 15 \cdot \phi_s; 200 \text{ mm})$

POZN: V případě konstrukčního vyztužení sloupu ($A_{s,rqd} = 0$) vychází kotevní délka velmi malá (např. 200 mm). V tom případě je potřeba pro návrh stykování zohlednit i výšku armokoše a vliv technologie výstavby (stabilitní zajištění navázaného armokoše) \Rightarrow doporučená přesahová délka min. 400 – 500 mm.