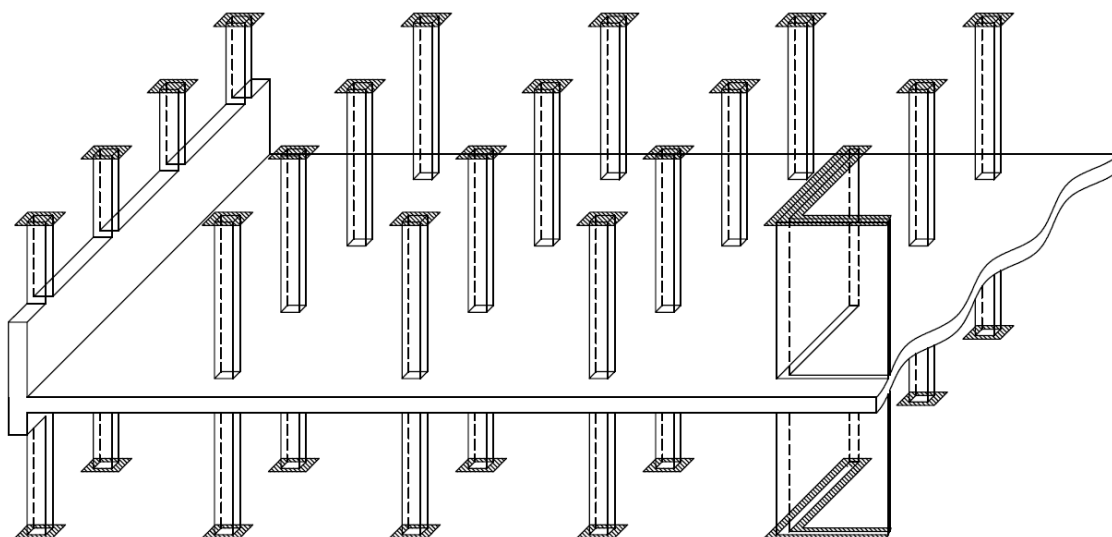




# PŘÍKLAD Č. 1

## LOKÁLNĚ PODEPŘENÁ ŽELEZOBETONOVÁ DESKA - UKÁZKA ŘEŠENÍ METODOU SOUČTOVÝCH MOMENTŮ



**Projekt :** FRVŠ 2011 - Analýza metod výpočtu železobetonových lokálně podepřených desek

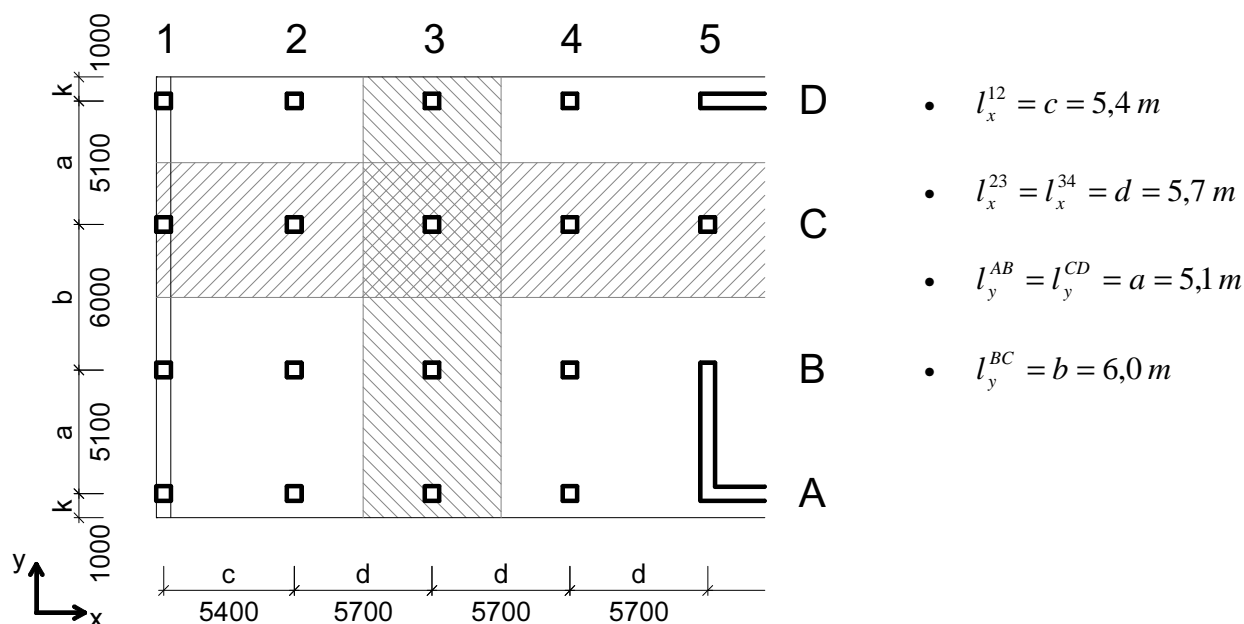
**Řešitelský kolektiv :** Ing. Martin Típka  
Ing. Josef Novák  
Doc. Ing. Jitka Vašková, CSc.

všichni : Katedra betonových a zděných konstrukcí, Fakulta stavební, ČVUT v Praze

Železobetonový monolitický bezprůvlakový skelet daného půdorysu (stěnový průvlak jen v krajní řadě A), o  $n$  podlažích (k.v. podlaží  $h$ ) je ve střední části ztužen jádrem a stěnami, které přenášejí vodorovné zatížení. Stanovte předběžné rozměry nosných prvků a metodou součtových momentů proveďte návrh a posouzení podélné výztuže v pruzích **C** a **3**.

$a = 5,1\text{ m}$	$n = 4$	$(g - g_0)_{patro,k} = 1,255\text{ kN/m}^2$
$b = 6,0\text{ m}$	$h = 3,0\text{ m}$	$(g - g_0)_{stredna,k} = 2,155\text{ kN/m}^2$
$c = 5,4\text{ m}$	BETON : C 25/30	$q_{patro,k} = 5,0\text{ kN/m}^2$
$d = 5,7\text{ m}$	OCEL : B 500 B	$q_{stredna,k} = 0,75\text{ kN/m}^2$
$k = 1,0\text{ m}$		

### Schéma konstrukce :



### Materiálové charakteristiky :

beton : C 25/30 XC2 (CZ) - Cl 0,1 - D<sub>max</sub> 16 - S1  $E_{cm} = 31\text{ GPa}$

$$f_{ck} = 25\text{ MPa} \quad f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,666\text{ MPa}$$

$$f_{ctk} = 1,8\text{ MPa} \quad f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2\text{ MPa} \quad f_{ctm} = 2,6\text{ MPa}$$

ocel : B 500 B  $E_s = 200\text{ GPa}$

$$f_{yk} = 500\text{ MPa} \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{M0}} = \frac{500}{1,15} = 434,783\text{ MPa}$$

### Krytí výztuže stropní desky :

⇒ návrh tloušťky krycí vrstvy :  $c_d = 30\text{ mm}$  ..... viz DU1 (str. 3)

## Empirický návrh nosných prvků :

### 1. stropní deska :

- empirický návrh tloušťky desky :

$$h_d \geq \frac{1}{33} \cdot L_{n,\max} = \frac{1}{33} \cdot 6000 = 181,8 \text{ mm} \quad \dots \text{ lokálně podepřená deska s okrajovým žebrem}$$

$$h_d \geq 1,1 \cdot \frac{1}{33} \cdot L_{n,\max} = 1,1 \cdot \frac{1}{33} \cdot 6000 = 200,0 \text{ mm} \quad \dots \text{ lokálně podepřená deska s volným okrajem}$$

- návrh na základě splnění podmínky ohybové štíhlosti desky

$$\lambda = \frac{l_d}{d} \leq \lambda_d = \kappa_{c1} \cdot \kappa_{c2} \cdot \kappa_{c3} \cdot \lambda_{d,\text{tab}}$$

$$\kappa_{c1} = 1 \quad \dots \text{ obdélníkový průřez}$$

$$\kappa_{c2} = 1 \quad \dots \text{ rozpětí desky } L < 7,0 \text{ m} \quad \dots \text{ splněno pro všechna pole stropní desky}$$

$$\kappa_{c3} = 1,3 \quad \dots \text{ odhad součinitele napětí tahové výztuže } \kappa_{c3} = \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,\text{prov}}}{A_{s,\text{req}}}$$

$$\lambda_{d,\text{tab}} = 22,2 \quad \dots \text{ lokálně podepřená deska, } \rho \leq 0,5\%, \text{ C25/30}$$

$$\lambda_d = \kappa_{c1} \cdot \kappa_{c2} \cdot \kappa_{c3} \cdot \lambda_{d,\text{tab}} = 1 \cdot 1 \cdot 1,3 \cdot 22,2 = 28,86$$

- lokálně podepřená deska  $\Rightarrow$  dominantní přenos zatížení ve směru **delšího rozpětí** desky

$$d \geq \frac{l_{y,4}}{\lambda_d} = \frac{6000}{28,86} = 207,9 \text{ mm}$$

- tloušťka desky :  $h_d = d + 0,5 \cdot \varnothing_{s,d} + c_d = 207,9 + 0,5 \cdot 12 + 30 = 243,9 \text{ mm}$

$$\Rightarrow \text{ návrh : } \underline{\underline{h_d = 240 \text{ mm}}} \quad d_x = h_d - 1,5 \cdot \varnothing_{s,d} - c_d = 240 - 1,5 \cdot 12 - 30 = 192 \text{ mm}$$

$$d_y = h_d - 0,5 \cdot \varnothing_{s,d} - c_d = 240 - 0,5 \cdot 12 - 30 = 204 \text{ mm}$$

### 2. sloup :

- počet podlaží :  $n = 4$  (3x stropní konstrukce + 1x střešní konstrukce)

- konstrukční výška podlaží :  $h = 3,0 \text{ m}$

- zatěžovací plocha sloupu :  $b_{zat} = l_{x,4} = 5,7 \text{ m}$

$$l_{zat} = \frac{l_{y,2} + l_{y,4}}{2} = \frac{5,1 + 6,0}{2} = 5,55 \text{ m}$$

$$A_{zat} = b_{zat} \cdot l_{zat} = 5,7 \cdot 5,55 = 31,635 \text{ m}^2$$

- předpokládané rozměry sloupu : **300 mm x 300 mm**

	počet	výpočet	charakteristické [kN]	$\gamma_F$	návrhové [kN]
vl. tíha strop. desek	4	$4 \cdot 0,24 \cdot 31,635 \cdot 25$	759,240	1,35	1024,974
vlastní tíha sloupu	11,04 m	$0,3 \cdot 0,3 \cdot 11,04 \cdot 25$	24,840	1,35	33,534
ostatní stálé patra	3	$3 \cdot 31,635 \cdot 1,255$	119,106	1,35	160,793
ostatní stálé střechy	1	$1 \cdot 31,635 \cdot 2,155$	68,173	1,35	92,034
<b><math>\Sigma</math> stálé</b>			<b>971,359</b>		<b>1311,335</b>
proměnné patra	3	$3 \cdot 31,635 \cdot 5,0$	474,525	1,5	711,788
proměnné střechy	1	$1 \cdot 31,635 \cdot 0,75$	23,726	1,5	35,589
<b><math>\Sigma</math></b>			<b>1469,610</b>		<b>2058,712</b>

- návrhové normálové zatížení v patě sloupu :  $N_{Ed,\max} = 2058,712 \text{ kN}$

posudek :

- únosnost v patě sloupu :

$$N_{Rd} = 0,8 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s = 0,8 \cdot A_c \cdot f_{cd} + A_c \cdot \rho \cdot \sigma_s = \\ = 0,8 \cdot 300 \cdot 300 \cdot 16,666 + 300 \cdot 300 \cdot 0,025 \cdot 400 = 2099952 \text{ N} = 2099,952 \text{ kN}$$

- posouzení :

$$N_{Rd} = 2099,952 \text{ kN} \geq N_{Ed, \max} = 2058,712 \text{ kN} \quad \dots \dots \text{ návrh sloupu vyhovuje}$$

⇒ návrh rozměrů sloupu : **300 mm x 300 mm**

### 3. předběžné posouzení stropní desky na protlačení :

Vnitřní sloup :

- zatěžovací plocha vnitřního sloupu :  $A = 31,635 - 0,3 \cdot 0,3 = 31,545 \text{ m}^2$
- posouvající síla od návrhového zatížení stropní desky ze zatěžovací plochy sloupu :  
 $V_{Ed} = 31,545 \cdot [1,35 \cdot (0,24 \cdot 25 + 1,255) + 1,5 \cdot 5,0] = 545,547 \text{ kN}$
- účinná výška desky :  $d = \frac{1}{2} \cdot (d_x + d_y) = \frac{1}{2} \cdot (192 + 204) = 198 \text{ mm}$
- délka 0. kontrol. obvodu :  $u_0 = 2 \cdot (c_1 + c_2) = 2 \cdot (300 + 300) = 1200 \text{ mm}$
- délka 1. kontrol. obvodu :  $u_1 = 2 \cdot (c_1 + c_2) + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot d = 2 \cdot (300 + 300) + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 198 = 3688 \text{ mm}$
- součinitel  $\beta$  :  $\beta = 1,15$  ..... vnitřní sloup
- účinek zatížení v 0. kontrol. obvodu :  $v_{Ed,0} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_0 \cdot d} = \frac{1,15 \cdot 545,547 \cdot 10^3}{1200 \cdot 198} = 2,640 \text{ N/mm}^2$
- účinek zatížení v 1. kontrol. obvodu :  $v_{Ed,1} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{u_1 \cdot d} = \frac{1,15 \cdot 545,547 \cdot 10^3}{3688 \cdot 198} = 0,859 \text{ N/mm}^2$

posudek :

- únosnost tlakové diagonály :

$$v_{Rd, \max} = 0,4 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,4 \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} = 0,4 \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot 16,666 = 3,600 \text{ MPa}$$

- smyková únosnost desky bez smykové výztuže :

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} = \frac{0,18}{1,5} = 0,12$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{198}} = 2,0 \leq 2$$

$$\rho_l = 0,005 \quad \dots \dots \text{ odhad}$$

$$\sigma_{cp} = 0$$

$$k_1 = 0,1$$

$$v_{\min} = 0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0,035 \cdot 2,0^{3/2} \cdot 25^{1/2} = 0,495 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd,c} = 0,12 \cdot 2,0 \cdot (100 \cdot 0,005 \cdot 25)^{1/3} = 0,557 \text{ MPa} \quad \wedge \quad v_{Rd,c} \geq v_{\min} = 0,495 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{\max} = 1,8 \quad \dots \dots \text{ odhad pro vyztužení proti protlačení třmínkovými lištami}$$

- posouzení :

$$v_{Ed,0} = 2,640 \text{ MPa} < v_{Rd, \max} = 3,600 \text{ MPa} \quad \dots \dots \text{ vyhovuje}$$

$$v_{Ed,1} = 0,859 \text{ MPa} < \alpha_{\max} \cdot v_{Rd,c} = 1,8 \cdot 0,557 = 1,003 \text{ MPa} \quad \dots \dots \text{ vyhovuje}$$

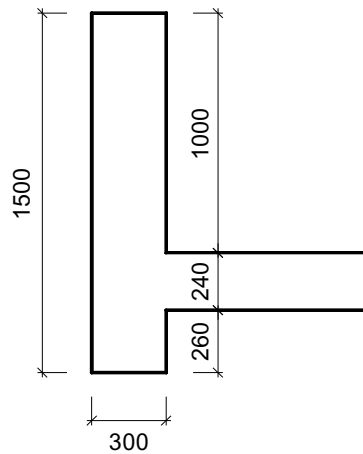
- Sloupy v okrajových řadách (řady A a D) lze vzhledem k překonzolování stropní desky (délka konzoly  $k = 1,0 \text{ m}$ ) uvažovat jako vnitřní. Vzhledem k menší zatěžovací ploše oproti sloupům ve vnitřních řadách, vyhovují předběžně tyto sloupy na protlačení.
- Sloupy v krajní příčné řadě (řada 1) jsou spojeny okrajovým žebrem  $\Rightarrow$  nebezpečí protlačení není potřeba ověřovat.

$\Rightarrow$  **navržená geometrie a třída betonu desky na protlačení vyhovuje**

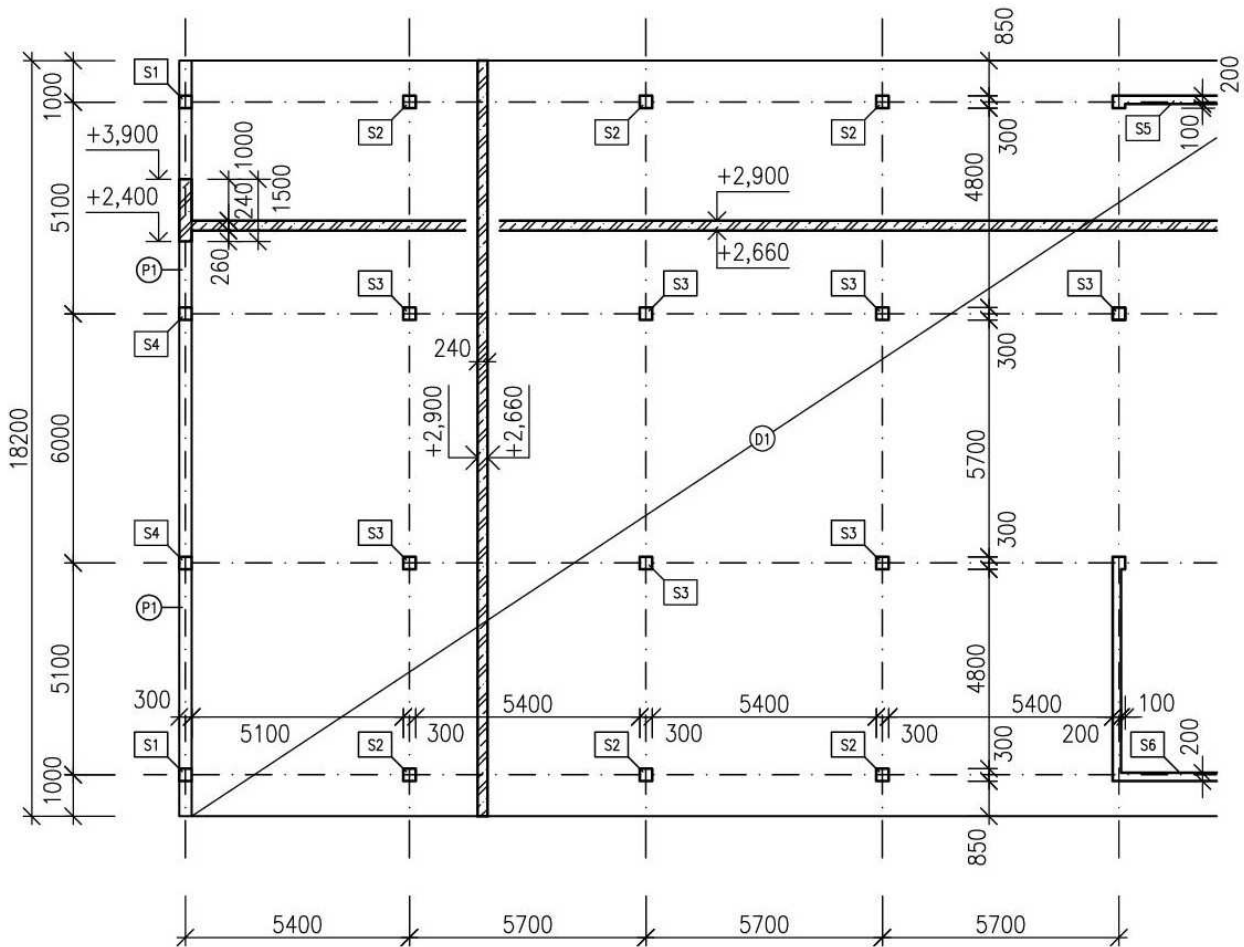
**4. okrajové žebro:** (řada 1)

$$h_p \geq 2 \cdot h_d = 2 \cdot 240 = 480 \text{ mm}$$

$\Rightarrow$  návrh žebra :  **$h_p = 1500 \text{ mm}$**   
 **$b_p = 300 \text{ mm}$**



## Schématický výkres tvaru :



## Výpočet zatížení stropní desky : [větší zatížení než střešní deska]

stálé zatížení :

skladba konstrukce	d [m]	$\rho_v$	char. zatížení $g_k$	$\gamma_G$	návrh. zatížení $g_d$
železobeton	0,240 x 2500	=	6,000 kN/m <sup>2</sup>	x 1,35	= 8,100 kN/m <sup>2</sup>
ostatní stálé zatížení			1,255 kN/m <sup>2</sup>	x 1,35	= 1,694 kN/m <sup>2</sup>
celkem			$g_k = 7,255$ kN/m <sup>2</sup>		$g_d = 9,794$ kN/m <sup>2</sup>

proměnné zatížení :

užitné zatížení	$q_k = 5,000$ kN/m <sup>2</sup>	x	1,5	$q_d = 7,500$ kN/m <sup>2</sup>
-----------------	---------------------------------	---	-----	---------------------------------

<b>Celkem</b>	$(g+q)_k = 12,255$ kN/m <sup>2</sup>			$(g+q)_d = 17,294$ kN/m <sup>2</sup>
---------------	--------------------------------------	--	--	--------------------------------------

- moment na konzole :



$$m_K = \frac{1}{2} \cdot (g+q)_d \cdot L_{n,K}^2 = \frac{1}{2} \cdot 17,294 \cdot 0,85^2 = 6,247 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}'$$

### Součinitel ztužení $\alpha$ :

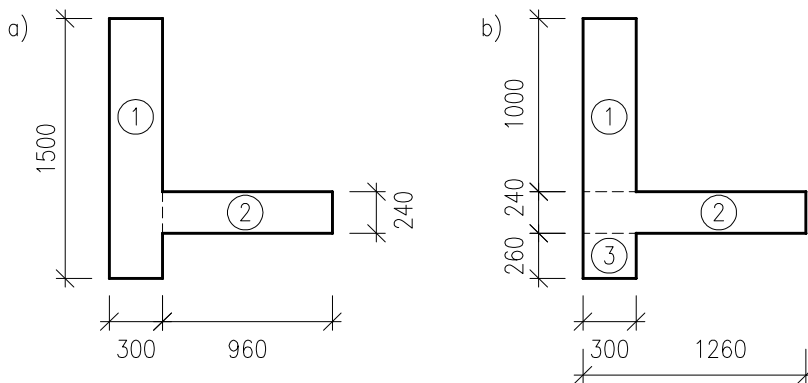
- pro sloupový pruh se ztužujícím rámem platí :  $\alpha = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s}$ 
  - $E_{cb}$  je modul pružnosti betonu ztužujícího trámu :  $E_{cb} = 31 \text{ GPa}$
  - $E_{cs}$  je modul pružnosti betonu desky :  $E_{cs} = 31 \text{ GPa}$
  - $I_b$  je moment setrvačnosti účinného průřezu ztužujícího trámu
  - $I_s$  je moment setrvačnosti desky o šířce rovné šířce řešeného pruhu
- ztužující trám se v našem případě vyskytuje pouze v krajním příčném sloupovém pruhu (pruh č. 1), který není předmětem řešení (pruhy **C a 3**)  $\Rightarrow$  pro účely našeho řešení  $\alpha = 0$

### Součinitel kroucení $\beta_t$ :

- $\beta_t = \frac{G_{cb} \cdot I_t}{E_{cs} \cdot I_s} = \frac{I_t}{2 \cdot I_s}$ 
  - $G_{cb}$  je smykový modul pružnosti betonu okrajového krouceného prvku  
 $G_{cb} \cong 0,5 \cdot E_{cb} \quad E_{cb} = E_{cs} = 31 \text{ GPa}$
  - $I_t$  je moment tuhosti průřezu v kroucení okrajového krouceného prvku
  - $I_s$  je moment setrvačnosti průřezu desky o šířce rovné rozpětí okrajového krouceného prvku ležícího kolmo k rovině vyšetřovaných momentů
- ztužující trám se v našem případě vyskytuje pouze v krajním příčném sloupovém pruhu (pruh č. 1)  
 $\Rightarrow$  pro pruhy A,B,C,D  $\beta \neq 0$  , pro pruhy 1,2,3...  $\beta = 0$

### výpočet pro pruh C :

- $I_t = \sum_{i=1}^n \left(1 - 0,63 \cdot \frac{t_i}{a_i}\right) \cdot \frac{t_i^3 \cdot a_i}{3}$  , kde  $t_i$  je vždy kratší strana a  $a_i$  vždy delší strana i-tého obdélníku



$$I_t^a = \left(1 - 0,63 \cdot \frac{300}{1500}\right) \cdot \frac{300^3 \cdot 1500}{3} + \left(1 - 0,63 \cdot \frac{240}{960}\right) \cdot \frac{240^3 \cdot 960}{3} = 15,526 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_t^b = \left(1 - 0,63 \cdot \frac{300}{1000}\right) \cdot \frac{300^3 \cdot 1000}{3} + \left(1 - 0,63 \cdot \frac{240}{1260}\right) \cdot \frac{240^3 \cdot 1260}{3} + \left(1 - 0,63 \cdot \frac{260}{300}\right) \cdot \frac{260^3 \cdot 300}{3} = 13,206 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_{t,C} = \max(I_t^a; I_t^b) = 15,526 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

- $I_{s,C} = \frac{1}{12} \cdot b_C \cdot h_f^3 = \frac{1}{12} \cdot 5550 \cdot 240^3 = 6,394 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$

součinitel kroucení :

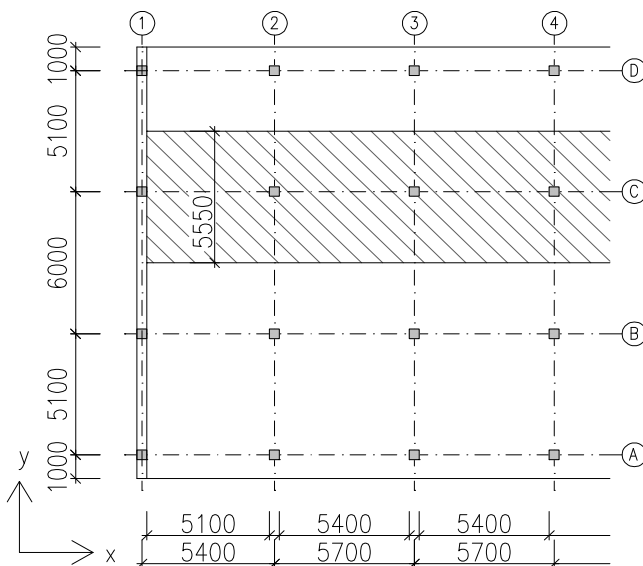
- $\beta_{t,C} = \frac{G_{cb} \cdot I_t}{E_{cs} \cdot I_s} = \frac{I_{t,C}}{2 \cdot I_{s,C}} = \frac{15,526 \cdot 10^9}{2 \cdot 6,394 \cdot 10^9} = 1,214$

Rekapitulace součinitelů :

pruh	souč. ztužení $\alpha$	souč. kroucení $\beta$
3	0	0
C	0	1,214

Celkové součtové momenty :

- výpočet momentů ve směru osy x :



$$l_y^C = \frac{5100 + 6000}{2} = 5550 \text{ mm}$$

$$l_x^{12} = 5400 \text{ mm}$$

$$l_x^{23} = l_x^{34} = 5700 \text{ mm}$$

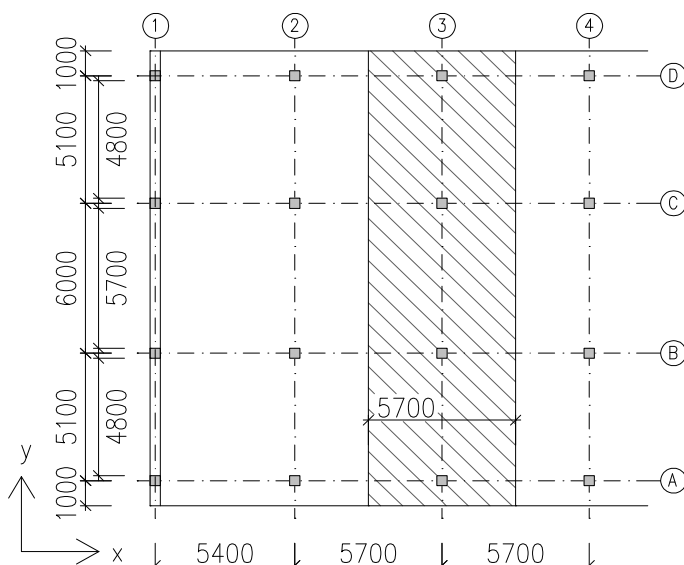
$$l_{n,x}^{12} = 5100 \text{ mm}$$

$$l_{n,x}^{23} = l_{n,x}^{34} = 5400 \text{ mm}$$

$$M_{tot}^{C,12} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot l_y^C \cdot (l_{n,x}^{12})^2 = \frac{1}{8} \cdot 17,294 \cdot 5,55 \cdot 5,1^2 = 312,061 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{tot}^{C,23} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot l_y^C \cdot (l_{n,x}^{23})^2 = \frac{1}{8} \cdot 17,294 \cdot 5,55 \cdot 5,4^2 = 349,853 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- výpočet momentů ve směru osy y :



$$l_x^3 = \frac{5700 + 5700}{2} = 5700 \text{ mm}$$

$$l_y^{AB} = l_y^{CD} = 5100 \text{ mm}$$

$$l_y^{BC} = 6000 \text{ mm}$$

$$l_{n,y}^{AB} = l_{n,y}^{CD} = 4800 \text{ mm}$$

$$l_{n,y}^{BC} = 5700 \text{ mm}$$

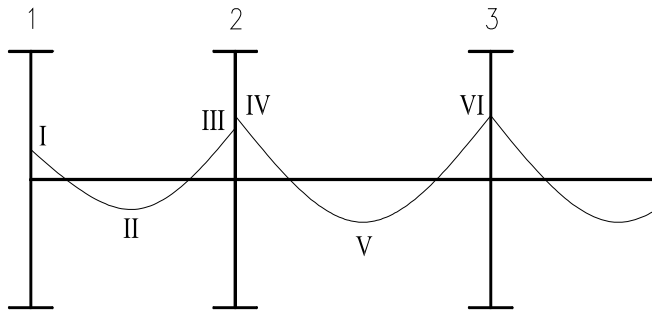
$$M_{tot}^{3,AB} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot l_x^3 \cdot (l_{n,y}^{AB})^2 = \frac{1}{8} \cdot 17,294 \cdot 5,7 \cdot 4,8^2 = 283,898 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{tot}^{3,BC} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot l_x^3 \cdot (l_{n,y}^{BC})^2 = \frac{1}{8} \cdot 17,294 \cdot 5,7 \cdot 5,7^2 = 400,341 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



## Rozdělení celkových součtových momentů na kladné a záporné :

- ve směru x : deska (řešený deskový pruh C) nemá vnitřní ztužující trámy a je opatřena okrajovým ztužujícím trámem



$$\gamma_1 = 0,30 \quad M_I = \gamma_1 \cdot M_{tot}^{C,12} = 0,30 \cdot 312,061 = 93,618 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

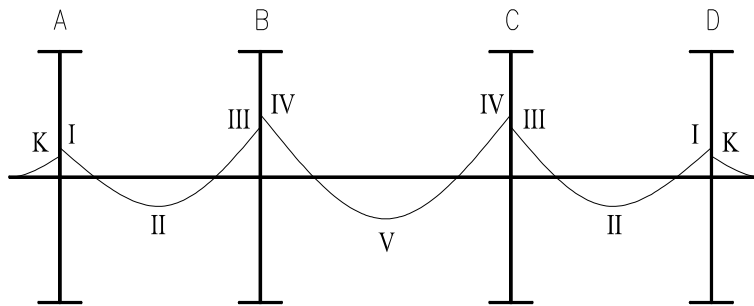
$$\gamma_2 = 0,50 \quad M_{II} = \gamma_2 \cdot M_{tot}^{C,12} = 0,50 \cdot 312,061 = 156,031 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \text{úprava součinitelem } \delta$$

$$\gamma_3 = 0,70 \quad M_{III} = \gamma_3 \cdot M_{tot}^{C,12} = 0,70 \cdot 312,061 = 218,443 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{IV} = M_{VI} = 0,65 \cdot M_{tot}^{C,23} = 0,65 \cdot 349,853 = 227,404 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_V = 0,35 \cdot M_{tot}^{C,23} = 0,35 \cdot 349,853 = 122,449 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \text{úprava součinitelem } \delta$$

- ve směru y : deska (řešený deskový pruh 3) nemá vnitřní ani okrajové ztužující trámy



$$M_K = m_K \cdot l_x^3 = 6,247 \cdot 5,7 = 35,608 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\gamma_1 = 0,26 \quad M_I = \gamma_1 \cdot M_{tot}^{3,AB} = 0,26 \cdot 283,898 = 73,813 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \text{úprava interpolací}$$

$$\gamma_2 = 0,52 \quad M_{II} = \gamma_2 \cdot M_{tot}^{3,AB} = 0,52 \cdot 283,898 = 147,627 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \text{úprava součinitelem } \delta$$

$$\gamma_3 = 0,70 \quad M_{III} = \gamma_3 \cdot M_{tot}^{3,AB} = 0,70 \cdot 283,898 = 198,729 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{IV} = M_{VI} = 0,65 \cdot M_{tot}^{3,BC} = 0,65 \cdot 400,341 = 260,222 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_V = 0,35 \cdot M_{tot}^{BC} = 0,35 \cdot 400,341 = 140,119 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \text{úprava součinitelem } \delta$$

interpolace krajní podpory :

pokud:

$$M_K = 0$$

$$\dots \text{ jako krajní pole : } M_I = 73,813 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_K = 0,65 \cdot M_{tot}^{3,AB} = 0,65 \cdot 283,898 = 184,534 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \dots \text{ jako střední pole : } M_I = M_{III} = 198,729 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

---


$$\text{skutečnost : } M_K = 35,608 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \Leftrightarrow \quad M'_I = 73,813 + \frac{198,729 - 73,813}{184,534} \cdot 35,608 = 97,917 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\triangleright g_d = 9,794 \text{ kN} / \text{m}^2 < 2 \cdot q_d = 2 \cdot 7,5 = 15,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

⇒ je potřeba respektovat vliv soustředění nahodilého zatížení v řešeném poli při současném odlehčení polí sousedních ⇒ **momenty v poli budou zvětšeny součinitelem  $\delta$**

### Výpočet součinitele $\delta$ :

ve směru x : ... řešený deskový pruh C

- $\alpha_c \frac{\sum K_c}{\sum (K_s + K_b)} = \frac{55800}{285905 + 0} = 0,195$ 
  - sloupy :  $I_c = \frac{1}{12} \cdot c_1 \cdot c_2^3 = \frac{1}{12} \cdot 0,3 \cdot 0,3^3 = 6,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ 

$$\sum K_c = \frac{4 \cdot E \cdot I_c}{h_{konstr, nad}} + \frac{4 \cdot E \cdot I_c}{h_{konstr, pod}} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 31 \cdot 10^6 \cdot 6,75 \cdot 10^{-4}}{3,0} = 55800 \text{ kN} \cdot \text{m}$$
  - deska :  $I_s = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h_d^3 = \frac{1}{12} \cdot 5,55 \cdot 0,24^3 = 63,936 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ 

$$\sum K_s = \frac{4 \cdot E \cdot I_s}{l_x^{12}} + \frac{4 \cdot E \cdot I_s}{l_x^{23}} = \frac{4 \cdot 31 \cdot 10^6 \cdot 63,936 \cdot 10^{-4} \cdot (5,7 + 5,4)}{5,4 \cdot 5,7} = 285905 \text{ kN} \cdot \text{m}$$
  - průvlaky : nejsou ⇒  $\sum K_b = 0$
- $\alpha_{c, \min} = 0,516$  ..... interpolace z tabulky 2 : hodnoty  $\alpha_{c, \min}$ 
  - $\frac{g_d}{q_d} = \frac{9,794}{7,5} = 1,306$        $\frac{L_2}{L_1} = \frac{L_y^{BC}}{L_x^{12}} = \frac{6,0}{5,4} = 1,111$        $\alpha = 0$
  - interpolace dle  $\frac{L_2}{L_1}$  :  $0,7 + \frac{0,8 - 0,7}{1,25 - 1,0} \cdot (1,111 - 1,0) = 0,744$
  - interpolace dle  $\frac{g_d}{q_d}$  :  $\alpha_{c, \min} = 0 + \frac{0,744 - 0}{1,0 - 2,0} \cdot (1,306 - 2,0) = 0,516$
- $\delta = 1 + \frac{2 - \frac{g_d}{q_d}}{4 + \frac{g_d}{q_d}} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{c, \min}} \right) = 1 + \frac{2 - 1,306}{4 + 1,306} \cdot \left( 1 - \frac{0,195}{0,516} \right) = 1,081$ 
  - ⇒  $M'_{II} = \delta \cdot M_{II} = 1,081 \cdot 156,031 = 168,670 \text{ kN} \cdot \text{m}$
  - $M'_{V} = \delta \cdot M_{V} = 1,081 \cdot 122,449 = 132,367 \text{ kN} \cdot \text{m}$

ve směru y : ... řešený deskový pruh 3

- $\alpha_c \frac{\sum K_c}{\sum (K_s + K_b)} = \frac{55800}{295359 + 0} = 0,189$ 
  - sloupy :  $\sum K_c = 55800 \text{ kN} \cdot \text{m}$  ..... viz řešený deskový pruh C
  - deska :  $I_s = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h_d^3 = \frac{1}{12} \cdot 5,7 \cdot 0,24^3 = 65,664 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ 

$$\sum K_s = \frac{4 \cdot E \cdot I_s}{l_y^{AB}} + \frac{4 \cdot E \cdot I_s}{l_y^{BC}} = \frac{4 \cdot 31 \cdot 10^6 \cdot 65,664 \cdot 10^{-4} \cdot (6,0 + 5,1)}{5,1 \cdot 6,0} = 295359 \text{ kN} \cdot \text{m}$$
  - průvlaky : nejsou ⇒  $\sum K_b = 0$

- $\alpha_{c,\min} = 0,518$  ..... interpolace z tabulky 2 : hodnoty  $\alpha_{c,\min}$

- $\frac{g_d}{q_d} = \frac{9,794}{7,5} = 1,306$        $\frac{L_2}{L_1} = \frac{L_x^{23}}{L_y^{AB}} = \frac{5,7}{5,1} = 1,118$        $\alpha = 0$

- interpolace dle  $\frac{L_2}{L_1}$  :  $0,7 + \frac{0,8-0,7}{1,25-1,0} \cdot (1,118-1,0) = 0,747$

- interpolace dle  $\frac{g_d}{q_d}$  :  $\alpha_{c,\min} = 0 + \frac{0,747-0}{1,0-2,0} \cdot (1,306-2,0) = 0,518$

- $\delta = 1 + \frac{2 - \frac{g_d}{q_d}}{4 + \frac{g_d}{q_d}} \cdot \left( 1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{c,\min}} \right) = 1 + \frac{2 - 1,306}{4 + 1,306} \cdot \left( 1 - \frac{0,189}{0,518} \right) = 1,083$

⇒  $M'_{II} = \delta \cdot M_{II} = 1,083 \cdot 147,627 = 159,880 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$M'_{V} = \delta \cdot M_{V} = 1,083 \cdot 140,119 = 151,749 \text{ kN} \cdot \text{m}$

souč. momenty ve směru x (pruh C) [kN.m]		součtové momenty ve směru y (pruh 3) [kN.m]	
<b>I</b>	93,618	<b>K</b>	35,608
<b>II</b>	168,670	<b>I</b>	97,917
<b>III</b>	218,443	<b>II</b>	159,880
<b>IV</b>	227,404	<b>III</b>	198,729
<b>V</b>	132,367	<b>IV</b>	260,222
<b>VI</b>	227,404	<b>V</b>	151,749

### Rozdělení celkových momentů do sloupových a středních pruhů :

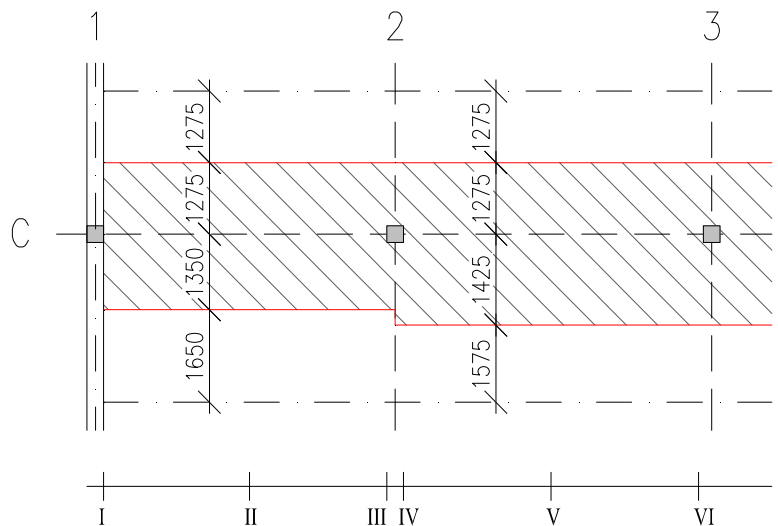
➤ šířky sloupových a středních pruhů patrné z obrázků

ve směru x : deskový pruh C

- sloupový pruh :  $M_{i,sl} = \omega \cdot M_i$
- střední pruh :  $M_{i,st} = (1 - \omega) \cdot M_i$ 
  - krajní podpora - interpolace :
 
$$\beta = 0 \quad \dots\dots \omega = 1,0$$

$$\beta \geq 2,5 \quad \dots\dots \omega = 0,75$$

$$\beta = 1,214 \quad \Rightarrow \quad \omega = 0,879$$
  - střední podpora :  $\omega = 0,75$
  - pole :  $\omega = 0,60$



řez	součtový moment [kN.m]	sloupový pruh				střední pruh			
		$\omega_i$	$M_i$ [kN.m]	$b_i$ [m]	$m_{Ed}$ [kN.m/m <sup>2</sup> ]	$1-\omega_i$	$M_i$ [kN.m]	$b_i$ [m]	$m_{Ed}$ [kN.m/m <sup>2</sup> ]
<b>I</b>	93,618	0,879	82,290	2,625	<b>31,349</b>	0,121	11,328	2,925	<b>3,873</b>
<b>II</b>	168,67	0,6	101,202	2,625	<b>38,553</b>	0,4	67,468	2,925	<b>23,066</b>
<b>III</b>	218,443	0,75	163,832	2,625	<b>62,412</b>	0,25	54,611	2,925	<b>18,670</b>
<b>IV</b>	227,404	0,75	170,553	2,7	<b>63,168</b>	0,25	56,851	2,85	<b>19,948</b>
<b>V</b>	132,367	0,6	79,420	2,7	<b>29,415</b>	0,4	52,947	2,85	<b>18,578</b>
<b>VI</b>	227,404	0,75	170,553	2,7	<b>63,168</b>	0,25	56,851	2,85	<b>19,948</b>

ve směru y : deskový pruh 3

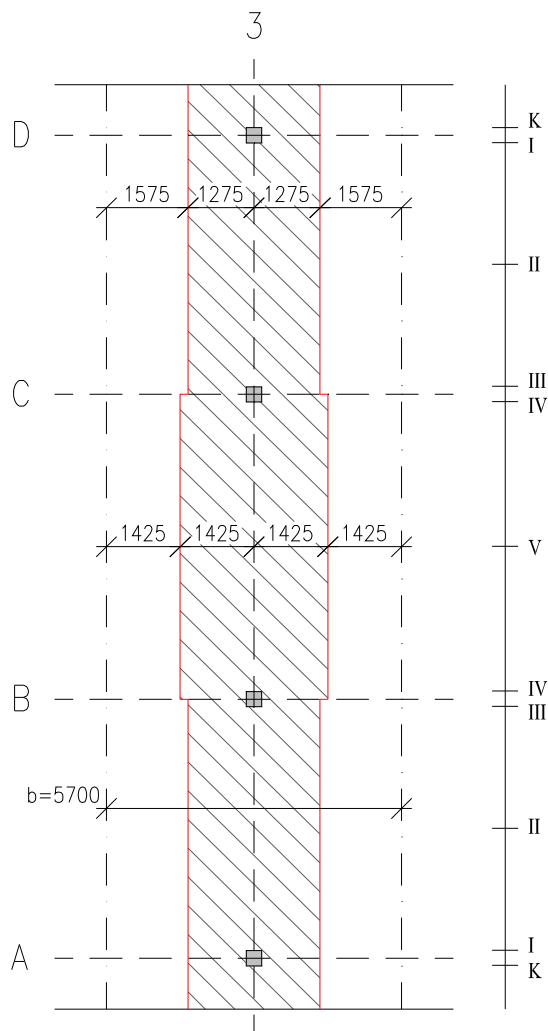
- sloupový pruh :  $M_{i,sl} = \omega \cdot M_i$
- střední pruh :  $M_{i,st} = (1 - \omega) \cdot M_i$ 
  - konzola :  $\omega = 1,0$
  - krajní podpora - interpolace :  $\beta = 0$ 

$$M_I = 73,813 \text{ kN} \cdot \text{m} \dots \omega = 1,0$$

$$M_{II} = 198,729 \text{ kN} \cdot \text{m} \dots \omega = 0,75$$


---


$$M_{IV} = 97,917 \text{ kN} \cdot \text{m} \Rightarrow \omega = 0,952$$
  - střední podpora :  $\omega = 0,75$
  - pole :  $\omega = 0,60$



řez	součtový moment [kN.m]	sloupový pruh				střední pruh			
		$\omega_i$	$M_i$ [kN.m]	$b_i$ [m]	$m_{Ed}$ [kN.m/m']	$1-\omega_i$	$M_i$ [kN.m]	$b_i$ [m]	$m_{Ed}$ [kN.m/m']
<b>K</b>	35,608	1,00	35,608	2,550	<b>13,964</b>	$0,65 \cdot m_K = 0,65 \cdot 6,247$		<b>4,061</b>	
<b>I</b>	97,917	0,952	93,217	2,550	<b>36,556</b>	0,048	4,700	3,150	<b>1,492</b>
<b>II</b>	159,880	0,60	95,928	2,550	<b>37,619</b>	0,40	63,952	3,150	<b>20,302</b>
<b>III</b>	198,729	0,75	149,047	2,550	<b>58,450</b>	0,25	49,682	3,150	<b>15,772</b>
<b>IV</b>	260,222	0,75	195,167	2,850	<b>68,479</b>	0,25	65,056	2,850	<b>22,826</b>
<b>V</b>	151,749	0,60	91,049	2,850	<b>31,947</b>	0,40	60,700	2,850	<b>21,298</b>

## Dimenzování - ohybová výztuž :

- $h_d = 240\text{mm}$  ,  $c_d = 30\text{mm}$
- předpoklad vyztužení desky :  $\varnothing_{d,x} = 12\text{ mm} \Rightarrow d_x = 240 - 30 - 12 - 6 = 192\text{ mm}$   
 $\varnothing_{d,y} = 12\text{ mm} \Rightarrow d_y = 240 - 30 - 6 = 204\text{ mm}$

### základní výpočetní vzorce :

- poměrný ohybový moment :  $\mu = \frac{m_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$ 
  - $\Rightarrow$  tabulky : poměrná výška tlačené oblasti :  $\xi$
  - $\Rightarrow$  tabulky : poměrné rameno dvojice sil :  $\zeta$
- potřebná plocha výztuže :  $a_{s,req} = \frac{0,8 \cdot b \cdot d \cdot \xi \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$  nebo  $a_{s,req} = \frac{m_{Ed}}{\zeta \cdot d \cdot f_{yd}}$
- skutečná výška tlačené oblasti :  $x = \frac{a_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$
- skutečná poměrná výška tlačené oblasti :  $\xi = \frac{x}{d}$
- max. poměrná výška tlačené oblasti :  $\xi_{max} = 0,45$
- rameno vnitřních sil :  $z = d - 0,4 \cdot x$
- moment únosnosti :  $m_{Rd} = a_s \cdot f_{yd} \cdot z$

### minimální plocha výztuže :

- $a_{s,min} = 0,0015 \cdot b \cdot d_y = 0,0015 \cdot 1000 \cdot 204 = 306\text{ mm}^2 / m$
- $a_{s,min} = 0,26 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot d_y}{f_{yk}} = 0,26 \cdot \frac{2,6 \cdot 1000 \cdot 204}{500} = 275,8\text{ mm}^2 / m$  ..... nedojde ke křehkému lomu
- $a_{s,min} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} = \frac{0,4 \cdot 1,0 \cdot 2,6 \cdot 120000}{500} = 249,6\text{ mm}^2 / m$  .... omezení šířky trhlin
  - vliv rozdělení napětí před vznikem trhliny :  $k_c = 0,4$  ..... ohyb
  - vliv nerovnoměrného rozdělení vlastních napětí :  $k = 1,0$  .....  $h \leq 300\text{ mm}$
  - $f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,6\text{ MPa}$
  - plocha taženého betonu před vznikem trhlin :  $A_{ct} \cong b \cdot \frac{h_d}{2} = 1000 \cdot \frac{240}{2} = 120000\text{ mm}^2$
  - max. napětí ve výztuži po vzniku trhliny :  $\sigma_c = \max f_{yk} = 500\text{ MPa}$

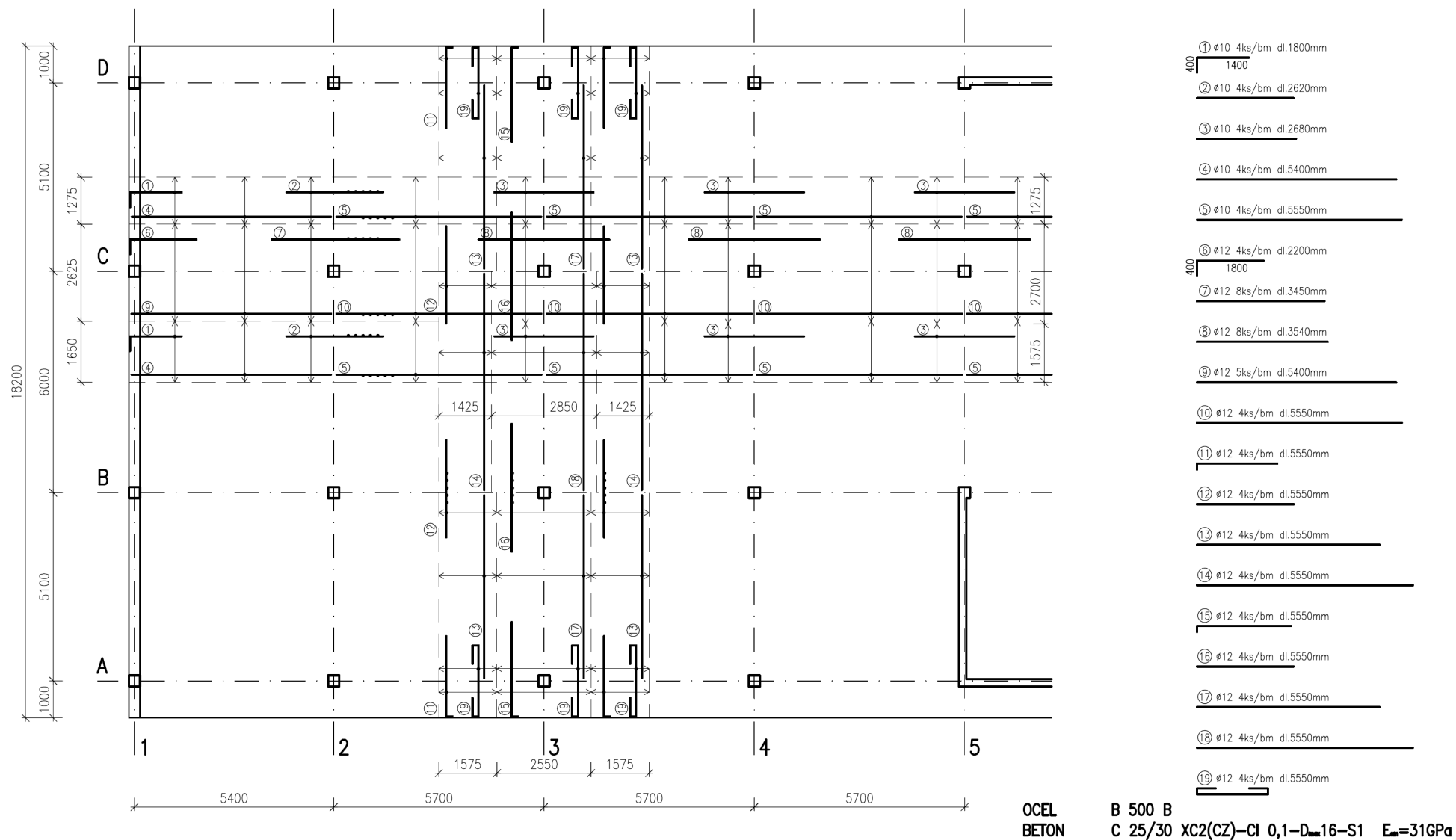
### podmínky únosnosti :

- $m_{Rd} \geq m_{Ed}$
- $\xi \leq \xi_{max} = 0,45$
- $a_{s,min} \leq a_s$

**Dimenzování - ohybová výztuž :**

		$m_{Ed}$ [kN.m/m <sup>2</sup> ]		$\mu$	$\xi$	$a_{s,req}$	NÁVRH	$a_s$	x	x/d	z	$m_{Rd}$	$m_{Rd} > m_{Ed}$
		sloupový pruh	střední pruh										
		[-]	[-]	[mm <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> ]	[mm]	< 0,45	[mm]	[kN.m/m <sup>2</sup> ]					
ve směru x (pruh C)	I (H)	31,349		0,051	0,065	385,6	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,077	186,1	36,604	<b>vyhovuje</b>
			3,873	0,006	0,008	46,5	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>
	II (D)	38,553		0,063	0,081	477,3	<b>5 x <math>\phi</math> 12</b>	565	18,4	0,096	184,6	45,392	<b>vyhovuje</b>
			23,066	0,038	0,048	281,7	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>
	III (H)	62,412		0,102	0,134	790,0	<b>8 x <math>\phi</math> 12</b>	905	29,5	0,154	180,2	70,887	<b>vyhovuje</b>
			18,670	0,030	0,039	227,2	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>
	IV (H)	63,168		0,103	0,136	800,2	<b>8 x <math>\phi</math> 12</b>	905	29,5	0,154	180,2	70,887	<b>vyhovuje</b>
			19,948	0,032	0,041	243,0	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>
	V (D)	29,415		0,048	0,061	361,2	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,077	186,1	36,604	<b>vyhovuje</b>
			18,578	0,030	0,038	226,0	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>
VI (H)	63,168		0,103	0,136	800,2	<b>8 x <math>\phi</math> 12</b>	905	29,5	0,154	180,2	70,887	<b>vyhovuje</b>	
		19,948	0,032	0,041	243,0	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,053	187,9	25,666	<b>vyhovuje</b>	
ve směru y (pruh 3)	K (H)	13,964		0,020	0,025	159,1	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,072	198,1	38,964	<b>vyhovuje</b>
			4,061	0,006	0,007	45,9	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>
	I (H)	36,556		0,053	0,068	423,6	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,072	198,1	38,964	<b>vyhovuje</b>
			1,492	0,002	0,003	16,8	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>
	II (D)	37,619		0,054	0,070	436,3	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,072	198,1	38,964	<b>vyhovuje</b>
			20,302	0,029	0,037	232,3	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>
	III (H)	58,450		0,084	0,110	689,4	<b>8 x <math>\phi</math> 12</b>	905	29,5	0,145	192,2	75,607	<b>vyhovuje</b>
			15,772	0,023	0,029	179,9	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>
	IV (H)	68,479		0,099	0,130	814,5	<b>8 x <math>\phi</math> 12</b>	905	29,5	0,145	192,2	75,607	<b>vyhovuje</b>
			22,826	0,033	0,042	261,7	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>
V (D)	31,947		0,046	0,059	368,9	<b>4 x <math>\phi</math> 12</b>	452	14,8	0,072	198,1	38,964	<b>vyhovuje</b>	
		21,298	0,031	0,039	243,9	<b>4 x <math>\phi</math> 10</b>	314	10,2	0,050	199,9	27,305	<b>vyhovuje</b>	

## Skica výkresu ohybové výztuže :



### Poděkování :

Tento příklad byl zpracován za finanční podpory projektu FRVŠ 905/2011/G1.