

133PSBZ

Požární spolehlivost betonových a zděných konstrukcí

Přednáška B9

ČVUT v Praze, Fakulta stavební
katedra betonových a zděných konstrukcí

MSÚ - mezní stavy únosnosti

Obsah:

- Mezní stavy únosnosti
- Účinek předpětí v MSÚ
- Porušení normálovou silou a/nebo ohybem
- Porušení smykem

MSÚ - mezní stavy únosnosti

Jsou spojeny s kolapsem, nebo konstrukční poruchou, která může být nebezpečná lidem a/nebo konstrukci.

Rozlišují se MSÚ:

- EQU:** ztráta statické rovnováhy konstrukce nebo její části, uvažované jako tuhé těleso
- STR:** vnitřní porucha nebo nadměrná deformace konstrukce nebo nosných prvků, vč. základů
- GEO:** porucha nebo nadměrná deformace základové půdy, kde pevnosti zeminy nebo skalního podloží jsou významné pro únosnost

MSÚ - mezní stavy únosnosti

V mezních stavech STR:

- Má být ověřena podmínka

$$E_d \leq R_d$$

E_d ... návrhová hodnota účinku zatížení, jako je vnitřní síla, moment, nebo vektor několika vnitřních sil nebo momentů

R_d ... návrhová hodnota příslušné únosnosti

MSÚ - mezní stavy únosnosti

Rozlišují se:

- 1. stálá** - vztahuje se k podmínkám běžného užívání
- 2. dočasná** - vztahuje se k dočasným podmínkám konstrukce, jako je výstavba, opravy apod.
- 3. mimořádná** - vztahuje se k mimořádným podmínkám možného vystavení konstrukce, jako je výbuch, požár, náraz apod.
- 4. seismická** - vztahuje se k výjimečným podmínkám konstrukce spojeným se seismickými účinky

MSÚ - mezní stavy únosnosti

Stálé a dočasné situace - účinky mohou být vyjádřeny

$$E_d = E\{\gamma_{Gj} G_{kj}; \gamma_p P; \gamma_{Q,1} Q_{k,1}; \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{ki}\} \quad j \geq 1; i > 1$$

Kombinace účinků zatížení má být uvažována s přihlédnutím k

- Návrhové hodnotě hlavního proměnného zatížení
- Návrhovým hodnotám vedlejších proměnných zatížení

Kombinace účinků v závorce „{ }“ může být vyjádřena jako

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (6.10)$$

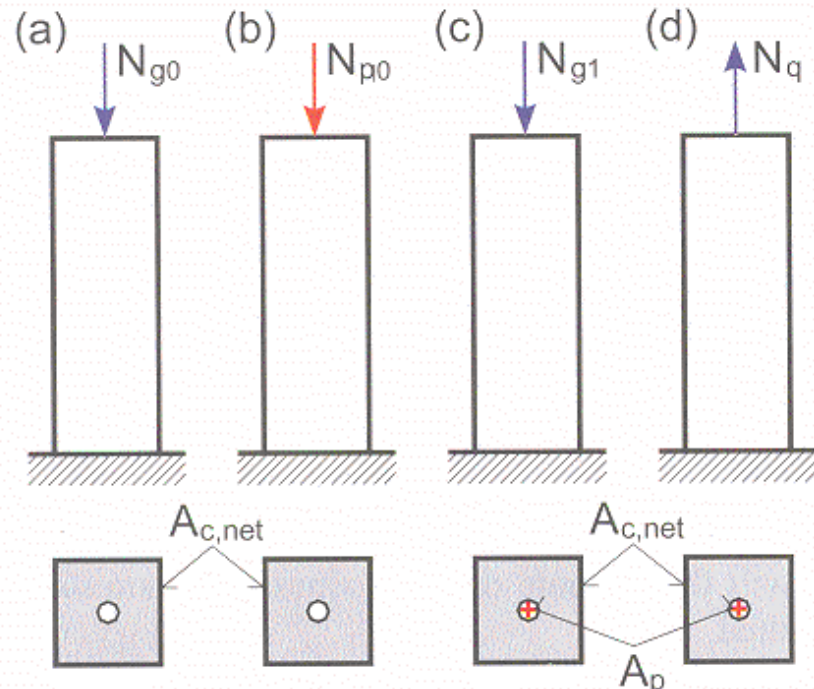
nebo alternativně v MSÚ jako méně příznivá kombinace z následujících dvou výrazů (6.10a) a (6.10b), která dává nejnepříznivější hodnoty

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (6.10a)$$

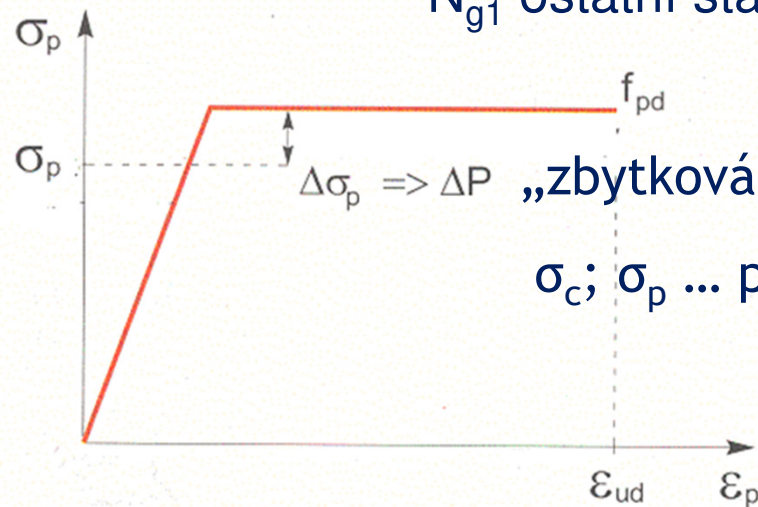
$$\sum_{j \geq 1} \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (6.10b)$$

MSÚ - mezní stavy únosnosti

Předpjatý prvek dostředně tažený



N_{g1} ostatní stálé



Beton:

$$\sigma_{cg0} = \frac{N_{g0}}{A_{c,net}}; \epsilon_{cg0} = \frac{\sigma_{cg0}}{E_{cm}}$$

$$\sigma_{cp0} = \frac{N_{p0}}{A_{c,net}}; \epsilon_{cp0} = \frac{\sigma_{cp0}}{E_{cm}}$$

$$\sigma_{cg1} = \frac{N_{g1}}{A_i}; \epsilon_{cg1} = \frac{\sigma_{cg1}}{E_{cm}}$$

$$\sigma_c = \sum \sigma_{ci}; \epsilon_c = \sum \epsilon_{ci}$$

Ocel:

$$\sigma_{pg0} = 0$$

$$\sigma_{p0} = \frac{N_{p0}}{A_p}; \epsilon_{p0} = \frac{\sigma_{p0}}{E_p}$$

$$\sigma_{pg1} = \frac{N_{g1}E_p}{A_pE_{cm}}; \epsilon_{pg1} = \frac{\sigma_{pg1}}{E_p}$$

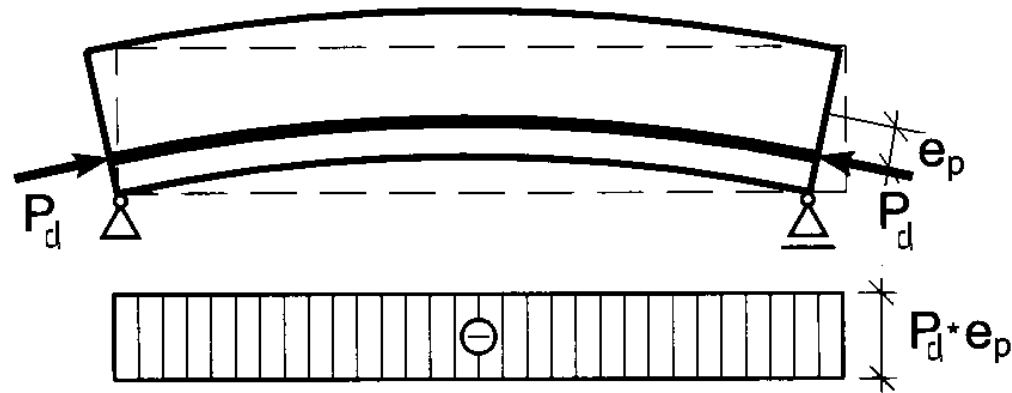
$$\sigma_p = \sum \sigma_{pi}; \epsilon_p = \sum \epsilon_{pi}$$

Únosnost prvku v tahu:

$$N_q = A_{c,net}\sigma_c + A_p(f_{pd} - \sigma_p)$$

Účinek předpětí v MSÚ

Předpínací síla působí jako vnější síla

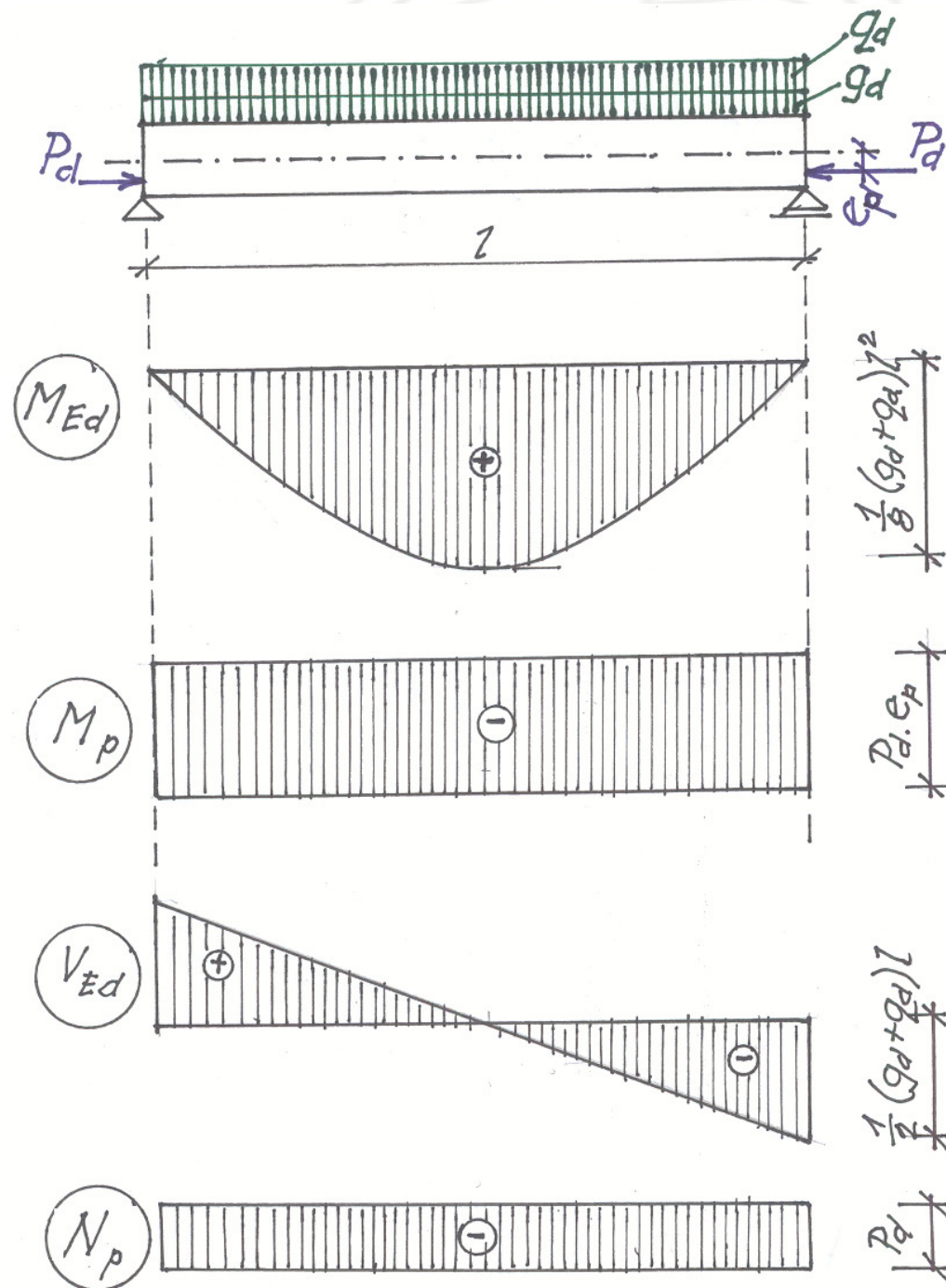


Návrhová hodnota předpínací síly:

$$P_d = \gamma_p P_{m,t}(x)$$

- Předpětí je ve většině případů považováno za příznivé. Návrhová hodnota může vycházet ze střední hodnoty předpínací síly a pak lze uvažovat hodnotu $\gamma_p = 1,0$
- Při posuzování lokálních účinků se musí uvažovat $\gamma_{p,unfav}$, jehož doporučená hodnota je $\gamma_{p,unfav} = 1,2$

Účinek zatížení - prostě podepřený nosník



Ve středu rozpětí:

$$M_{Ed} - M_p = (g_d + q_d) l^2 / 8 - P_d e_p$$

$$N_p = P_d$$

V podpoře:

$$V_{Ed} = (g_d + q_d) l / 2$$

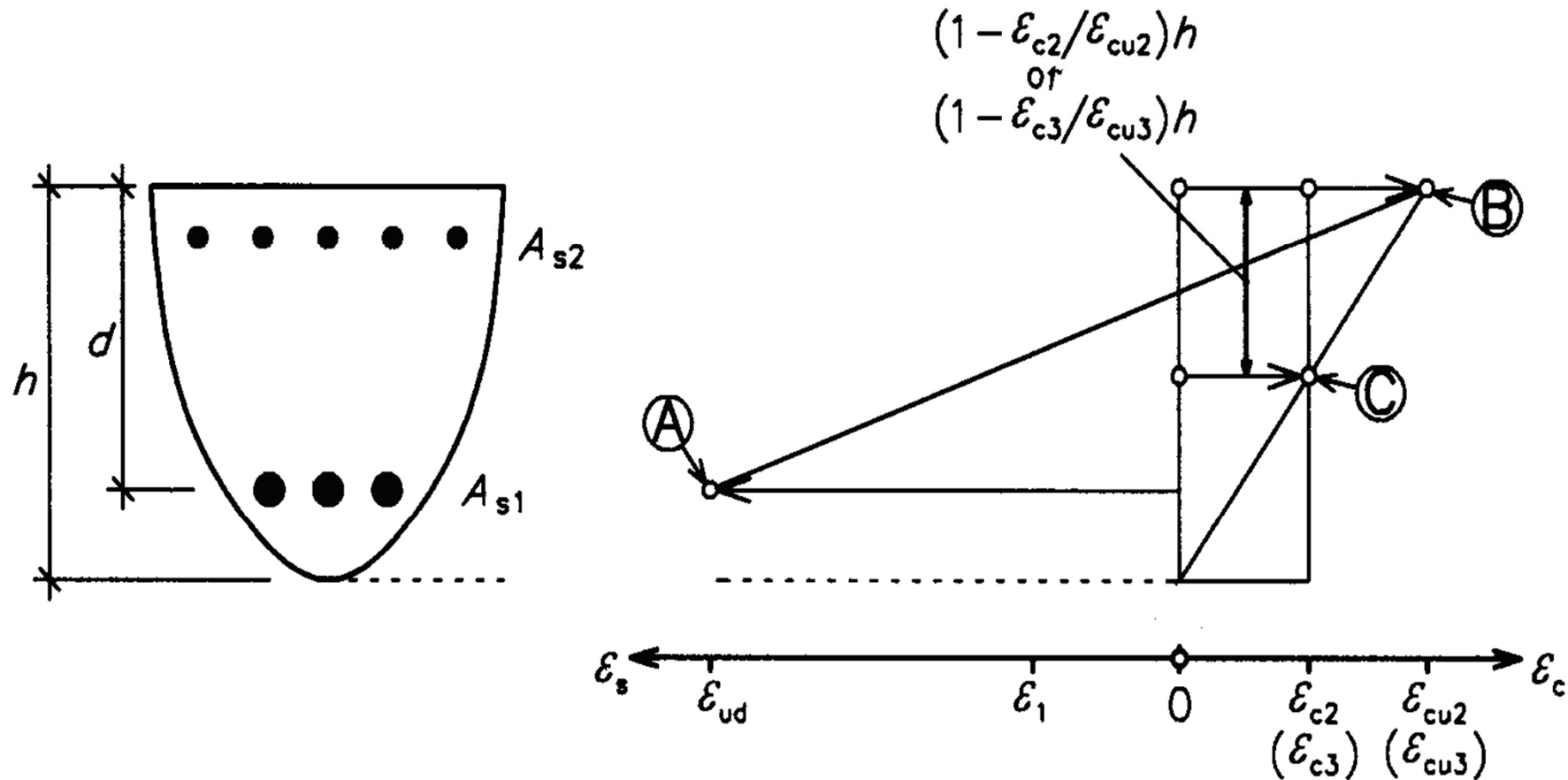
$$N_p = P_d$$

MSÚ - Normálová síla a ohybový moment

Při stanovení sil na mezi únosnosti v průřezu se vychází z následujících předpokladů:

1. Průřezy před a po přetvoření jsou rovinné
2. Poměrné přetvoření soudržné výztuže v tahu i v tlaku je stejné, jako poměrné přetvoření přilehlého betonu
3. Beton v tahu nepůsobí
4. Napětí v betonu a ve výztuži může být stanoveno pomocí pracovních diagramů betonu a výztuže
5. Počáteční poměrné přetvoření předpínací výztuže se uvažuje, pokud se posuzují napětí v předpínací výztuži
6. Mezního stavu je dosaženo, pokud je dosaženo mezního přetvoření betonu a/nebo mezního přetvoření v tažené výztuži

Možné průběhy poměrných přetvoření v MSÚ



- A - Mezní poměrné přetvoření betonářské výztuže
- B - mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku
- C - mezní poměrné přetvoření betonu při dostředném tahu

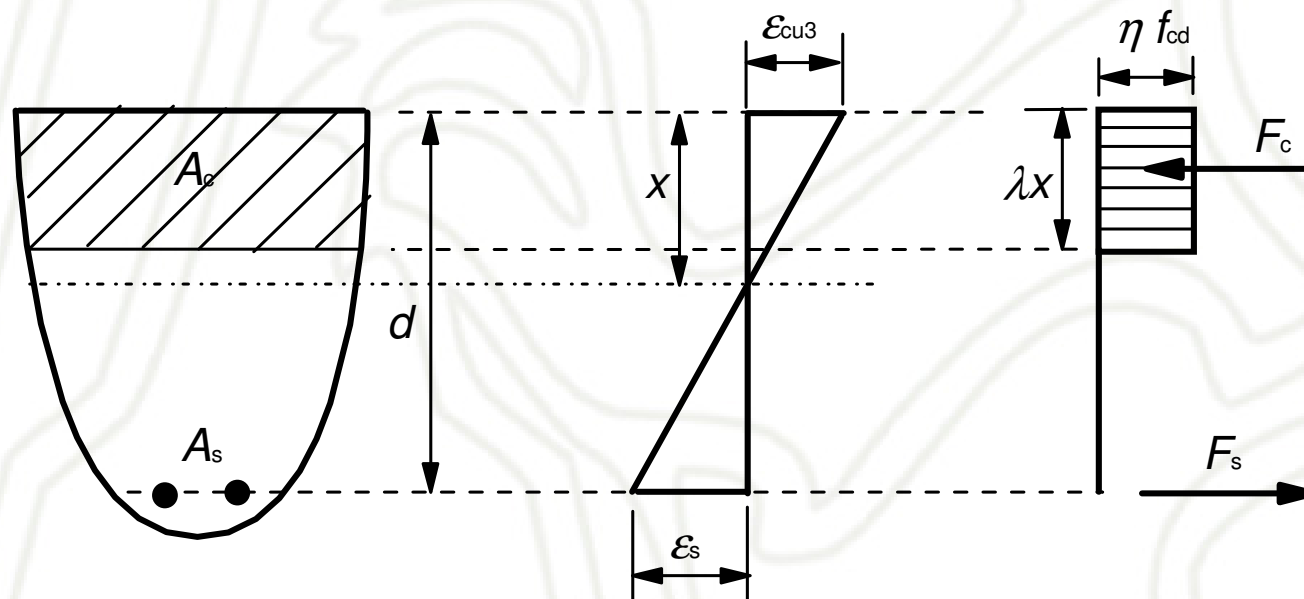
Návrhová pevnost betonu

Návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c$$

γ_c ... dílčí součinitel spolehlivosti betonu; doporučená hodnota v mezních stavech únosnosti pro trvalou a dočasnou návrhovou situaci je $\gamma_c = 1,5$

α_{cc} ... součinitel zohledňující dlouhodobé účinky na pevnost betonu v tlaku a nepříznivé účinky vyplývající ze způsobu zatěžování; doporučená hodnota je $\alpha_{cc} = 1,0$



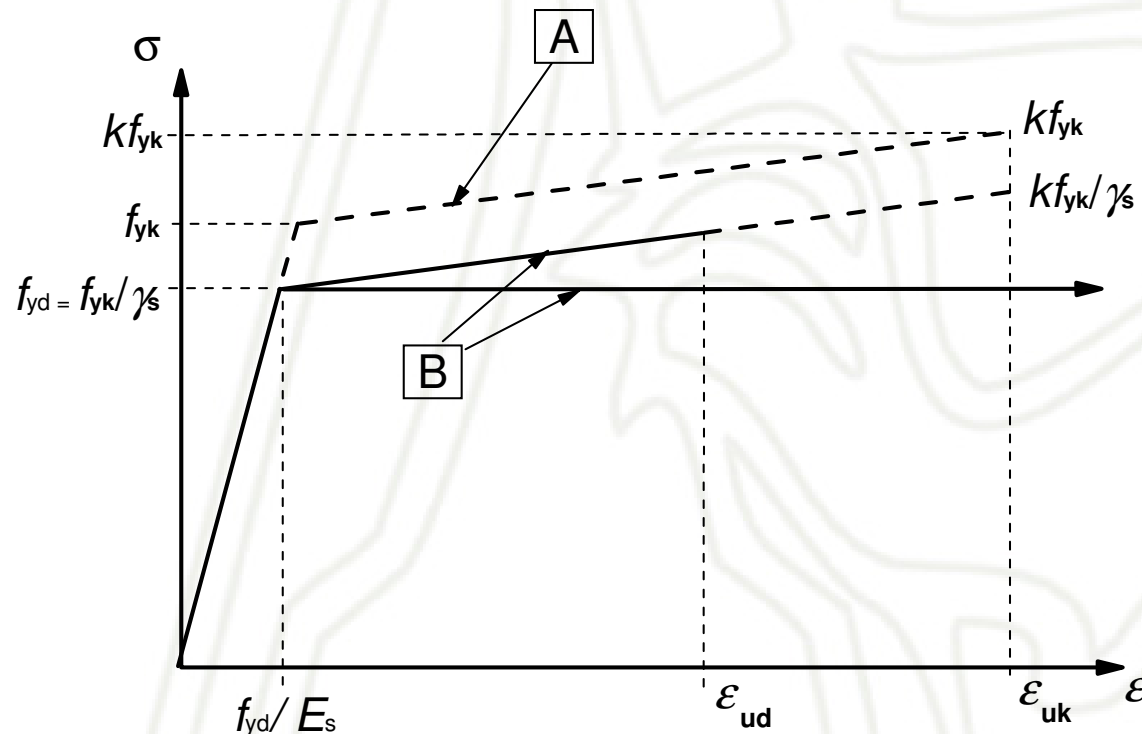
Návrhová hodnota pevnosti betonářské výztuže

Návrhová hodnota pevnosti betonářské výztuže v tlaku a v tahu

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

γ_s ... dílčí součinitel spolehlivosti výztuže;
doporučená hodnota při trvalé i dočasné návrhové situaci
je $\gamma_s = 1,15$

f_{yk} ... charakter. hodnota meze kluzu; uvažuje se f_y nebo $f_{0,2}$



$$k = (f_t / f_y)_k$$

A - idealizovaný
B - návrhový

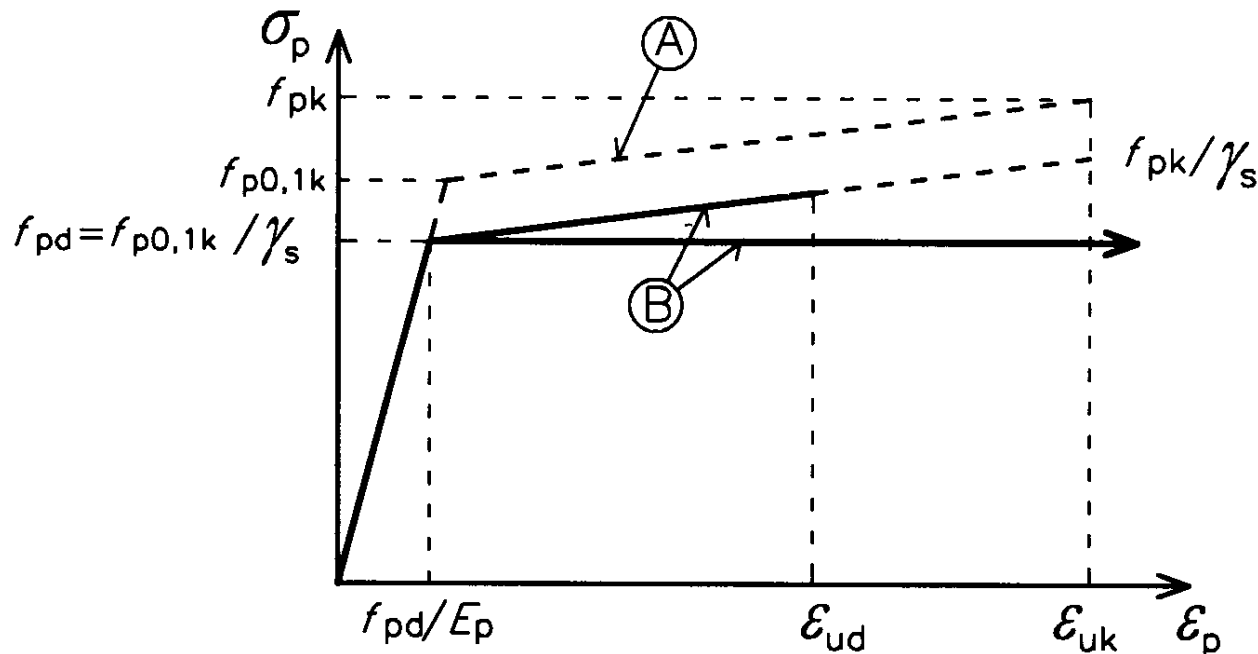
Návrhová hodnota pevnosti předpínací výztuže

Návrhová hodnota pevnosti předpínací výztuže v tlaku a v tahu

$$f_{pd} = f_{p0,1k} / \gamma_s$$

γ_s ... dílčí součinitel spolehlivosti výztuže;
doporučená hodnota při trvalé i dočasné návrhové
situaci je $\gamma_s = 1,15$

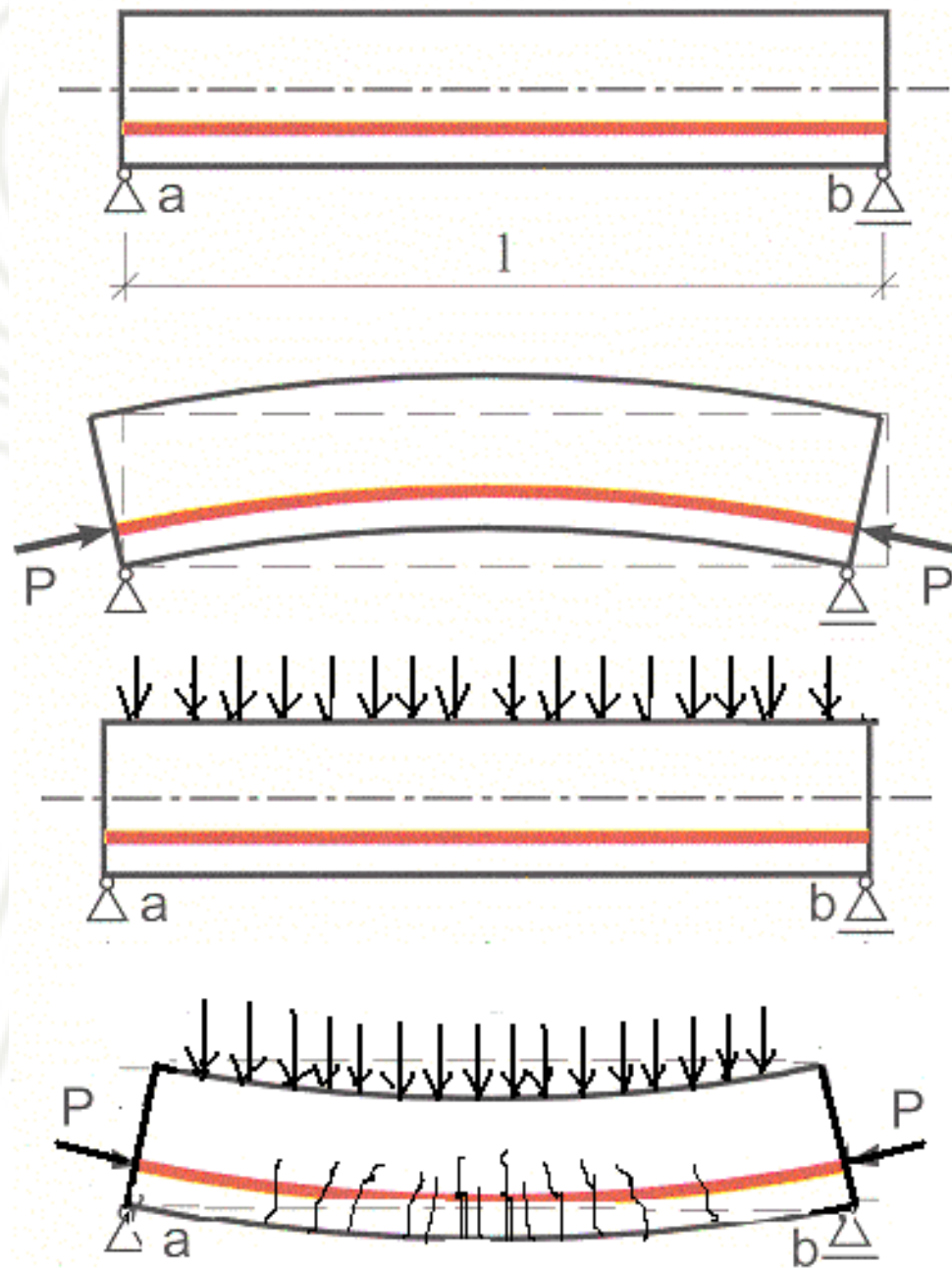
$k_{p0,1k}$... charakteristická hodnota smluvní meze kluzu 0,1%



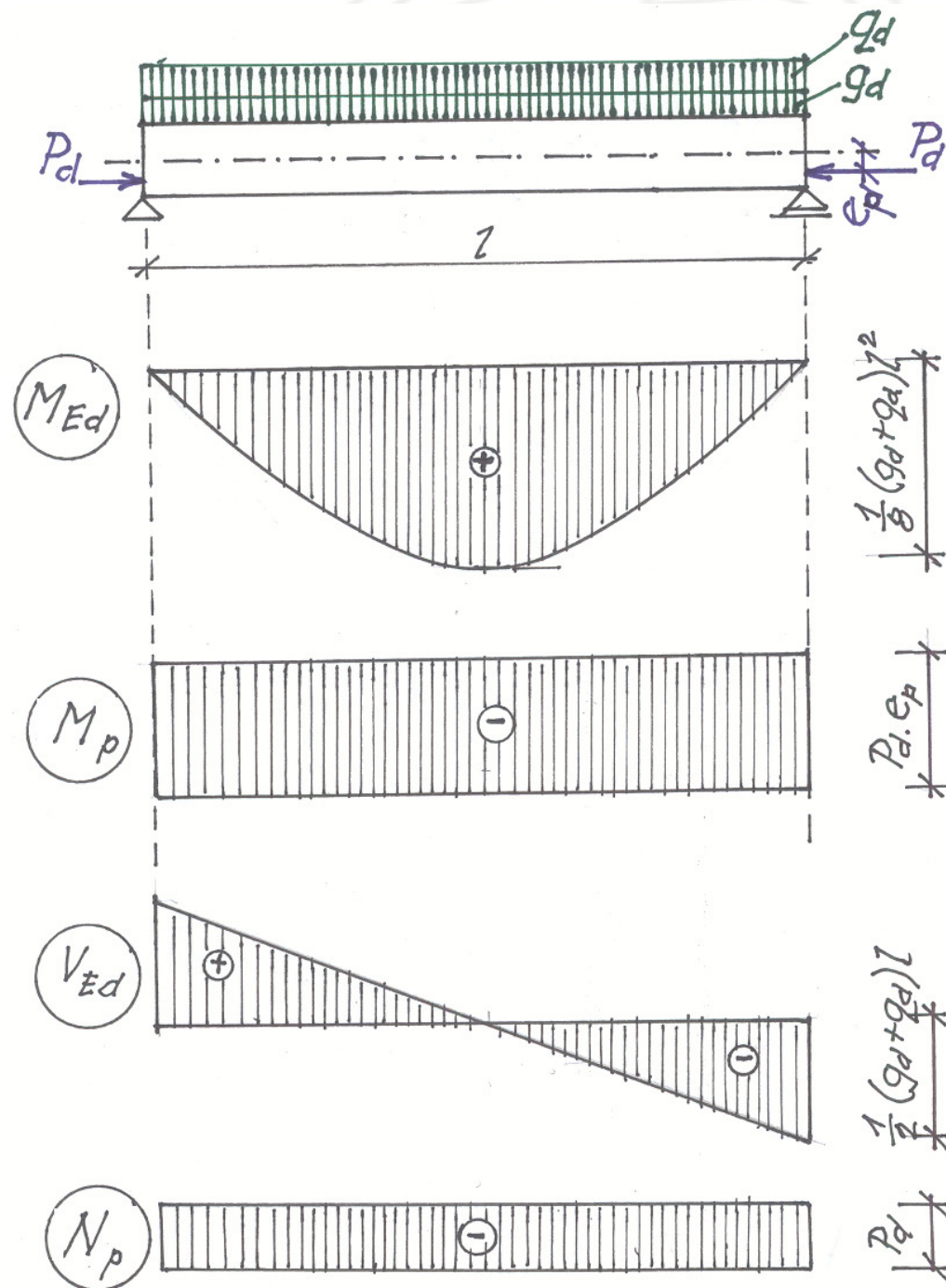
A - idealizovaný
B - návrhový

(napětí v tahu a přetvoření uvedeny v absolutních hodnotách)

Předpjatý prvek namáhaný ohybem



Účinek zatížení - prostě podepřený nosník



Ve středu rozpětí:

$$M_{Ed} - M_p = (g_d + q_d) l^2 / 8 - P_d e_p$$

$$N_p = P_d$$

V podpoře:

$$V_{Ed} = (g_d + q_d) l / 2$$

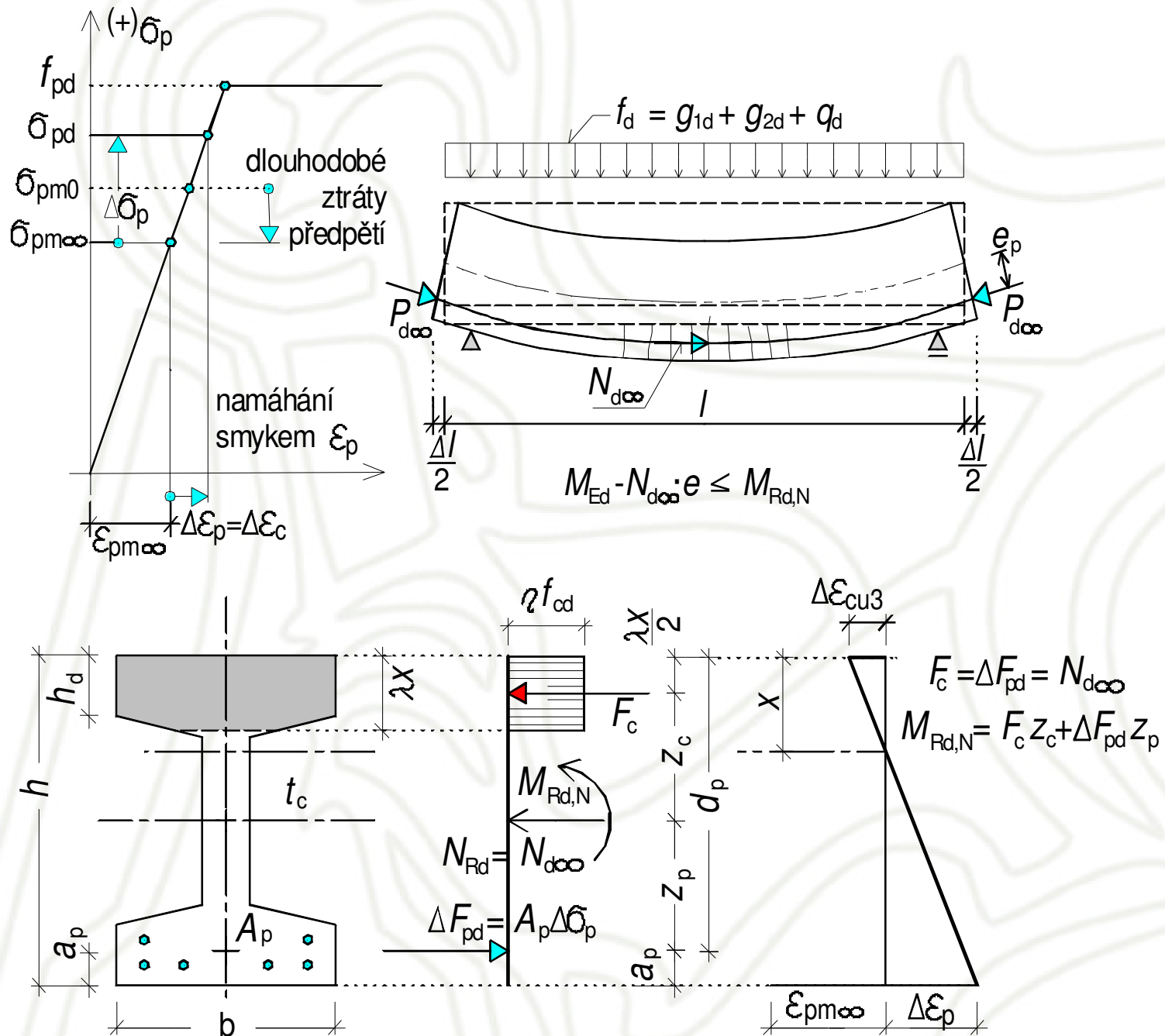
$$N_p = P_d$$

Předpínací síla v MSÚ

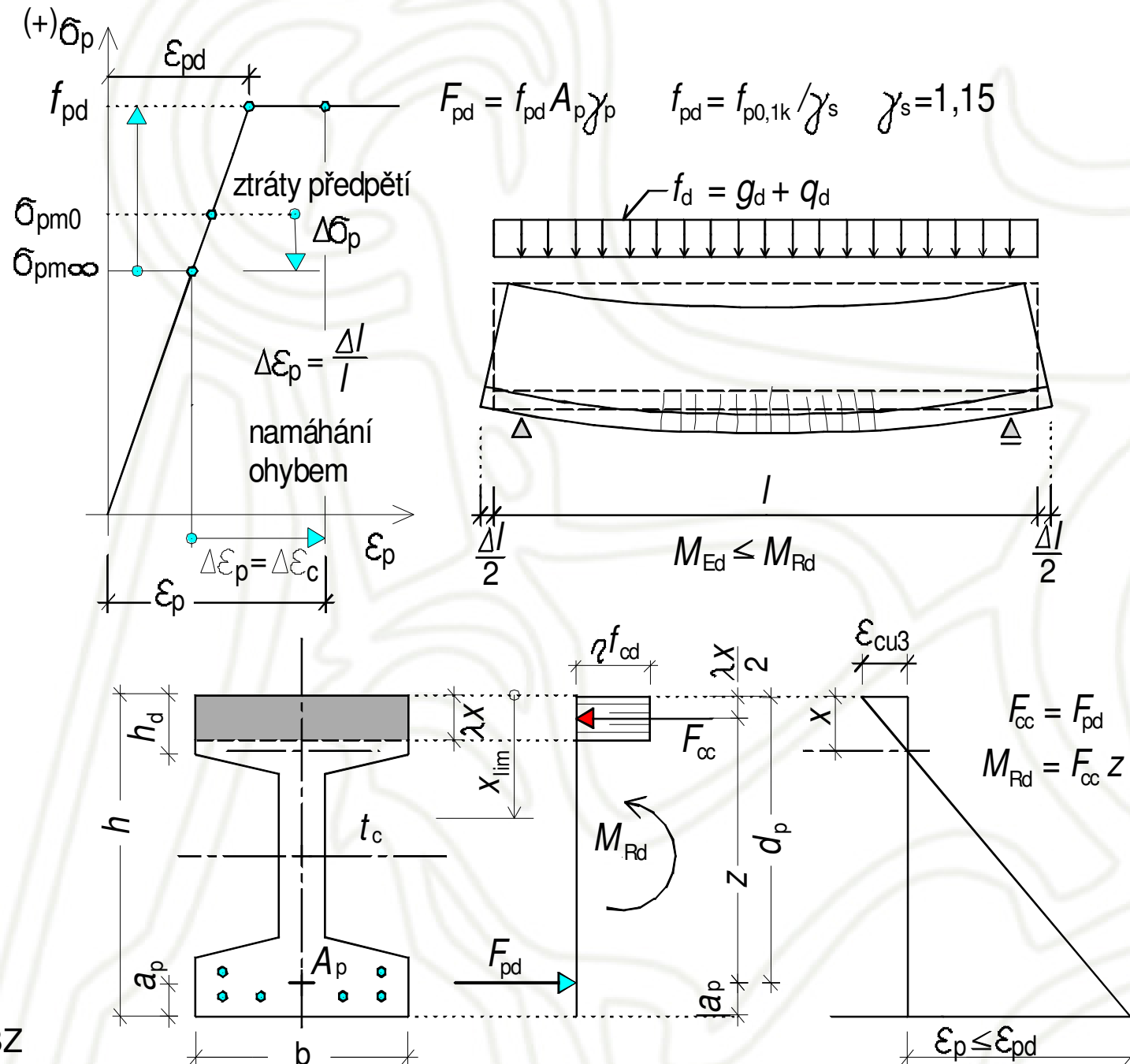
$$P_d = \gamma_p P_{m,t}(x)$$

- γ_p ... součinitel spolehlivosti předpětí
= 1,0 pro trvalé a dočasné návrhové situace
= 1,2 při posuzování lokálních účinků (např. v kotevních oblastech)
- $P_{mt}(x)$... střední hodnota předpínací síly ve vyšetřovaném okamžiku t

MSÚ - soudržné vločky, předpínací síla (vnější zatížení)

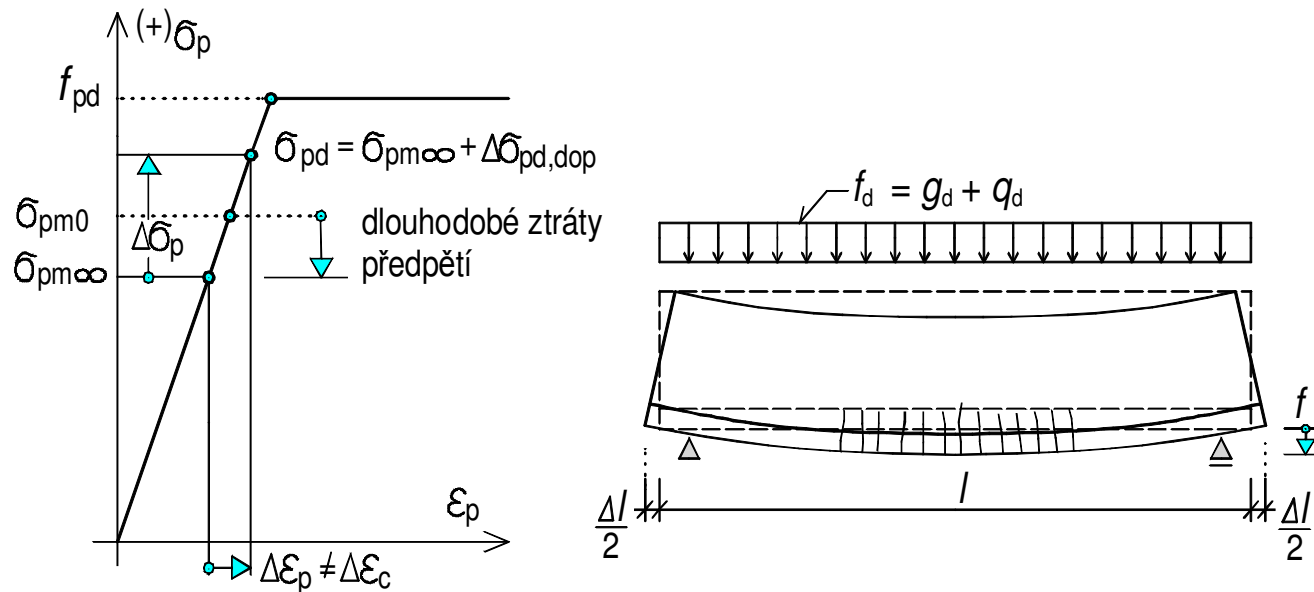


MSÚ - soudržné vločky, předpínací síla (vnitřní síla)



MSÚ - nesoudržné vložky, předpínací síla (vnější zatížení)

Nesoudržná předpínací výztuž



Přírůstek napětí v předpínací výztuži $\Delta\sigma_{pd} = \gamma_{\Delta P} \Delta\sigma_p$

$\gamma_{\Delta P}$... je součinitel spolehlivosti dopnutí

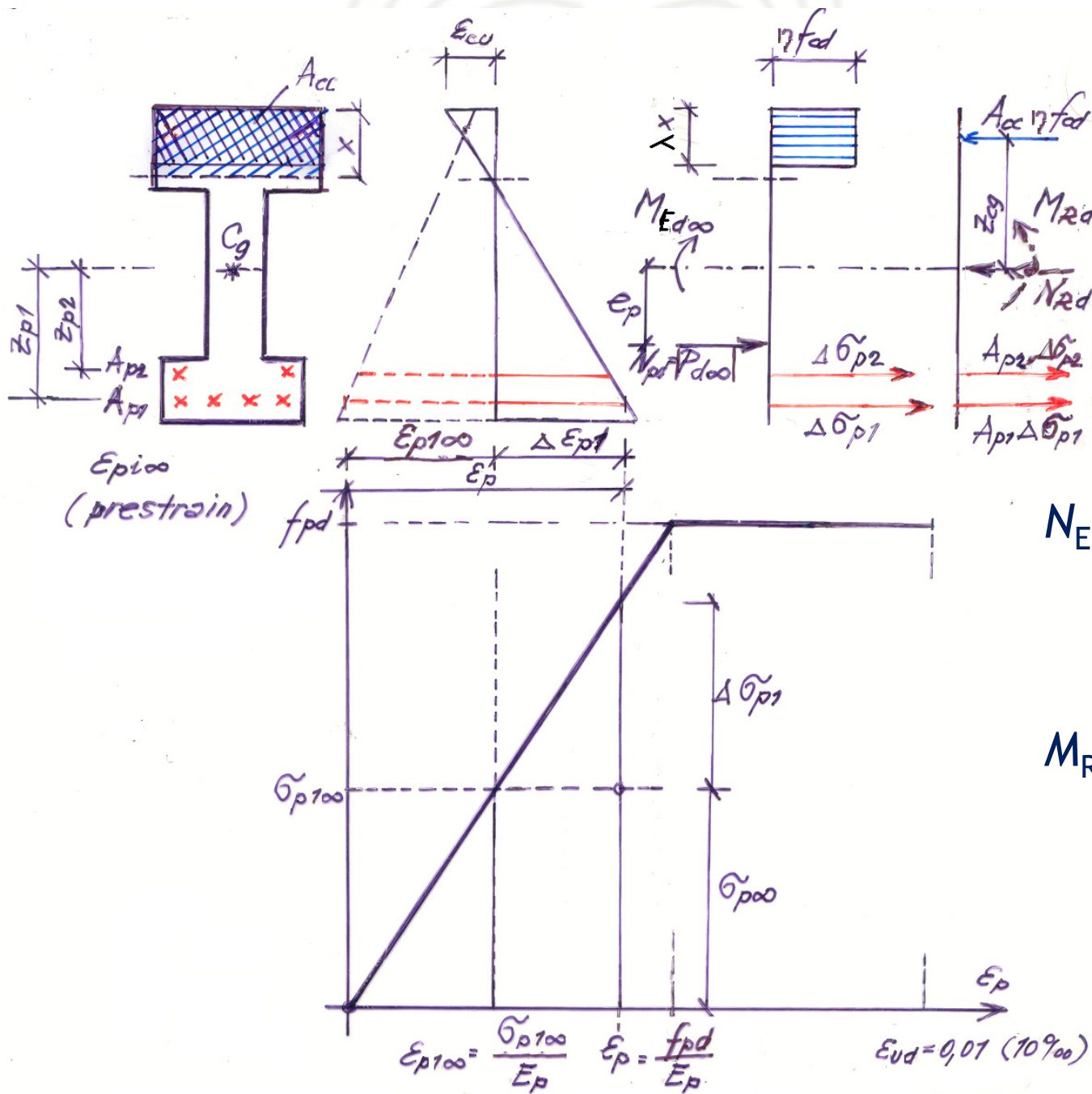
$\gamma_{\Delta P, sup} = 1,2$ pokud je účinek předpětí nepříznivý

$\gamma_{\Delta P, inf} = 0,8$ pokud je účinek předpětí příznivý

$\gamma_{\Delta P, sup} = \gamma_{\Delta P, inf} = 1,0$ pokud se použije lineární analýza (průřezy neporušené trhlinami - menší přetvoření)

$\Delta\epsilon_p$... průměrné poměrné přetvoření předpínací výztuže, které je rovné průměrnému přetvoření betonu v úrovni předpínací výztuže vyvozené průhybem f

Jinak lze uvažovat $\Delta\sigma_{p, USL} = 100 \text{ MPa}$



$$M_{Ed} - M_{Ep} = (g_d + q_d) \cdot l^2 / 8 - P_d e_p$$

$$N_{Ep} = P_d$$

Předpoklad $N_{Rd} = N_{Ep}$:

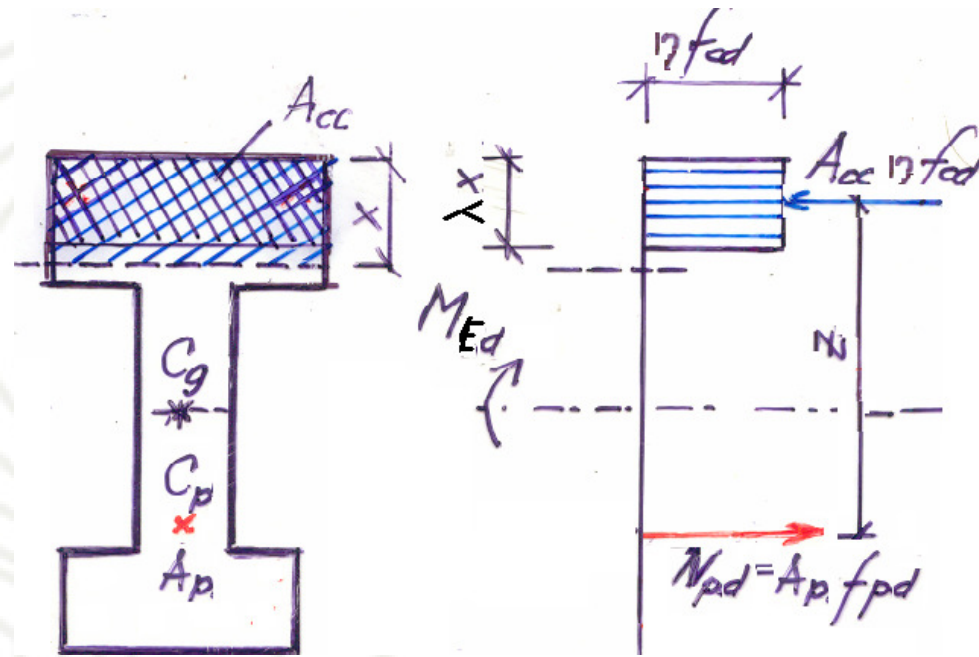
$$N_{Ep} = A_{cc} \eta f_{cd} + \sum A_{pi} \Delta \sigma_{pi} \quad (1)$$

⇓
x

$$M_{Rd} = A_{cc} \eta f_{cd} z_{gc} + \sum A_{pi} \Delta \sigma_{pi} z_{pi} \quad (2)$$

Podmínka spolehlivosti:

$$M_{Ed} - M_{Ep} \leq M_{Rd}$$



Často se v praxi předpokládá, že předpínací síla je vnitřní silou, pak

$$A_{cc} \eta f_{cd} + A_p f_{pd} = 0 \quad (1)$$

⇓

x

$$M_{Rd} = A_{cc} \eta f_{cd} z \quad (2)$$

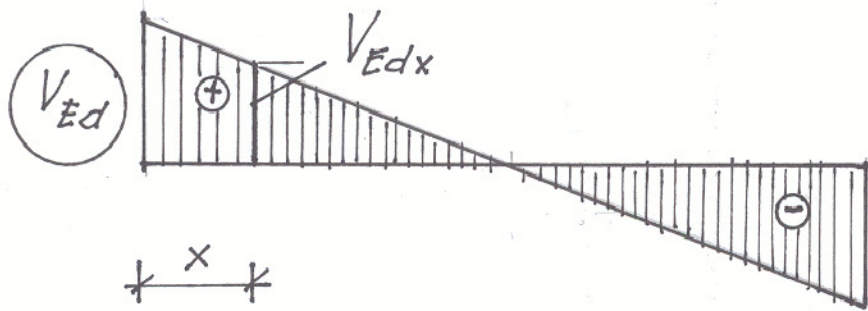
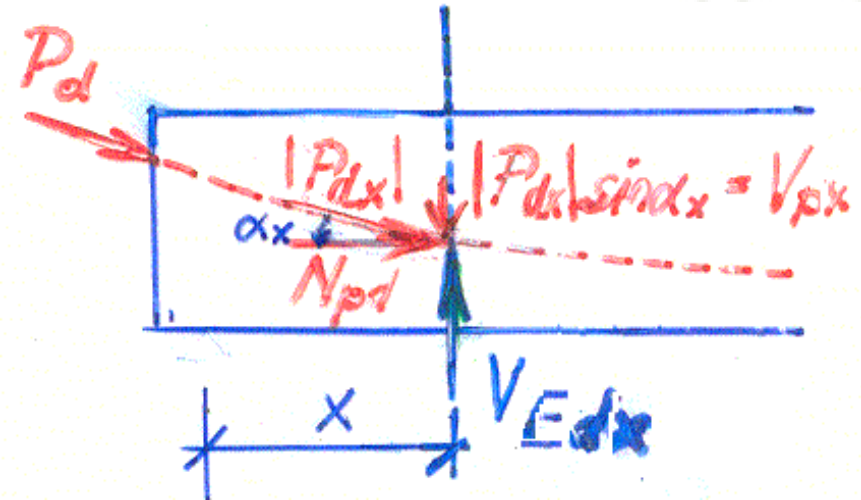
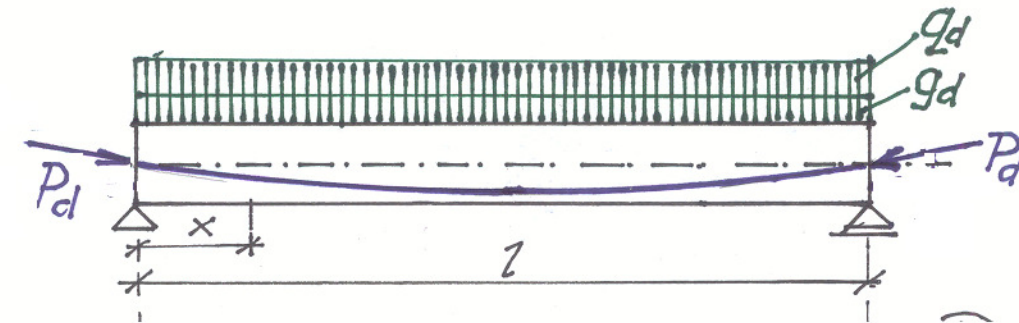
Podmínka spolehlivosti:

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}$$

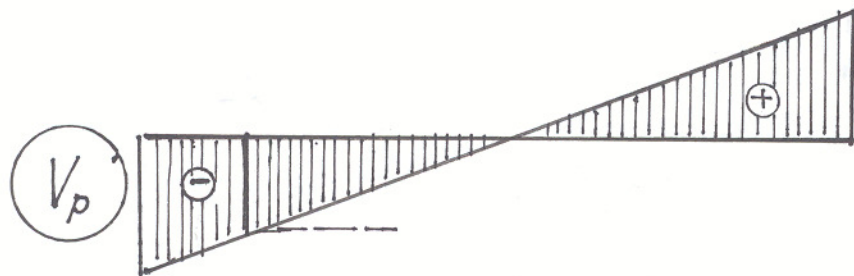
Předpokládá se: $P_d = A_{cc} \eta f_{cd} - A_p (f_{pd} - \sigma_{p\infty})$

MSÚ - smyk

Posouvající síly



$$V_{Edx} = (q_d + g_d) \cdot (l/2 - x)$$



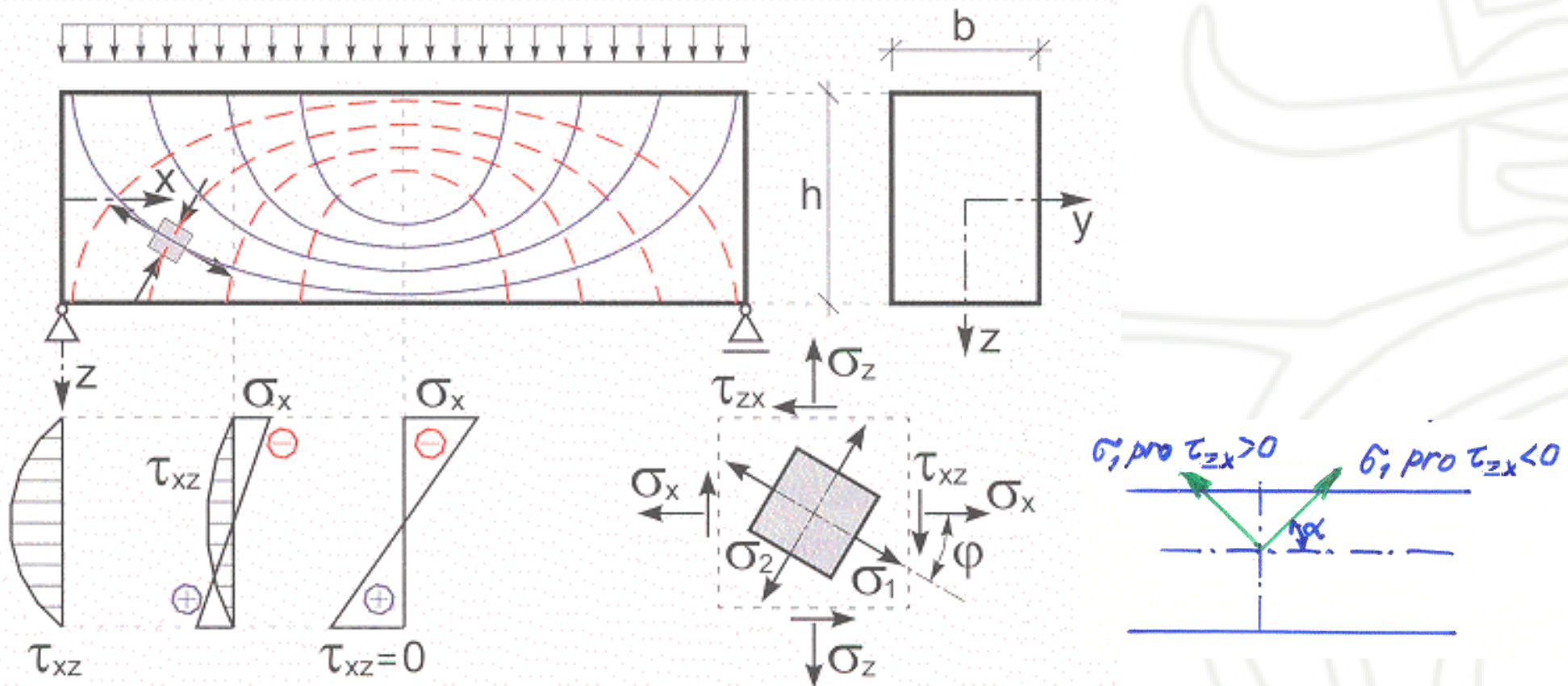
$$V_{px} = P_{dx} \cdot \sin \alpha_x$$

U zvedaných kabelů je posouvající síla V_{Ed} :

$$V_{Edx} = P_{dx} \sin \alpha_x$$

MSÚ - smyk

Traiektorie hlavních napětí

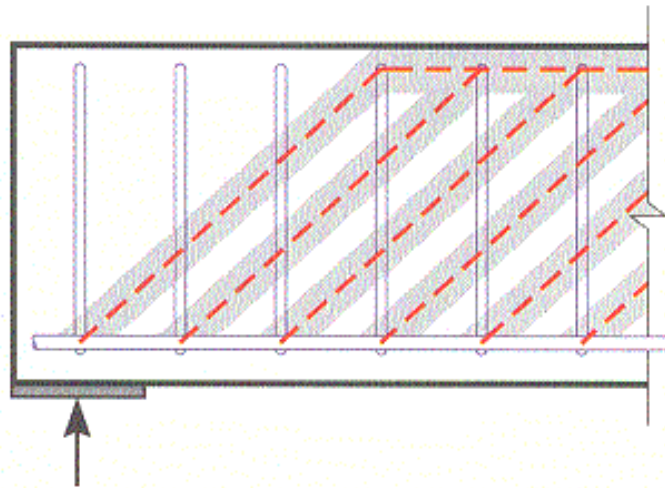


$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{-2\tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z}$$

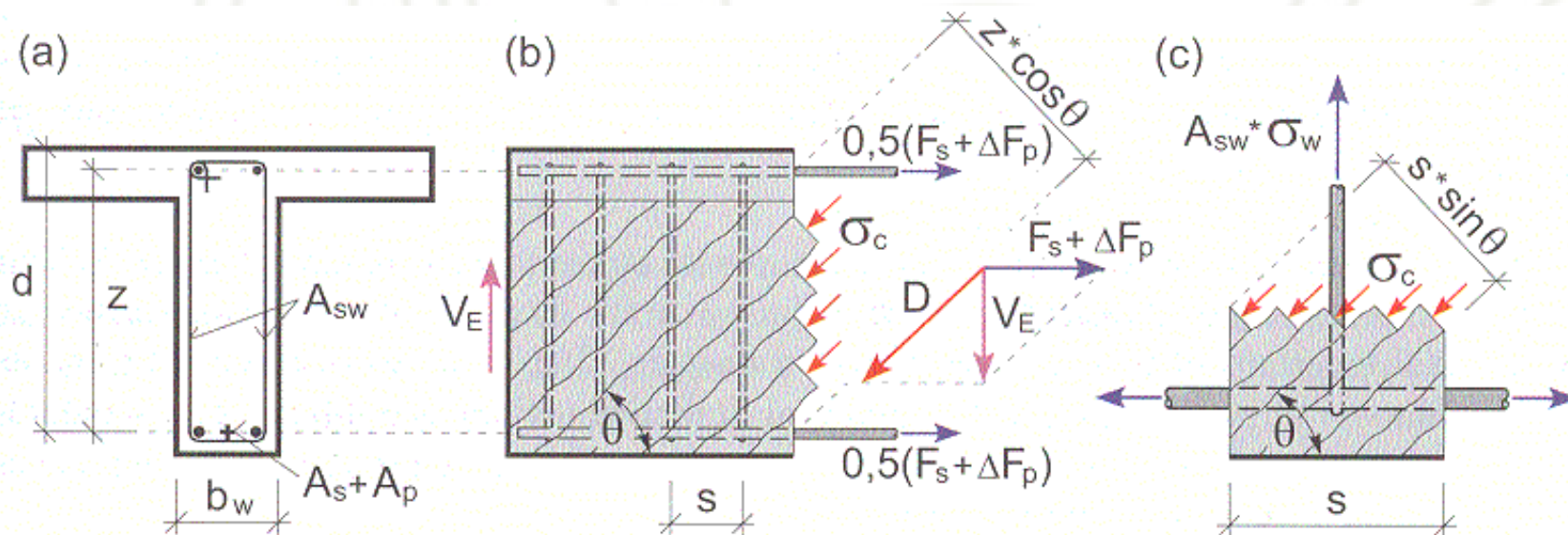
pokud σ_x je tlakové napětí \Rightarrow zmenšuje se hlavní tahové napětí

MSÚ - smyk

Příhradový model

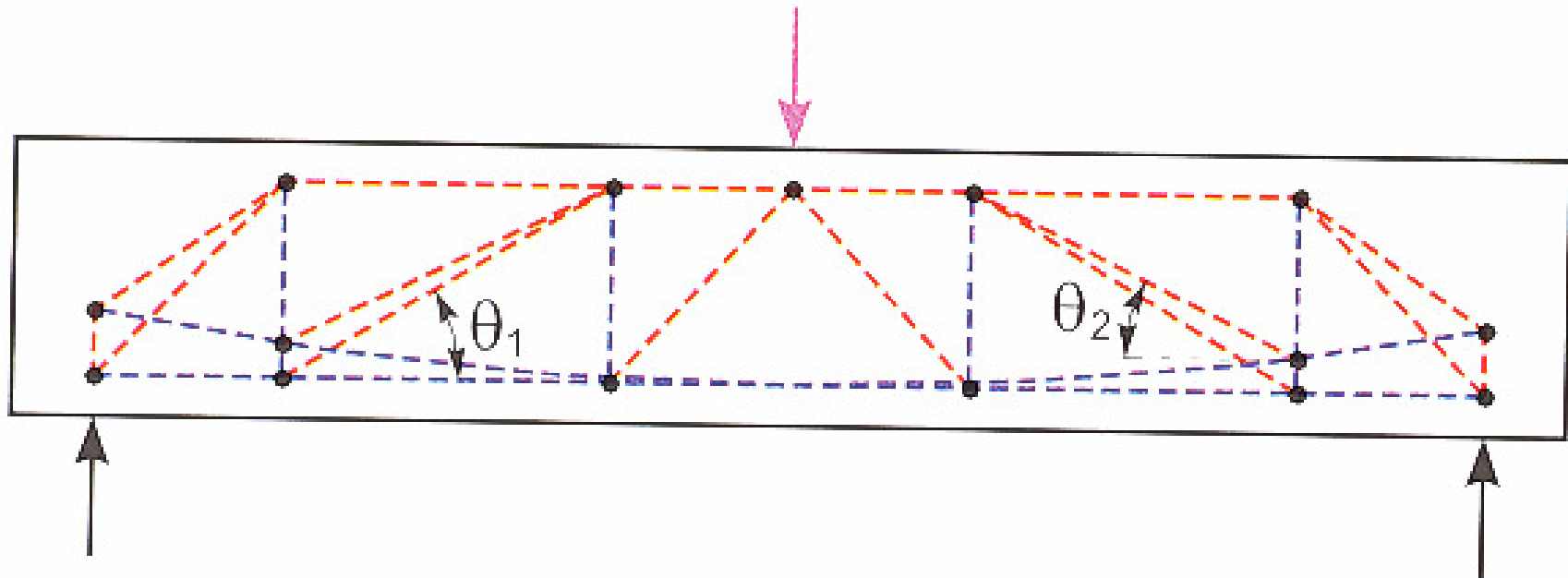


Podmínky rovnováhy u příhradového modelu



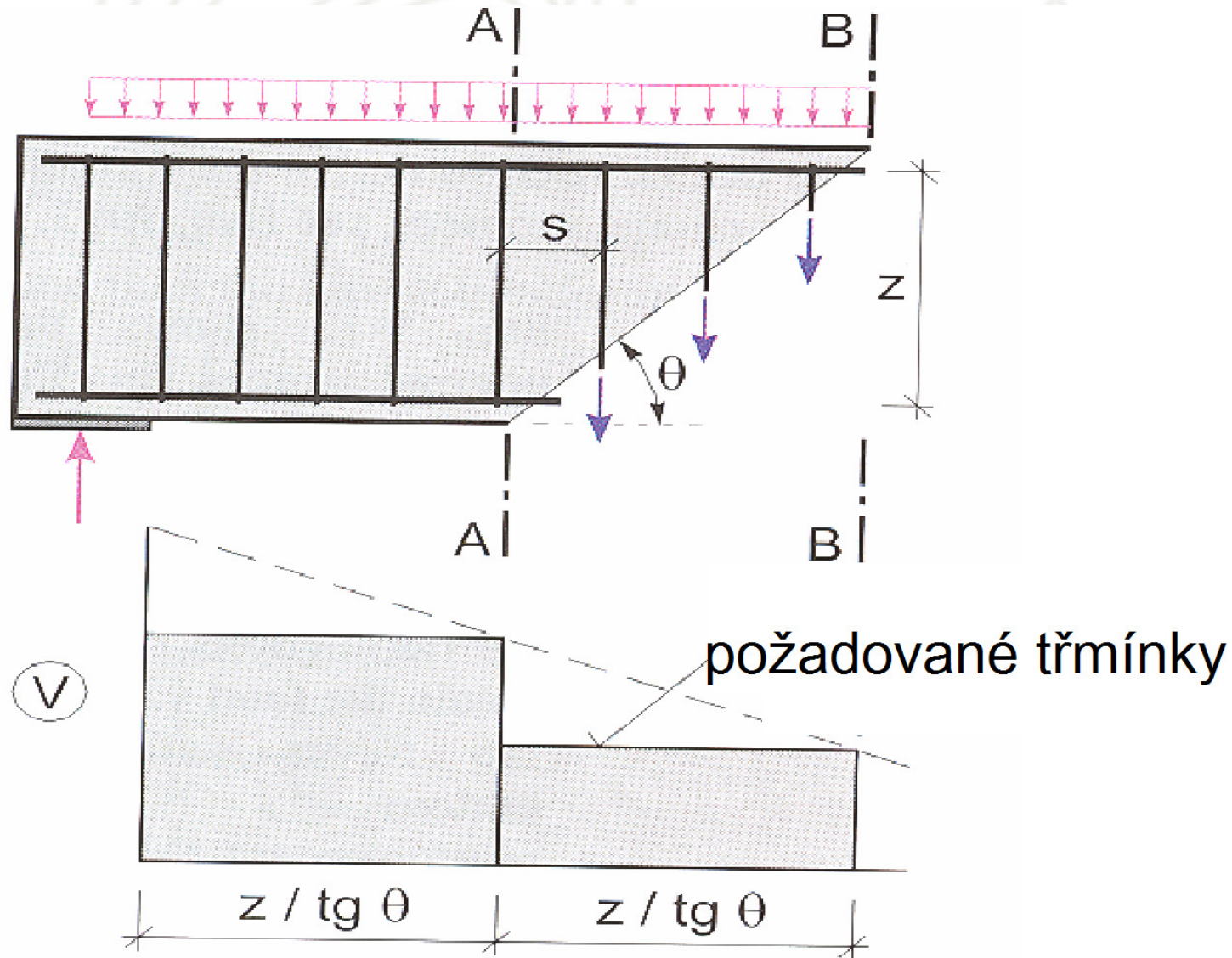
MSÚ - smyk

Příhradový model předpjatého trámu



MSÚ - smyk

Příhradový model předpjatého trámu



MSÚ - smyk

Pro ověřování únosnosti ve smyku jsou definovány následující značky:

$V_{Rd,c}$... návrhová hodnota ve smyku prvku bez smykové výztuže

$V_{Rd,s}$... návrhová hodnota posouvající síly, kterou může přenést smyková výztuž na mezi kluzu

$V_{Rd,max}$... návrhová hodnota maximální posouvající síly, kterou prvek může přenést

Smyková únosnost prvku se smykovou výztuží

$$V_{Rd} = V_{Rd,s}$$

MSÚ - smyk

Prvky nevyžadující smykovou výztuž: $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$

Návrhová hodnota smykové únosnosti $V_{Rd,c}$ je dána vztahem

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right]^{1/3} b_w d$$

při minimu $V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$

f_{ck} ... charakteristická pevnost betonu v tlaku [MPa]

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \rho_1 = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$$

d účinná výška [mm]

A_{sl} plocha tahové výztuže, která přesahuje do vzdálenosti $\geq (l_{bd} + d)$ za posuzovaný průřez

b_w nejmenší šířka průřezu v tažené oblasti [mm]

MSÚ - smyk

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0,2f_{cd}$$

N_{Ed} normálová síla v průřezu od zatížení nebo předpětí [N]

$N_{Ed} > 0$ pro tlak

A_c plocha betonového průřezu [mm²]

$V_{Rd,c}$ návrhová hodnota smykové únosnosti [N]

Doporučená hodnota:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}$$

$$v_{min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

$$k_1 = 0,15$$

MSÚ - smyk

V oblastech bez ohybových trhlin (kde napětí v tahu za ohybu je menší než $f_{ctk,0,05}/\gamma_c$) má být únosnost ve smyku omezena pevností betonu v tahu. V těchto oblastech je únosnost ve smyku dána vztahem

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w}{S} \sqrt{(f_{cd})^2 + \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad (6.4)$$

I ... moment setrvačnosti plochy průřezu

b_w ... šířka průřezu v těžišťové ose, která se v případě průřezu s kanálky stanoví:

- u zainjektovaných kovových trubek průměru $\emptyset > b_w/8$ jako: $b_w - 0,5\Sigma\emptyset$
- u nezainjektovaných kanálků jako: $b_w - 1,2\Sigma\emptyset$

S ... statický moment plochy průřezu nad těžišťovou osou k této ose

α_l = $l_x/l_{pt2} \leq 1,0$ pro předem napjatou výztuž
= 1,0 pro ostatní druhy předpínání

l_x ... vzdálenost uvažovaného průřezu od počátku přenášející délky

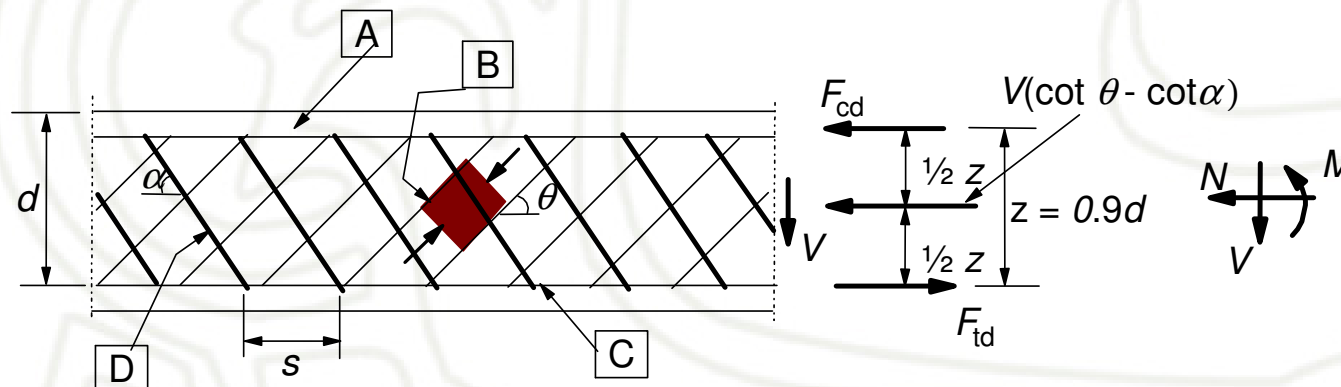
l_{pt2} ... horní hraniční hodnota přenášející délky u předpjatého prvku

σ_{cp} ... napětí betonu v tlaku v těžišťové ose průřezu od normálové síly a/nebo předpětí ($\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$ v MPa, $N_{Ed} > 0$ tlak)

MSÚ - smyk

Prvky vyžadující smykovou výztuž:

$$V_{Ed} > V_{Rd,c}; \quad V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$



A - tlačení pás, B - tlačení diagonála C - tažení pás, D - smyková výztuž

α ... úhel mezi smykovou výztuží a osou nosníku kolmou na posouvající sílu (kladný smysl je vyznačen na obrázku)

θ ... úhel mezi betonovými tlakovými diagonálami a osou nosníku kolmou na posouvající sílu,

F_{td} ... návrhová hodnota tahové síly v podélné výztuži

F_{cd} ... návrhová hodnota tlakové síly v betonu ve směru podélné osy prvku

b_w ... nejmenší šířka průřezu mezi taženým a tlačným pásem,

z ... rameno vnitřních sil pro prvek s konstantní výškou odpovídající ohybovému momentu v posuzovaném prvku. Při výpočtu smyku lze běžně použít přibližnou hodnotu $z = 0,9d$, pokud v železobetonovém prvku nepůsobí normálová síla.

MSÚ - smyk

Úhel θ je třeba omezit - doporučené hodnoty jsou:

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5$$

Pro prvky se svislou smykovou výztuží je únosnost ve smyku V_{Rd} dána menší z hodnot:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} z \cot \theta$$

$$V_{Rd,max} = v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta}$$

A_{sw} průřezová plocha smykové výztuže

s osová vzdálenost třmíneků

f_{ywd} návrhová mez kluzu smykové výztuže

v redukční součinitel pevnosti betonu při porušení smykem,

$$v = 0,6(1 - f_{ck}/250), f_{ck} \text{ v MPa.}$$

Pro zvolený profil výztuže třmíneků je průřezová plocha všech větví svislých třmíneků A_{sw} , za předpokladu $V_{Rd,s} = V_{Ed}$ stanovíme vzdálenost třmíneků ze vztahu

$$s \leq \frac{A_{sw}}{V_{Ed}} f_{ywd} z \cot \theta$$

Třmínky - svislá smyková výztuž

Minimální stupeň vyztužení třmínky

$$\rho_{w,min} = 0,5 v \frac{f_{cd}}{f_{ywd}} \geq \rho_w$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s b_w \sin \alpha}$$

Maximální vzdálenost třmínek

$$s_{max} = 0,75d (1 + \cot \theta) \leq 400 \text{ mm}$$

Při zvolené ploše A_{sw} a vzdálenosti třmínek $s_1 \leq s_{max}$, stanovíme jejich únosnost ze vztahu

$$V_{Rd,s1} = \frac{A_{sw}}{s_1} f_{ywd} z \cot \theta$$



Děkuji za pozornost!

Seznam použitých zdrojů

Procházka J., a kol.: Navrhování betonových konstrukcí podle norem ČSN EN 1992 (Eurokódu 2), ČBS Praha, 2010

Navrátil, J.: Předpjaté betonové konstrukce - Akademické nakladatelství CERM. S.r.o., 2004

Bilčík, J., Fillo, L.; Benko Vl., Halvonik, J.; Navrhování betonových konstrukcí podle Eurokódu 2, Vydavatelstvo STU v Bratislavě, 2008

© Jaroslav Procházka, Radek Štefan 2015

Poslední úprava: 22. 11. 2015

Připomínky a návrhy na vylepšení prezentace zasílejte prosím na adresu radek.stefan@fsv.cvut.cz

Upozornění:

Materiál slouží pouze pro studijní a výukové účely v rámci předmětů vyučovaných na Fakultě stavební ČVUT v Praze!