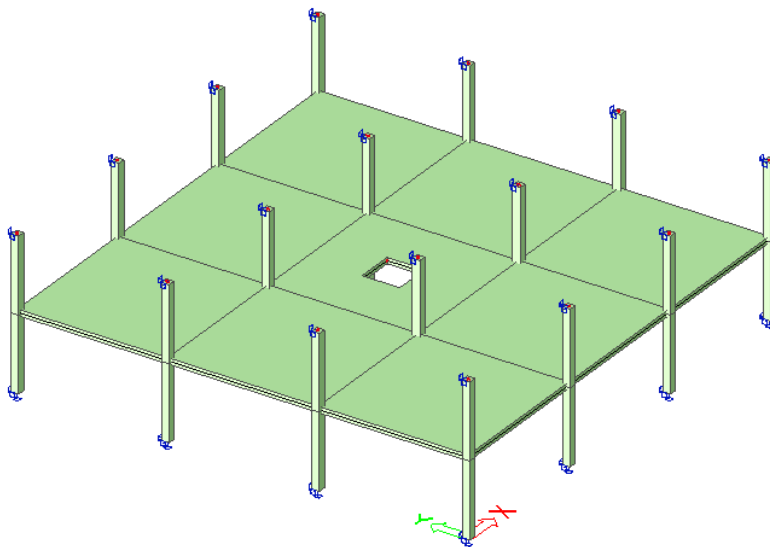


PŘÍKLAD Č. 3

LOKÁLNĚ PODEPŘENÁ ŽELEZOBETONOVÁ DESKA S OTVOREM VE STŘEDNÍM PRUHU



Projekt : FRVŠ 2011 - Analýza metod výpočtu železobetonových lokálně podepřených desek

Řešitelský kolektiv : Ing. Martin Tipka
Ing. Josef Novák
Doc. Ing. Jitka Vašková, CSc.

všichni : Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební, ČVUT v Praze

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Prostřední deskové pole je ve středních pruzích oslabeno prostupem. Metodou součtových momentů je proveden návrh a posouzení stropní desky v okolí prostupu z hlediska ohybového namáhání. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

Parametry konstrukce :

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

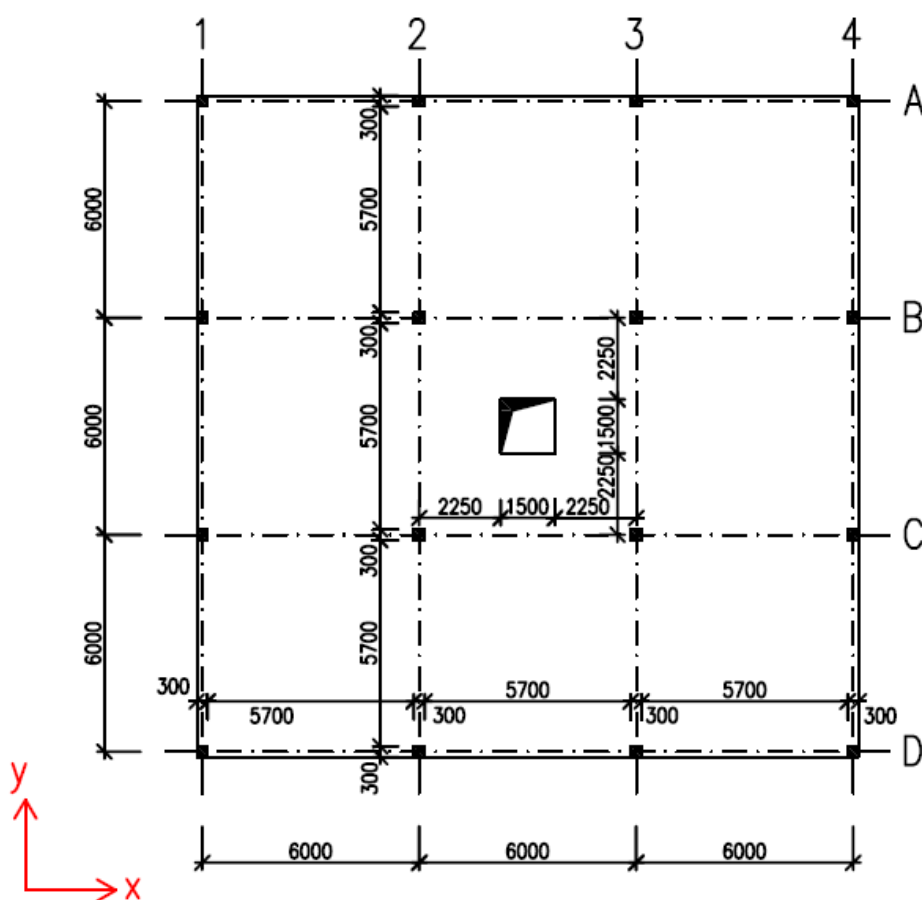
krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

užitné zatížení : $q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$

BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B

Schéma konstrukce :



Materiálové charakteristiky :

beton : C 25/30 XC2 (CZ) - CI 0,1 - D_{max} 16 - S1 $E_{cm} = 31 \text{ GPa}$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,666 \text{ MPa}$$

ocel : B 500 B $E_s = 200 \text{ GPa}$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{500}{1,15} = 434,783 \text{ MPa}$$

Výpočet zatížení stropní desky :

stálé zatížení :

skladba konstrukce	d [m]	ρ_v	char. zatížení g_k	γ_G	návrh. zatížení g_d
železobeton	0,240 x 2500	=	6,000 kN/m ²	x 1,35	= 8,100 kN/m ²
ostatní stálé zatížení			1,000 kN/m ²	x 1,35	= 1,350 kN/m ²
celkem			$g_k = 7,000 \text{ kN/m}^2$		$g_d = 9,450 \text{ kN/m}^2$
<u>proměnné zatížení :</u>					
užitné zatížení			$q_k = 3,000 \text{ kN/m}^2$	x 1,5	$q_d = 4,500 \text{ kN/m}^2$
Celkem			$(g+q)_k = 10,000 \text{ kN/m}^2$		$(g+q)_d = 13,950 \text{ kN/m}^2$

I. Řešení metodou součtových momentů :

Celkové součtové momenty [kN.m]:

➤ vzhledem k symetrii konstrukce postačí řešit 2 sloupové pásy - pásy 1 a 2

- výpočet součtových momentů v pásu 1 :

$$M_{tot,1} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_1 \cdot l_{n,y}^2 = \frac{1}{8} \cdot 13,95 \cdot 3,15 \cdot 5,7^2 = 178,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

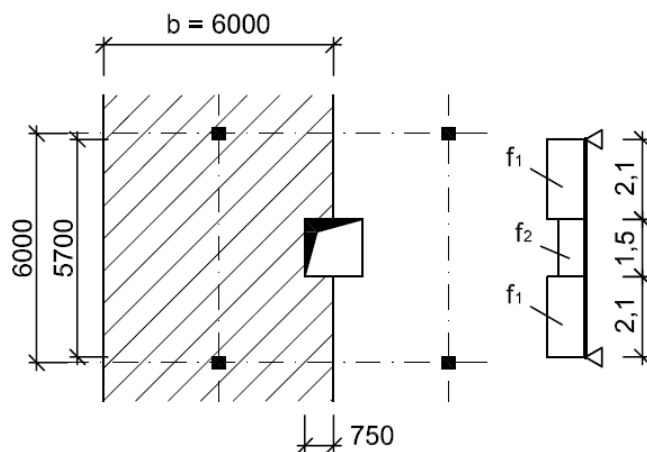
- výpočet součtových momentů v pásu 2 :

$$M_{tot,2} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b_2 \cdot l_{n,y}^2 = \frac{1}{8} \cdot 13,95 \cdot 6,0 \cdot 5,7^2 = 339,9 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- ve vnitřním poli :

$$f_1 = (g + q)_d \cdot b = 13,95 \cdot 6 = 83,7 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

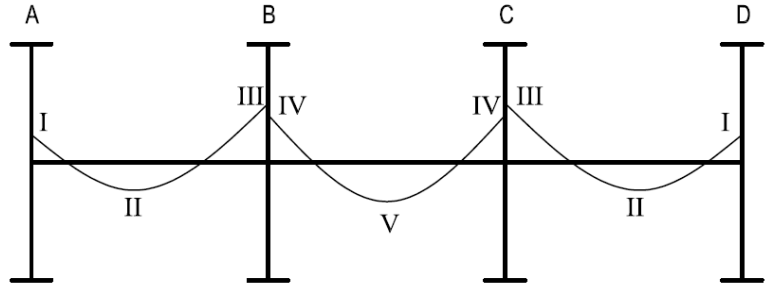
$$f_2 = (g + q)_d \cdot (b - 0,75) = 13,95 \cdot (6 - 0,75) = 73,238 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$\begin{aligned} M_{tot,2,int} &= \frac{f_1 \cdot (2,1 + 2,1) + f_2 \cdot 1,5}{2} \cdot \left(2,1 + \frac{1,5}{2}\right) - f_1 \cdot 2,1 \cdot \left(\frac{2,1 + 1,5}{2}\right) - f_2 \cdot \frac{1,5}{2} \cdot \frac{1,5}{4} = \\ &= \frac{83,7 \cdot (2,1 + 2,1) + 73,238 \cdot 1,5}{2} \cdot \left(2,1 + \frac{1,5}{2}\right) - 83,7 \cdot 2,1 \cdot \left(\frac{2,1 + 1,5}{2}\right) - 73,238 \cdot \frac{1,5}{2} \cdot \frac{1,5}{4} = \\ &= 320,5 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Rozdělení celkových součtových momentů na kladné a záporné [kN.m] :

poloha	γ	$M = \gamma \cdot M_{tot}$	
		pás 1	pás 2
součt. m		178,5	339,9
I	0,26	46,6	88,4
II	0,52	92,8	176,7
III	0,70	125,0	237,9
součt. m		178,5	320,5
IV	0,65	116,0	208,3
V	0,35	62,5	112,2



Rozdělení celkových momentů do sloupového a středních pruhů [kN.m] :

poloha	ω	sloupový pruh: $M_{sloup} = \omega \cdot M$		střední pruh: $M_{stř} = (1 - \omega) \cdot M$	
		pás 1	pás 2	pás 1	pás 2
I	1,00	46,6	88,4	0,0	0,0
II	0,60	55,7	106,0	37,1	70,7
III	0,75	93,8	178,4	31,3	59,5
IV	0,75	87,0	156,2	29,0	52,1
V	0,60	37,5	67,3	25,0	44,9

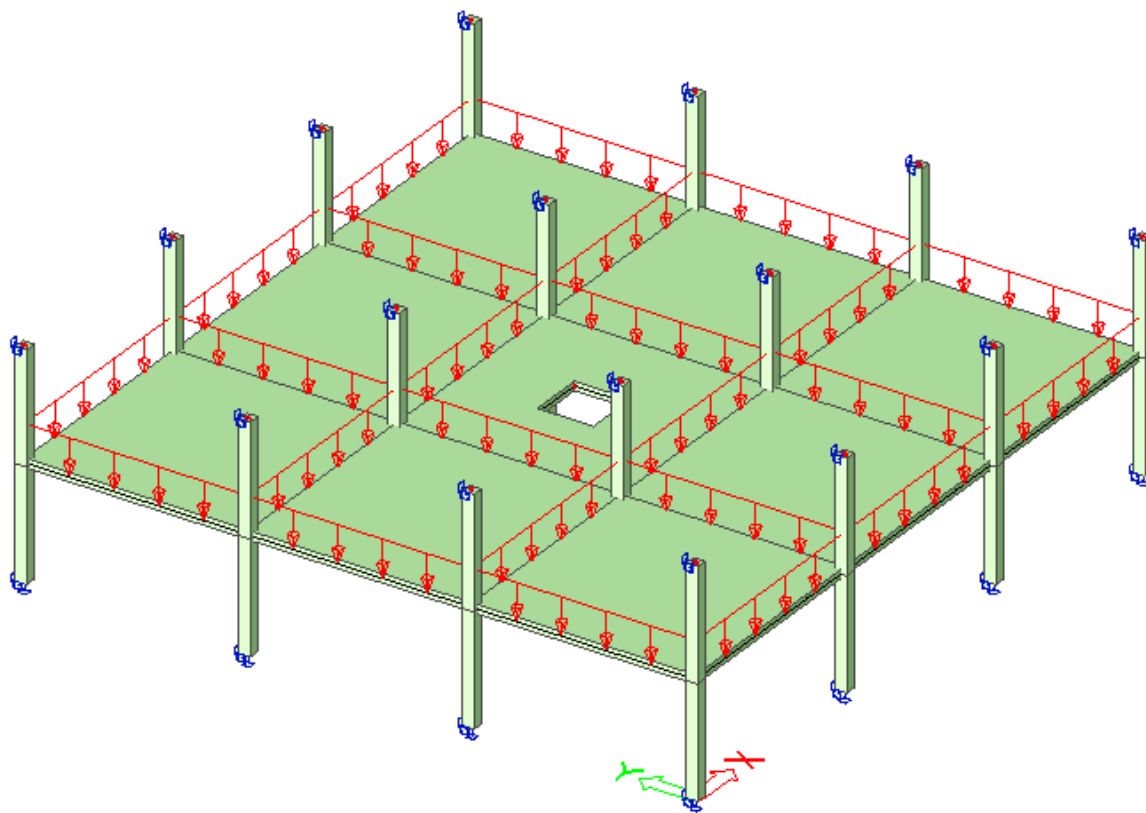
Přepočít momentů na běžný metr desky [kN.m/m']:

poloha	sloupový pruh				střední pruh			
	pás 1		pás 2		pás 1		pás 2	
	b	m_{sloup}	b	m_{sloup}	b	$m_{stř}$	b	$m_{stř}$
I	1,65	28,3	3,00	29,5	1,50	0,0	3,00	0,0
II		33,8		35,3		24,7		23,6
III		56,8		59,5		20,9		19,8
IV		52,7		52,1		19,3		17,4
V		22,7		22,4		16,7	1,50	15,0
						0,75	29,9	

II. Numerické řešení metodou konečných prvků :

Jako výpočetní model pro metodu konečných prvků byl zvolen patrový výsek konstrukce. Tento model zohledňuje vliv tuhosti svislých nosných konstrukcí nad i pod vyšetřovanou rovinou.

Výpočetní model konstrukce :

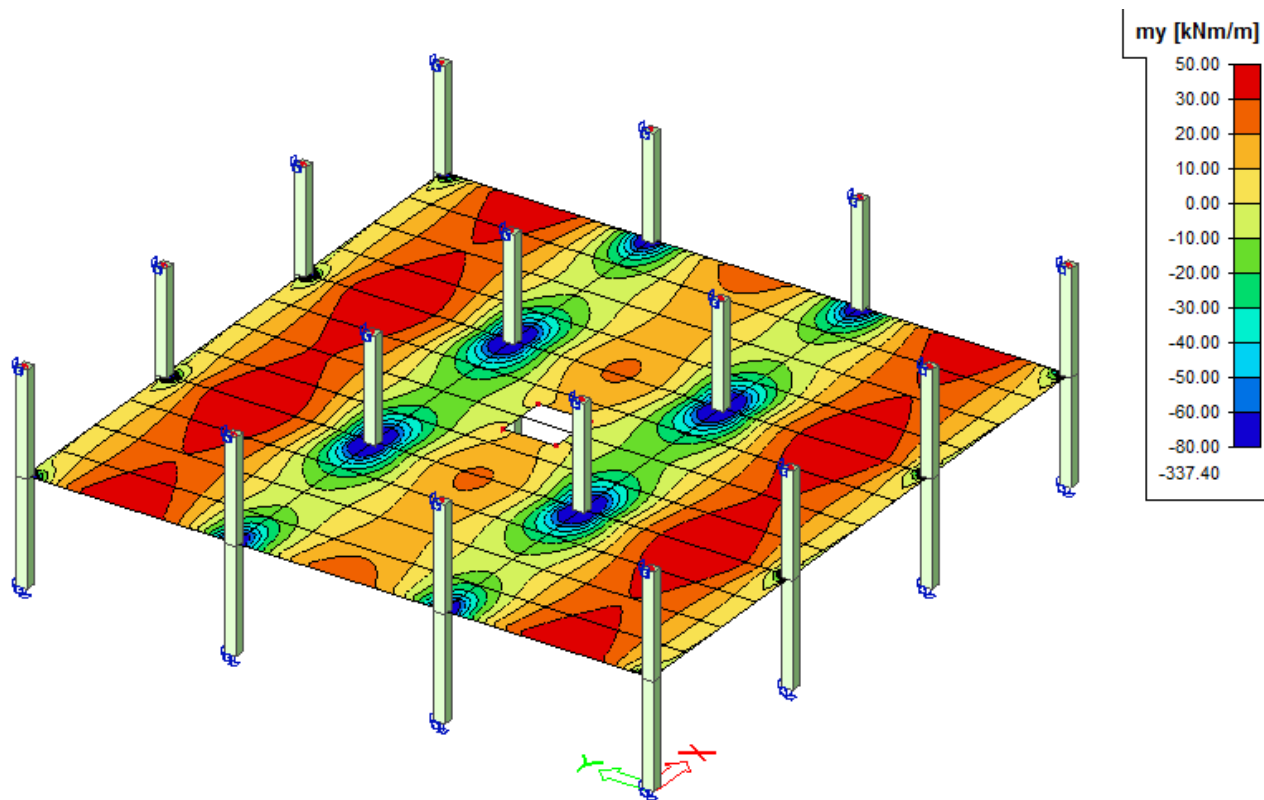


Postup :

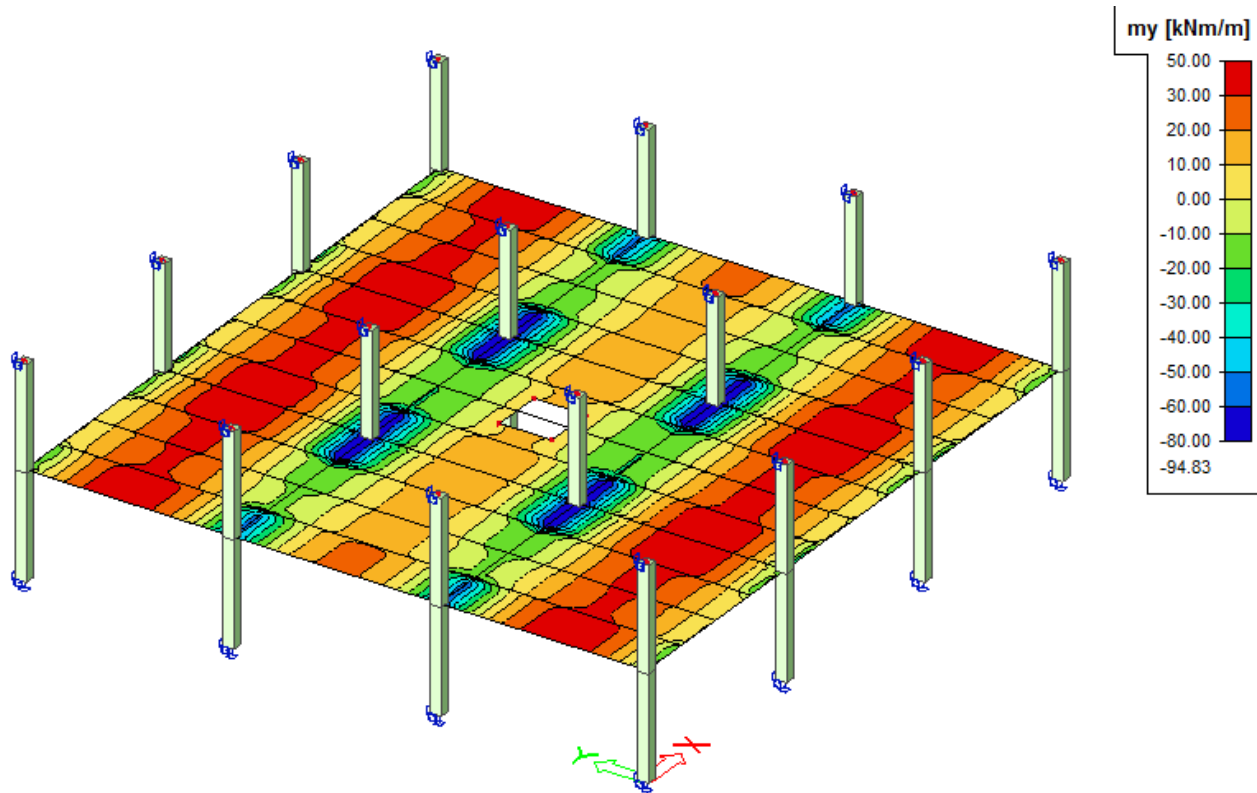
- 1) vytvoření prostorového modelu konstrukce - patrový výsek
- 2) numerický výpočet - lineární výpočet
- 3) rozdělení konstrukce na průměrovací pásy - pásy kopírují rozdělení na sloupové a střední pruhy, užívané ve zjednodušených metodách
- 4) definování řezů na konstrukci - každým průměrovacím pásem proložený jeden řez
- 5) vykreslení ohybových momentů na řezu - představují rovnoměrné rozdělení momentu po šířce pruhu

Výsledný průběh ohybových momentů na desce :

- bez redistribuce momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :



- s redistribucí momentů po šířce vyšetřovaných pruhů :



III. Srovnání výsledků řešení MSM a MKP :

Dimenzování - ohybová výztuž :

- $h_d = 240\text{mm}$, $c_d = 25\text{mm}$
- předpoklad vyztužení desky : $\varnothing_{d,x} = 12\text{ mm} \Rightarrow d_x = 240 - 25 - 6 = 209\text{ mm}$
 $\varnothing_{d,y} = 12\text{ mm} \Rightarrow d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

- minimální plocha výztuže :

$$a_{s,\min} = 0,0015 \cdot b \cdot d_x = 0,0015 \cdot 1000 \cdot 209 = 313,5\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$= 0,26 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot d_x}{f_{yk}} = 0,26 \cdot \frac{2,6 \cdot 1000 \cdot 209}{500} = 282,6\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$= \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0,4 \cdot 1,0 \cdot 2,6 \cdot 1000 \cdot 240 / 2}{500} = 249,6\text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\Rightarrow \text{konstrukční vyztužení : } 4 \times \varnothing 10\text{mm} \quad a_{s,\text{konst}} = 314\text{ mm}^2 \geq a_{s,\min}$$

Vyztužení pásu 1 : $d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

pás 1		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed} [kN.m/m]	NÁVRH	m_{Rd} [kN.m/m]	m_{Ed} [kN.m/m]	NÁVRH	m_{Rd} [kN.m/m]
I (H)	sloupový	28,3	5 x \varnothing 10	32,8	20,3	4 x \varnothing 10	26,3
	střední	0,0	4 x \varnothing 10	26,3	0,1	4 x \varnothing 10	26,3
II (D)	sloupový	33,8	6 x \varnothing 10	39,1	37,3	6 x \varnothing 10	39,1
	střední	24,7	4 x \varnothing 10	26,3	30,7	5 x \varnothing 10	32,8
III (H)	sloupový	56,8	7 x \varnothing 12	64,3	61,8	7 x \varnothing 12	64,3
	střední	20,9	4 x \varnothing 10	26,3	11,3	4 x \varnothing 10	26,3
IV (H)	sloupový	52,7	7 x \varnothing 12	64,3	56,6	7 x \varnothing 12	64,3
	střední	19,3	4 x \varnothing 10	26,3	11,2	4 x \varnothing 10	26,3
V (D)	sloupový	22,7	4 x \varnothing 10	26,3	22,7	4 x \varnothing 10	26,3
	střední	16,7	4 x \varnothing 10	26,3	15,0	4 x \varnothing 10	26,3

Vyztužení pásu 2 : $d_y = 240 - 25 - 12 - 6 = 197\text{ mm}$

pás 2		metoda součtových momentů			numerické řešení - MKP		
		m_{Ed} [kN.m/m]	NÁVRH	m_{Rd} [kN.m/m]	m_{Ed} [kN.m/m]	NÁVRH	m_{Rd} [kN.m/m]
I (H)	sloupový	29,5	5 x \varnothing 10	32,8	13,0	4 x \varnothing 10	26,3
	střední	0,0	4 x \varnothing 10	26,3	0,6	4 x \varnothing 10	26,3
II (D)	sloupový	35,3	6 x \varnothing 10	39,1	38,9	6 x \varnothing 10	39,1
	střední	23,6	4 x \varnothing 10	26,3	32,2	5 x \varnothing 10	32,8
III (H)	sloupový	59,5	7 x \varnothing 12	64,3	74,9	9 x \varnothing 12	81,3
	střední	19,8	4 x \varnothing 10	26,3	20,5	4 x \varnothing 10	26,3
IV (H)	sloupový	52,1	7 x \varnothing 12	64,3	68,4	9 x \varnothing 12	81,3
	střední	17,4	4 x \varnothing 10	26,3	20,4	4 x \varnothing 10	26,3
V (D)	sloupový	22,4	4 x \varnothing 10	26,3	19,1	4 x \varnothing 10	26,3
	střední - 1	15,0	4 x \varnothing 10	26,3	14,9	4 x \varnothing 10	26,3
	střední - 3	29,9	5 x \varnothing 10	32,8	12,2	4 x \varnothing 10	26,3

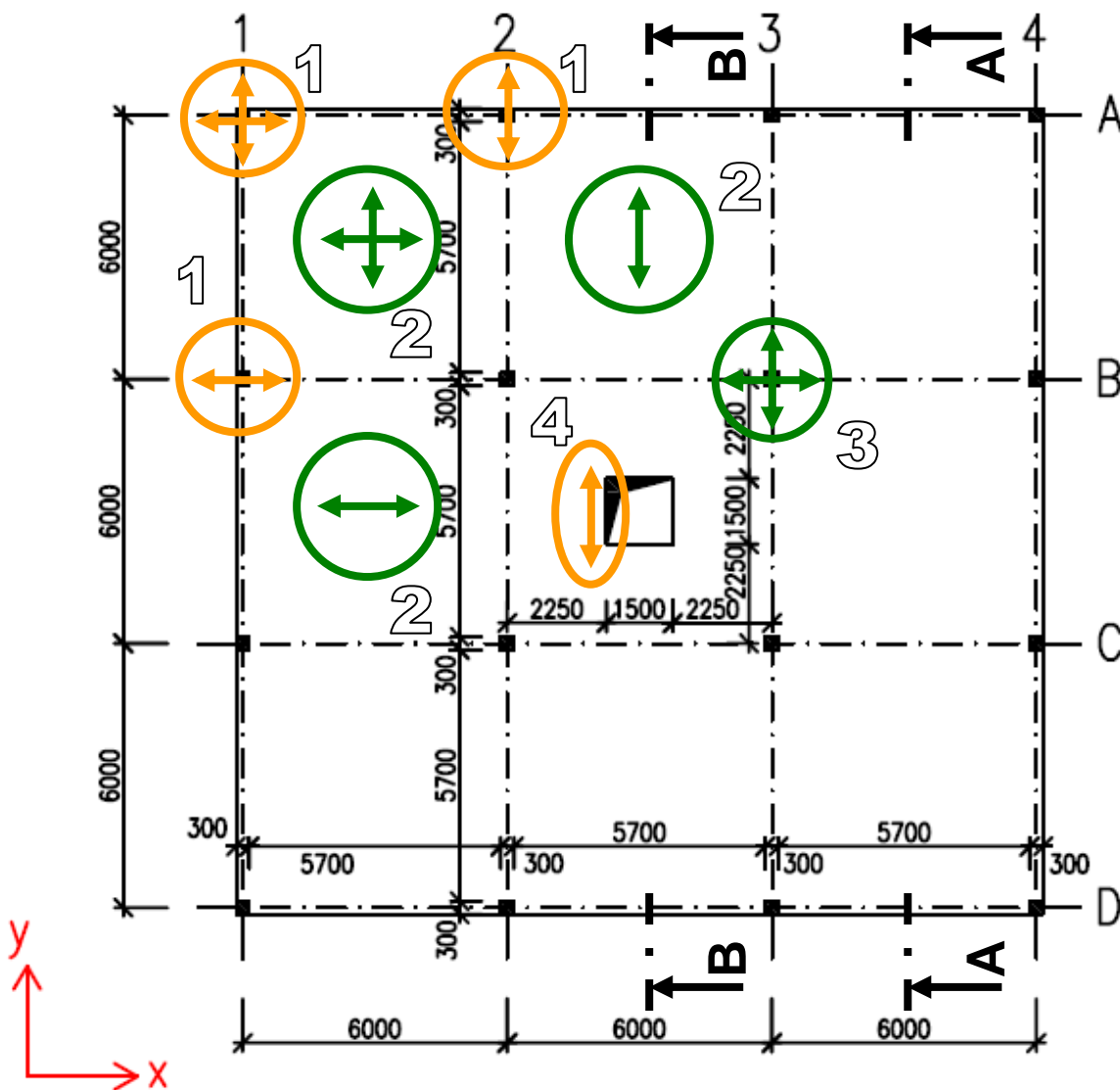
- větší hodnoty v případě MKP
- větší hodnoty v případě metody součtových momentů

Vyhodnocení :

Dle normy ČSN 73 1204, resp. ČSN 73 1201 nesmí být v oblasti deskové konstrukce křížujících se středních pruhů prostupy přerušeny pás širší než 1/2 šířky příslušného pruhu za podmínky, že v každém pruhu bude zachováno celkové množství výztuže navržené pro stejné pole bez otvorů.

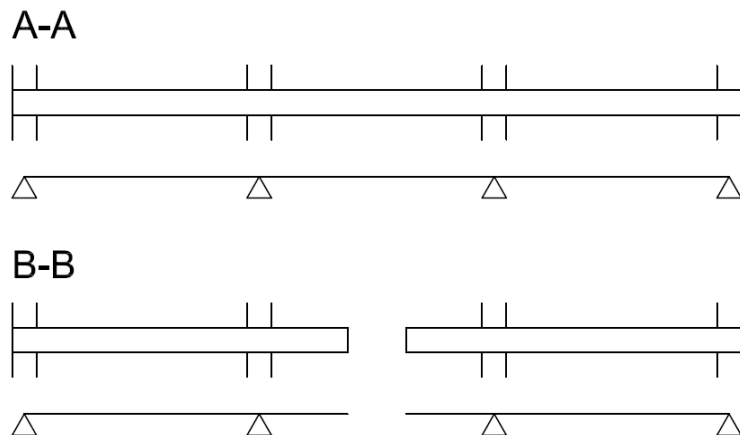
V tomto případě umístěný vstup přerušuje právě 50% středních pruhů vnitřního deskového pole. Za účelem odhalení důsledků této skutečnosti byla provedena srovnávací studie výpočtu metodou součtových momentů (MSM) a metodou konečných prvků (MKP).

Při srovnání výsledků obou metod byla vytipována kritická místa konstrukce a v nich analyzovány odchylky řešení :



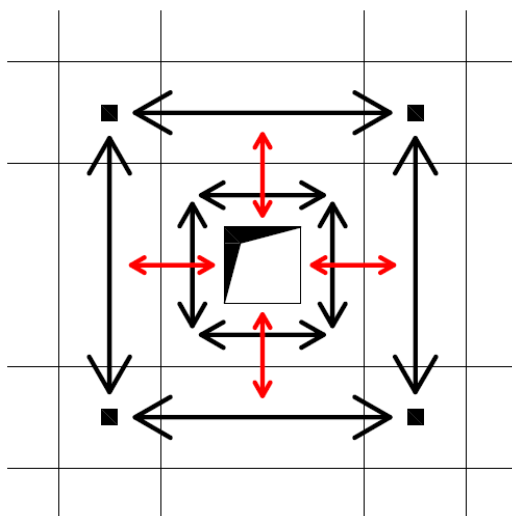
- **okraj desky :** MSM nadhodnocuje momenty ve sloupových pružích kolmých k okraji desky, což vede k jejich převyztužení. Predikce nulového momentu na konci středních pruhů kolmých k okraji zcela neodpovídá faktu, že i volný okraj mezi krajními sloupy má jistou torzní tuhost a tudíž by měl ve směru kolmém přenášet záporné ohybové momenty. Tato tuhost do značné míry závisí na stupni vyztužení volného okraje. Přesto výpočet pomocí MKP nebyl schopen tuto hypotézu jednoznačně potvrdit ani vyvrátit, neboť použitá síť konečných prvků u okraje byla příliš hrubá. 1
- **střední pruhy uprostřed krajních polí :** Vlivem umístění prostupu ve středním deskovém poli dochází k odlehčení tohoto pole a větší deformaci polí sousedních. Současně dochází ke změně 2

statického schématu v řezu středními pruhy (řez B-B), kdy se spojitý nosník mění v dvojici prostých nosníků s jedním převislým koncem. Tato fakta však výpočet pomocí MSM nezohledňuje, a proto predikuje menší namáhání středních pruhů krajních polí, než odpovídá skutečnosti (potvrzeno MKP). S rostoucí velikostí otvoru se tento rozdíl zvětšuje. To je také jeden z důvodů, proč norma omezuje velikost prostupů přípustných pro výpočet pomocí MSM.



Řezy deskou a jejich statická schémata

- **vnitřní sloup** : I při redistribuci momentů po šířce pruhu vychází při MKP ve sloupových pruzích přiléhajících vnitřním sloupům větší podporové momenty a tím i dimenze. Důvodem je fakt, že metoda součtových momentů uvažuje moment v rovině líce sloupu v celé šířce pruhu, zatímco MKP zohledňuje momenty v okolí sloupu v rovině procházející spojnicí sloupů. Při porovnání výsledků s příkladem 2 (obecná lokálně podepřená konstrukce) je procentuální rozdíl mezi hodnotami MSM a MKP obdobný, tzn. umístění centrálního prostupu vnitřního pole nemá na tuto skutečnost zásadní vliv. 3
- **okolí prostupu** : Dle filosofie MSM lze předpokládat, že část pruhu přerušenu prostupem musí nahradit zbývající část pruhu, tedy namáhání této oblasti bude úměrné míře narušení konstrukce prostupem. Výpočet pomocí MKP však tento předpoklad vyvrací (namáhání středního pruhu přilehlého k prostupu je při použití MKP o více než 50% menší, než při použití MSM). V okolí prostupu dochází ke změně statického roznášení a redistribuci vnitřních sil do únosnějších částí desky. Část zatížení je roznášena ve směru kolmém na volný okraj prostupu. Tato skutečnost by měla být zohledněna při případném ručním výpočtu. 4



Změna statického působení v okolí vnitřního prostupu

Závěr :

U jednoduché a pravidelné konstrukce dosahují obě metody srovnatelných výsledků. V případě umístění prostupu do středního pruhu desky závisí odchylky řešení na velikosti prostupu a jeho přesné lokalizaci. S rostoucí velikostí prostupu se mění statické schéma konstrukce a výsledky řešení pomocí MSM se odchyľují od skutečného chování konstrukce. Pokud by řešitel chtěl zjednodušenou metodu řešení použít i v případě nesplnění podmínek týkajících se velikosti a polohy prostupů, musí při výpočtu zohlednit výše uvedené skutečnosti.

Poděkování :

Tato srovnávací studie byla zpracována za finanční podpory projektu FRVŠ 905/2011/G1.