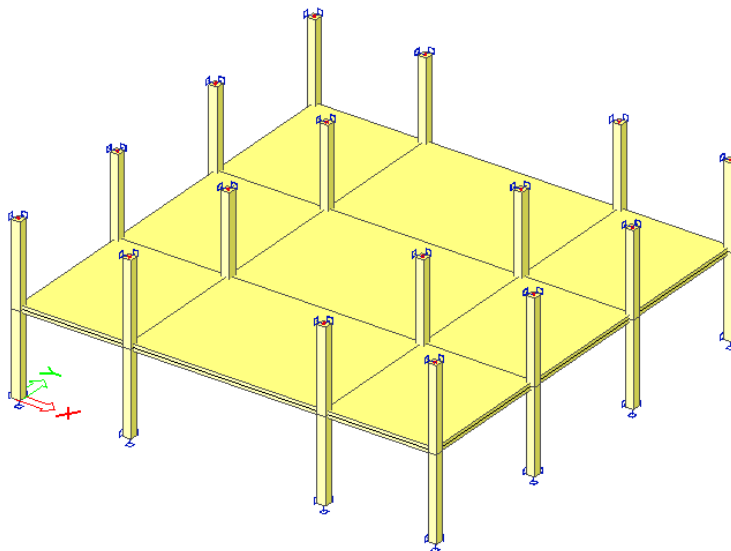




PŘÍKLAD Č. 5

LOKÁLNĚ PODEPŘENÁ ŽELEZOBETONOVÁ DESKA S VÝRAZNĚ ROZDÍLNÝM ROZPĚTÍM NÁSLEDUJÍCÍCH POLÍ



Projekt : FRVŠ 2011 - Analýza metod výpočtu železobetonových lokálně podepřených desek

Řešitelský kolektiv : Ing. Martin Típka
Ing. Josef Novák
Doc. Ing. Jitka Vašková, CSc.

všichni : Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební, ČVUT v Praze

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Rozpětí následujících deskových polí ve směru x (4m resp. 7m) se liší o více než $1/3$ rozpětí kratšího pole, což nespĺňuje podmínku pro použití metody součtových momentů. Přesto jsou návrh a posouzení stropní desky z hlediska ohybového namáhání metodou součtových momentů provedeny. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

Parametry konstrukce :

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

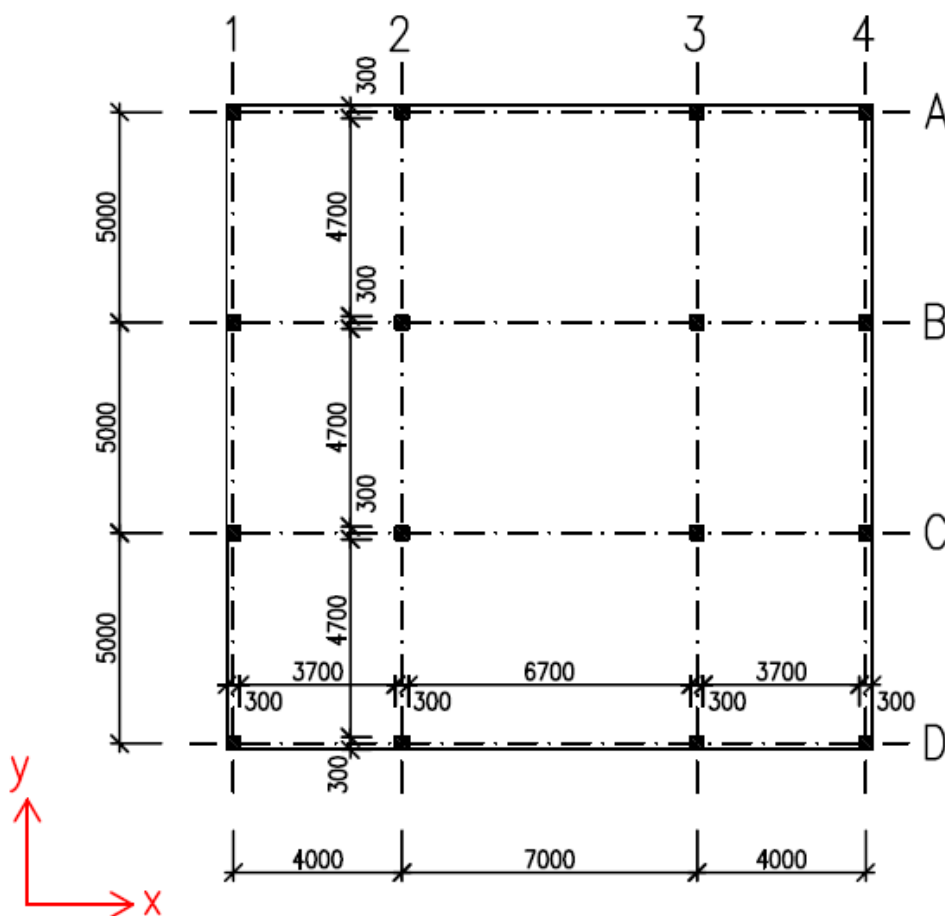
krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

užitné zatížení : $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$

BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B

Schéma konstrukce :



Materiálové charakteristiky :

beton : C 25/30 XC2 (CZ) - Cl 0,1 - D_{max} 16 - S1 $E_{cm} = 31 \text{ GPa}$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,666 \text{ MPa}$$

ocel : B 500 B $E_s = 200 \text{ GPa}$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{500}{1,15} = 434,783 \text{ MPa}$$

Výpočet zatížení stropní desky :

stálé zatížení :

skladba konstrukce	d [m]	ρ_v	char. zatížení g_k	γ_G	návrh. zatížení g_d
železobeton	0,240 x	2500	= 6,000 kN/m ²	x 1,35	= 8,100 kN/m ²
ostatní stálé zatížení			1,000 kN/m ²	x 1,35	= 1,350 kN/m ²
celkem			$g_k = 7,000 \text{ kN/m}^2$		$g_d = \mathbf{9,450 \text{ kN/m}^2}$
<u>proměnné zatížení :</u>					
užitné zatížení			$q_k = 2,000 \text{ kN/m}^2$	x 1,5	$q_d = 3,000 \text{ kN/m}^2$
Celkem			$(g+q)_k = 10,000 \text{ kN/m}^2$		$(g+q)_d = \mathbf{12,450 \text{ kN/m}^2}$

I. Řešení metodou součtových momentů :

Celkové součtové momenty [kN.m]:

➤ vzhledem k symetrii konstrukce postačí řešit sloupové pásy 1, 2, A a B

- výpočet součtových momentů v pásu A :

$$M_{tot,A,kraj} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_A \cdot l_{n,x,kraj}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 2,65 \cdot 3,7^2 = 56,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{tot,A,int} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_A \cdot l_{n,x,int}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 2,65 \cdot 6,7^2 = 185,1 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- výpočet součtových momentů v pásu B :

$$M_{tot,B,kraj} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_B \cdot l_{n,x,kraj}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 5,0 \cdot 3,7^2 = 106,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{tot,B,int} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_B \cdot l_{n,x,int}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 5 \cdot 6,7^2 = 349,3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

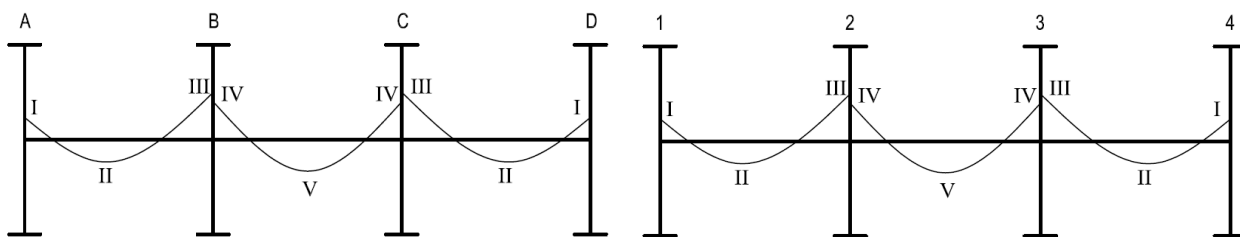
- výpočet součtových momentů v pásu 1 :

$$M_{tot,1} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_1 \cdot l_{n,y}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 2,15 \cdot 4,7^2 = 73,9 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- výpočet součtových momentů v pásu 2 :

$$M_{tot,2} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_2 \cdot l_{n,y}^2 = \frac{1}{8} \cdot 12,45 \cdot 5,5 \cdot 4,7^2 = 189,1 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Rozdělení celkových součtových momentů na kladné a záporné [kN.m] :



poloha	γ	$M = \gamma \cdot M_{tot}$			
		pás 1	pás 2	pás A	pás B
součt. m		73,9	189,1	56,5	106,5
I	0,26	19,2	49,2	14,7	27,7
II	0,52	38,4	98,3	29,4	55,4
III	0,70	51,7	132,4	39,6	74,6
součt. m		73,9	189,1	185,1	349,3
IV	0,65	48,0	122,9	120,3	227,0
V	0,35	25,9	66,2	64,8	122,3

Rozdělení celkových momentů do sloupového a středních pruhů [kN.m] :

poloha	ω	sloupový pruh : $M_{sloup} = \omega \cdot M$				střední pruh : $M_{stř} = (1 - \omega) \cdot M$			
		pás 1	pás 2	pás A	pás B	pás 1	pás 2	pás A	pás B
I	1,00	19,2	49,2	14,7	27,7	0,0	0,0	0,0	0,0
II	0,60	23,0	59,0	17,6	33,2	15,4	39,3	11,8	22,2
III	0,75	38,8	99,3	29,7	55,9	12,9	33,1	9,9	18,6
IV	0,75	36,0	92,2	90,2	170,3	12,0	30,7	30,1	56,8
V	0,60	15,5	39,7	38,9	73,4	10,4	26,5	25,9	48,9

Přepočítání momentů na běžný metr desky [kN.m/m']:

- sloupový pruh :

poloha	pás 1		pás 2		pás A		pás B	
	b	m_{sloup}	b	m_{sloup}	b	m_{sloup}	b	m_{sloup}
I	1,15	16,7	2,25	21,9	1,15	12,8	2,0	13,8
II	1,15	20,0	2,25	26,2	1,15	15,3	2,0	16,6
III	1,15	33,7	2,25	44,1	1,15	25,8	2,0	28,0
IV	1,15	31,3	2,25	41,0	1,4	64,5	2,5	68,1
V	1,15	13,5	2,25	17,6	1,4	27,8	2,5	29,3

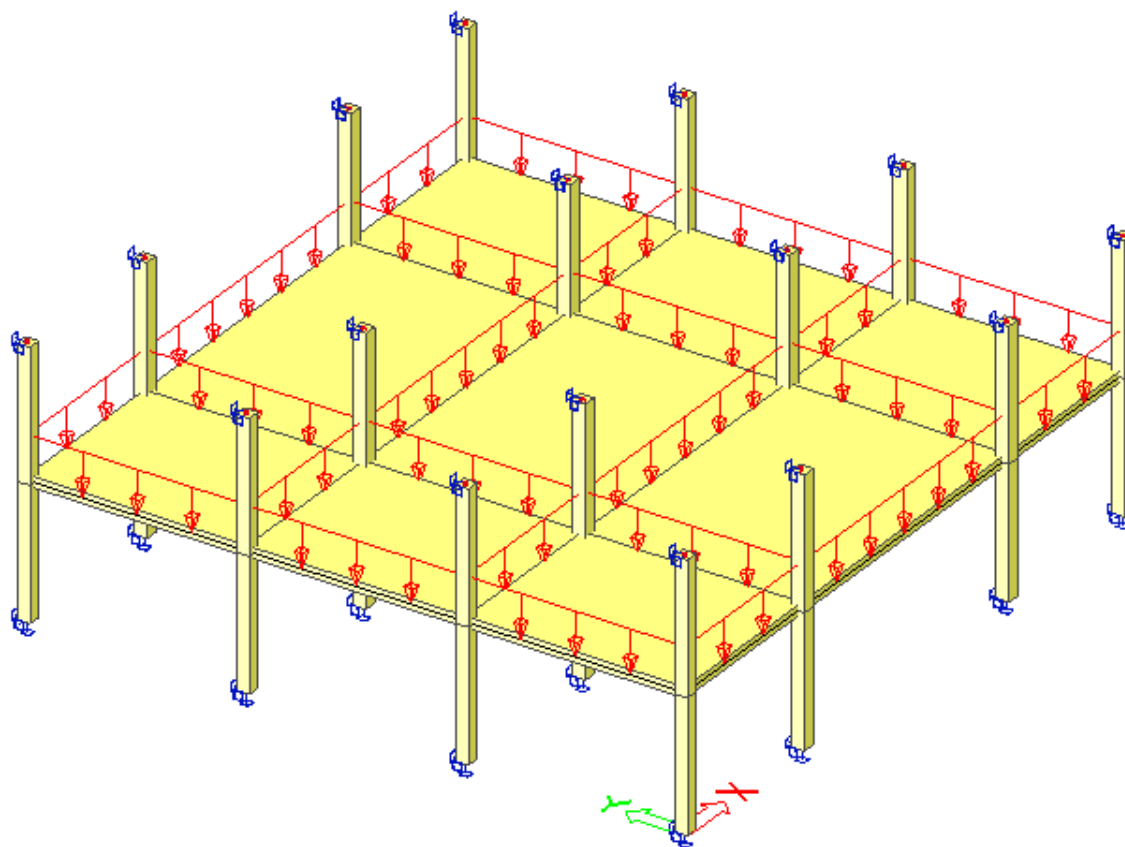
- střední pruh :

poloha	pás 1		pás 2		pás A		pás B	
	b	$m_{stř}$	b	$m_{stř}$	b	$m_{stř}$	b	$m_{stř}$
I	1,0	0,0	3,25	0,0	1,5	0,0	3,0	0,0
II	1,0	15,4	3,25	12,1	1,5	7,8	3,0	7,4
III	1,0	12,9	3,25	10,2	1,5	6,6	3,0	6,2
IV	1,0	12,0	3,25	9,5	1,25	24,1	2,5	22,7
V	1,0	10,4	3,25	8,1	1,25	20,7	2,5	19,6

II. Numerické řešení metodou konečných prvků :

Jako výpočetní model pro metodu konečných prvků byl zvolen patrový výsek konstrukce. Tento model zohledňuje vliv tuhosti svislých nosných konstrukcí nad i pod vyšetřovanou rovinou.

Výpočetní model konstrukce :



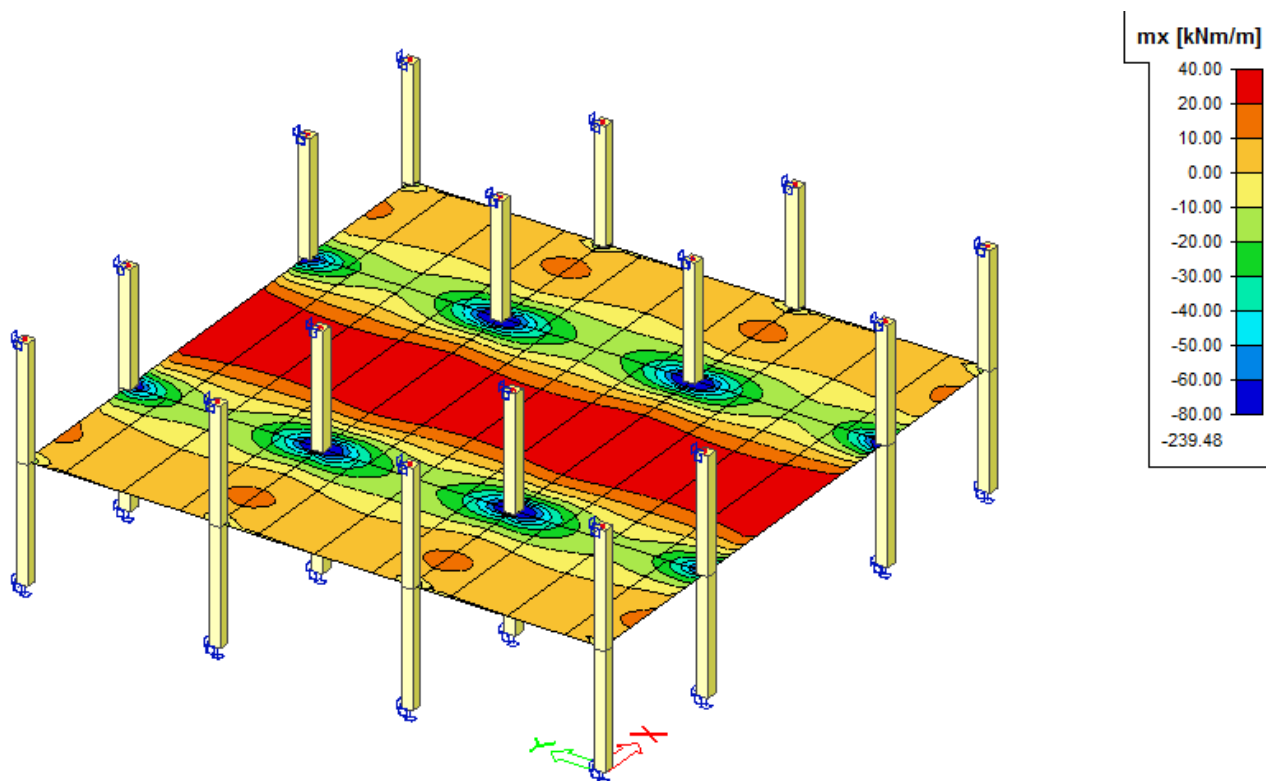
Postup :

- 1) vytvoření prostorového modelu konstrukce - patrový výsek
- 2) numerický výpočet - lineární výpočet
- 3) rozdělení konstrukce na průměrovací pásy - pásy kopírují rozdělení na sloupové a střední pruhy, užívané ve zjednodušených metodách
- 4) definování řezů na konstrukci - každým průměrovacím pásem proložený jeden řez
- 5) vykreslení ohybových momentů na řezu - představují rovnoměrné rozdělení momentu po šířce pruhu

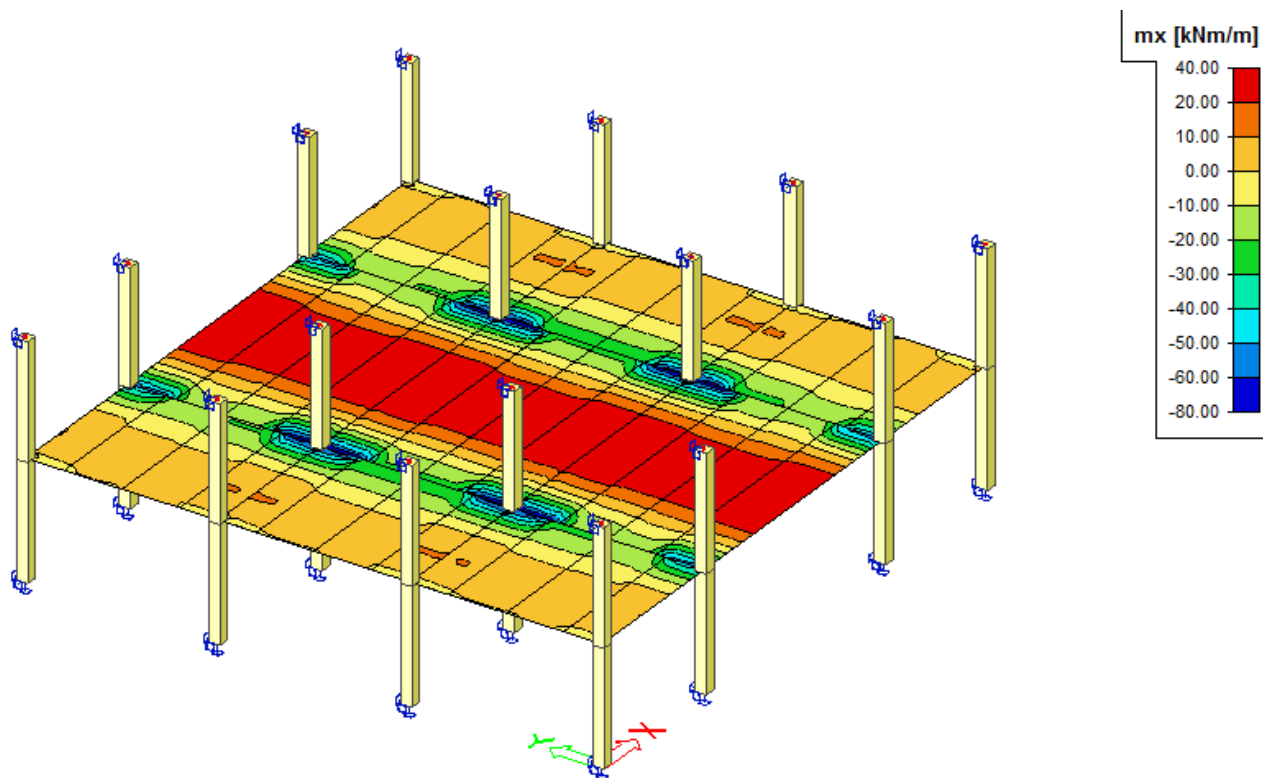
Výsledný průběh ohybových momentů na desce :

ohybové momenty ve směru osy m_x :

- bez redistribuce momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :

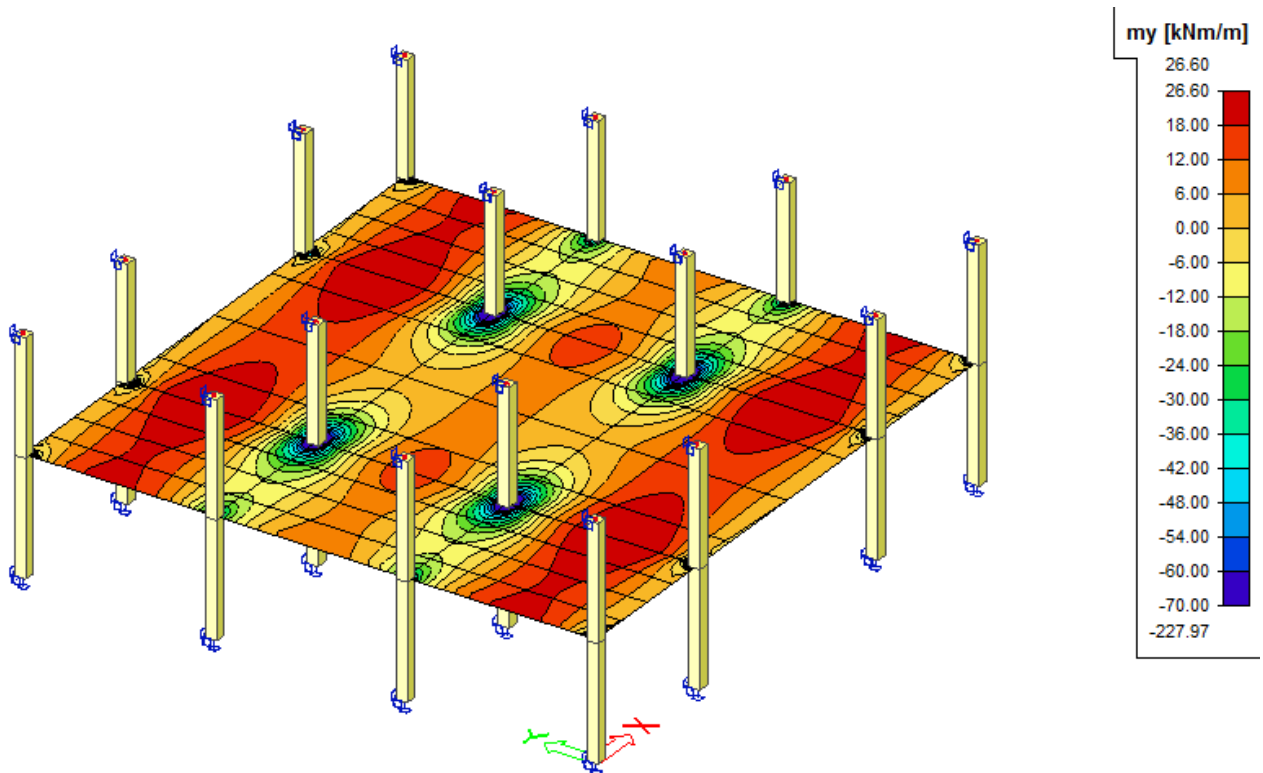


- s redistribucí momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :

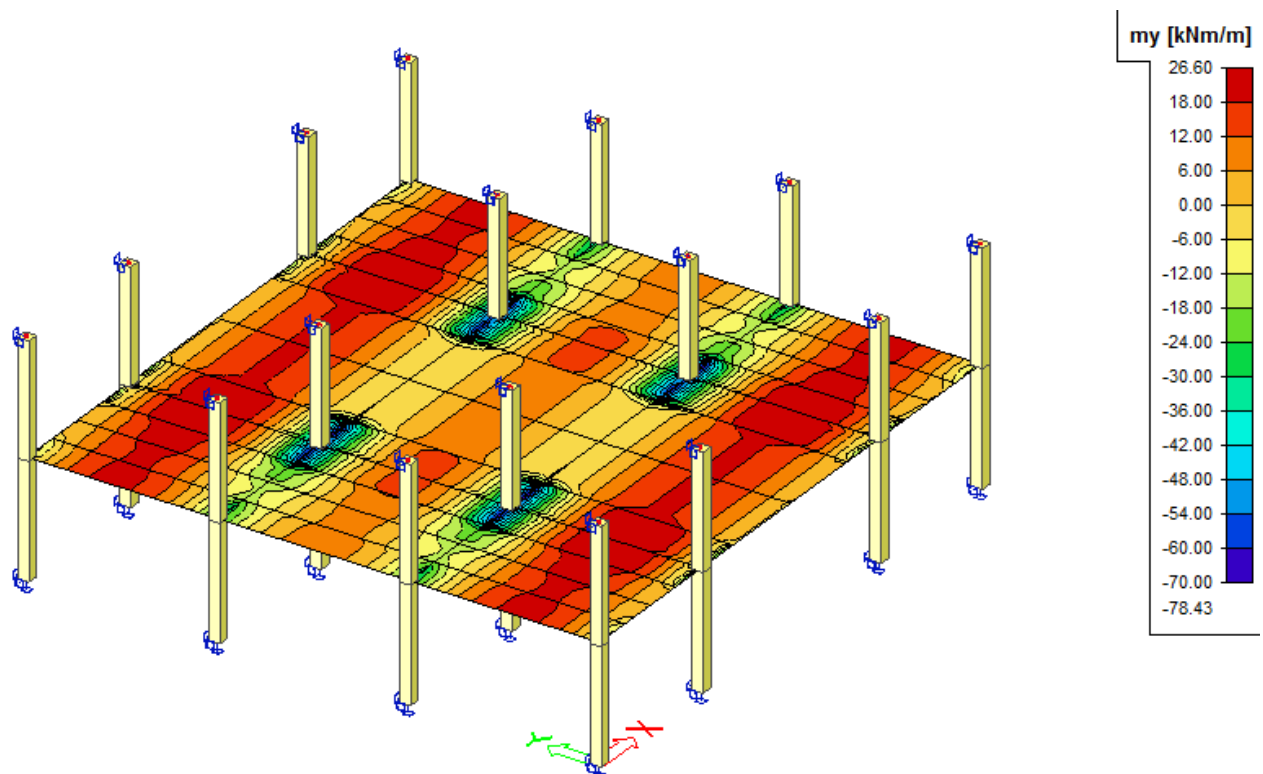


ohybové momenty ve směru osy m_y :

- bez redistribuce momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :



- s redistribucí momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :



III. Srovnání výsledků řešení MSM a MKP :

Dimenzování - ohybová výztuž :

- $h_d = 240\text{mm}$, $c_d = 25\text{mm}$
- předpoklad vyztužení desky : $\varnothing_{d,x} = 12\text{ mm} \Rightarrow d_x = 240 - 25 - 6 = 209\text{ mm}$
 $\varnothing_{d,y} = 10\text{ mm} \Rightarrow d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

- minimální plocha výztuže :

$$a_{s,\min} = 0,0015 \cdot b \cdot d_x = 0,0015 \cdot 1000 \cdot 209 = 313,5\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$= 0,26 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot d_x}{f_{yk}} = 0,26 \cdot \frac{2,6 \cdot 1000 \cdot 209}{500} = 282,6\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$= \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0,4 \cdot 1,0 \cdot 2,6 \cdot 1000 \cdot 240 / 2}{500} = 249,6\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\Rightarrow \text{konstrukční vyztužení : } 4 \times \varnothing 10\text{mm} \quad a_{s,\text{konst}} = 314\text{ mm}^2 \geq a_{s,\min}$$

Vyztužení pásu 1 : $d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

pás 1		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}	m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}
		[kN.m/m']		[kN.m/m']	[kN.m/m']		[kN.m/m']
I (H)	sloupový	16,7	4 x \varnothing 10	26,5	13,2	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	0,0	4 x \varnothing 10	26,5	0,0	4 x \varnothing 10	26,5
II (D)	sloupový	20,0	4 x \varnothing 10	26,5	19,8	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	15,4	4 x \varnothing 10	26,5	18,8	4 x \varnothing 10	26,5
III (H)	sloupový	33,7	6 x \varnothing 10	39,3	31,6	5 x \varnothing 10	32,8
	střední	12,9	4 x \varnothing 10	26,5	12,5	4 x \varnothing 10	26,5
IV (H)	sloupový	31,3	6 x \varnothing 10	39,3	26,7	5 x \varnothing 10	32,8
	střední	12,0	4 x \varnothing 10	26,5	12,8	4 x \varnothing 10	26,5
V (D)	sloupový	13,5	4 x \varnothing 10	26,5	9,4	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	10,4	4 x \varnothing 10	26,5	7,9	4 x \varnothing 10	26,5

Vyztužení pásu 2 : $d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

pás 2		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}	m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}
		[kN.m/m']		[kN.m/m']	[kN.m/m']		[kN.m/m']
I (H)	sloupový	21,9	4 x \varnothing 10	26,5	23,3	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	0,0	4 x \varnothing 10	26,5	0,8	4 x \varnothing 10	26,5
II (D)	sloupový	26,2	4 x \varnothing 10	26,5	25,2	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	12,1	4 x \varnothing 10	26,5	20,9	4 x \varnothing 10	26,5
III (H)	sloupový	44,1	7 x \varnothing 10	45,6	62,4	8 x \varnothing 12	72,9
	střední - 1	10,2	4 x \varnothing 10	26,5	18,6	4 x \varnothing 10	26,5
	střední - 3				6,0	4 x \varnothing 10	26,5
IV (H)	sloupový	41,0	7 x \varnothing 10	45,6	65,1	8 x \varnothing 12	72,9
	střední - 1	9,5	4 x \varnothing 10	26,5	19,0	4 x \varnothing 10	26,5
	střední - 3				6,0	4 x \varnothing 10	26,5
V (D)	sloupový	17,6	4 x \varnothing 10	26,5	13,9	4 x \varnothing 10	26,5
	střední	8,1	4 x \varnothing 10	26,5	9,6	4 x \varnothing 10	26,5

Vyztužení pásu A : $d_x = 240 - 25 - 6 = 209 \text{ mm}$

pás A		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}	m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}
		[kN.m/m']		[kN.m/m']	[kN.m/m']		[kN.m/m']
I (H)	sloupový	12,8	4 x ϕ 10	28,0	6,8	4 x ϕ 10	28,0
	střední	0,0	4 x ϕ 10	28,0	0,3	4 x ϕ 10	28,0
II (D)	sloupový	15,3	4 x ϕ 10	28,0	9,8	4 x ϕ 10	28,0
	střední	7,8	4 x ϕ 10	28,0	5,9	4 x ϕ 10	28,0
III (H)	sloupový	25,8	7 x ϕ 12	68,4	46,2	6 x ϕ 12	59,1
	střední	6,6	4 x ϕ 10	28,0	16,9	4 x ϕ 10	28,0
IV (H)	sloupový	64,5	7 x ϕ 12	68,4	58,3	6 x ϕ 12	59,1
	střední	24,1	4 x ϕ 10	28,0	15,2	4 x ϕ 10	28,0
V (D)	sloupový	27,8	4 x ϕ 10	28,0	35,3	6 x ϕ 10	41,6
	střední	20,7	4 x ϕ 10	28,0	31,4	5 x ϕ 10	34,8

Vyztužení pásu B : $d_x = 240 - 25 - 6 = 209 \text{ mm}$

pás B		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}	m_{Ed}	NÁVRH	m_{Rd}
		[kN.m/m']		[kN.m/m']	[kN.m/m']		[kN.m/m']
I (H)	sloupový	13,8	4 x ϕ 10	28,0	10,8	4 x ϕ 10	28,0
	střední	0,0	4 x ϕ 10	28,0	0,4	4 x ϕ 10	28,0
II (D)	sloupový	16,6	4 x ϕ 10	28,0	10,1	4 x ϕ 10	28,0
	střední	7,4	4 x ϕ 10	28,0	6,3	4 x ϕ 10	28,0
III (H)	sloupový	28,0	7 x ϕ 12	68,4	67,1	8 x ϕ 12	77,6
	střední	6,2	4 x ϕ 10	28,0	24,1	4 x ϕ 10	28,0
IV (H)	sloupový	68,1	7 x ϕ 12	68,4	71,8	8 x ϕ 12	77,6
	střední	22,7	4 x ϕ 10	28,0	21,6	4 x ϕ 10	28,0
V (D)	sloupový	29,3	5 x ϕ 10	34,8	34,7	5 x ϕ 10	34,8
	střední	19,6	4 x ϕ 10	28,0	32,1	5 x ϕ 10	34,8

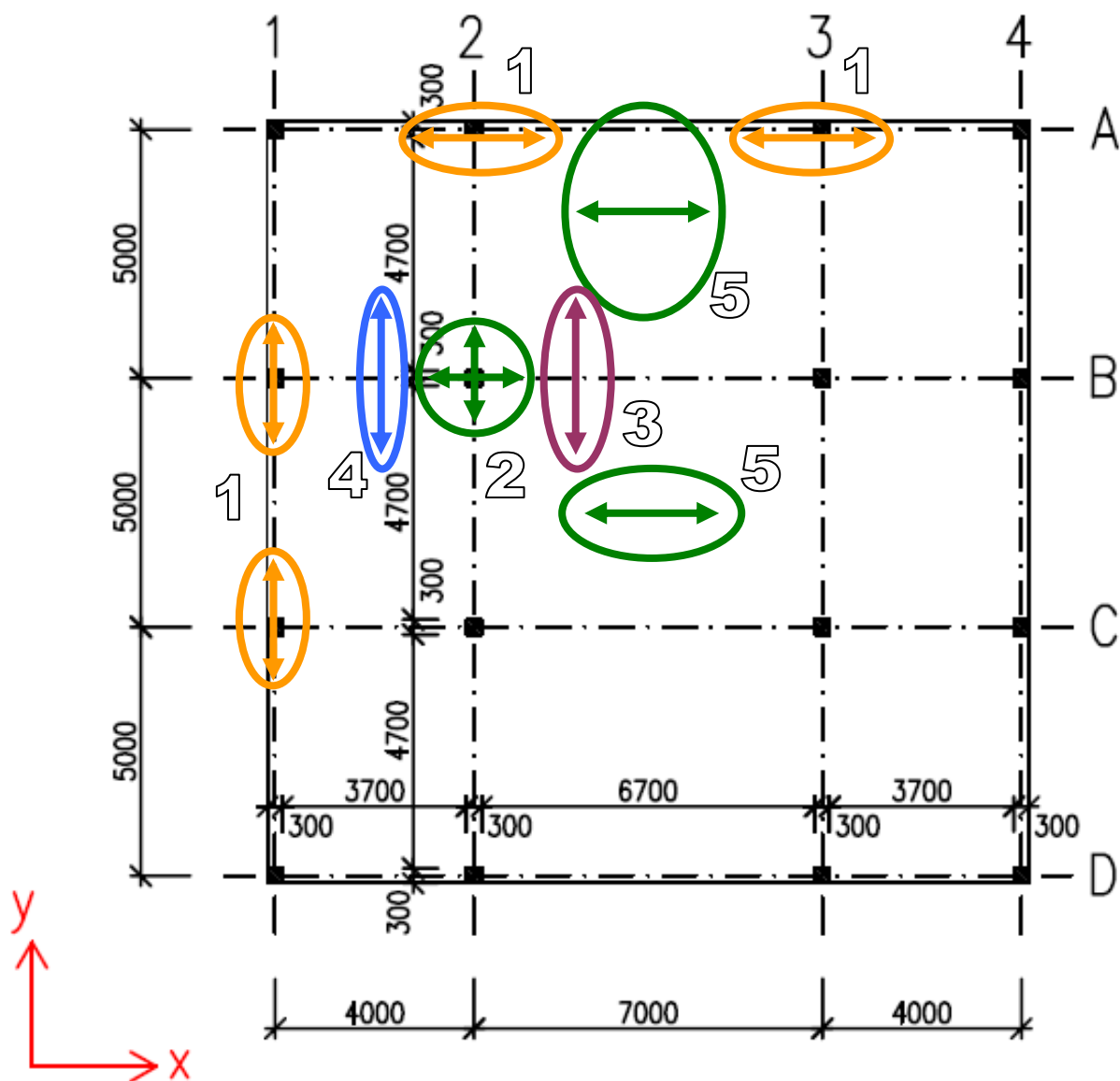
- větší hodnoty v případě MKP
- větší hodnoty v případě metody součtových momentů

Vyhodnocení :

Podmínkou pro použití metody součtových momentů dle normy ČSN 73 1204, resp. ČSN 73 1201 je skutečnost, že rozpětí deskových polí v hlavním směru se neliší o více než 1/3 rozpětí kratšího pole.

V tomto případě je rozpětí vnitřního pole ve směru x 7,0 m, což představuje 1,75 násobek rozpětí krajního pole (rozpětí 4,0 m). Výše uvedená podmínka tedy není splněna. Za účelem odhalení důsledků této skutečnosti byla provedena srovnávací studie výpočtu metodou součtových momentů (MSM) a metodou konečných prvků (MKP).

Při srovnání výsledků obou metod byla vytipována kritická místa konstrukce a v nich analyzovány odchylky řešení :



- **okraj desky :** Ohybové momenty na okraji desky rovnoběžné s tímto okrajem zjištěné pomocí MSM neodpovídají skutečnosti. Vlivem výrazně odlišných rozpětí následujících polí predikuje tato metoda výrazně menší momenty nad podporou ze strany kratšího rozpětí a výrazně vyšší momenty ze strany většího rozpětí. Při analýze MKP se hodnoty těchto momentů vzájemně přibližují a celkově vedou k menším dimenzím ohybové výztuže.

1

- **oblast vnitřního sloupu :** Obdobně jako u krajního deskového pásu se mezi momenty z jedné a druhé strany vnitřních sloupů ve směru rozdílných rozpětí projevují rozdíly při použití MKP oproti MSM. Analýza ukazuje, že momenty stanovené MSM dosahují na straně kratšího rozpětí jen 40% hodnoty stanovené pomocí MKP, zatímco hodnoty na straně pole s větším rozpětím jsou u obou metod řádově stejné. Jelikož pro návrh výztuže nad podporou je rozhodující větší z obou hodnot (hodnota na straně většího rozpětí), rozdíly v dimenzování budou jen nepatrné. Výrazně větší rozdíly v dimenzování se objevují ve směru kolmém, kdy MKP predikuje až 50% nárůst momentů v porovnání s MSM.
- **střední pruhy vnitřního pásu :** Nepřesnost MSM se projevuje hlavně ve středních pruzích vnitřního deskového pásu, kolmé ke směru rozdílných rozpětí. Filosofie rozdělení momentů středního pruhu po šířce obou jeho částí neodpovídá realitě. Prostřední pole s velkým podélným rozpětím přenáší většinu zatížení ve směru tohoto rozpětí a na kolmý střední pruh připadá jen malá část zatížení. Oproti tomu pole s kratším podélným rozpětím se chová téměř jako čtvercové a kolmý střední pruh je tedy namáhán více. Tento rozdíl mezi oběma částmi středního pruhu se projevuje hlavně v případě většího zatížení konstrukce.
- **pole s větším rozpětím :** V polích s větším rozpětím přirozeně vznikají větší momenty ve směru tohoto rozpětí. Hodnoty dle MKP jsou však vyšší, než jaké stanovuje MSM. Rozdíly jsou patrné především ve středních pruzích, méně pak ve sloupových pruzích krajních deskových pásů a ještě méně ve sloupových pruzích vnitřních deskových pásů.

2

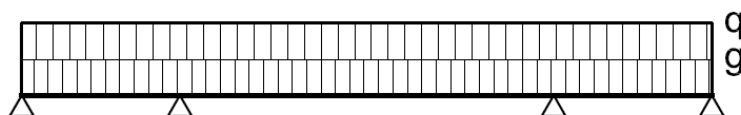
3

+

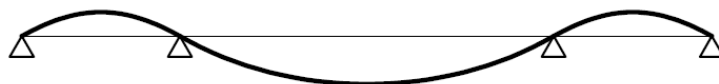
4

5

SCHÉMA ZATÍŽENÍ



DEFORMACE KONSTRUKCE



Možné chování konstrukce při extrémním rozdílu následujících rozpětí

Závěr :

V případě výrazně rozdílných následujících rozpětí nepostihuje výpočet metodou součtových momentů skutečné chování konstrukce. Odlišnosti se projevují především na rozhraní takových polí, kdy zjednodušená metoda predikuje výrazný rozdíl v momentech z jedné a druhé strany. U polí s větším rozpětím podceňuje také momenty v poli. Rozdíly v následujících rozpětích polí ovlivňují poměry roznášení zatížení do směrů, které neodpovídají přesně předpokladům MSM. Obecně lze říci, že metoda součtových momentů podceňuje ve srovnání s MKP místa lokálních extrémů a naopak nadhodnocuje méně exponované oblasti. Navíc výrazný rozdíl v následujících rozpětích může zcela otočit napjatost v desce s kratším rozpětím a vyvolat tah v jejích horních vláknech. Takovou konstrukci je nutné vyztužovat u opačného povrchu, což MSM není schopna odhalit.

Poděkování :

Tato srovnávací studie byla zpracována za finanční podpory projektu FRVŠ 905/2011/G1.