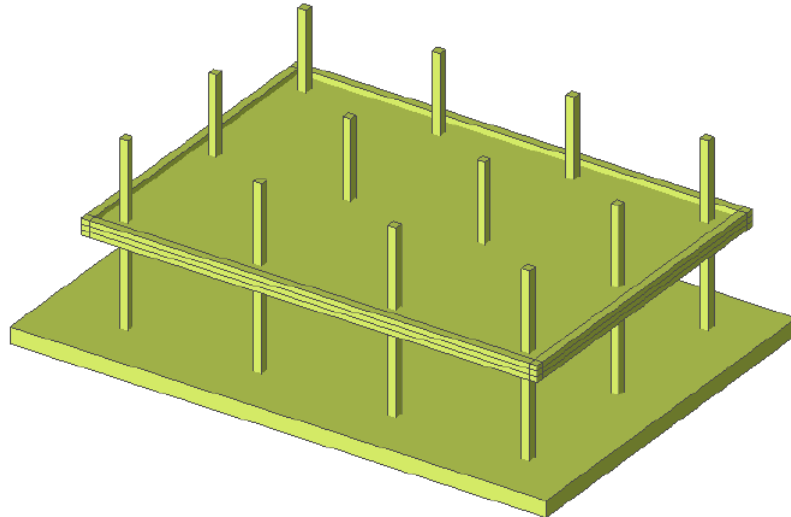


**České vysoké učení technické v Praze
Fakulta stavební
Katedra betonových a zděných konstrukcí**



Analýza metod výpočtu železobetonových lokálně podepřených desek



Vypracoval Ing. Martin Tipka a Ing. Josef Novák v rámci projektu FRVŠ 905/2011/G1

OBSAH :

1	ÚVOD	3
2	PARAMETRY LOKÁLNĚ PODEPŘENÝCH DESEK	4
2.1	Popis konstrukce	4
2.2	Statické působení a konstrukční řešení	7
3	ZJEDNODUŠENÉ METODY VÝPOČTU LOKÁLNĚ PODEPŘENÝCH DESEK	12
3.1	Možnosti výpočtu	12
3.2	Metoda součtových momentů	14
3.2.1	Postup výpočtu metodou součtových momentů	15
3.3	Metoda náhradních rámců	18
3.3.1	Postup výpočtu metodou náhradních rámců	20
3.4	Rozdělení momentů v příčném směru	21
4	OBECNÉ METODY VÝPOČTU LOKÁLNĚ PODEPŘENÝCH DESEK	25
4.1	Patrové výseky, prostorové modely	25
4.2	Teorie desek a desková rovnice	26
4.3	Metoda sítí	27
4.4	Metoda konečných prvků	30
4.4.1	Principy a postup řešení MKP	31
4.4.2	Praktický postup a vyhodnocení výsledků MKP	34
	LITERATURA	36
	PŘÍKLADOVÁ ČÁST - UKÁZKY ŘEŠENÍ, SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ	37
	Příklad č. 1 : Lokálně podepřená železobetonová deska - ukázka řešení metodou součtových momentů	39
	Příklad č. 2 : Obecná lokálně podepřená železobetonová stropní konstrukce	41
	Příklad č. 3 : Lokálně podepřená železobetonová deska s otvorem ve středním pruhu	45
	Příklad č. 4 : Lokálně podepřená železobetonová deska s otvorem ve sloupovém pruhu	48
	Příklad č. 5 : Lokálně podepřená železobetonová deska s výrazně rozdílným rozpětím následujících polí	52
	Příklad č. 6 : Lokálně podepřená železobetonová deska s výrazně rozdílným rozpětím následujících polí	55

1. Úvod

Lokálně podepřené stropní desky představují v současnosti hojně rozšířený druh vodorovných nosných konstrukcí. Z hlediska realizace spočívá jejich oblíbenost především v jednoduchosti návrhu a provádění, kdy odpadá problém složitých konstrukčních detailů. Z hlediska provozu umožňují tyto konstrukce bezproblémové změny vnitřních dispozic i způsobu užívání objektu. V jistých případech lze na jejich jednoduchém tvaru založit i architektonické ztvárnění interiéru, což platí zejména pro kazetovou variantu lokálně podepřených desek. Absence liniových nosných prvků ve skladbě konstrukce umožňuje kromě volné dispozice i menší omezení pro umístění prostupů. V případě používání podhledů lze v prostoru mezi stropem a podhledem vést bezproblémově instalační rozvody, aniž by jejich trasy jakkoli kolidovaly s jinými konstrukčními prvky.

Současná praxe klade vysoké nároky na "správnost a rychlost" řešení, je proto nutné zautomatizovat postupy i pravidla pro výběr nejvhodnější výpočetní metody. V době počítačů není problém sestavovat složité numerické modely, obsahující statisíce až miliony rovnic. Otázkou zůstává, zda ve všech případech má takový způsob řešení smysl. Pro výpočet stropní desky je obecně možné použít libovolnou výpočetní metodu, která dodrží silové a momentové podmínky rovnováhy, podmínky spojitosti přetvoření a podmínky skutečného podepření konstrukce. Složitost výpočetní metody je vhodné volit úměrně složitosti řešené konstrukce.

Následující práce se věnuje problematice stanovení vnitřních sil na lokálně podepřené železobetonové desce a možným přístupům, které lze v této oblasti uplatnit, jejich náročnosti a především výstižnosti z hlediska skutečného chování konstrukce. Celá práce je rozdělena na 2 části - teoretickou a příkladovou. V teoretické části je nejprve charakterizována lokálně podepřená desková konstrukce se všemi svými specifiky a možnými modifikacemi. Jsou zde uvedeny příklady (schémata) používaných konstrukcí a jejich obvyklé parametry. V následujících dvou kapitolách jsou postupně představeny některé ze zjednodušených a obecných metod, používaných pro výpočet vnitřních sil v konstrukci (dále jen výpočet konstrukce) a návrh těchto druhů konstrukce. V rámci tohoto projektu se budeme zabývat pouze ohybovým namáháním desek, tedy zjišťováním a interpretací výsledků potřebných pro návrh ohybové výztuže. Smykové namáhání desek a jeho závislost na různých aspektech není předmětem řešení tohoto projektu.

Každá z uvedených výpočetních metod se vyznačuje jinou mírou obtížnosti a přesnosti řešení a zároveň má svá pravidla a podmínky, za jakých ji lze pro výpočet dané konstrukce použít. Z toho důvodu bylo vybráno několik typů lokálně podepřených desek, na kterých byl objasněn postup výpočtu některými z výše uvedených metod a srovnána jejich vzájemná přesnost a výstižnost. Tato studie je náplní druhé, tedy příkladové části práce. Podrobné řešení vybraných typů konstrukcí tvoří přílohy práce.

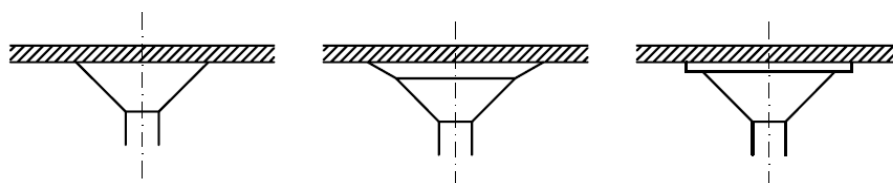
2. Parametry lokálně podepřených desek

2.1 Popis konstrukce

Lokálně podepřené stropní desky představují vodorovné nosné konstrukce, podepřené převážně lokálními prvky, které umožňují přetvoření ve dvou navzájem kolmých směrech (průhybová plocha s dvojitou křivostí). Za lokální podporující prvek považujeme svislou nebo nakloněnou nosnou konstrukci, která v žádném směru nezasahuje dále než do 1/6 rozpětí přilehlého deskového pole. Vlastní deska má obvykle konstantní tloušťku, může však být zesílena tzv. zesilující deskou v oblastech podpor, eventuálně opatřena nízkými deskovými průvlaky, ležícími na spojnicích sloupů. Deska může být uložena na lokálních podporách přímo nebo prostřednictvím hlavic. Hlavice rozšiřují podporu v místě uložení desky a usnadňují tak přenos zatížení z desky do podpory. Rozšíření podpor může být viditelné, nebo skryté v desce.

Nejběžnější typy viditelných hlavic jsou uvedeny na obr. 1 :

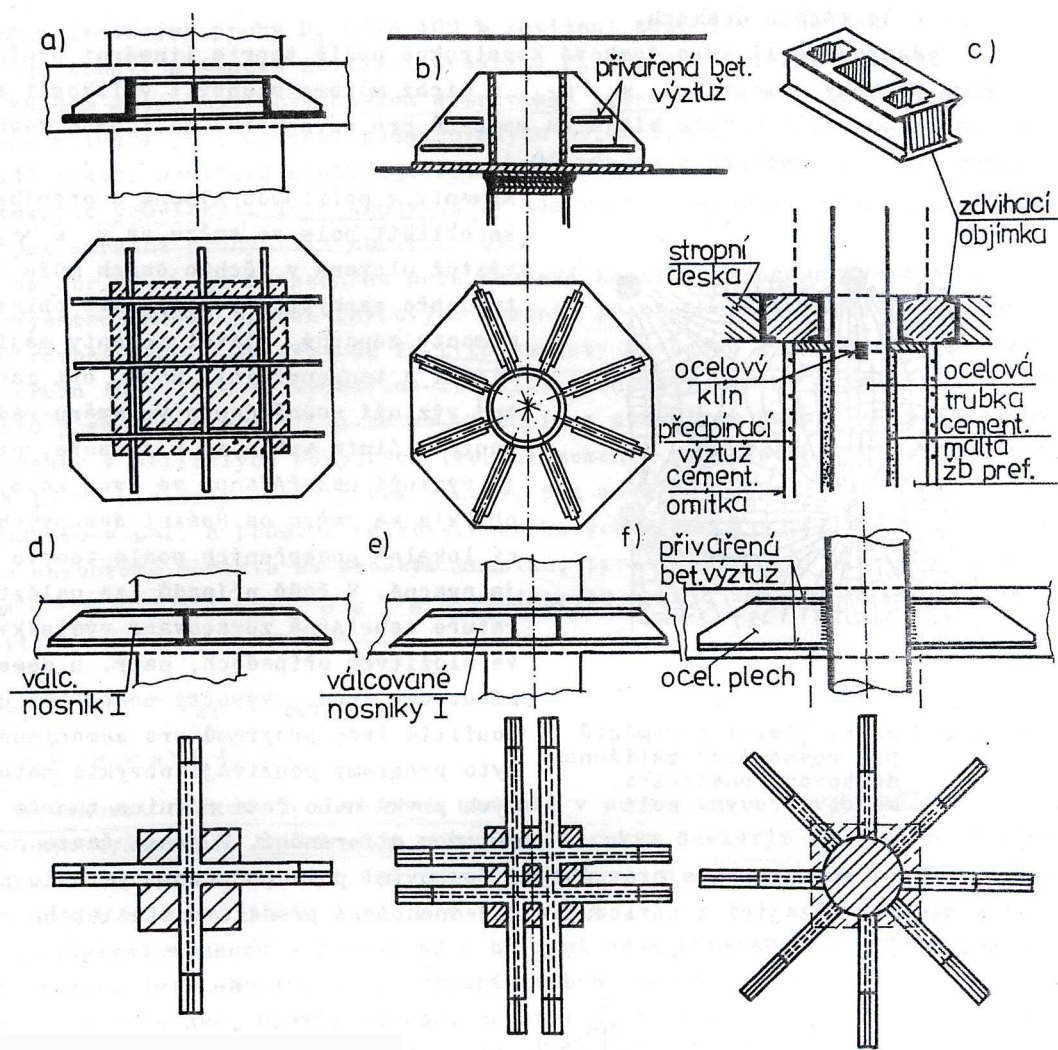
- **hříbová hlavice jednoduchá** - zesílení sloupu ve tvaru komolého kužele nebo jehlanu
- **hříbová hlavice lomená** - skládá se z hříbové hlavic jednoduché a šikmého náběhu desky
- **hříbová hlavice se zesilující deskou** - skládá se z hříbové hlavic jednoduché a zesilující desky



Obr. 1 Typy viditelných hlavic

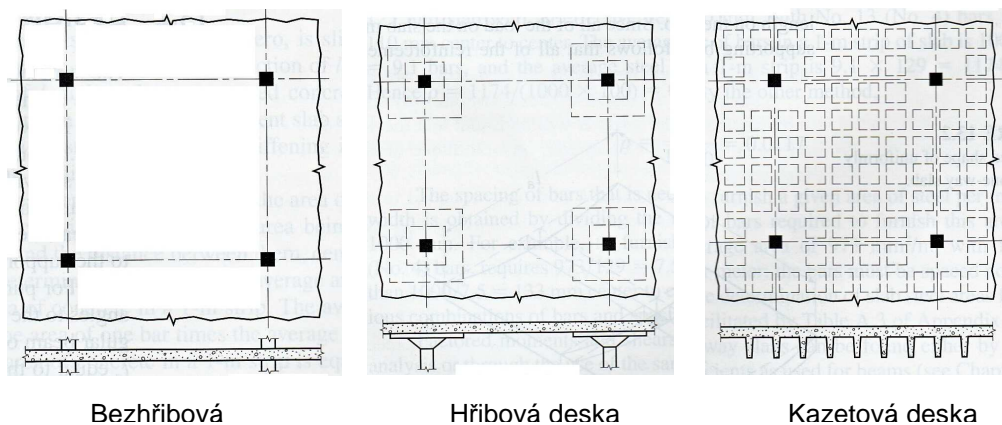
Používané typy skrytých hlavic jsou uvedeny na obr. 2 :

- **manžetová hlavice** - (obr. 2 a,b,c)
 - je tvořena svařovanou, dostatečně tuhou a únosnou manžetou, zvětšující v podstatě úložnou plochu desky
 - hlavice je účinná na protlačení, příspěvek k ohybové únosnosti desky je zanedbatelný
- **roštová hlavice** - (obr. 2 d,e)
 - je tvořena z ocelových většinou válcovaných nosníků, uložených křížem nad sloupem
 - hlavice zlepšuje poměr v uložení a přispívá k ohybové únosnosti desky ve sloupovém pruhu a únosnosti na protlačení
- **žebrová hlavice** - (obr. 2 f)
 - hlavicí představuje svařenec vytvořený z trubky a radiálně uspořádaných žeber - žebra z ocelových plechů musí být opatřena úzkými přírubami
 - hlavice přenáší posouvající sílu i ohybové momenty
- **prefabrikovaná předpjatá hlavice** - vytvořená ovnutím kruhové desky předpjatou výztuží



Obr. 2 Typy skrytých hlavic

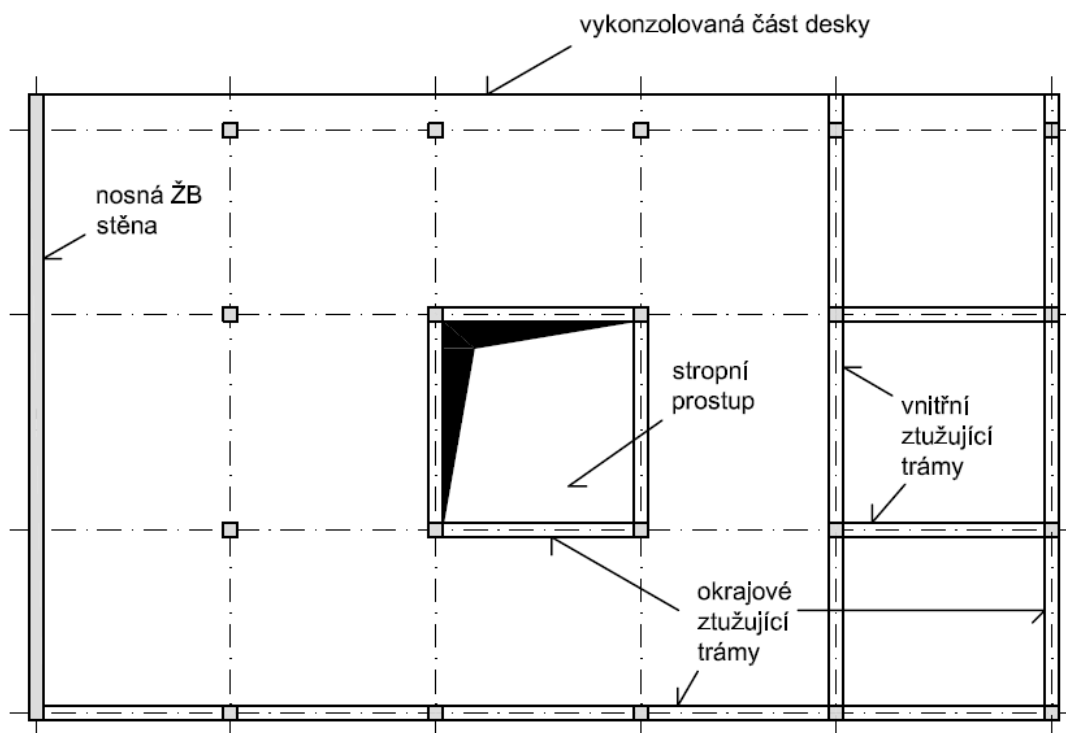
Desky podporované viditelnými (hříbovými) hlavicemi nazýváme **desky hříbové**, desky podporované podpěrami bez viditelných hlavic nazýváme **desky bezhříbové**. Zvláštní druh lokálně podepřených desek představují **desky kazetové**. Jednotlivé typy konstrukcí jsou uvedeny na obr. 3.



Obr. 3 Typy lokálně podepřených desek

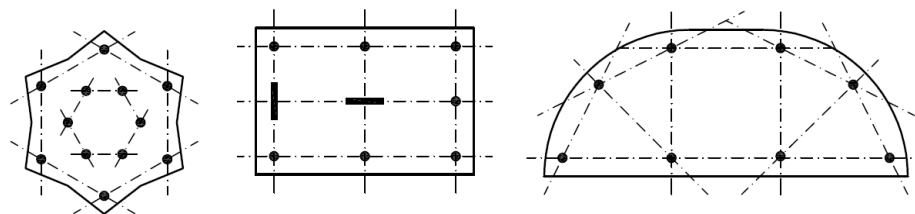
- **bezhřibová deska** - též označovaná jako deska beztrámová nebo bezprůvlaková, představuje lokálně podepřenou desku bez viditelných hlavic, nanejvýš opatřenou hlavicemi skrytými. Z technologického hlediska je výhodné, že taková konstrukce má v celé ploše rovinný pohled.
- **hřibová deska** - na první pohled patrné zesilující hlavice, které tvoří přechod mezi stropní deskou a vlastní svislou nosnou konstrukcí. Optimálním návrhem hlavic lze v případě potřeby výrazně snížit světlé rozpětí deskového pole.
- **kazetová deska** - průřez je při spodním povrchu vylehčen dutinami, čímž vzniká viditelná žebrová struktura stropu. Vzdálenosti žebér jsou tak malé (obvykle do 1,0 m), že je zachováno rovinné působení konstrukce. Tím se kazetové stropy liší od klasických stropů trámových. V okolí podpor se kazety vynechávají. Kazetová deska se vyznačuje v porovnání s plnou deskou výrazně menší ekonomickou i materiálovou náročností a naopak vyšší ohybovou tuhostí (větší konstrukční tloušťka \Rightarrow menší průhyby). Naproti tomu, zvukovou neprůzvučnost je nutné dosáhnout těžkou plovoucí podlahou, příp. zvukově izolačním podhledem.

Lokálně podepřená deska nemusí mít rovinný pohled v celé své ploše, v odůvodněných případech může být doplněna vnitřními či okrajovými ztužujícími trámy (obr. 4). Ztužující trám představuje konstrukční prvek spolupůsobící s deskou a přenášející v závislosti na jeho tuhosti část zatížení do lokálních podporujících prvků (zbývající část zatížení se přenáší do lokálního podporujícího prvku deskovým působením přímo).



Obr. 4 Příklady půdorysného umístění ztužujících trámů

Lokálně podepřené stropní desky mohou mít obecně libovolný půdorysný tvar, umožňují volné vytváření prostupů, výstupků i půdorysných uskoků (obr. 5). Osové vzdálenosti sloupů v jednotlivých směrech by se od sebe neměli příliš lišit, vhodné jsou tři- a vícetraktové konstrukce s překonzolováním desky přes okrajovou řadu sloupů.

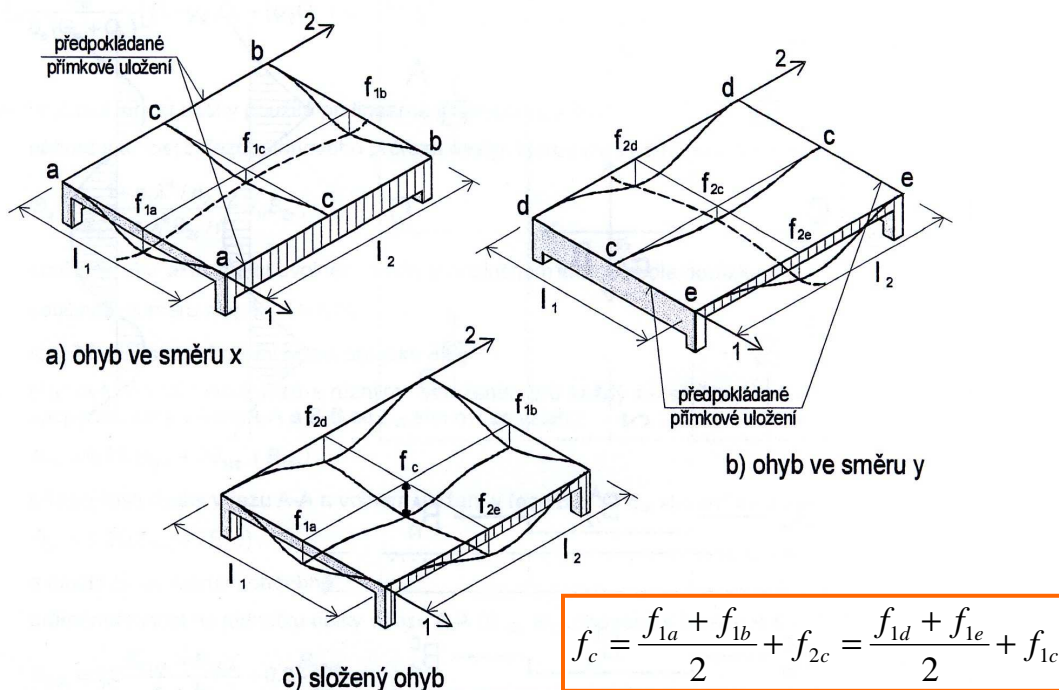


Obr. 5 Příklady půdorysného uspořádání lokálně podepřených desek

V současnosti se tento typ konstrukcí setkává hlavně u výrobců (ale i veřejnosti) s velkou oblibou, především pro svou jednoduchost (technologie) provádění. Díky rovným podhledům odpadá problém složitého bednění, čímž lze výrazně urychlit postup výstavby. I kazetové varianty konstrukce lze docílit jednoduchým rozmístěním bednicích vložek na připravené rovinné bednění. Při porovnání s klasickým trámovým stropem získáváme konstrukci s menší konstrukční výškou, jednodušším bedněním, na druhé straně s větší spotřebou materiálu (beton, ocel).

2.2 Statické působení a konstrukční řešení

Jak již bylo zmíněno v předchozí části, lokálně podepřené stropy řadíme k deskovým konstrukcím působícím ve dvou směrech, tedy konstrukcím, u nichž po zatížení kolmo ke střednicové ploše vzniká průhybová plocha dvojí křivosti. Na rozdíl od desek po obvodě podepřených se u lokálně podepřených desek plošné zatížení nerozděluje do dvou směrů, nýbrž oba směry přenášejí plnou hodnotu zatížení. Výsledná deformace konstrukce je pak součtem deformace v jednom a druhém směru (obr. 6).



Obr. 6 Přibližný výpočet průhybu stropní desky superpozicí deformací

Důsledkem toho jsou větší konstrukční tloušťky stropů ve porovnání s deskami po obvodě podepřenými. **Minimální tloušťka** bezhřibové lokálně podepřené ŽB desky bez zesílení je 160 mm, resp. 1/35 maximálního rozpětí deskového pole, bezhřibové zesílené desky 120 mm. U vylehčených (kazetových) desek je nejmenší tloušťka desky nad vylehčením $a_n/10$, nejméně však 50 mm, kde a_n je světlá vzdálenost líců sousedních žeber. Pokud je nutné desku opatřit smykovou výztuží, její tloušťka musí být větší než 200 mm. Doporučená tloušťka desek u bezhřibové varianty je přibližně 1/33 L, u hřibové varianty 1/35 L.

U bezhřibových stropů bývá pro návrh tloušťky desky rozhodující oblast v bezprostředním okolí sloupů, namáhaná maximálními ohybovými momenty a smykem (protlačení). Za účelem zvýšení bezpečnosti proti protlačení desky sloupem lze vložit nad sloup do desky ocelovou **skrytou hlavici** nebo prefabrikovanou hlavici z betonu, předpjatého ovíjením patentovaným drátem. Ocelovou hlavici oddálíme kritický průřez (v němž se prokazuje bezpečnost proti protlačení desky sloupem) od obvodu sloupu a tím zvětšíme jeho průřezovou plochu, vložením předpjaté hlavičky dosáhneme zlepšení napjatostního stavu v oblasti lokálního podepření desky sloupem (zmenšení velikosti napětí v hlavním tahu).

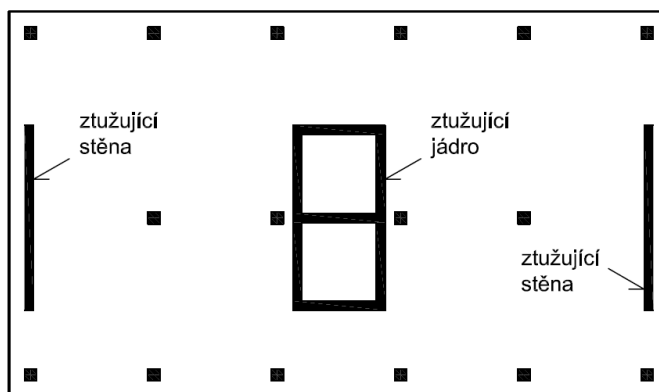
Osová vzdálenost lokálních podpor nevylehčených desek se volí v rozmezí 5 - 9 m (častěji do 7,5m). U vylehčených desek lze hospodárně navrhovat desky do rozpětí 12 m. Sloupy mají obvykle mnohoúhelníkový nebo kruhový průřez, jemuž tvarově odpovídá i tvar případné hlavičky. Ve výpočtech je povoleno kruhové a n-úhelníkové sloupy nahrazovat :

- a) čtvercovými se stejným obsahem - pro veškerá statická posouzení kromě protlačení
- b) čtvercovými se stejným obvodem - pro posouzení protlačení

Na základě rozboru statického působení se doporučuje, aby deska byla vyložena za spojnicí os okrajových sloupů o 0,15 - 0,25 násobek rozpětí přilehlého deskového pole.

Lokálně podepřené desky (hlavně hřibová varianta) se vyznačují relativně **velkou únosností**, proto se používají se hlavně ve výrobních a skladovacích objektech, ale i ve stavbách občanských a administrativních. Bezhřibové desky je hospodárné navrhovat pro menší hodnoty proměnného zatížení, v rozmezí 1,5 - 5,0 kN/m². Hřibové desky jsou vhodné i pro nahodilá zatížení přesahující 10,0 kN/m². Pro mezilehlé hodnoty nahodilého zatížení posoudíme možnost použití desek se ztužujícími trámy. Hřibové stropy jsou ze statického hlediska velmi výhodné, zejména v případech, kdy má stropní deska přenášet účinky zatížení lokálně působícími břemeny (roznášení zatížení do obou směrů pnutí desky) - roznášecí šířka je závislá na tloušťce desky a rozponech, které jsou zpravidla větší než u trámových stropů.

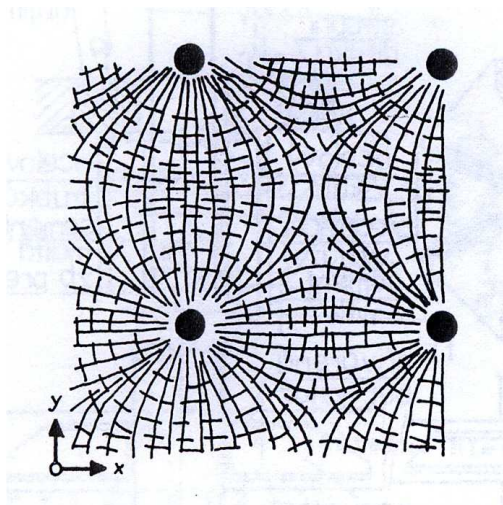
Z hlediska prostorové stability představuje objekt s lokálně podepřenými stropy velmi měkkou konstrukci a musí být doplněn **ztužujícími stěnami** (obr. 7). Dostatečná odolnost proti působení vodorovných složek zatížení je základním předpokladem správného návrhu konstrukce.



Obr. 7 Schéma ztužení železobetonového skeletu

S tím souvisí i velikosti a poloha prostupů ve stropní desce. **Prostupy** v deskové konstrukci se musí umístit tak, aby přerušovaly co nejmenší počet prutů ohybové výztuže v obou směrech. Přerušená výztuž se musí nahradit po stranách prostupu. V oblasti křižujících se středních pruhů (vysvětleno dále) nesmí být prostupy přerušeny pás širší než 1/2 šířky příslušného pruhu. V oblasti křižujících se sloupových pruhů (vysvětleno dále) nesmí být prostupy přerušeny pás širší než 1/8 šířky příslušného pruhu. V oblasti společně křižujícímu se pruhu sloupovému a střednímu nesmí být prostupy přerušeny pruh širší než 1/4 šířky příslušného pruhu.

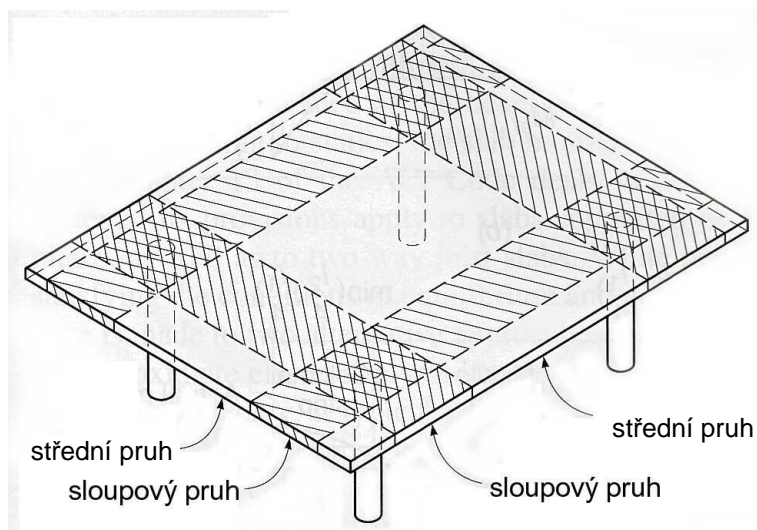
V praxi se často vyskytují lokálně podepřené desky s pravoúhelníkovými (obdélníkovými nebo čtvercovými) poli, proto statické chování a vyšetřování bude vysvětleno na těchto deskách. Vyšetřujeme-li deskové konstrukce podle lineární teorie pružnosti, obdržíme průběhy momentů m_x , m_y , m_{xy} , z nichž můžeme stanovit velikosti a směry hlavních momentů. Průběh hlavních momentů pro rovnoměrně zatíženou desku se čtvercovými poli je znázorněn na obr 8.



Obr. 8 Směry hlavních napětí rovnoměrně zatížené lokálně podepřené desky

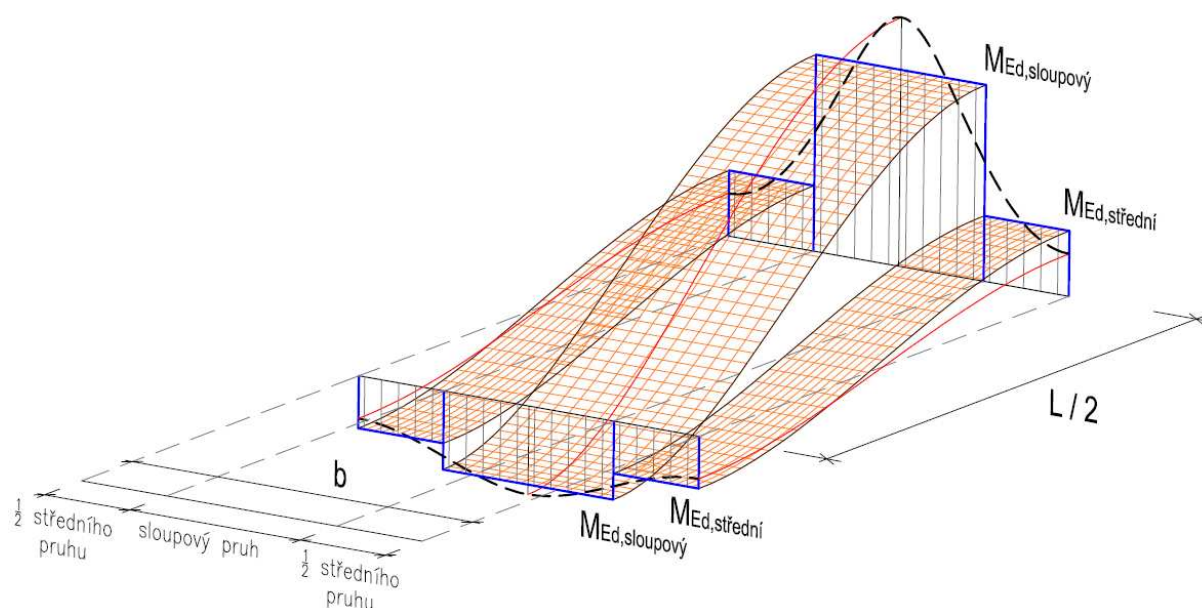
Momenty v poli jsou kladné a probíhají ve velké oblasti pole ve směru os x a y , takže výztuž uložená ve směru těchto os může tyto momenty dobře zachytit. V podporové oblasti jsou momenty záporné, hlavní momenty mají směr radiální a tangenciální. Mohou být zachyceny buď výztuží uspořádanou ve směru radiálním a tangenciálním vzhledem k podpoře, nebo častěji výztuží uspořádanou ve dvou kolmých směrech, obvykle ve směru os.

Z tvaru deformace lokálně podepřené desky je patrné, že v každém směru musí být deskou přeneseno 100% působícího zatížení. Vyšetřujeme-li průběh ohybových momentů, je zřejmé, že se tyto momenty budou koncentrovat do oblastí s větší ohybovou tuhostí. Na základě rozložení trajektorií hlavních napětí (obr. 8) a analogie s deskou po obvodě podepřenou lze vysledovat, že části desky ležící v okolí spojnic lokálních podpor vykazují výrazně vyšší ohybovou tuhost než ostatní části konstrukce. Pro účely výpočtu ohybových momentů je proto možné rozdělit deskovou konstrukci na tzv. sloupové a střední pruhu (obr. 9). Sloupové pruhu představují jakési skryté průvlaky (větší stupeň vyztužení než ostatní části desky) a vynášejí středové části polí (střední pruhu). Vzájemný poměr šířky sloupových a středních pruhů může být do jisté míry diskutabilní otázkou. Starší předpisy zaváděly do výpočtů šířku sloupového i středního pruhu stejnou hodnotou, rovnou $L_2/2$, kde L_2 je rozpětí deskového pole ve směru kolmém ke směru, který staticky vyšetřujeme. Podle novějších směrnic i podle ČSN 73 1204 je rozhodující pro stanovení šířky sloupového (a tím i středního) pruhu kratší rozpětí pole (L_1 nebo L_2).



Obr. 9 Rozdělení konstrukce na sloupové a střední pruhy

Podíváme-li se na průběh ohybových momentů na desce, stanovený pomocí pružného výpočtu, zjistíme, že tento je po šířkách pruhů výrazně proměnný (obr. 10). Skutečné rozdělení momentů v příčném směru (tj. ve směru kolmém k vyšetřovanému rozpětí L) lze charakterizovat spojitou funkcí s maximálními pořadnicemi co do absolutní hodnoty uprostřed sloupového pruhu a s minimálními pořadnicemi uprostřed pruhů středních (na obr. 10 vyznačeny silnou čárkovanou čarou). Tyto teoretické spojitě funkce příčného rozdělení podporových a mezipodporových momentů se pro účely dimenzování podélné nosné výztuže nahrazují zjednodušenými stupňovitými čarami (na obr. 10 plnou modrou čarou), jejíž pořadnice se stanoví podle příslušných předpisů v závislosti na charakteru konstrukčního systému, případně na faktorech lokálního charakteru, ovlivňujících příčné rozdělení výztuže (např. vliv ztužujících rámu, úprava při prostupech, nutnost zesílení výztuže v úzkém pruhu nad podporou apod.).



Obr. 10 Přípustná idealizace průběhu dimenzačních ohybových momentů

Takto stanovené momenty již lze považovat za ohybové momenty dimenzační (při zanedbání momentů kroutících) a je možné přistoupit k procesu dimenzování ohybové výztuže. Lokálně podepřené desky lze vyztužovat vázanou výztuží nebo výztuží ve formě sítí. Při návrhu výztuže je nutné dodržet konstrukční zásady - především minimální plochu výztuže a maximální přípustné vzdálenosti výztužných prutů. Kotevní délky, potažmo délky výztuží pro jednotlivé části desky lze jednoduše stanovit podle následující tabulky (tab. 1).

Pruh	Poloha výztuže	Minimální vyztužení průřezu	Bez zesílené hlavice	Se zesilující hlavicí
Sloupový pruh	Horní výztuž	50 % zbývající		
	Dolní výztuž	100 %		
Mezisloupový pruh	Horní výztuž	100 %		
	Dolní výztuž	50 % zbývající		

Tab. 1 Minimální délky ohybové výztuže u lokálně podepřené desky

Řešení deskových lokálně podepřných konstrukcí podle teorie pružnosti je pracné, proto se v praxi uplatňují dva možné přístupy:

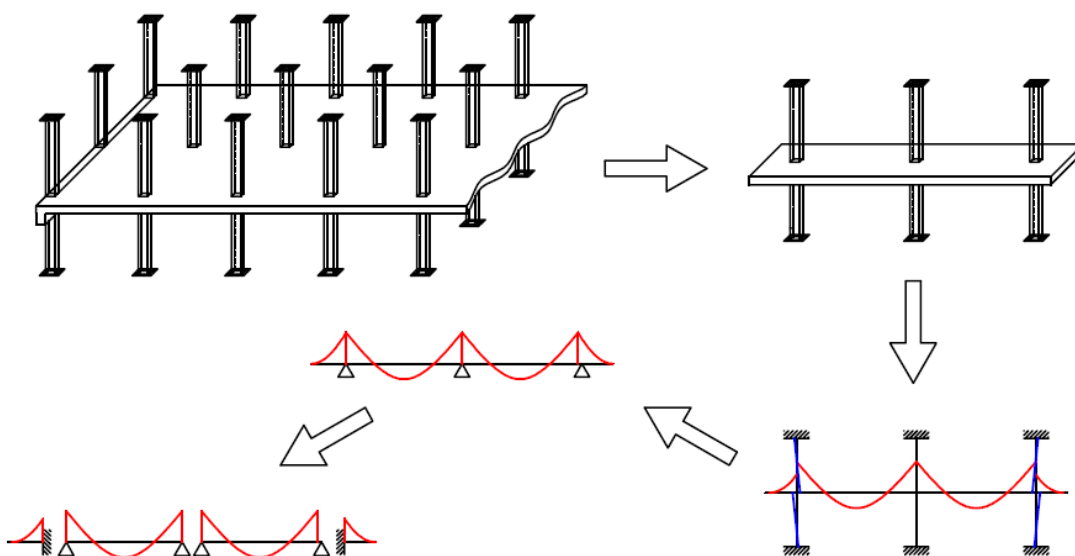
- řešení pomocí **zjednodušených metod** uvedených v technických předpisech, vycházející z určitých představ statického chování (viz kapitola 3)
- řešení numerické** pomocí výpočetní techniky - převážně metoda konečných prvků (viz kapitola 4)

3 ZJEDNODUŠENÉ METODY VÝPOČTU LOKÁLNĚ PODEPŘENÝCH DESEK

3.1 Možnosti výpočtu

Jak bylo uvedeno na konci předchozí kapitoly, klasický výpočet, založený na teorii pružnosti, je pro analýzu lokálně podepřených desek příliš komplikovaný a ve výsledku stejně nepostihuje v dostatečné míře skutečné chování konstrukce. Z toho důvodu se v minulosti hledaly cesty, jak tento postup obejít. V době, kdy nebyla dostupná výpočetní technika známá z dnešní doby, byly sestaveny přibližné metody pro analýzu a návrh lokálně podepřených deskových konstrukcí. Tyto metody mají jisté omezující podmínky použití, ale ve své době byly aplikovatelné na většinu realizovaných konstrukcí. S rozvojem stavebních technologií, výpočetní techniky a nástupem nekonvenčních, někdy až bizarních architektonických návrhů ustupují tyto metody mírně do pozadí, neboť konstrukce začínají být značně nepravidelné a obsahují množství speciálních konstrukčních detailů. Přesto není jediný důvod, nepoužít zjednodušené metody výpočtu v případě jednodušších a pravidelných konstrukcí. Zkušený konstruktér tak má možnost během poměrně krátké doby navrhnout většinu konstrukčních prvků, aniž by musel sestavovat složité, v dnešní době tak "oblíbené" počítačové modely. Celý výpočet je výrazně průhlednější a tudíž se snáze eliminují případné chyby. V případě, že už se počítačový model sestavuje, poskytují zjednodušené metody snadný prostředek pro ověření reálnosti výstupů numerického řešení.

Zjednodušené metody spočívají především v použití zjednodušeného výpočetního modelu. Zatímco obecné metody pracují s konstrukcí jako celkem a vyžadují tedy složité (prostorové) modely, náročné na numerický aparát i čas, při použití zjednodušených metod většinou konstrukci rozdělíme na několik konstrukčních částí, které se v celé konstrukci pravidelně opakují (obr. 11). Tato opakovatelnost je podstatou celého návrhu, neboť výsledky získané z konstrukčního výseku lze jednoduše aplikovat na ostatní části konstrukce. Řešení na konstrukčním segmentu bývá značně jednodušší, rychlejší, přičemž získané výsledky jsou, při respektování jistých pravidel a omezení, srovnatelné s náročnými obecnými metodami. Z toho důvodu nacházejí zjednodušené metody uplatnění i v dnešní době, kdy je v navrhování běžné používání výpočetní techniky.



Obr. 11 Proces zjednodušování výpočetního modelu

Obecně je možné silové a přetvárné účinky zatížení deskových konstrukcí určit jakoukoli metodou založenou na podmínkách rovnováhy a spojitosti přetvoření, respektující skutečné podmínky podepření konstrukce. S přihlédnutím k posuzovanému meznímu stavu lze použít zejména metod založených na následujících teoriích :

- **teorie lineární pružnosti**
 - založena na Hookově zákonu
 - možnost použití pro výpočet MSÚ i MSP
- **teorie lineární pružnosti s možnou redistribucí vnitřních sil**
 - možná redistribuce pružně stanovených ohybových momentů od svislého zatížení až o 15%, momentů od rovnoměrné změny teploty a smršťování až o 25%, nemožná redistribuce momentů od vodorovného a mimořádného zatížení a nemožná redistribuce u konstrukcí namáhaných na únavu
 - možnost použití pro výpočet MSÚ i MSP
- **teorie nelineární pružnosti**
 - po překročení meze úměrnosti přestává platit Hookův zákon
 - možnost použití pro výpočet MSÚ i MSP
- **teorie plasticity (mezní plastické rovnováhy)**
 - nutnost přihlížet k přetvárným možnostem jednotlivých průřezů
 - možnost použití pouze pro výpočet MSÚ
 - bezpodmínečně nutná kontrola MSP
- **teorie fyzikální nelinearity**
 - nelineární závislost mezi ohybovým (resp. kroutícím) momentem a křivostí ohybové čáry (resp. zkroucením)
 - účinky příčných a osových sil u železobetonových prvků možné zanedbat
 - nelineární závislost mezi ohybovým momentem a křivostí ohybové čáry možné nahradit trilineární závislostí - nutné přihlížet k přetvárným vlastnostem konstrukce po vzniku trhliny a velikosti maximálních nepružných přetvoření, která jsou jednotlivé průřezy schopny přenést

Zjednodušené (přibližné) výpočetní metody lze použít pouze u deskových konstrukcí, jež splňují následující **kritéria** :

- pravoúhelníková desková pole s poměrem rozpětí pole max. 2:1
- zatížení pouze statická (ne dynamická a únavová)
- požadavky na poměrnou tuhost případných obvodových ztužujících trámů

$$0,2 < \frac{\alpha_1 \cdot l_2^2}{\alpha_2 \cdot l_1^2} \quad , \text{ kde}$$

α_1, α_2 jsou součinitele spolupůsobení ztužujících trámů s deskou podle článku 8.2.16 normy ČSN 73 1201 ve směrech 1 a 2

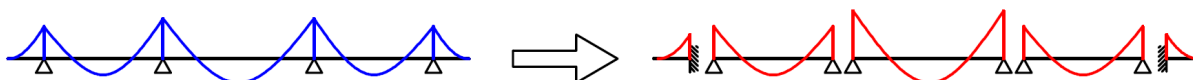
l_1, l_2 jsou rozpětí pravoúhelníkového deskového pole ve směrech 1 a 2

- deska musí být ztužená ztužujícími prvky (jádro, stěny) proti účinkům vodorovného zatížení (vítr) \Rightarrow sloupy budou přenášet pouze účinky svislého zatížení

Z hlediska ohybového namáhání používá praxe 2 přibližné metody řešení - **metodu součtových momentů** (viz kapitola 3.2) a **metodu náhradních rámců** (viz kapitola 3.3). Obě metody vedou ke stanovení celkových podporových a mezipodporových momentů, které jsou následně rozděleny podle určitých zásad do jednotlivých vyšetřovacích pruhů.

3.2 Metoda součtových momentů

Metoda součtových momentů je jednou z používaných přibližných metod výpočtu desek působících ve dvou směrech a stejně jako ostatní metody je založena na principu vyjmutí deskového segmentu z konstrukce. V tomto případě se jedná o pás desky, příslušející jedné řadě sloupů, který v líniovém pojetí představuje spojitý nosník. Tento spojitý nosník je dále rozdělen na dílčí segmenty (každý dílčí segment představuje jedno deskové pole), které jsou následně řešeny nezávisle na sobě (obr. 12). Použitím metody součtových momentů vyloučíme z výpočtu svislé nosné konstrukce a automaticky předpokládáme, že tyto přeberou rozdíl v napjatosti koncových průřezů sousedních segmentů.



Obr. 12 Model konstrukce pro metodu součtových momentů

Kromě již uvedených podmínek pro zjednodušené metody musí být pro použití metody součtových momentů splněny následující **doplňující podmínky** :

- **desková konstrukce** je v celém rozsahu **železobetonová**, event. s ocelovými nebo předpjatými hlavicemi
- v obou hlavních směrech jsou **alespoň 3 desková pole**
- **rozpětí následných** deskových **polí** se neliší o více než 1/3 kratšího rozpětí
- **sloupy nejsou vychýleny** z modulových **os více než 10%** daného rozpětí
- konstrukce je zatížena **pouze svislým zatížením**, rovnoměrně rozděleným po celém deskovém poli
- **užitné zatížení** $q_k \leq 2,2 \cdot g_k$
- **tloušťka desky** $h_s \geq h_{s,\text{lim}}$, kde $h_{s,\text{lim}}$ je vymežující tloušťka desky daná vztahem 3.2.1 z normy ČSN 73 1204
- silové **účinky zatížení** stanovené metodou součtových momentů **nelze dále upravovat** (např. **redistribucí**)
- konstrukce se vyšetřuje ve dvou vzájemně se kolmo křížujících sloupových směrech

Metoda součtových momentů představuje výpočetně nejjednodušší variantu přibližných metod. Zjednodušené výpočtové modely a idealizace, používané v průběhu jejího výpočtu, spolu s uvedenými omezujícími podmínkami předurčují tuto metodu spíše k výpočtům pravidelných skeletů bez komplikovanějších konstrukčních detailů.

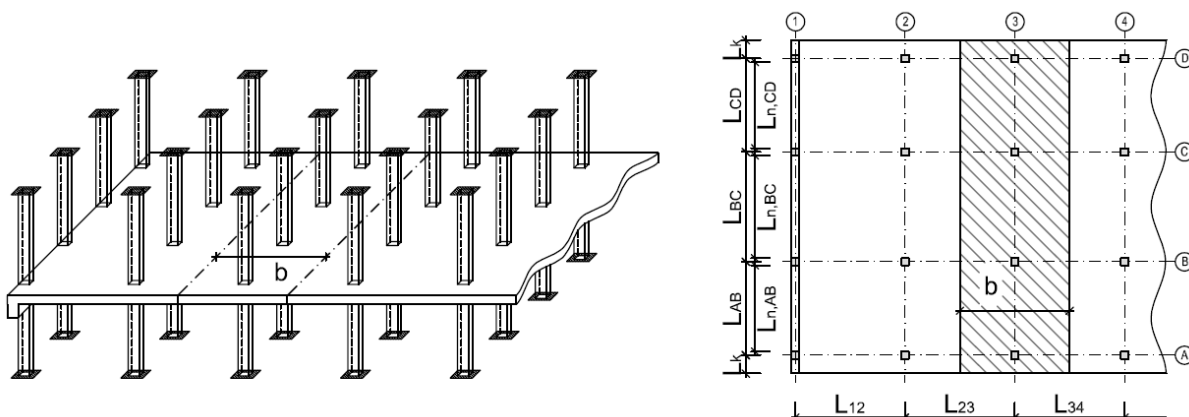
POZN : Aby nemohlo dojít k nedopatření záměnou indexů, budeme nadále označovat rozměry a statické veličiny ve směru, který staticky vyšetřujeme (tj. ve směru navrhované výztuže) indexem 1, v příčném směru indexem 2. Každý směr řešíme odděleně, avšak podle stejných zásad.

3.2.1 Postup výpočtu metodou součtových momentů

Postup výpočtu metodou součtových momentů lze rozdělit do následujících kroků :

1. provedení výseku konstrukce :

Konstrukci je nutné rozdělit v obou hlavních směrech na jednotlivé pásy příslušející vždy jedné řadě sloupů. Šířka pásu obvykle odpovídá vzdálenosti os polí ležících po stranách spojnice podpor vyšetřované řady sloupů (obr. 13). Každý pás se následně vyšetřuje samostatně.



Obr. 13 Výsek konstrukce pro výpočet metodou součtových momentů

2. výpočet celkového součtového momentu :

Celkový součtový moment na konkrétním dílčím segmentu odpovídá součtu max. momentu v poli a průměru momentů v přilehlých podporách (obr. 14). Hodnotu takového momentu lze stanovit jednoduše, jako hodnotu maximálního momentu na prostém nosníku. V případě spojitého rovnoměrného zatížení činí tato hodnota :

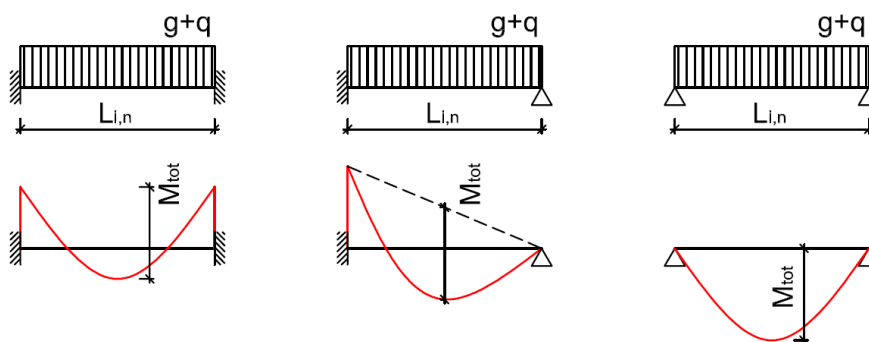
$$M_{tot} = \frac{1}{8} \cdot (\sum g_d + \sum q_d) \cdot b \cdot L_{i,n}^2 \quad [kN \cdot m], \text{ kde}$$

$\sum g_d$ je součet návrhových hodnot všech plošných rovnoměrných stálých zatížení desky

$\sum q_d$ je součet návrhových hodnot všech plošných rovnoměrných proměnných zatížení desky

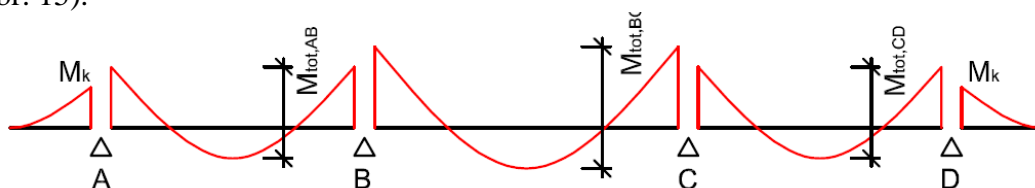
b je šířka vyšetřovaného pásu desky

$L_{i,n}$ je světlá vzdálenost podpor ve vyšetřovaném směru



Obr. 13 Stanovení hodnoty celkového součtového momentu

Tento výpočet provádíme zvlášť pro každý dílčí segment řešeného sloupového pásu (obr. 15).



Obr. 15 Výpočet celkových součtových momentů na jednotlivých dílčích segmentech

3. rozdělení celkového součtového momentu na momenty v podporách a v poli :

Na základě okrajových geometrických podmínek (idealizovaný způsob podepření) je nutné celkové součtové momenty jednotlivých dílčích segmentů rozdělit na momenty v podporách (celkové záporné momenty) a moment v poli (celkové kladné momenty).

Rozdělování ve vnitřním poli probíhá podle následujících pravidel :

- celkový záporný moment : $M_h = 0,65 \cdot M_{tot}$
- celkový kladný moment : $M_d = 0,35 \cdot M_{tot}$

Rozdělování v krajním poli se provádí pomocí součinitelů γ : $M_{h,d} = \gamma \cdot M_{tot}$

- součinitel pro jednotlivé případy se určí podle následující tabulky (tab. 2)

	Hodnoty γ pro krajní pole deskového pásu, pokud				
	okraj desky prostě uložen	deska má ztužující trámy ve všech sloupových pruzích	deska nemá vnitřní ztužující trámy		okraj desky je vetknut
			bez okrajového ztužujícího trámu	s okrajovým ztužujícím trámem	
Celkový záporný moment u krajní podpory	0	0,16	0,26	0,30	0,65
Celkový kladný moment v krajním poli	0,63	0,57	0,52	0,50	0,35
Celkový záporný moment u první vnitřní podpory	0,75	0,70	0,70	0,70	0,65

Tab. 2 Hodnoty součinitele γ pro krajní deskové pole

Pokud je deskový pás vyložen ve směru určovaných momentů před krajní podporu (moment na konzole M_c), pak je nutné celkový záporný moment z vnitřní strany krajní podpory určit interpolací následovně :

- při $|M_c| = 0,65 \cdot M_{tot}$ lze krajní podporu považovat za vnitřní $\Rightarrow M_h = 0,65 \cdot M_{tot}$
- při $|M_c| = 0$ se moment určí pomocí součinitele γ , uvedeného v tabulce 2
- \Rightarrow pro mezilehlé hodnoty M_c je nutné interpolovat (lineární interpolace)
- při $|M_c| > 0,65 \cdot M_{tot}$ je nutné použít metodu náhradních rámců (viz kapitola 3.3)

Jestliže je součet všech plošných stálých zatížení $\sum g_d$ menší než dvojnásobek součtu všech plošných proměnných zatížení $\sum q_d$ a platí, že $\alpha_c = \frac{\sum K_c}{\sum (K_s + K_b)} \leq \alpha_{c,\min}$, pak se celkový kladný moment v poli musí vynásobit **zvětšovacím součinitelem δ** :

$$\delta = 1 + \frac{2 - \frac{g_d}{q_d}}{4 + \frac{g_d}{q_d}} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{c,\min}} \right), \text{ kde}$$

$\sum K_c$ je součet ohybových prutových tuhostí lokálních podporujících prvků nad deskou a pod deskou

$\sum (K_s + K_b)$ je součet ohybových prutových tuhostí desek šířky **b** a ztužujících trámů, ve směru vyšetřovaných ohybových momentů

$\alpha_{c,\min}$ je součinitel daný následující tabulkou (tab. 3)

$\sum g_d / \sum q_d$	L_2 / L_1	Hodnoty $\alpha_{c,\min}$ pro $\alpha = (E_{bb} \cdot I_b) / (E_{bs} \cdot I_s)$				
		0	0,5	1,0	2,0	4,0
2,0	0,5 až 2,0	0	0	0	0	0
1,0	0,5	0,6	0	0	0	0
	0,8	0,7	0	0	0	0
	1,0	0,7	0,1	0	0	0
	1,25	0,8	0,4	0	0	0
	2,0	1,2	0,5	0,2	0	0
0,50	0,5	1,3	0,3	0	0	0
	0,8	1,5	0,5	0,2	0	0
	1,0	1,6	0,6	0,2	0	0
	1,25	1,9	1,0	0,5	0	0
	2,0	4,9	1,05	0,8	0,3	0
0,33	0,5	1,8	0,5	0,1	0	0
	0,8	2,0	0,9	0,3	0	0
	1,0	2,3	0,9	0,4	0	0
	1,25	2,8	1,5	0,8	0,2	0
	2,0	13,0	2,6	1,2	0,3	0,3

POZN: Jestliže má souč. α rozdílnou hodnotu pro dvě desková pole přilehlé ke sloupu, uvažuje se průměrnou hodnotou.

Tab. 3 Hodnoty součinitele $\alpha_{c,\min}$

4. rozdělení momentů v příčném směru do sloupového a středních pruhů

5. přepočítání momentů na běžný metr šířky desky

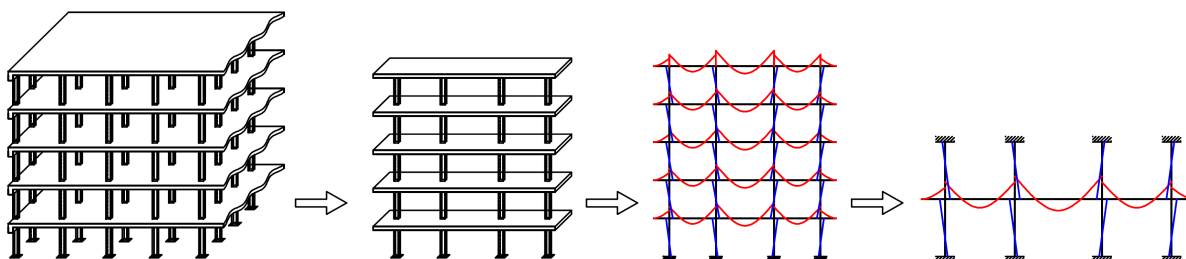
6. dimenzování

Body 4 - 6 budou popsány v kapitole 3.4 společně pro metodu součtových momentů a metodu náhradních ráhů.

3.3 Metoda náhradních rámu

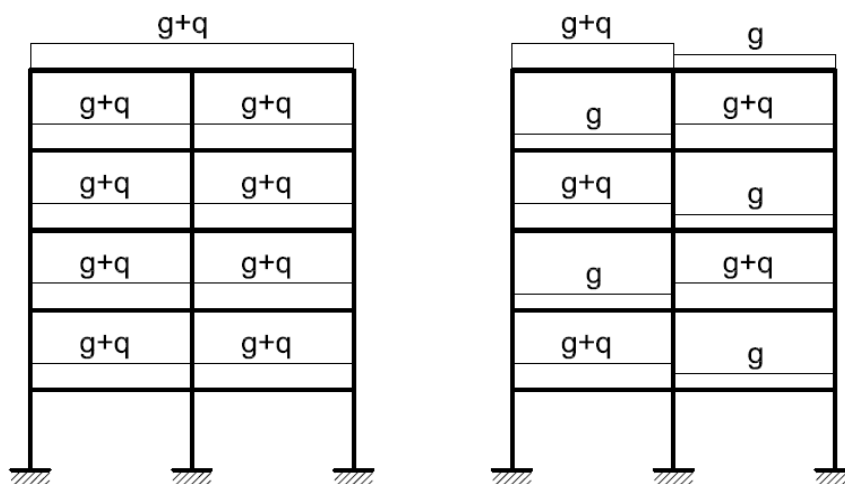
U konstrukcí, kde je deska spojena s podporujícími prvky tak, že toto spojení je schopno přenášet ohybové momenty, se metodou **náhradních rámu** vyšetřují krajní a střední náhradní rámy probíhající ve směrech sloupových řad a tvořící dva vzájemně se kolmo křížící systémy náhradních rámu. Jestliže spojení desky s podporujícími prvky není zajištěno, vyšetřují se namísto náhradních rámu **náhradní spojitě nosníky**.

Každý náhradní rám se vyšetřuje jako celek (po celé výšce objektu). Je-li však náhradní rám zatížen pouze svislým zatížením (vodorovné zatížení přenáší ztužující systém objektu), lze vyšetřovat odděleně každé podlaží v rámovém výseku. V takovém případě je rámový výsek tvořen deskovou příčlím a přilehlými podporujícími prvky nad a pod deskovou příčlím, dokonale vetknutými v úrovních sousedních podlaží (obr. 16).



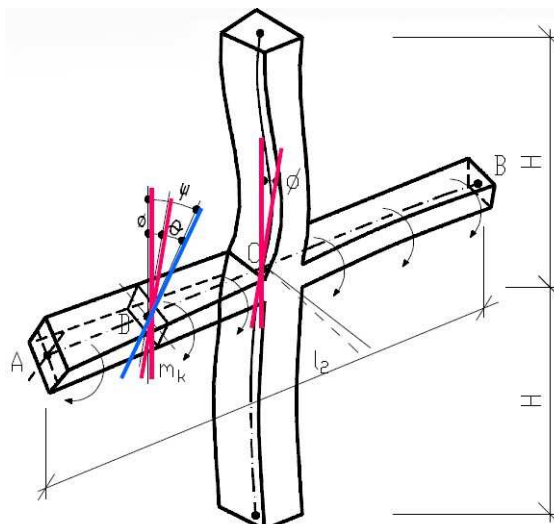
Obr. 16 Možnosti zjednodušení výpočetního modelu

Metoda náhradních rámu umožňuje zavedení vlivu střídavého proměnného zatížení (šachovnicové uspořádání užitého zatížení), čímž se přibližuje více reálnému chování konstrukce (obr. 17).



Obr. 17 Symetrická a nesymetrická kombinace zatěžovacích stavů

Při vyšetřování průběhu vnitřních sil na náhradním rámu je nutné respektovat vliv proměnné hodnoty momentů setrvačnosti deskové příčle a podporujících prvků po své délce a také vliv připojených kroucených prvků (viz ČSN 73 1201, kapitola 8.7). Za kroucené prvky v tomto smyslu lze považovat prvky připojené k podporujícím prvkům v rovině stropní konstrukce, kolmo ke směru vyšetřovaných ohybových momentů a zasahující až ke středním pásům deskových polí přilehlých ke spojnici podpor (obr. 18). Desková konstrukce namáhá tyto prvky kroucením.



Obr. 18 Kroucený prvek

Při řešení náhradního rámu na účinky svislého zatížení je možné užít koncepce náhradního sloupu, spojujícího tuhost podporujícího prvku a kroucených prvků ve složeném prvku. Náhradní sloup je tedy tvořen lokálními podporujícími prvky nad a pod deskovou příčlím a k nim připojenými kroucenými prvky ležícími v rovině deskové příčle kolmo k rovině vyšetřovaných momentů. Poddajnost náhradního sloupu je rovna součtu poddajností lokálních podporujících prvků :

$$\frac{1}{\sum K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t} \quad \text{resp.} \quad \sum K_{ec} = \frac{\sum K_t \cdot \sum K_c}{\sum K_t + \sum K_c} \quad , \text{ kde}$$

$\sum K_{ec}$ je ohybová tuhost náhradního sloupu

$\sum K_t$ je součet tuhostí kroucených prutů připojených ke sloupu kolmo ke směru vyšetřovaných momentů

$\sum K_c$ je součet ohybových prutových tuhostí lokálních podporujících prvků (nad a pod deskovou příčlím)

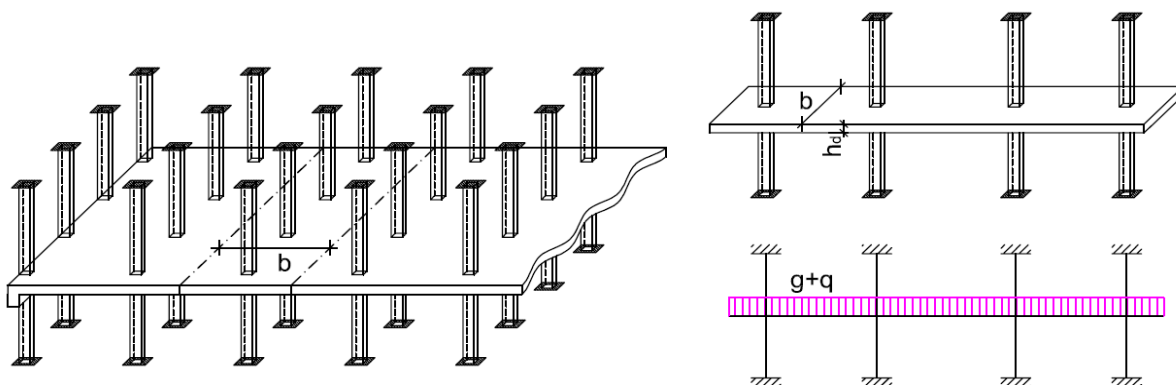
Metoda náhradních rámu se používá především pro přibližný výpočet pravidelných konstrukcí, jež nesplňují doplňující požadavky pro méně pracnou metodu součtových momentů. Na rozdíl od metody součtových momentů zohledňuje tuhosti jednotlivých podpůrných prvků (sloupy přiléhající ke spodnímu a hornímu líci stropní desky). Při nedostatečném vodorovném ztužení objektu a použití patrového rámového výseku však může docházet vlivem chybně předepsaných okrajových podmínek sloupů k nepřesnostem ve výpočtu. Vetknutím konců sloupů je bráněno reálným vodorovným patrovým posunům (posunům stropních rovin přilehlých podlaží), což se projevuje značným podceněním ohybových momentů v krajních sloupech a tím i v krajních polích desky.

3.3.1 Postup výpočtu metodou náhradních rámců

Postup výpočtu metodou náhradních rámců lze rozdělit do následujících kroků :

1. provedení výseku konstrukce :

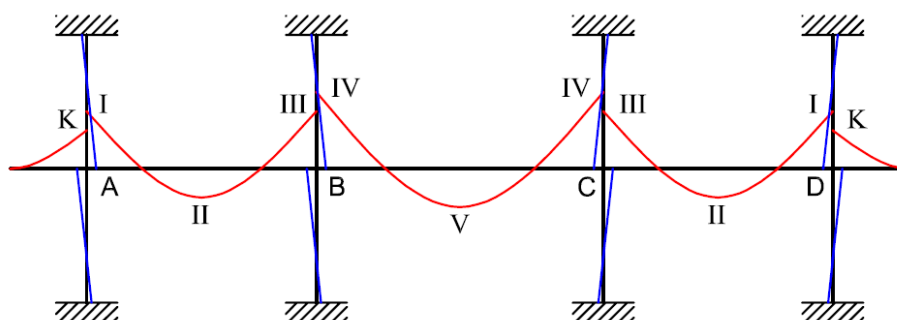
Konstrukci rozdělíme v příčném i podélném směru po celé výšce objektu na jednotlivé sloupové pásy a vyjme z ní rámový výsek. V případě dostatečného vodorovného ztužení konstrukce se můžeme omezit na rámový výsek v rozmezí dvou podlaží (patrový rámový výsek), doplněný okrajovými podmínkami svislých podpor na volných koncích (obr. 19). Každý ráme se následně vyšetřuje samostatně.



Obr. 19 Výsek konstrukce pro výpočet metodou náhradních rámců

2. výpočet průběhu momentů na rámové konstrukci :

Statically neurčitý ráme lze řešit ručními metodami (deformační metoda, silová metoda) nebo pomocí statických výpočetních programů, založených na metodě konečných prvků (podrobněji viz kapitola 4.4). Na rozdíl od metody součtových momentů, popsané v předchozí kapitole, získáváme přímo rozdělení momentů nad podporami a v poli. Vypočtené momenty se vztahují na celou šířku uvažovaného rámového výseku (šířka b).



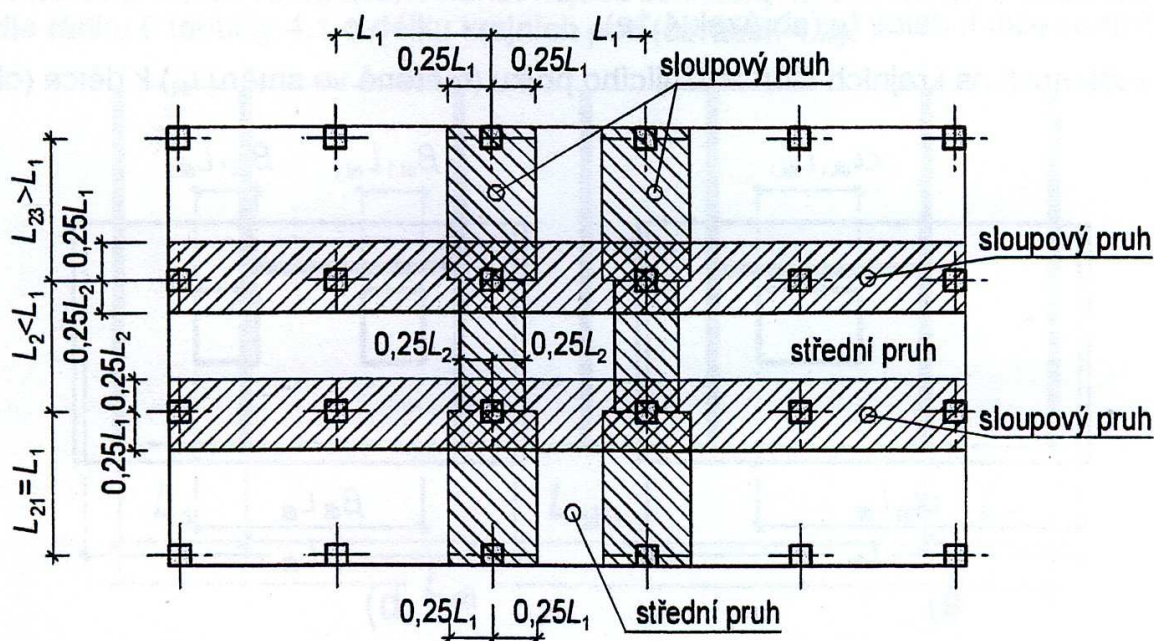
Obr. 20 Rozdělení ohybových momentů na rámové konstrukci

3. rozdělení momentů v příčném směru do sloupového a středních pruhů
4. přepočítání momentů na běžný metr šířky desky
5. dimenzování

Body 3 - 5 budou popsány v kapitole 3.4 společně pro metodu součtových momentů a metodu náhradních rámců.

3.4 Rozdělení momentů v příčném směru

Celkové záporné a kladné momenty, zjištěné metodou součtových momentů nebo metodou náhradních rámců je nutné v dalším kroku rozdělit v příčném směru, úměrně tuhostem jednotlivých částí deskové konstrukce. Jak již bylo uvedeno v kapitole 2.2, části desky ležící v okolí spojnic sloupů mají větší ohybovou tuhost, než zbývající části konstrukce. Z toho důvodu rozdělujeme desku **na sloupové a střední pruhy**. Norma ČSN 73 1201 uvádí, že při použití přibližných metod výpočtu má mít sloupový pruh po každé straně spojnice lokálních podpor šířku rovnou 1/4 kratšího rozpětí přilehlého deskového pole (obr. 21). Střední pruh je pak část desky mezi dvěma sloupovými pruhy (doplňek sloupového pruhu do celé šířky vyšetřovaného pásu). Případný ztužující trám spadá do oblasti sloupového pruhu.



Obr. 21 Šířky sloupových a středních pruhů

Jelikož sloupový pruh vykazuje větší ohybovou tuhost, bude přenášet větší část z celkových záporných a kladných momentů. Tuhost pruhů je však po vyšetřované délce proměnná, a proto bude v závislosti na poloze v konstrukci proměnný i poměr rozdělování momentů. Norma ČSN 73 1201 uvádí, že na sloupový pruh připadá ω -násobek příslušných celkových záporných, popř. kladných momentů, zjištěných metodou součtových momentů nebo metodou náhradních rámců, neboli :

$$M_{sloup} = \omega \cdot M_{h,d}$$

$$M_{stř} = (1 - \omega) \cdot M_{h,d}$$

Součinitele ω jsou sestaveny tak, aby odpovídaly reálnému rozložení momentů napříč zkoumaným pásem. Jejich hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce (tab. 4).

Moment	Průřez	$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1$		ω pro L_2 / L_1		
				0,5	1,0	2,0
Záporný	v krajní podpoře	$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 = 0$	$\beta_t = 0$	1,00	1,00	1,00
			$\beta_t \geq 2,5$	0,75	0,75	0,75
		$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 \geq 1,0$	$\beta_t = 0$	1,00	1,00	1,00
			$\beta_t \geq 2,5$	0,90	0,75	0,45
	ve střední podpoře	$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 = 0$	0,75	0,75	0,75	
		$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 \geq 1,0$	0,90	0,75	0,45	
Kladný	v poli	$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 = 0$	0,60	0,60	0,60	
		$\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 \geq 1,0$	0,90	0,75	0,45	

POZN: Pro mezilehlé hodnoty se interpoluje podle přímky

Tab. 4 Hodnoty součinitele omega udávající poměrné části celkových záporných a kladných momentů připadajících na sloupový pruh

V tabulce 4 jsou uvedeny součinitele α a β_t . Součinitel α představuje **součinitel ztužení** a charakterizuje spolupůsobení případného ztužujícího trámu (rovnoběžný s vyšetřovaným směrem) s deskou. U desek bez ztužujících trámů je $\alpha = 0$, u desek se ztužujícím trámem se vypočte podle vztahu :

$$\alpha = \frac{E_{cb} \cdot I_b}{E_{cs} \cdot I_s}, \text{ kde}$$

- E_{cb} je modul pružnosti betonu ztužujícího trámu
- E_{cs} je modul pružnosti betonu desky
- I_b je moment setrvačnosti účinného průřezu ztužujícího trámu
- I_s je moment setrvačnosti desky o šířce rovné šířce řešeného pruhu (šířka **b**)

Součinitel β_t představuje **součinitel kroucení** a vystihuje možnost zkroucení okrajového prvku ve vyšetřovaném deskovém poli (okrajový trám kolmý na vyšetřovaný směr). Součinitel kroucení je dán vztahem :

$$\beta_t = \frac{G_{cb} \cdot I_t}{E_{cs} \cdot I_s}, \text{ kde}$$

- G_{cb} je smykový modul pružnosti betonu okrajového krouceného prvku
- E_{cs} je modul pružnosti betonu desky
- I_t je moment tuhosti průřezu v kroucení okrajového krouceného prvku
- I_s je moment setrvačnosti průřezu desky o šířce rovné rozpětí okrajového krouceného prvku ležícího kolmo k rovině vyšetřovaných momentů

Pro stanovení hodnoty **momentu setrvačnosti průřezu v kroucení** okrajového krouceného prvku I_t se vyšetřovaný průřez rozdělí na obdélníky tak, aby hodnota I_t byla největší. Moment setrvačnosti v kroucení je dán vztahem :

$$I_t = \sum_{i=1}^n \left(1 - 0,63 \cdot \frac{t_i}{a_i} \right) \cdot \frac{t_i^3 \cdot a_i}{3} \quad , \text{ kde}$$

- t_i je kratší strana i-tého obdélníka, ze kterého se průřez skládá
 a_i je delší strana i-tého obdélníka, ze kterého se průřez skládá
 n je počet obdélníků, na který rozdělíme průřez krouceného prvku

Názorná ukázka výpočtu I_t viz Příkladová část této práce - Příklad 1 a 2.

▪ dimenzování konzoly ve směru určovaných momentů :

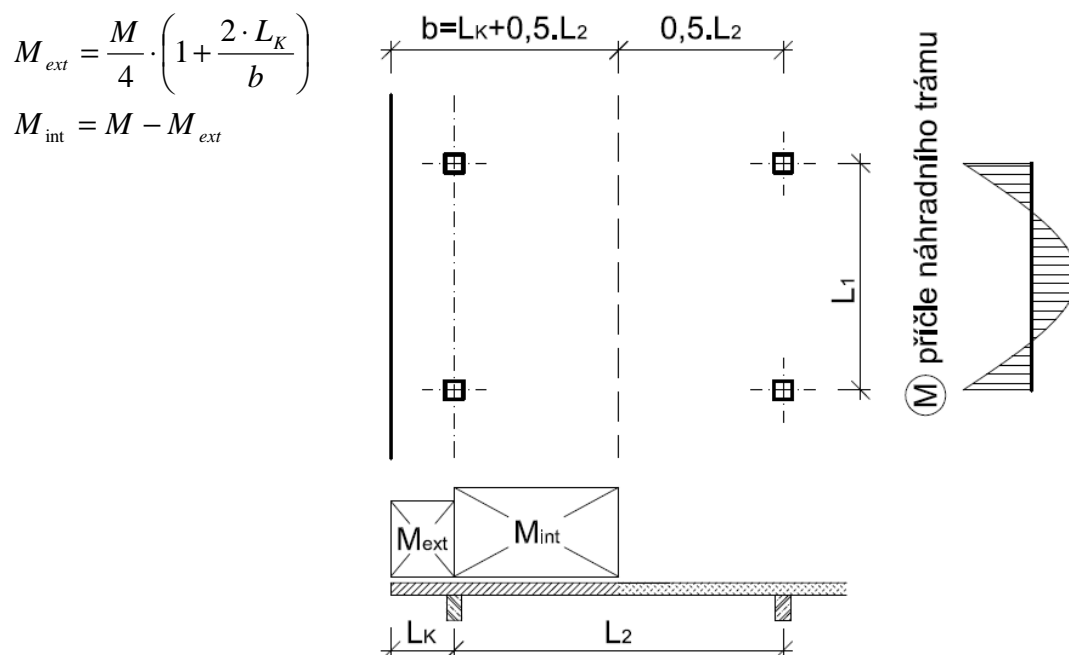
Jestliže je okraj desky vykonzolován ve směru určovaných momentů přes krajní řadu podpor na vzdálenost $L_K \geq 0,15 \cdot L_2$ a není opatřen ztužující okrajovou obrubou, dimenzuje se sloupový pruh konzoly na 100% celkového konzolového momentu a střední pruh :

- a) na ohybový moment $0,65 \cdot m_K$ v krajní řadě podpor není ztužující trám
 b) na ohybový moment m_K krajní řada podpor je ztužena ztužujícím trámem

kde m_K je moment na konzole šířky 1 m

▪ dimenzování krajního deskového pásu s konzolou ve směru kolmém k ose pásu :

Celkové kladné a záporné momenty $M_{h,d}$ krajního deskového pásu bez ztužujících trámů, ztužující obvodové obruby a s konzolou kolmou k ose vyšetřovaného pásu s vyložení $L_K \geq 0,15 \cdot L_2$ (obr. 22) se rozdělí na moment M_{ext} přenášený částí krajního deskového pásu o šířce rovné vyložení konzoly a na moment M_{int} přenášený zbytkem krajního deskového pásu. Rozdělení se provádí podle následujících vztahů :

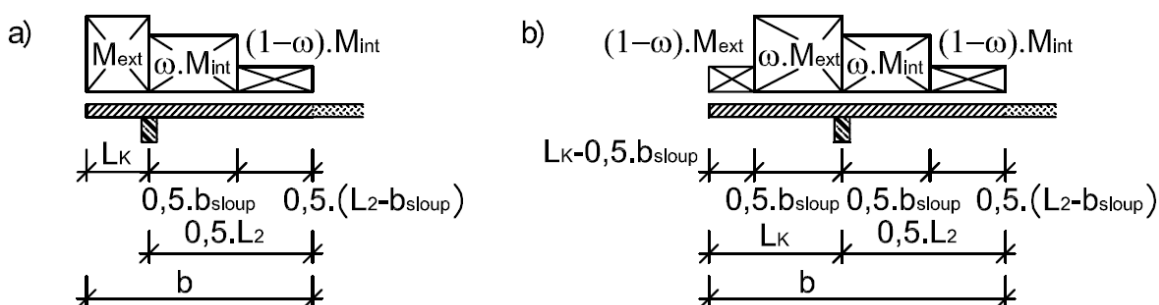


Obr. 22 Krajní deskový pás

Rozdělení momentu M_{ext} po šířce L_K závisí na poměru vyložení konzoly L_K k šířce sloupového pruhu b_{sloup} , která je rovna polovině kratšího rozpětí deskového pole :

a) jestliže $\frac{L_K}{b_{sloup}} \leq \frac{2}{3}$, rozdělí se moment M_{ext} po šířce L_K rovnoměrně (obr. 23.a)

b) jestliže $\frac{L_K}{b_{sloup}} > \frac{2}{3}$, přisoudí se sloupovému pruhu o šířce $0,5 \cdot b_{sloup}$ část momentu $\omega \cdot M_{ext}$ a zbývající část momentu přenesou zbytek pruhu (obr. 23.b)



Obr. 23 Rozdělení celkových momentů do sloupových a středních pruhů u krajního deskového pásu s konzolou

Moment M_{int} se rozdělí do sloupového a středního pruhu klasicky podle součinitelů ω , uvedených v tab. 4.

▪ dimenzování desky v okolí nosné železobetonové stěny :

Jsou-li podporující prvky tvořeny sloupy nebo **stěnami** rozloženými po délce rovné nebo větší než $3/4$ šířky desky b , rozdělí se **záporný moment**, ve směru kolmém na rovinu stěny, **rovnoměrně podél šířky b** .

Střední pruh pásu podélně podporovaného stěnou se dimenzuje stejně jako střední pruh pásu sousedního.

▪ dimenzování sloupového pruhu se ztužujícím trámem :

U sloupového pruhu se ztužujícím trámem se předpokládá, že v trámu působí :

a) 0,85-násobek momentů sloupového pruhu, jestliže $\alpha_1 \cdot L_2 / L_1 \geq 1$

b) $0,85 \cdot \alpha_1 \cdot L_2 / L_1$ -násobek momentů sloupového pruhu, jestliže $0 \leq \alpha_1 \cdot L_2 / L_1 < 1$

Zbytek momentů působí v desce sloupového pruhu, která není součástí trámu. Kromě toho musí trámy přenést momenty vyvolané jejich přímým zatížením (vlastní tíha, tíha příček přímo podporovaných trámy, apod.)

Takto spočtené a rozdělené **momenty** je vhodné ještě **přepočítat na 1 m šířky pruhu** a můžeme přistoupit k obyčejnému **dimenzování** desky.

$$m_{sloup} = \frac{M_{sloup}}{b_{sloup}} \quad m_{stř} = \frac{M_{stř}}{b_{stř}}$$

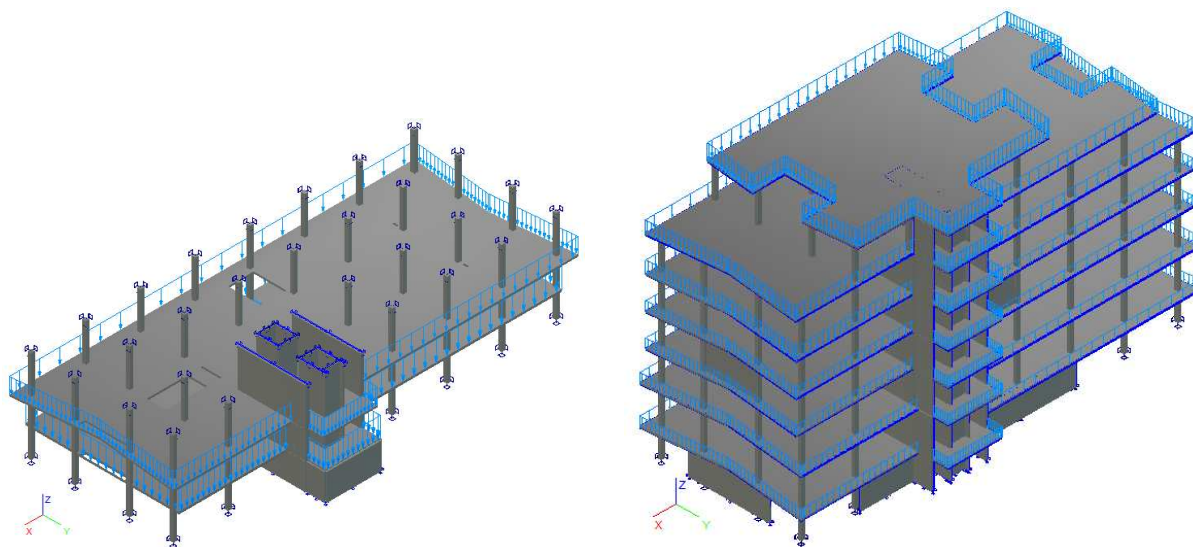
4 OBECNÉ METODY VÝPOČTU LOKÁLNĚ PODEPŘENÝCH DESEK

V případě nepravidelných konstrukcí nebo složitých konstrukčních detailů ztrácejí zjednodušené metody výpočtu na výstižnosti a jsme nuceni přistoupit k obecným metodám. Jejich výpočetní aparát je mnohonásobně složitější, ale na druhou stranu pozbývají omezení, kterými se vyznačují právě zjednodušené metody.

Podle složitosti konstrukce je nutné volit nejvhodnější výpočetní model. Vždy se snažíme volit ten nejjednodušší, který však ještě dává výstižné a objektivní výsledky, až v krajním případě (nejsložitější konstrukce) bychom měli přistupovat k prostorovým modelům řešeným pomocí MKP. U každého zvoleného modelu vždy musíme vědět, za jaké situace dává jaké výsledky, jaká je míra jeho výstižnosti a jak moc se mohou výsledky lišit od přesného řešení. Jsou modely, které se na první pohled vzhledem k množství zadávaných údajů zdají být téměř dokonalé, ale právě v tom je ukryto jejich nebezpečí. S rostoucím množstvím vstupních parametrů roste riziko zanesení chyb do modelu, které mohou zcela změnit charakter výsledků. Výsledky složitějších modelů jsou také méně přehledné a je potřeba naučit se je správně analyzovat a interpretovat, aby bylo možné s nimi dále pracovat.

4.1. Patrové výseky, prostorové modely

Určitý přechod mezi zjednodušenými metodami a zcela obecnou metodou (MKP na modelu celé konstrukce), tvoří metoda patrových výseků. V tomto případě se již jedná o prostorový model (ve finále stejně řešený pomocí MKP), počet rovnic je však omezen na rozsah jednoho resp. dvou podlaží. Takový model je vhodný např. pro vícepodlažní objekty, v nichž se jednotlivá podlaží z konstrukčního hlediska opakují. Model je pak tvořen vodorovnou nosnou konstrukcí (stropem) ve zkoumaném podlaží a svislými nosnými konstrukcemi nad a pod touto rovinou (obr. 24). Namísto napojení na další části konstrukce jsou těmto svislým prvkům přiděleny okrajové podmínky na volných koncích.



Obr. 24 Model patrového výseku a celého objektu

Za účelem eliminace chyb vzniklých předepsáním okrajových podmínek svislých konstrukcí je možné řešit nejprve střední patrový výsek s neznámými (ale ve všech výškových úrovních stejnými) natočeními, a tato natočení je možné následně aplikovat jako okrajové podmínky na spodní patrový výsek, kdy sloupy spodního podlaží jsou již vetknuty do základů.

4.2. Teorie desek a desková rovnice

Deska představuje konstrukční prvek rovinného charakteru, který je zatížen ve směru kolmém na svou střednicovou rovinu. Deskové konstrukce, o nichž je v celé práci řeč, představují ve skutečnosti **tenké desky**, řídící se Kirchhoffovou teorií desek. Průřez zůstává po deformaci kolmý na střednici (střednicovou rovinu) a vliv smykových sil na deformaci lze zanedbat. Za tenkou desku vzdorující ohybu lze považovat konstrukci pro níž platí :

$$\left(\frac{1}{100} \div \frac{1}{80} \right) \leq \frac{h}{l} \leq \left(\frac{1}{8} \div \frac{1}{5} \right) , \text{ kde } h \text{ je tloušťka desky a } l \text{ kratší ze zbývajících rozměrů}$$

Přesné řešení desek podle matematické teorie pružnosti je velmi složité, proto při praktických výpočtech zavádíme zjednodušení :

- průřez desky zůstává po deformaci kolmý na střednicovou rovinu desky
- podélné vrstvy desky na sebe nepůsobí ($\sigma_z = 0$) \Rightarrow poměrné přetvoření ve směru osy **z** je nulové $\varepsilon_z = 0$
- všechna napětí ve střednicové rovině desky jsou po její deformaci nulová $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$
- průhyby desky $w(x,y)$ jsou ve srovnání s její tloušťkou **h** malé (max. 1/5 této tloušťky)
- půdorys desky se průhybem nemění (všechny body střednicové roviny desky se posouvají svisle dolů)

Matematický popis chování deskové konstrukce s dvousměrným roznášením zatížení je dán diferenciální rovnicí, tzv. **deskovou rovnicí** :

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{f(x, y)}{D} , \text{ kde}$$

w je průhyb desky

f je vnější zatížení desky

D je desková tuhost daná vztahem :

$$D = \frac{1}{k} , \text{ kde } k = \frac{12 \cdot (1 - \nu^2)}{E \cdot h^3}$$

Jedná se o diferenciální rovnici 4. řádu, vycházející z rovnosti průhybů v libovolném bodě. Rovnice je stejná pro libovolný typ desky, jednotlivé druhy desek se pak liší v okrajových podmínkách. Jednodušší okrajové podmínky u křížem pnutých desek představuje deska po obvodě podepřená, naproti tomu deska lokálně podepřená sloupy je složitější.

I přes uvedená zjednodušení je řešení diferenciální rovnice 4. řádu velmi náročné, proto se častěji přistupuje k jejímu převedení na rovnice integrální, které je možné řešit numericky (např. MKP).

4.3. Metoda sítí

Metoda sítí představuje jednu z možných metod řešení tenkých deskových konstrukcí. Primární neznámou v teorii desek je průhyb $w(x,y)$, který získáme řešením **deskové rovnice** :

$$\nabla^4 w(x,y) = \frac{f(x,y)}{D}$$

Principem metody sítí je diskrétní rozdělení konstrukce obdélníkovou sítí s rozměry ok $\Delta x, \Delta y$ (obr. 25) a převod deskové diferenciální rovnice s neznámou $w(x,y)$ na systém lineárních algebraických diferenčních rovnic pouze pro uzlové hodnoty tzv. **redukovaného průhybu** :

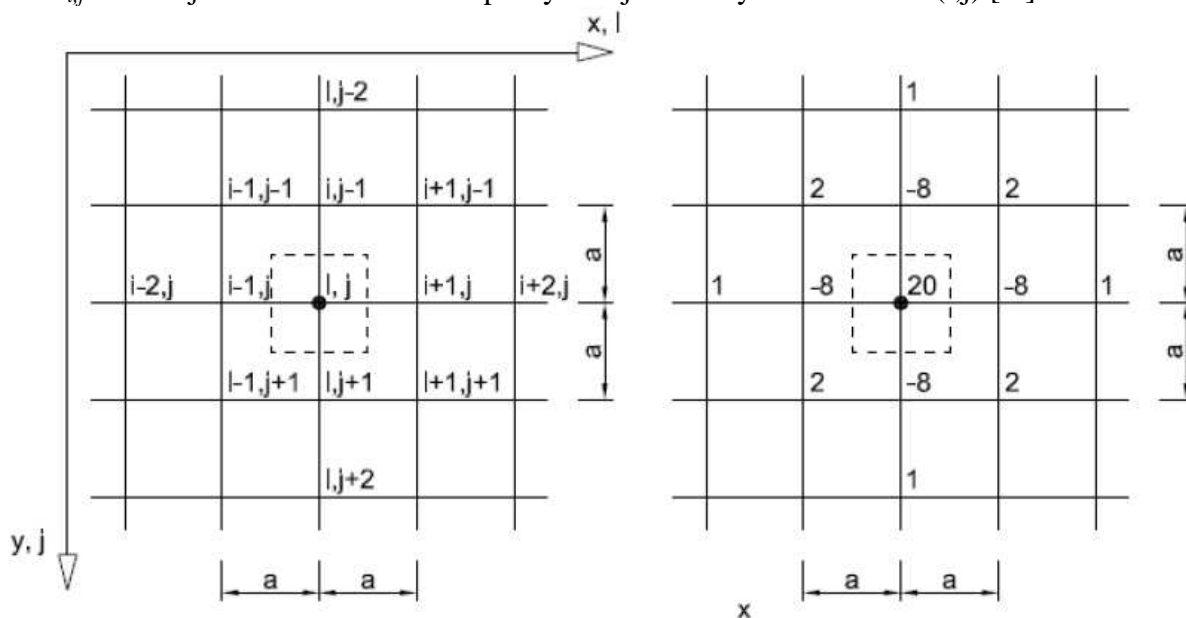
$$W_{i,j} = \frac{D}{\Delta x \cdot \Delta y} \cdot w_{i,j} \quad , \text{ kde}$$

$W_{i,j}$ je hodnota redukovaného průhybu v jednotlivých uzlech sítě (i,j) [N]

D je desková tuhost [N.m]

$\Delta x, \Delta y$ jsou rozměry oka sítě (u čtvercových ok \Rightarrow diferenční krok **a**) [m]

$w_{i,j}$ je hodnota skutečného průhybu v jednotlivých uzlech sítě (i,j) [m]



Obr 25 Schéma rozdělení konstrukce a zavedení diferenčních náhrad

Pro každý uzlový bod (i,j) zvolené pravoúhelníkové sítě lze vyjádřit diferenční náhrady příslušných derivací $\left(\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}, \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}, \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}, \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}, \frac{\partial^3 w}{\partial y^3}, \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y}, \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right)$.

Dosadíme-li tyto derivace do deskové rovnice, dostaneme ji v diferenčních náhradách pro libovolný uzel (i,j) zvolené sítě. Při čtvercové sítě ($\Delta x = \Delta y = a$) má **diferenční rovnice** tvar :

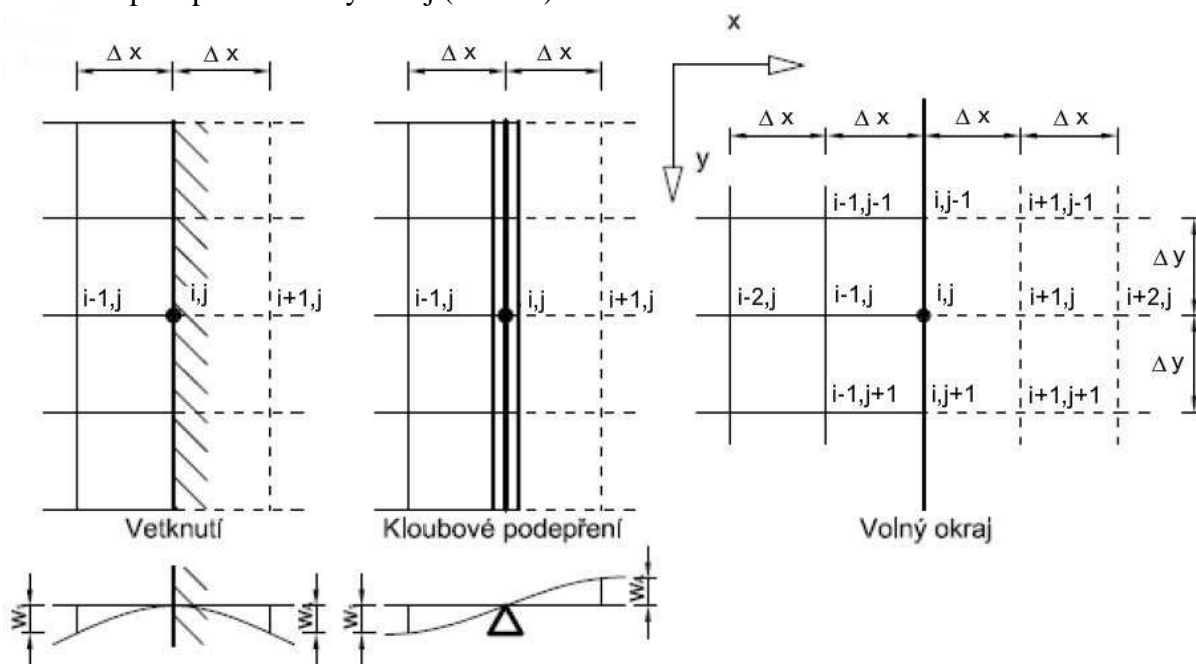
$$20 \cdot W_{i,j} - 8 \cdot (W_{i-1,j} + W_{i+1,j} + W_{i,j-1} + W_{i,j+1}) + 2 \cdot (W_{i-1,j+1} + W_{i+1,j-1} + W_{i-1,j-1} + W_{i+1,j+1}) + (W_{i-2,j} + W_{i+2,j} + W_{i,j-2} + W_{i,j+2}) = P_{i,j} \quad , \text{ kde}$$

$P_{i,j}$ je hodnota uzlového zatížení [N] : $P_{i,j} = p_{i,j} \cdot \Delta x \cdot \Delta y + F_{i,j}$, kde

$p_{i,j}$ je hodnota plošného zatížení na konstrukci [N/m²]

$F_{i,j}$ je osamělé břemeno v uzlovém bodě [N]

Pro výpočet je nutné diferenční rovnici doplnit o okrajové podmínky. Tyto podmínky závisí na způsobu podepření desky. Pro běžné výpočty postačí uvést tři základní: vetknutí, kloubové podepření a volný okraj (obr. 26).



Obr. 26 Schéma zavedení okrajových podmínek

- pro redukované průhyby **ve vetknutí** platí tyto okrajové podmínky :

$$W_{i,j} = 0 \quad W_{i-1,j} = W_{i+1,j}$$

- pro redukované průhyby **v kloubovém podepření** platí :

$$W_{i,j} = 0 \quad W_{i-1,j} = -W_{i+1,j}$$

- pro redukované průhyby **na volném okraji** platí :

$$m_{x,ij} = 0 \Rightarrow W_{i+1,j} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i-1,j} + \nu \cdot (W_{i,j+1} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i,j-1}) = 0$$

$$q_{x,ij} = 0 \Rightarrow W_{i+2,j} - 2 \cdot W_{i+1,j} + 2 \cdot W_{i-1,j} + W_{i-2,j} + (2 - \nu) \cdot (W_{i+1,j+1} - 2 \cdot W_{i+1,j} + W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j+1} + 2 \cdot W_{i-1,j} - W_{i-1,j-1}) = 0$$

Tímto způsobem sestavíme diferenční rovnice pro všechny uzlové body zvolené sítě, v kterých je průhyb desky $w(x,y)$ neznámý. Získáme soustavu n lineární rovnic o n neznámých, kterou lze řešit libovolnou matematickou metodou (nejčastěji Gaussovou eliminací, popř. iterací). Při řešení konstrukce lze s výhodou využívat symetrie, čímž dochází ke snížení počtu rovnic i neznámých.

Na základě vypočtených uzlových průhybů lze následně pomocí geometrických a konstitutivních rovnic stanovit uzlová napětí a vnitřní síly.

- napětí :

$$\sigma_{x,ij} = -\frac{12}{h_d^3} \cdot \left[(W_{i-1,j} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i+1,j}) + \nu \cdot (W_{i,j-1} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i,j+1}) \right]$$

$$\sigma_{y,ij} = -\frac{12}{h_d^3} \cdot \left[(W_{i,j-1} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i,j+1}) + \nu \cdot (W_{i-1,j} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i+1,j}) \right]$$

$$\tau_{xy,ij} = \frac{3 \cdot (1 - \nu)}{h^3} \cdot [W_{i-1,j+1} + W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j-1} - W_{i+1,j+1}]$$

- ohybové momenty :

$$m_{x,ij} = -\left[(W_{i-1,j} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i+1,j}) + \nu \cdot (W_{i,j-1} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i,j+1}) \right]$$

$$m_{y,ij} = -\left[(W_{i,j-1} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i,j+1}) + \nu \cdot (W_{i-1,j} - 2 \cdot W_{i,j} + W_{i+1,j}) \right]$$

$$m_{xy,ij} = \frac{(1 - \nu)}{4} \cdot [W_{i-1,j+1} + W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j-1} - W_{i+1,j+1}]$$

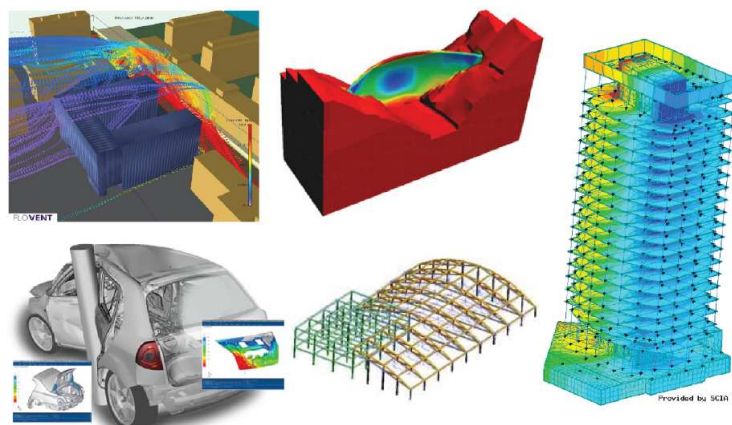
- posouvající síly :

$$v_{xz} = -\frac{1}{2a} \cdot (W_{i+2,j} - 4 \cdot W_{i+1,j} + 4 \cdot W_{i-1,j} + W_{i+1,j+1} + W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j+1} - W_{i-1,j-1} - W_{i-2,j})$$

$$v_{yz} = -\frac{1}{2a} \cdot (W_{i,j+2} - 4 \cdot W_{i,j+1} + 4 \cdot W_{i,j-1} + W_{i+1,j+1} + W_{i-1,j+1} - W_{i+1,j-1} - W_{i-1,j-1} - W_{i,j-2})$$

4.4. Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) představuje v současnosti nejrozšířenější metodu řešení stavebních konstrukcí. Teoretické základy MKP byly položeny ve 40. letech 20. století, první inženýrská aplikace metody konečných prvků se objevila v letectví v roce 1950. Z počátku bylo používání MKP značně limitováno dostupnými výpočetními prostředky, které neumožňovaly rozsáhlejší numerické výpočty. Až razantní rozvoj výpočetní techniky v 2. polovině 20. století umožnil plné využití předností této výpočetní metody. V současné době je MKP aplikována při většině vědecko-technických problémů v oblasti stavebnictví, strojírenství, vojenství, ale i medicíny nebo meteorologie (obr. 27).



Obr. 27 Příklady aplikace MKP

Předností metody je numerický způsob řešení matematických problémů. Obecný matematický problém, vyjádřený soustavou diferenciálních rovnic, je v tomto případě převeden na soustavu algebraických rovnic, jejichž řešení je nepoměrně jednodušší. Princip metody je založen na aproximaci funkce hledaných proměnných. Problém hledání spojitých funkcí je převeden na problém hledání konečného počtu neznámých parametrů, pomocí nichž hledané funkce aproximujeme. Tento postup se označuje jako diskretizace spojitého problému. Využívá se při něm algebraických prostředků v konečném počtu kroků.

Přes svou zdánlivou dokonalost má i metoda konečných prvků svá úskalí. Numerické řešení obecného problému není nikdy (až na pár případů) zcela přesné, přesnost závisí na vhodnosti zvolené aproximační funkce a především na hustotě sítě konečných prvků. Správné numerické řešení při zhušťování sítě konverguje k řešení přesnému (řešení spojitého problému). Při nevhodné volbě velikosti konečných prvků může docházet k výrazným odchylkám mezi predikovaným a reálným chováním konstrukce, a to zejména v místech skokových změn geometrie (rohy desek, místa prostupů či napojení podpor, změny průřezů, atd.), styku dvou rozdílných materiálů nebo místech působení osamělých břemen.

Kromě složitosti a výstižnosti výpočetních modelů, které nemusí zcela vždy odpovídat reálné konstrukci se však objevuje i problém zcela "formálního" charakteru. Inženýři se začínají "bezhlavě" spoléhat na výstupy výpočetních programů, aniž by znali principy, na nichž tyto programy pracují a nevěnují pozornost ověřování výsledků pomocí alternativních výpočetních metod. Důsledkem toho jsou pak hrubé chyby ve výpočtech, které vedou k poruchám konstrukcí. Proto se doporučuje každý výpočet, ať už je sebevíce složitý, alespoň přibližně ověřovat jinou, třeba i zjednodušenou metodou, která zajistí alespoň řádovou správnost výsledků. U jednodušších konstrukcí tuto funkci může zastávat zkušený statik, kterému numerický výpočet spíše jen potvrzuje a upřesňuje odborný odhad.

4.4.1 Principy a postup řešení MKP

Metoda konečných prvků je varianta Ritzovy variační metody energetického řešení, s tou výhodou, že bázové funkce se nevolí pro systém jako celek, ale pro jednotlivé konečné prvky. Je založena na Lagrangeově principu, kdy těleso je v rovnováze, jestliže celková potenciální energie deformace soustavy je minimální. Ve stručnosti lze metodu konečných prvků interpretovat jako řešení konstrukce skládající se z prvků spojených v uzlech, kde jsou shodné posuny, eventuálně derivace posunů. Pro usnadnění výpočetního postupu se používají 2 souřadnicové systémy (globální a lokální), někdy jako mezistupeň doplněny systémem planárním.

Postup řešení metody konečných prvků je následující :

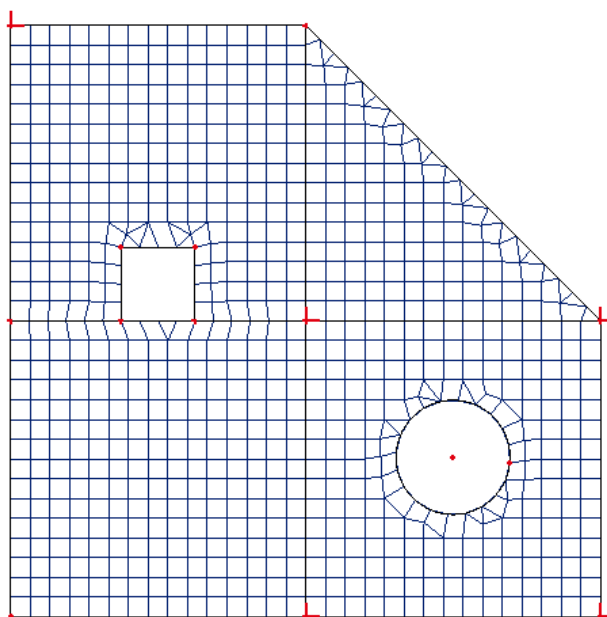
1. stanovení typu úlohy

Stanovení typu úlohy je rozhodující pro určení potenciačních neznámých, se kterými bude potřeba v jednotlivých uzlech operovat. Uzel prostorové konstrukce má obecně 6 neznámých (3 posuny a 3 natočení). Klasifikujeme-li úlohu jako rovinnou (přesněji řečeno rovinná napjatost - typická pro desky), snížíme počet neznámých v uzlu na polovinu - 1 posun (ve směru kolmém na rovinu desky) a 2 pootočení. Vektor uzlových deformací má v takovém případě tvar :

$$\{r\} = \{w; \varphi_x; \varphi_y\}^T = \left\{ w; \frac{\partial w}{\partial x}; \frac{\partial w}{\partial y} \right\}^T$$

2. generování sítě konečných prvků

Konstrukci či řešenou oblast rozdělíme na podoblasti, tj. prvky jednoduchých tvarů (pro rovinu většinou trojúhelníky nebo obdélníky), pokud možno stejného tvaru a konečných rozměrů, které se stýkají jen ve vrcholech a celých hranách. Dělení nemusí být všude stejně husté, v místech, kde očekáváme podstatnou změnu posunutí nebo napětí (např. v blízkosti otvorů), volíme prvky menších rozměrů.



Obr. 28 Rozdělení oblasti na konečné prvky

3. volba interpolačních (bázových) funkcí

Neznámou funkci posunů vyjádříme pomocí bázových funkcí. Bázové funkce volíme jednoduché (nejčastěji polynomy), nad každým prvkem samostatně. Pro běžné výpočty postačí bázová funkce lineární.

$$w(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot x^2 + \alpha_5 \cdot x \cdot y + \dots + \alpha_m \cdot y^n, \text{ resp.}$$

$$w(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y$$

Jednotlivé bázové funkce lze uspořádat do matice bázových funkcí $[N]$.

4. sestavení lokálních matic tuhosti jednotlivých konečných prvků

Pomocí jednotlivých derivací bázových funkcí a matice materiálových konstant sestavíme pro každý konečný prvek lokální matici tuhosti.

$$K^e = \int_{x_1}^{x_2} B^T \cdot D \cdot B \, dA, \text{ kde}$$

B je geometrická matice = matice derivací bázových funkcí

$$[B] = [\partial]^T \cdot [N]$$

D je matice materiálových konstant konkrétního konečného prvku - pro izotropní homogenní lineárně pružný materiál závisí pouze na konstantách E a ν

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

5. sestavení globální matice tuhosti

Pomocí transformace do globálního souřadného systému a následnou lokalizací sestavíme z lokálních matic tuhosti jednotlivých konečných prvků globální matici tuhosti konstrukce. Jednotlivé parametry uzlových deformací jsou označeny lokálním číslováním na každém prvku zvlášť a zároveň globálním číslováním na celé konstrukci. Sestavení konstrukce z prvků se pak provádí pomocí kódových čísel.

$$K^g = [T]^T K^e \cdot [T], \text{ kde}$$

$[T]$ je transformační matice

6. sestavení vektoru zatížení a aplikace okrajových podmínek

Veškerá zatížení působící na desce (silová i nesilová) nahradíme bodovým zatížením v uzlech sítě konečných prvků - statické (silové) okrajové podmínky. V případě, že jsme tyto síly stanovili v lokálním souřadném systému, provedeme jejich transformaci do systému globálního. Získáváme vektor ekvivalentních uzlových sil $\{F\}$.

V místech předepsaných deformací a podepření konstrukce zavádíme kinematické (geometrické) okrajové podmínky.

7. řešení soustavy rovnic

Odvozením z Lagrangeova principu získáváme soustavu lineárních algebraických rovnic s neznámými parametry uzlových deformací v uzlových bodech sítě :

$$[K] \cdot \{r\} = \{F\}$$

Soustavu lze řešit libovolnou metodou matematické analýzy.

8. výpočet vnitřních sil

Na základě spočtených hodnot uzlových deformací a jejich zpětnou transformací do lokálních souřadnic jsme schopni použitím zvolených bázevých funkcí vyčíslit na jednotlivých konečných prvcích hodnoty přetvoření a v integračních bodech konečných prvků napětí a vnitřní síly.

- vztah mezi uzlovými posuny a poměrnou deformací konečných prvků je dán geometrickými rovnicemi :

$$\{\varepsilon\} = \partial^T \cdot \{r\} \quad , \text{ kde}$$

$\{\varepsilon\}$ je vektor poměrných deformací konečného prvku. Pro desku tedy platí :

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = -z \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}$$

- vztah mezi poměrným přetvořením a napětími je dán fyzikálními (konstitutivními) rovnicemi :

$$\{\sigma\} = [D] \cdot (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) \quad , \text{ kde}$$

$\{\varepsilon_0\}$ je vektor počátečních deformací. Pro desku tedy platí :

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_{x,0} \\ \varepsilon_y - \varepsilon_{y,0} \\ \tau_{xy} - \tau_{xy,0} \end{Bmatrix}$$

- ohybové momenty na desce lze vyčíslit ze vztahu :

$$\{m\} = \begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot [D] \cdot (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\})$$

4.4.2 Praktický postup a vyhodnocení výsledků MKP

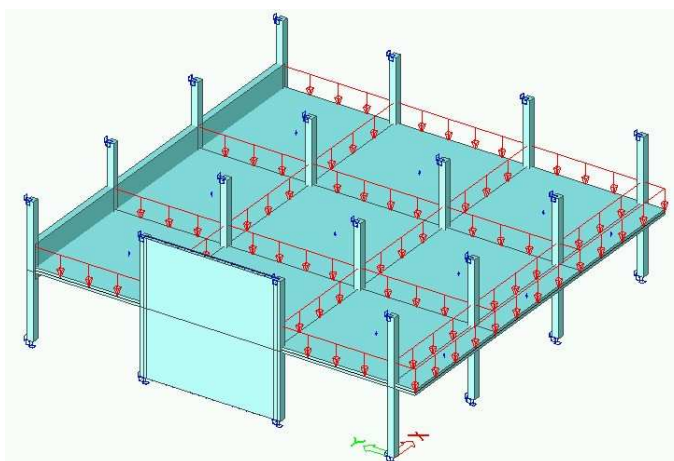
Postup řešení metody konečných prvků uvedený v předchozí kapitole určuje pouze matematický aparát, který se k její aplikaci používá. Při praktických návrzích většinou není možné (ani účelné) provádět výpočet pomocí MKP ručně, a proto se přistupuje k použití některého z dostupných statických výpočetních programů, založených právě na MKP. Tyto programy obsahují, kromě již zmíněného výpočetního aparátu MKP, také grafická rozhraní, jež umožňují jednoduché vytvoření výpočetního modelu a následné zobrazení početních výstupů.

Aplikujeme-li výpočet MKP na lokálně podepřenou desku, narazíme na několik drobných komplikací, se kterými si ale naštěstí výpočetní software většinou dokáže poradit. Především jsou to místa tzv. diskontinuit (místa ostrých lomů konstrukce, rohy a působiště osamělých břemen), ve kterých se projevuje singularita řešení a metoda konečných prvků predikuje extrémně vysoké hodnoty napětí, které neodpovídají skutečnosti. Tyto hodnoty navíc rostou se zjemňováním sítě konečných prvků v okolí zkoumaného bodu k nekonečnu. Takové extrémy je nutné z řešení eliminovat, jinak dochází v závislosti na jemnosti sítě k násobnému předimenzování konstrukce. Většina dnešních výpočetních programů je schopna tento problém řešit redistribucí lokálních špiček na větší plochu, nebo lze jednoduše omezit rozpětí zobrazovaných veličin a místa lokálních extrémů vzhledem k jejich malé ploše výskytu zanedbat. Ve chvíli, kdy vyřešíme problémy tohoto charakteru, lze výsledky výpočtu považovat za vypovídající.

Celý postup řešení lokálně podepřené desky pomocí MKP má následující schéma postupu :

1. sestavení modelu konstrukce a jeho modelace v grafickém prostředí výpočetního programu

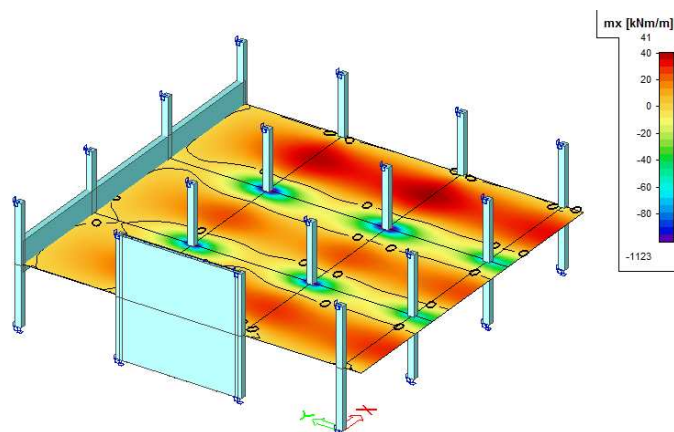
Pokud není nutné vyšetřovat konstrukci jako celek (např. v případě po výšce značně nepravidelné konstrukce), přistupujeme k sestavení dílčího modelu, který představuje část vyjmutou z konstrukce. Jako vhodný model se jeví např. patrový výsek konstrukce, jehož svislé podpory jsou vetknuty v rovině okolních podlaží.



Obr. 29 Výpočetní model konstrukce

2. numerický výpočet MKP

Výpočetní software většinou nabízí řadu variant a možností výpočtu, od lineárního statického výpočtu, přes geometricky a materiálově nelineární, dynamický a stabilitní výpočet, aj.



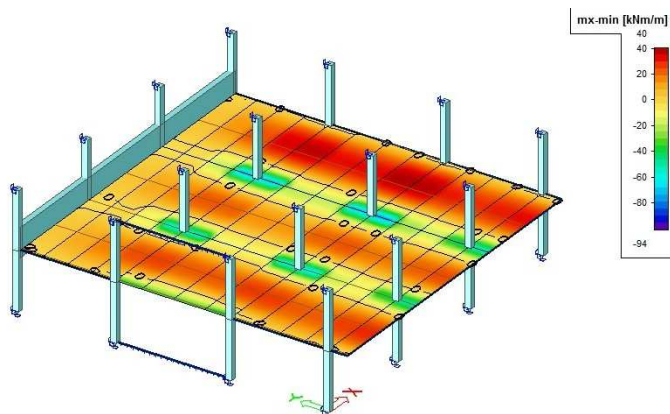
Obr. 30 Výstup výpočtu MKP

3. rozdělení konstrukce na vyšetřovací pruhy

Vyšetřovací pruhy představují dílčí segmenty konstrukce, na nichž budou jednotlivé hledané veličiny vyšetřovány. Většinou je tvoří průměrovací pásy, po jejichž šířce je daná veličina rozdělena rovnoměrně. Vyšetřovací pásy představují analogii se sloupovými a středními pruhy používanými ve zjednodušených výpočetních metodách (kap. 3.4).

4. redistribuce momentů v příčném směru

Za účelem vyvarování se ostrým lokálním extrémům vnitřních sil (např. deskových ohybových momentů nad lokálními podporami) se provádí redistribuce vnitřních sil po šířce vyšetřovacích pruhů. Hledaná veličina je pak charakterizovaná hodnotou, která je po šířce vyšetřovaného pruhu konstantní a umožňuje rovnoměrné rozložení výztuže po šířce pruhu.



Obr. 31 Ohybové momenty redistribuované v příčném směru

5. dimenzování

Dimenzování se provádí klasickým způsobem na příčně redistribuované vnitřní síly. Vyztužení lze provádět klasickou vázanou výztuží nebo v podobě výztužných sítí. Podmínky pro vyztužování ohybovou výztuží, její kotvení a stykování jsou obdobné jako v jiných případech.

LITERATURA

Normy

- [1] ČSN EN 1990: Zásady navrhování konstrukcí, ČSN 03/2004
- [2] ČSN EN 1991-1-1: Zatížení konstrukcí - Obecná zatížení - Část 1-1 : Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení budov, ČSN 03/2004
- [3] ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí - Obecně - Část 1-1 : Obecná pravidla pro pozemní a inženýrské stavby, ČSN 7/2007
- [4] ČSN 73 1201: Navrhování betonových konstrukcí pozemních staveb, ÚNMZ Praha 2010
- [5] ČSN 73 1204: Navrhování betonových deskových konstrukcí působících ve dvou směrech, ÚNM Praha 1986

Publikace

- [6] Procházka, J. a kol.: Navrhování betonových konstrukcí - Prvky z prostého a železového betonu, ČBS ČSSI a ČBS Servis, s.r.o., Praha 2006. ISBN 978-80-903807-5-2
- [7] Baťa, M., Čulík, J., Kufner, V.: Teorie pružnosti a plasticity v příkladech - 2. díl, Ediční středisko ČVUT, Praha 1981
- [8] Végh, L., Krátký, J., Procházka, J.: Betonové konstrukce - část B, Ediční středisko ČVUT, Praha 1983
- [9] Nilson, A.H., Darwin, D., Dolan, Ch.W.: Design of Concrete Structures, McGraw-Hill Companies, Inc., New York 2009. ISBN 978-007-131139-7
- [10] Bilčík, J., Fillo, L., Benko, V., Halvonik, J.: Betónové konštrukcie. Navrhovanie podl'a STN EN 1992-1-1, Vydavateľstvo STU v Bratislave, Bratislava 2008. ISBN 978-80-227-2940-6
- [11] Procházka, J., Šmejkal, J., Vitek, J.L., Vašková, J.: Navrhování betonových konstrukcí příručka k ČSN EN 1992-1-1 a 2, Informační centrum ČKAIT, s.r.o, Praha 2010. ISBN 978-80-87438-03-9
- [12] Konvalinka, P. a kol.: Analýza stavebních konstrukcí. Příklady, Praha 2009
- [13] Drbohlavová, L., Hanzlová, H.: Betonové a zděné konstrukce v architektuře 1 Komentované příklady, Nakladatelství ČVUT, Praha 2011, ISBN 978-80-01-04888-7
- [14] Tipka, M.: Bakalářská práce - Konstrukční řešení vylehčených betonových stropních konstrukcí, Praha 2008
- [15] Tipka, M.: Diplomová práce - Administrativní budova v Jihlavě, Praha 2009

PŘÍKLADOVÁ ČÁST

UKÁZKY ŘEŠENÍ, SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ

Použití zjednodušených metod výpočtu je výhodné pro jednoduché konstrukce bez komplikovanějších detailů, jejich řešení je rychlé a bezpečné. Možnosti použití takových metod jsou však limitovány omezujícími podmínkami. Pokud tyto podmínky nejsou splněny, nezbývá než přistoupit k použití nějaké z metod obecnějších.

Následující část je zaměřena na objasnění řešení lokálně podepřených železobetonových konstrukcí metodou součtových momentů a srovnání jejich výsledků s výsledky numerického řešení metodou konečných prvků. Záměrně jsou voleny případy, kdy nejsou splněny omezující podmínky pro použití zjednodušených metod, aby bylo možné posoudit výstižnosti modelů a vyvodit závěry plynoucí z nesplnění daných podmínek. Za tímto účelem byla sestavena sada příkladů, na které je výše uvedené demonstrováno.

První příklad byl vytvořen jako ukázkové řešení lokálně podepřené železobetonové konstrukce metodou součtových momentů. Řešení začíná předběžným návrhem rozměrů nosných prvků konstrukce, s nutnými předběžnými posouzeními. Následuje vlastní řešení výše uvedenou zjednodušenou metodou a výpočet je zakončen dimenzováním rozhodujících částí konstrukce. Pro přehlednost výpočtu je řešen pouze jeden podélný a jeden příčný sloupový pás, na kterých je objasněna metodika výpočtu. Díky číselnému vyjádření má čtenář možnost kromě obecného postupu získat představu i o kvantitativní stránce výpočtu.

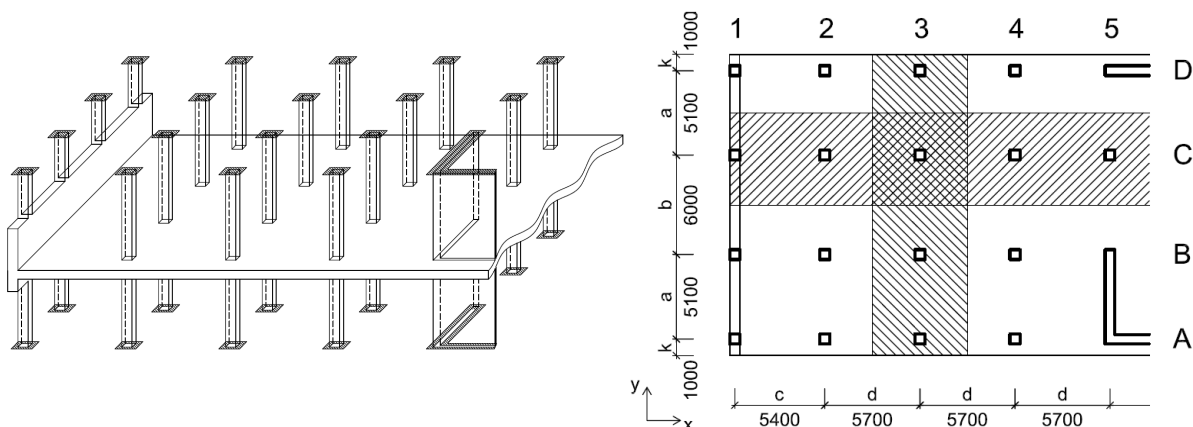
Druhý příklad představuje srovnávací studii řešení obecné lokálně podepřené konstrukce metodou součtových momentů a metodou konečných prvků. Jako předmět řešení byla vybrána zdánlivě jednoduchá konstrukce plně železobetonové lokálně podepřené desky bez lokálních prostupů a oslabení, splňující veškerá omezení pro použití obou výpočetních metod, přesto však taková, která umožní odhalit rozdíly v řešení a upozornit na problematiska místa konstrukce právě z hlediska ohybového namáhání.

Příklady č. 3 - 6 se zabývají případy konstrukcí, které nesplňují podmínky pro použití zjednodušených metod výpočtu - konkrétně metody součtových momentů. Přesto je jejich návrh touto metodou proveden a pomocí numerické metody konečných prvků následně korigován. Tyto studie mají za cíl odhalit důsledky nesplnění předpokladů pro použití zjednodušených metod z hlediska ohybového namáhání. Na základě vyvozených závěrů je pak možné uzpůsobit postup výpočtu zjednodušenou metodou pro následné analogické případy.

Příklad č. 1 : Lokálně podepřená železobetonová deska - ukázka řešení metodou součtových momentů

Železobetonový monolitický bezprůvlakový skelet daného půdorysu (stěnový průvlak jen v krajní řadě A), o n podlažích (k.v. podlaží h) je ve střední části ztužen jádrem a stěnami, které přenášejí vodorovné zatížení. Stanovte předběžné rozměry nosných prvků a metodou součtových momentů proveďte návrh a posouzení podélné výztuže v pruzích C a 3.

$a = 5,1 \text{ m}$	$n = 4$	$(g - g_0)_{patro,k} = 1,255 \text{ kN/m}^2$
$b = 6,0 \text{ m}$	$h = 3,0 \text{ m}$	$(g - g_0)_{střecha,k} = 2,155 \text{ kN/m}^2$
$c = 5,4 \text{ m}$	BETON : C 25/30	$q_{patro,k} = 5,0 \text{ kN/m}^2$
$d = 5,7 \text{ m}$	OCEL : B 500 B	$q_{střecha,k} = 0,75 \text{ kN/m}^2$
$k = 1,0 \text{ m}$		



Postup řešení :

1. předběžný návrh rozměrů nosných prvků :

- tloušťka stropní desky - na základě splnění podmínky ohybové štíhlosti desky + předběžné posouzení stropní desky na protlačení
- rozměry sloupu - na základě únosnosti při centrickém zatížení
- rozměry okrajového žebra

2. výpočet zatížení

3. volba výseku konstrukce - pás desky od osy pole k ose pole

4. výpočet součtového momentu - na řešeném pásu (výsek konstrukce)

$$M_{tot} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b \cdot L_{1,n}^2$$

5. rozdělení součtových momentů na momenty v podporách a momenty v poli

$$M_{h,d} = \gamma_i \cdot M_{tot}$$

6. výpočet pomocných součinitelů :

- součinitel ztužení α - v případě vnitřního ztužujícího trámu

$$\alpha = \frac{E_{bb} \cdot I_b}{E_{bs} \cdot I_s}$$

- součinitel kroucení β_t - v případě příčného okrajového ztužujícího trámu

$$\beta_t = \frac{G_{bb} \cdot I_t}{E_{bs} \cdot I_s}$$

- součinitel navýšení momentů v poli δ - v případě velkého proměnného zatížení

$$\delta = 1 + \frac{2 - \frac{g_d}{q_d}}{4 + \frac{g_d}{q_d}} \cdot \left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha_{c,\min}} \right)$$

7. rozdělení momentů do sloupových a středních pruhů

$$M_{sloup} = \omega_i \cdot M_{h,d} \quad M_{stř} = (1 - \omega_i) \cdot M_{h,d}$$

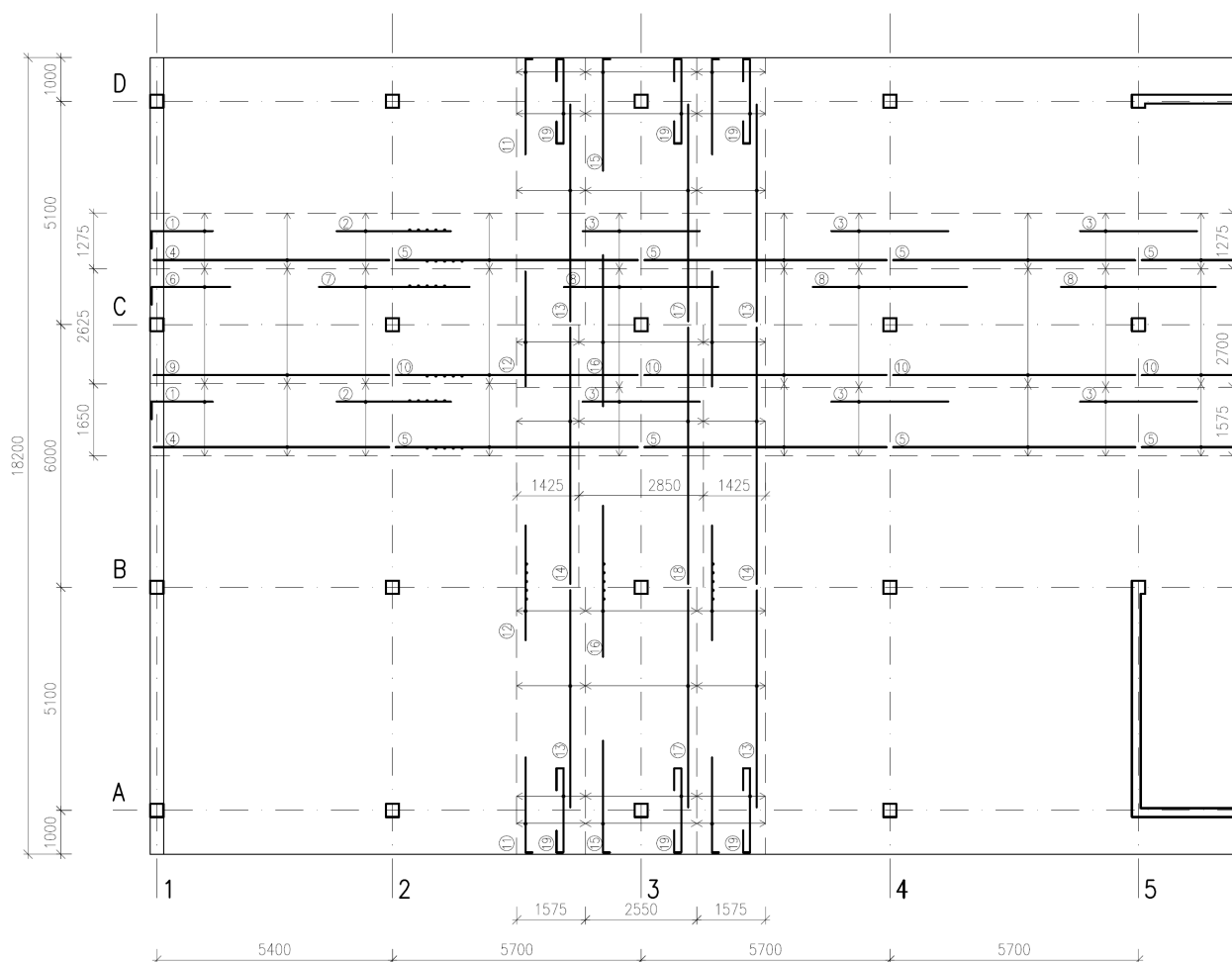
8. přepočítání momentů na běžný metr šířky desky

$$m_{sloup} = \frac{M_{sloup}}{b_i} \quad m_{stř} = \frac{M_{stř}}{b_i}$$

9. dimenzování - návrh ohybové výztuže

$$m_{Rd} \geq m_{Ed} \quad \xi \leq \xi_{\max} = 0,45 \quad a_{s,\min} \leq a_s$$

Skica výkresu ohybové výztuže :



Podrobné řešení viz :

http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/prikklad_1.pdf

Příklad č. 2 : Obecná lokálně podepřená železobetonová stropní konstrukce

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Sousední desková pole jsou zatížena rozdílným užitným zatížením. Metodou součtových momentů je proveden návrh a posouzení stropní desky z hlediska ohybového namáhání. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

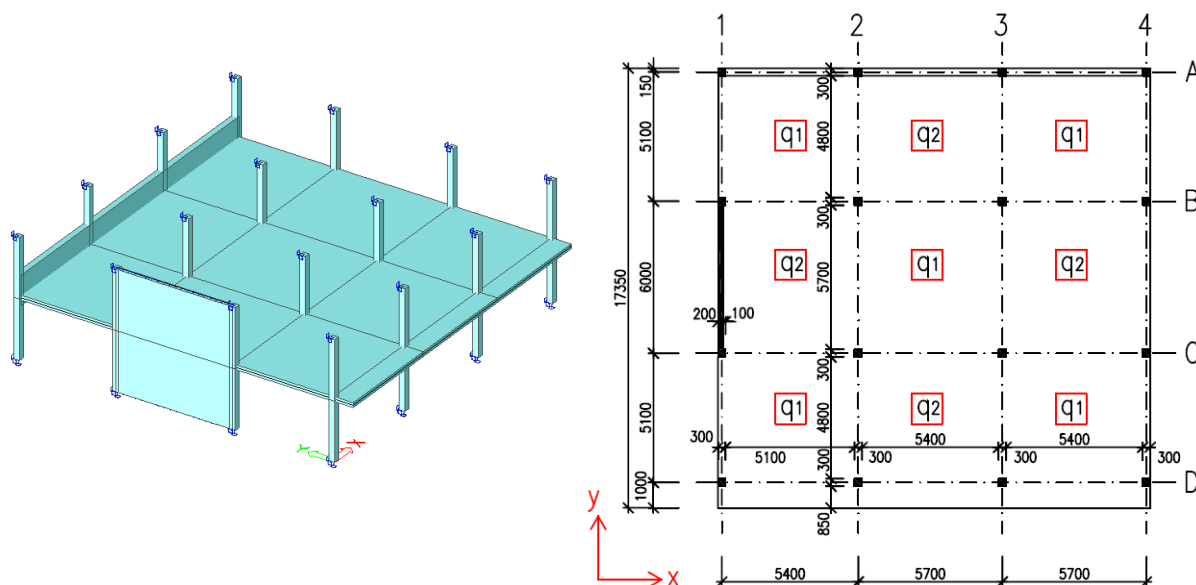
BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B

ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

užitné zatížení : $q_{1,k} = 3,0 \text{ kN/m}^2$

$q_{2,k} = 5,0 \text{ kN/m}^2$



Postup řešení metodou součtových momentů :

1. výpočet zatížení

2. výpočet součtového momentu - na řešeném pásu (výsek konstrukce)

$$M_{tot} = \frac{1}{8} \cdot (g + q)_d \cdot b \cdot L_{1,n}^2$$

3. rozdělení součtových momentů na momenty v podporách a momenty v poli

$$M_{h,d} = \gamma_i \cdot M_{tot}$$

4. výpočet pomocných součinitelů :

- součinitel ztužení α : $\alpha = \frac{E_{bb} \cdot I_b}{E_{bs} \cdot I_s}$
- součinitel kroucení β_t : $\beta_t = \frac{G_{bb} \cdot I_t}{E_{bs} \cdot I_s}$
- součinitel navýšení momentů v poli δ byl v tomto případě zanedbán - vliv střídavého zatížení pro účel studie je zohledněn již v zadání

5. rozdělení momentů do sloupových a středních pruhů

$$M_{sloup} = \omega_i \cdot M_{h,d} \quad M_{stř} = (1 - \omega_i) \cdot M_{h,d}$$

6. přepočítání momentů na běžný metr šířky desky

$$m_{sloup} = \frac{M_{sloup}}{b_i} \quad m_{stř} = \frac{M_{stř}}{b_i}$$

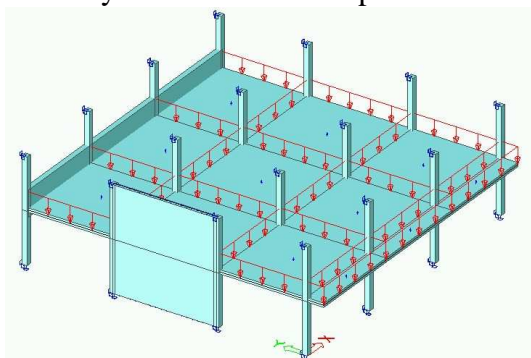
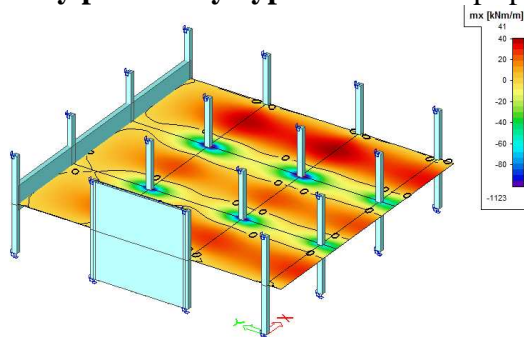
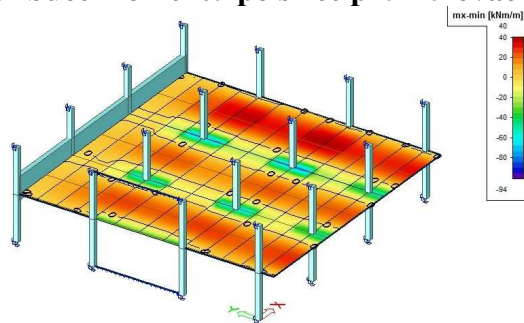
7. dimenzování - návrh ohybové výztuže

$$m_{Rd} \geq m_{Ed} \quad \xi \leq \xi_{max} = 0,45 \quad a_{s,min} \leq a_s$$

Postup řešení metodou konečných prvků :

1. sestavení modelu konstrukce a jeho modelace v programovém prostředí

- jako vhodný model se jeví patrový výšek konstrukce, jehož svíslé podpory jsou vetknuty v rovině okolních podlaží

**2. numerický počítačový výpočet - v tomto případě postačí lineární výpočet****3. rozdělení konstrukce na vyšetřovací pruhy - průměrovací pásy****4. redistribuce momentů po šířce průměrovacích pásů****5. dimenzování**

- **okrajová ŽB stěna** : MKP odhaluje, že momenty v místě vetknutí stropní desky do stěny jsou i při pružném řešení téměř 2× menší, než při řešení MSM. Následkem toho se naopak zvětšují momenty v poli. V krajním sloupovém pruhu rovnoběžném se stěnou vznikají při MKP u konců stěny nezanedbatelné momenty, které jsou důsledkem napjatosti sousedního pole. Tyto momenty směrem ke středu stěny klesají k nule. Naopak střední pruh krajního pásu, rovnoběžný s okrajovou stěnou je při MSM z hlediska ohybového dimenzování značně nadhodnocen. 3
- **krajní průvlak** : Ve směru kolmém na okrajový průvlak nadhodnocuje MSM momenty ve sloupových pruzích a podceňuje momenty v pruzích středních. Ve směru rovnoběžném s osou průvlaku MKP signalizuje, že průvlak přenáší více než 85% momentů přilehlého sloupového pruhu, jak uvádí metoda součtových momentů. 4
- **vnitřní sloup** : I při redistribuci momentů po šířce pruhu vychází při MKP ve sloupových pruzích přiléhajících vnitřním sloupům větší podporové momenty a tím i dimenze. Důvodem je fakt, že metoda součtových momentů uvažuje moment v rovině líce sloupu v celé šířce pruhu, zatímco MKP zohledňuje momenty v okolí sloupu v rovině procházející spojnicí sloupů. 5

Popsané odchylky v predikci chování plynoucí z obou metod vedou k drobným odlišnostem ve vyztužení konstrukce. Spolehlivost konstrukce tím však není příliš ovlivněna, neboť rozdíly v rozmístění výztuže jsou kompenzovány v rámci redistribuce vnitřních sil po konstrukci.

Závěr :

V případě jednoduché a pravidelné konstrukce dosahují obě metody srovnatelných výsledků. Nepatrné odchylky se objevují v blízkosti podpor a okrajových částí desek, ty však nemají výraznější dopad na způsob dimenzování konstrukce. Lze předpokládat, že s rostoucí složitostí a nepravidelností konstrukce (otvory, změny průřezů, vychýlení sloupů z modulové osnovy) by se obě řešení začala rozcházet a v jistých případech predikovala zcela odlišné chování. Zůstává tak na posouzení projektanta, která z variant řešení je v konkrétním případě při konfrontaci náročnosti a přesnosti návrhu přijatelnější. Přes dostupnost výpočetní techniky nelze ani v současnosti zjednodušené metody výpočtu opomíjet.

Podrobné řešení viz :

http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/priklad_2.pdf

Příklad č. 3 : Lokálně podepřená železobetonová deska s otvorem ve středním pruhu

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Prostřední deskové pole je ve středních pruzích oslabeno prostupem. Metodou součtových momentů je proveden návrh a posouzení stropní desky v okolí prostupu z hlediska ohybového namáhání. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

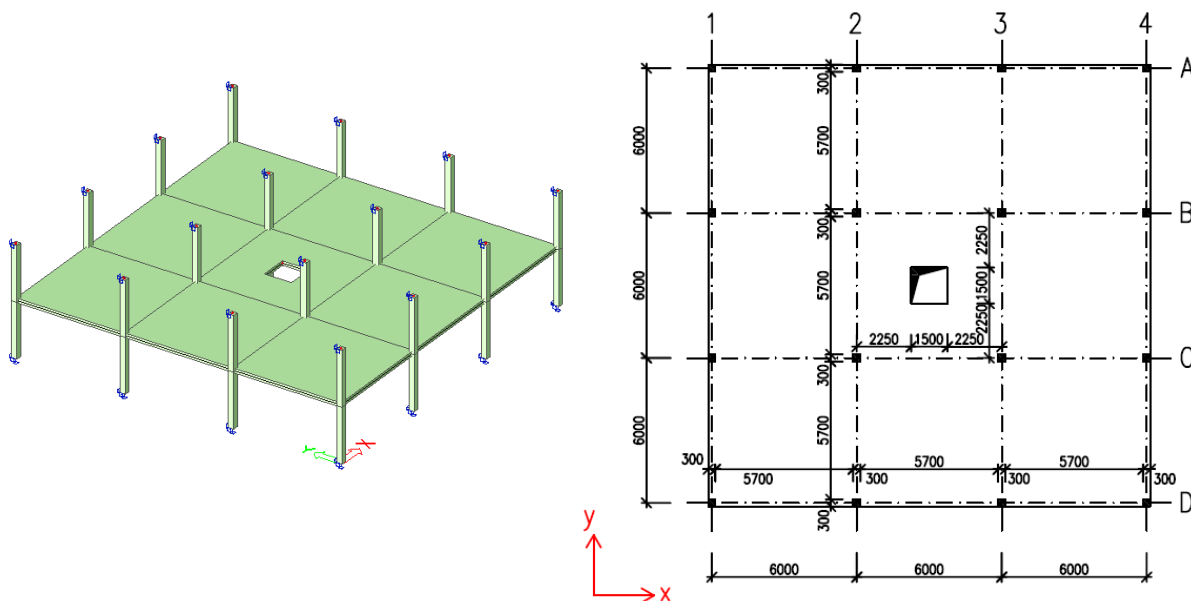
ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

užitné zatížení : $q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$

BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B



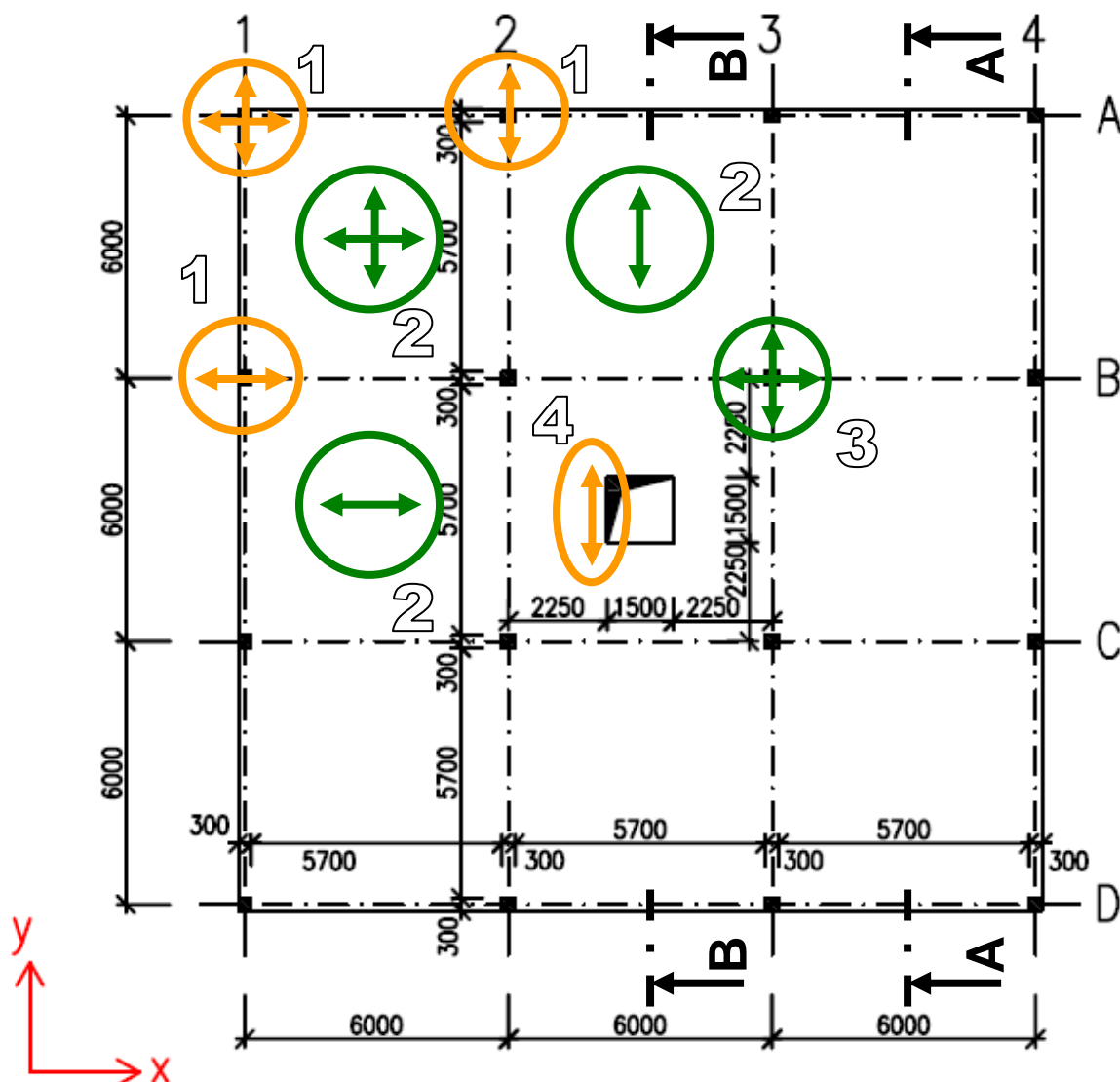
- Postup výpočtu metodou součtových momentů i metodou konečných prvků je identický s předchozí úlohou (příklad č. 2). Hodnota užitného zatížení je aplikována celoplošně na všechna pole konstrukce, vliv střídavého užitného zatížení je zanedbán, neboť nehraje pro účely studie významnou roli.

Vyhodnocení :

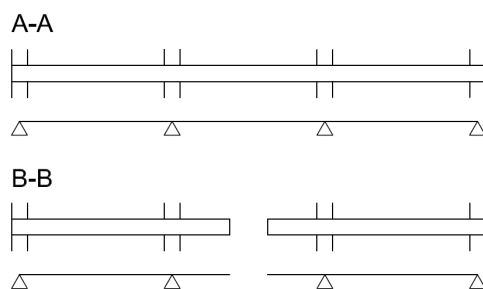
Dle normy ČSN 73 1204, resp. ČSN 73 1201 nesmí být v oblasti deskové konstrukce křížujících se středních pruhů prostupy přerušen pás širší než 1/2 šířky příslušného pruhu za podmínky, že v každém pruhu bude zachováno celkové množství výztuže navržené pro stejné pole bez otvorů.

V tomto případě umístěný prostup přerušuje právě 50% středních pruhů vnitřního deskového pole. Za účelem odhalení důsledků této skutečnosti byla provedena srovnávací studie výpočtu metodou součtových momentů (MSM) a metodou konečných prvků (MKP).

Při srovnání výsledků obou metod byla vytipována kritická místa konstrukce a v nich analyzovány odchylky řešení :

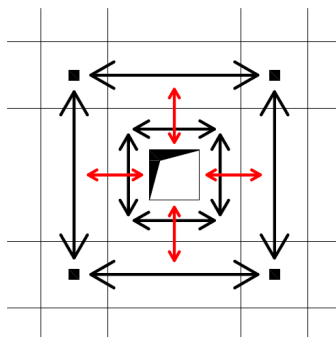


- **okraj desky** : MSM nadhodnocuje momenty ve sloupových pružích kolmých k okraji desky, což vede k jejich převyztužení. Predikce nulového momentu na konci středních pruhů kolmých k okraji zcela neodpovídá faktu, že i volný okraj mezi krajními sloupy má jistou torzní tuhost a tudíž by měl ve směru kolmém přenášet záporné ohybové momenty. Tato tuhost do značné míry závisí na stupni vyztužení volného okraje. Přesto výpočet pomocí MKP nebyl schopen tuto hypotézu jednoznačně potvrdit ani vyvrátit, neboť použitá síť konečných prvků u okraje byla příliš hrubá. 1
- **střední pruhy uprostřed krajních polí** : Vlivem umístění prostupu ve středním deskovém poli dochází k odlehčení tohoto pole a větší deformaci polí sousedních. Současně dochází ke změně statického schématu v řezu středními pruhy (řez B-B), kdy se spojitý nosník mění v dvojici prostých nosníků s jedním převislým koncem. Tato fakta však výpočet pomocí MSM nezohledňuje, a proto predikuje menší namáhání středních pruhů krajních polí, než odpovídá skutečnosti (potvrzeno MKP). S rostoucí velikostí otvoru se tento rozdíl zvětšuje. To je také jeden z důvodů, proč norma omezuje velikost prostupů přípustných pro výpočet pomocí MSM. 2



Řezy deskou a jejich statická schémata

- **vnitřní sloup** : I při redistribuci momentů po šířce pruhu vychází při MKP ve sloupových pruzích přiléhajících vnitřním sloupům větší podporové momenty a tím i dimenze. Důvodem je fakt, že metoda součtových momentů uvažuje moment v rovině líce sloupu v celé šířce pruhu, zatímco MKP zohledňuje momenty v okolí sloupu v rovině procházející spojnicí sloupů. Při porovnání výsledků s příkladem 2 (obecná lokálně podepřená konstrukce) je procentuální rozdíl mezi hodnotami MSM a MKP obdobný, tzn. umístění centrálního prostupu vnitřního pole nemá na tuto skutečnost zásadní vliv.
- **okolí prostupu** : Dle filosofie MSM lze předpokládat, že část pruhu přerušenu prostupem musí nahradit zbývající část pruhu, tedy namáhání této oblasti bude úměrné míře narušení konstrukce prostupem. Výpočet pomocí MKP však tento předpoklad vyvrací (namáhání středního pruhu přilehlého k prostupu je při použití MKP o více než 50% menší, než při použití MSM). V okolí prostupu dochází ke změně statického roznášení a redistribuci vnitřních sil do únosnějších částí desky. Část zatížení je roznášena ve směru kolmém na volný okraj prostupu. Tato skutečnost by měla být zohledněna při případném ručním výpočtu.



Změna statického působení v okolí vnitřního prostupu

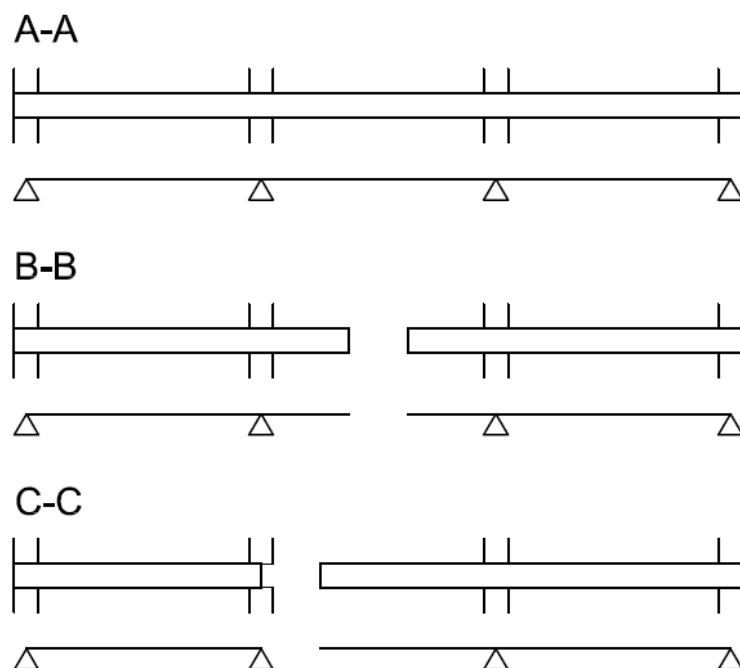
Závěr :

U jednoduché a pravidelné konstrukce dosahují obě metody srovnatelných výsledků. V případě umístění prostupu do středního pruhu desky závisí odchylky řešení na velikosti prostupu a jeho přesné lokalizaci. S rostoucí velikostí prostupu se mění statické schéma konstrukce a výsledky řešení pomocí MSM se odchylují od skutečného chování konstrukce. Pokud by řešitel chtěl zjednodušenou metodu řešení použít i v případě nesplnění podmínek týkajících se velikosti a polohy prostupů, musí při výpočtu zohlednit výše uvedené skutečnosti.

Podrobné řešení viz :

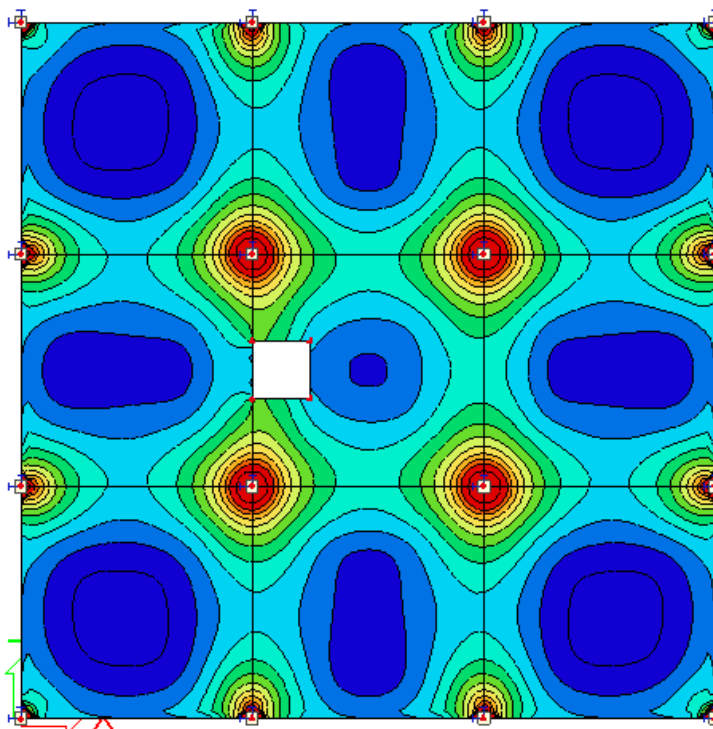
http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/priklad_3.pdf

důvodů, proč norma omezuje velikost prostupů přípustných pro výpočet pomocí MSM. Dalším důvodem je patrná změna statického působení desky v okolí prostupu.



Řezy deskou a jejich statická schémata

- **vnitřní sloup** : I při redistribuci momentů po šířce pruhu vychází při MKP ve sloupových pruzích přiléhajících vnitřním sloupům větší podporové momenty a tím i dimenze. Částečným důvodem je fakt, že metoda součtových momentů uvažuje moment v rovině líce sloupu v celé šířce pruhu, zatímco MKP zohledňuje momenty v okolí sloupu v rovině procházející spojnicí sloupů. Na rozdíl od případu, kdy je otvor umístěn uprostřed středního pole (příklad 3), je však při tomto porovnání výsledků s příkladem 2 (obecná lokálně podepřená konstrukce) procentuální rozdíl mezi hodnotami MSM a MKP výraznější. Důvodem je umístění prostupu do sloupového pruhu, tedy oblasti toku hlavních napětí. V okolí prostupu dochází k odklonu trajektorií napětí od ideálního směru a vytvoření nového statického schématu. 3
- **okolí prostupu** : Dle filosofie MSM lze předpokládat, že část pruhu přerušenu prostupem musí být nahrazena zbývající částí pruhu, tedy namáhání této oblasti bude úměrné míře narušení konstrukce prostupem. Výpočet pomocí MKP však tento předpoklad vyvrací - namáhání sloupového pruhu přilehlého k prostupu je při použití MKP o více než 50% menší, než při použití MSM. V okolí prostupu dochází ke změně statického roznášení a redistribuci vnitřních sil do únosnějších částí desky. Zvětšují se momenty nad podporami, část zatížení je roznášena ve směru kolmém na volný okraj prostupu. Tato skutečnost by měla být zohledněna při případném ručním výpočtu. 4



Odklon trajektorií napětí vlivem umístění prostupu

Závěr :

V případě jednoduché a pravidelné konstrukce dosahují obě metody srovnatelných výsledků. V případě umístění prostupu do sloupového pruhu desky závisí odchylky řešení na velikosti prostupu a jeho přesné lokalizaci. S rostoucí velikostí prostupu se mění statické schéma konstrukce a výsledky řešení pomocí MSM se odchyľují od skutečného chování konstrukce. Při srovnání s příkladem 3 (prostup ve středním pruhu) bylo prokázáno, že umístění prostupu do sloupového pruhu má výraznější dopady na chování lokálně podepřené konstrukce. Pokud by řešitel chtěl zjednodušenou metodu řešení použít i v případě nesplnění podmínek týkajících se velikosti a polohy prostupů, musí při výpočtu zohlednit výše uvedené skutečnosti.

Podrobné řešení viz :

http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/priklad_4.pdf

Příklad č. 5 : Lokálně podepřená železobetonová deska s výrazně rozdílným rozpětím následujících polí

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Rozpětí následujících deskových polí ve směru x (4m resp. 7m) se liší o více než $1/3$ rozpětí kratšího pole, což nespĺňuje podmínku pro použití metody součtových momentů. Přesto jsou návrh a posouzení stropní desky z hlediska ohybového namáhání metodou součtových momentů provedeny. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

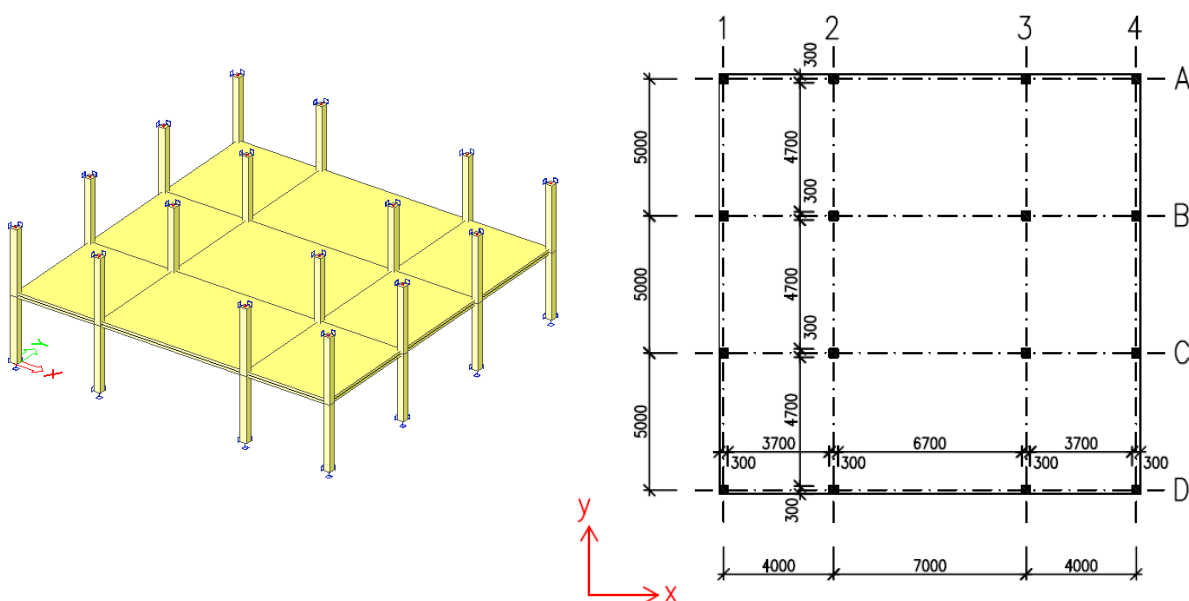
ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 1,0 \text{ kN/m}^2$

krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

užitné zatížení : $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$

BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B



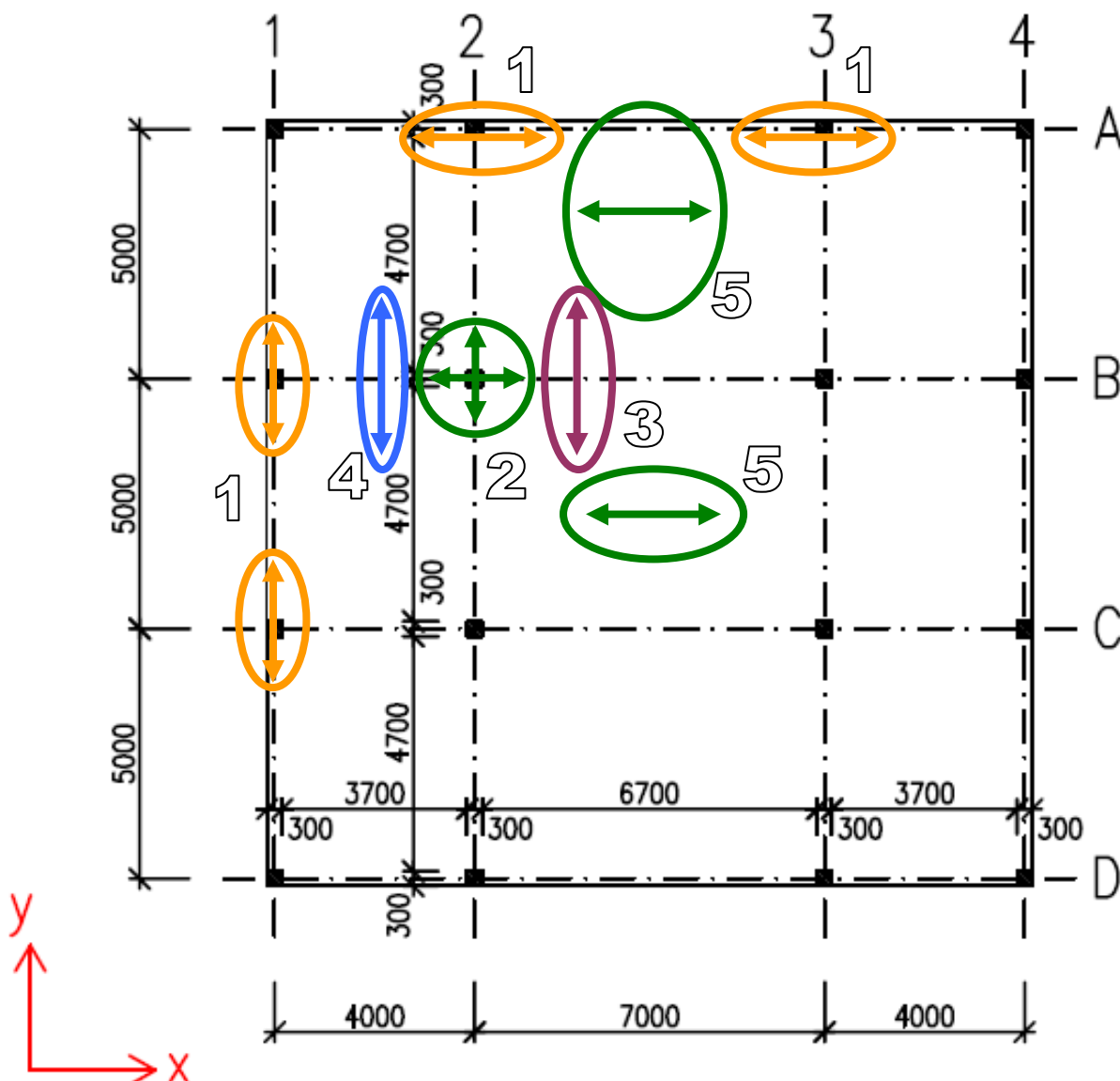
- Postup výpočtu metodou součtových momentů i metodou konečných prvků je identický s příkladem č. 2. Hodnota užitného zatížení je aplikována celoplošně na všechna pole konstrukce, vliv střídavého užitného zatížení je zanedbán.

Vyhodnocení :

Podmínkou pro použití metody součtových momentů dle normy ČSN 73 1204, resp. ČSN 73 1201 je skutečnost, že rozpětí deskových polí v hlavním směru se neliší o více než $1/3$ rozpětí kratšího pole.

V tomto případě je rozpětí vnitřního pole ve směru x 7,0 m, což představuje 1,75 násobek rozpětí krajního pole (rozpětí 4,0 m). Výše uvedená podmínka tedy není splněna. Za účelem odhalení důsledků této skutečnosti byla provedena srovnávací studie výpočtu metodou součtových momentů (MSM) a metodou konečných prvků (MKP).

Při srovnání výsledků obou metod byla vytipována kritická místa konstrukce a v nich analyzovány odchylky řešení :



- **okraj desky** : Ohybové momenty na okraji desky rovnoběžné s tímto okrajem zjištěné pomocí MSM neodpovídají skutečnosti. Vlivem výrazně odlišných rozpětí následujících polí predikuje tato metoda výrazně menší momenty nad podporou ze strany kratšího rozpětí a výrazně vyšší momenty ze strany většího rozpětí. Při analýze MKP se hodnoty těchto momentů vzájemně přibližují a celkově vedou k menším dimenzím ohybové výztuže. 1
- **oblast vnitřního sloupu** : Obdobně jako u krajního deskového pásu se mezi momenty z jedné a druhé strany vnitřních sloupů ve směru rozdílných rozpětí projevují rozdíly při použití MKP oproti MSM. Analýza ukazuje, že momenty stanovené MSM dosahují na straně kratšího rozpětí jen 40% hodnoty stanovené pomocí MKP, zatímco hodnoty na straně pole s větším rozpětím jsou u obou metod řádově stejné. Jelikož pro návrh výztuže nad podporou je rozhodující větší z obou hodnot (hodnota na straně většího rozpětí), rozdíly v dimenzování budou jen nepatrné. Výrazně větší rozdíly v dimenzování se 2

objevují ve směru kolmém, kdy MKP predikuje až 50% nárůst momentů v porovnání s MSM.

- **střední pruhy vnitřního pásu :** Nepřesnost MSM se projevuje hlavně ve středních pruzích vnitřního deskového pásu, kolmému ke směru rozdílných rozpětí. Filosofie rozdělení momentů středního pruhu po šířce obou jeho částí neodpovídá realitě. Prostřední pole s velkým podélným rozpětím přenáší většinu zatížení ve směru tohoto rozpětí a na kolmý střední pruh připadá jen malá část zatížení. Oproti tomu pole s kratším podélným rozpětím se chová téměř jako čtvercové a kolmý střední pruh je tedy namáhán více. Tento rozdíl mezi oběma částmi středního pruhu se projevuje hlavně v případě většího zatížení konstrukce.
- **pole s větším rozpětím :** V polích s větším rozpětím přirozeně vznikají větší momenty ve směru tohoto rozpětí. Hodnoty dle MKP jsou však vyšší, než jaké stanovuje MSM. Rozdíly jsou patrné především ve středních pruzích, méně pak ve sloupových pruzích krajních deskových pásů a ještě méně ve sloupových pruzích vnitřních deskových pásů.

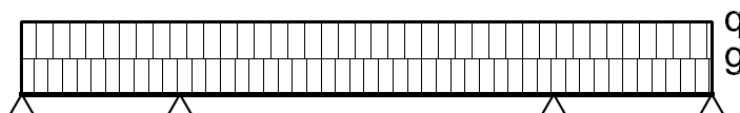
3

+

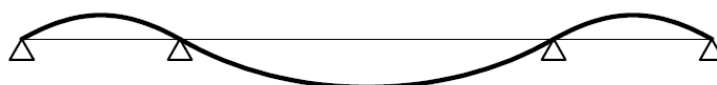
4

5

SCHÉMA ZATÍŽENÍ



DEFORMACE KONSTRUKCE



Možné chování konstrukce při extrémním rozdílu následujících rozpětí

Závěr :

V případě výrazně rozdílných následujících rozpětí nepostihuje výpočet metodou součtových momentů skutečné chování konstrukce. Odlišnosti se projevují především na rozhraní takových polí, kdy zjednodušená metoda predikuje výrazný rozdíl v momentech z jedné a druhé strany. U polí s větším rozpětím podceňuje také momenty v polí. Rozdíly v následujících rozpětích polí ovlivňují poměry roznášení zatížení do směrů, které neodpovídají přesně předpokladům MSM. Obecně lze říci, že metoda součtových momentů podceňuje ve srovnání s MKP místa lokálních extrémů a naopak nadhodnocuje méně exponované oblasti. Navíc výrazný rozdíl v následujících rozpětích může zcela otočit napjatost v desce s kratším rozpětím a vyvolat tah v jejích horních vláknech. Takovou konstrukci je nutné vyztužovat u opačného povrchu, což MSM není schopna odhalit.

Podrobné řešení viz :

http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/priklad_5.pdf

Příklad č. 6 : Lokálně podepřená železobetonová deska s výrazně rozdílným rozpětím následujících polí

Je dán železobetonový monolitický skelet (viz schéma konstrukce). Návrhová hodnota užitého zatížení představuje dominantní složku zatížení a značně převyšuje návrhovou hodnotu zatížení stálého. Metodou součtových momentů je proveden návrh a posouzení stropní desky z hlediska ohybového namáhání. Výpočet je následně porovnán s numerickým řešením pomocí metody konečných prvků.

konstrukční výška stropu : $h_d = 240 \text{ mm}$

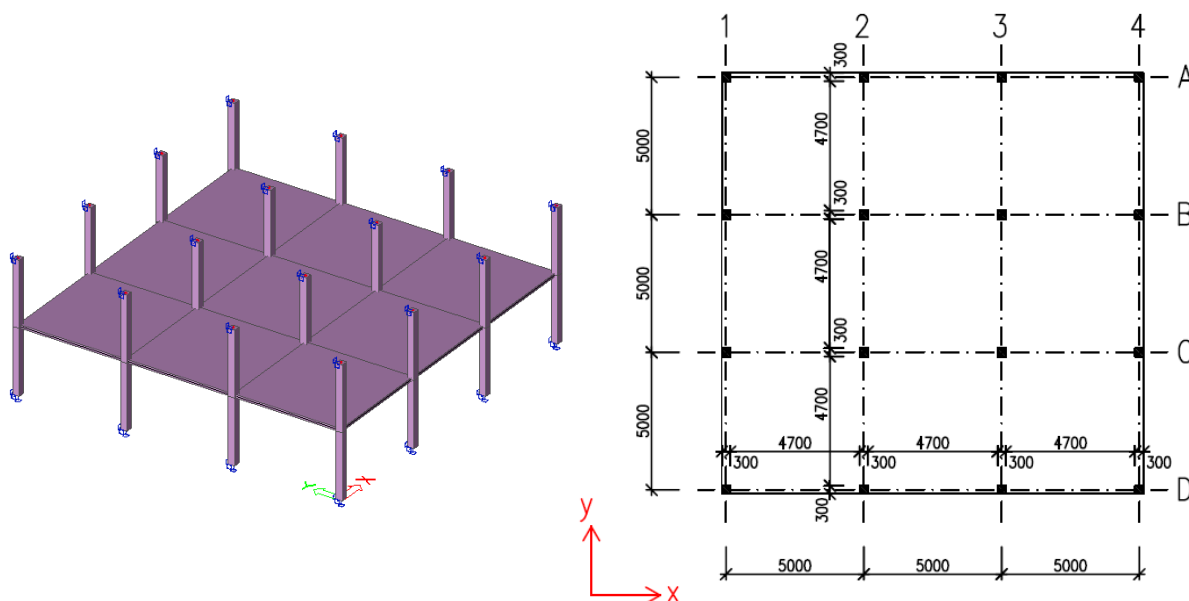
ostatní stálé zatížení : $(g - g_0)_k = 0,5 \text{ kN/m}^2$

krytí ohybové výztuže : $c = 25 \text{ mm}$

užitné zatížení : $q_k = 10,0 \text{ kN/m}^2$

BETON : C 25/30

OCEL : B 500 B



- Postup výpočtu metodou součtových momentů i metodou konečných prvků je téměř identický s příkladem č. 2, až na pár drobných detailů. Na rozdíl od předchozích případů (příklady č. 3-5), je tentokrát nutné ve výpočtu zohlednit vliv střídavého proměnného zatížení, neboť hodnota užitého zatížení je právě klíčovým parametrem celé konstrukce. V metodě součtových momentů je tento fakt zohledněn vyčíslením součinitele δ , kterým se navyšují spočtené mezipodporové momenty. V numerickém řešení jsou sestaveny všechny možné kombinace zatížení deskových polí užitným zatížením, pomocí nichž je následně vytvořena obálka vnitřních sil.

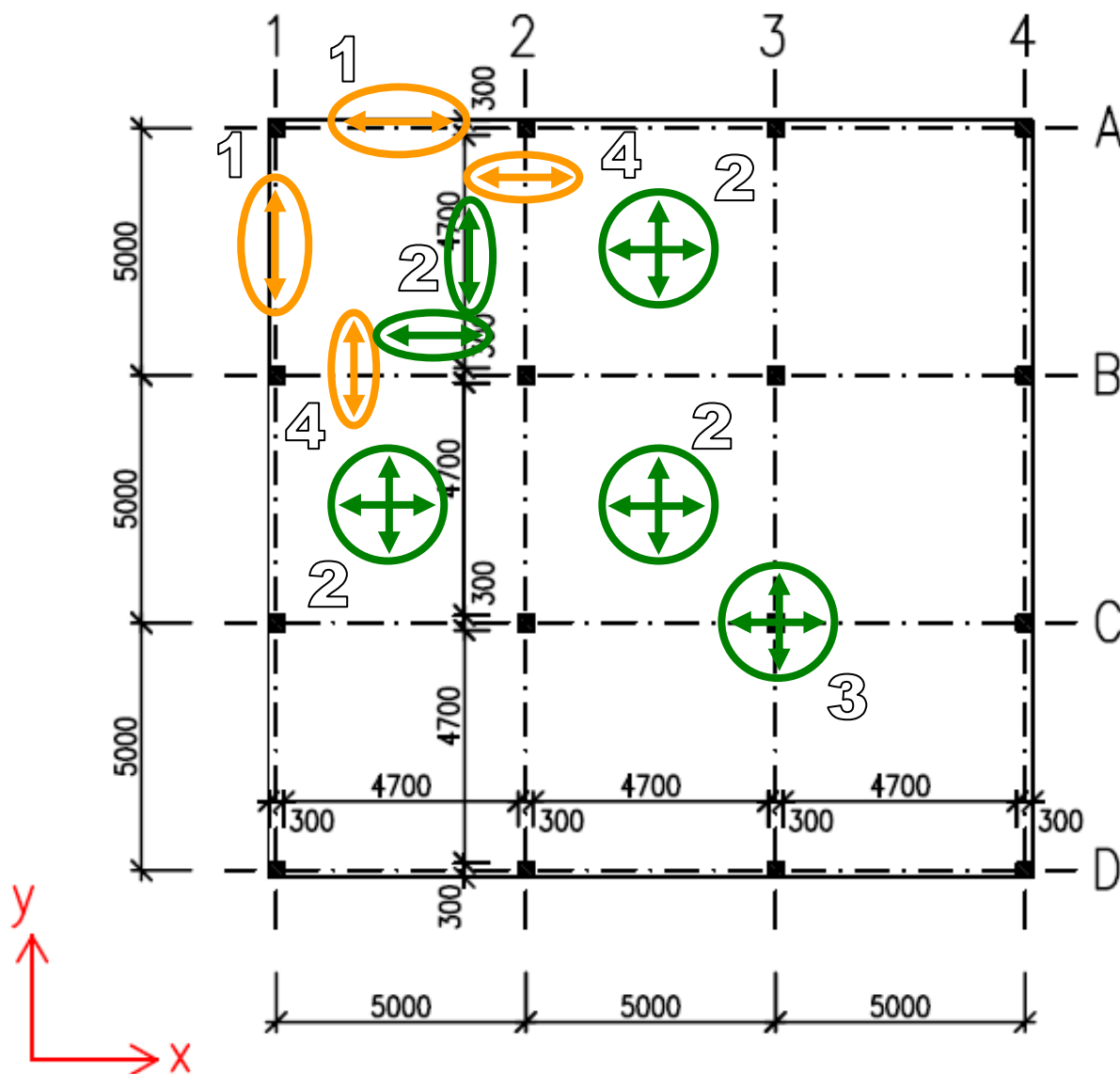
Vyhodnocení :

Podmínkou pro použití metody součtových momentů dle normy ČSN 73 1204, resp. ČSN 73 1201 je skutečnost, že konstrukce bude zatížena pouze svislým zatížením rovnoměrně rozděleným po celém deskovém poli, přičemž charakteristická hodnota nahodilého zatížení nebude větší než 2,2 násobek charakteristického zatížení stálého.

V tomto případě je návrhová hodnota nahodilého zatížení $q_k = 10 \text{ kN/m}^2 = 1,54 \cdot g_k$, což splňuje výše uvedenou podmínku. Přesto je hodnota nahodilého již tak vysoká, že při výpočtu

může docházet k výraznějším odchylkám od skutečného chování. Z toho důvodu byla provedena srovnávací studie výpočtu metodou součtových momentů (MSM) a metodou konečných prvků (MKP).

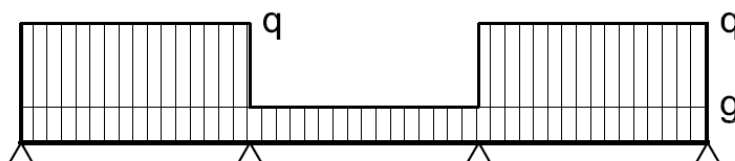
Při srovnání výsledků obou metod byla vytipována kritická místa konstrukce a v nich analyzovány odchylky řešení :



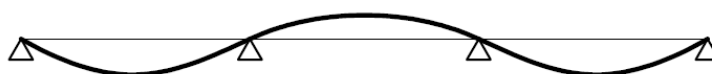
- **sloupový pruh rohového pole :** V oblasti rohového pole odhaluje MKP menší ohybové momenty ve sloupových pruzích, než která stanovila MSM. Navýšení momentů v poli součinitelem δ pravděpodobně v rohovém poli zcela neodpovídá skutečnosti. 1
- **střední pruhy vnitřních pásů :** Veškeré střední pruhy vnitřních pásů jsou při použití MSM značně podceněny. Momenty ve všech polích kromě rohových jsou větší, než jak ukazuje tato metoda. Součinitel δ , používaný v MSM pro navýšení momentů v poli vlivem velkého proměnného zatížení, není schopen dostatečně vystihnout chování takto zatížené konstrukce (extrémní hodnota proměnného zatížení). 2

- **vnitřní sloup :** Momenty nad vnitřními podporami jsou při použití MSM podceněny až o 20-25%. Stejně jako v předchozích příkladech lze částečnou příčinu hledat v metodice stanovení hledaného momentu a rozdílných parametrech vstupujících do výpočtu. 3
- **střední pruh krajního pásu :** Střední pruhy krajních pásů nad podporou vykazují při výpočtu MKP o 40% menší hodnotu než v případě výpočtu MSM. Tato skutečnost souvisí, podobně jako u oblasti rohových sloupů, s neschopností ruční metody postihnout napjatost okrajových částí desky. 4

SCHÉMA ZATÍŽENÍ



DEFORMACE KONSTRUKCE



Možné chování konstrukce při extrémní hodnotě proměnného zatížení

Závěr :

Při zatížení konstrukce extrémním proměnným zatížením, dochází při použití klasického postupu výpočtu metodou součtových momentů ke značným odchylkám od chování zjištěného metodou konečných prvků. Technické předpisy si jsou této skutečnosti vědomy, a proto hodnotu proměnného zatížení omezují. Hlavním důvodem omezení hodnoty nahodilého zatížení ($q_k \leq 2,2 \cdot g_k$), je fakt, že v opačném případě hrozí, že při určité kombinaci zatížení účinek proměnného zatížení na okolních deskách zcela otočí napjatost na desce vyšetřované. Extrémní zatížení okolních polí vyvolá tah v horních vláknech celého vyšetřovaného pole. Takové pole je nutné dimenzovat při obou površích, což zjednodušená metoda součtových momentů vůbec není schopna postihnout. Pokud se tedy reálně taková konstrukce naskytne (vysoká hodnota proměnného zatížení), nelze výpočet pomocí metody součtových momentů vůbec realizovat.

Podrobné řešení viz :

http://concrete.fsv.cvut.cz/~tipka/granty_soubory/FRVS_2011/priklad_6.pdf

Poděkování :

Tato práce byla zpracována za finanční podpory projektu FRVŠ 905/2011/G1.