

133PSBZ

Požární spolehlivost betonových a zděných konstrukcí

## **Přednáška B6**

ČVUT v Praze, Fakulta stavební  
katedra betonových a zděných konstrukcí

# Předpjatý beton

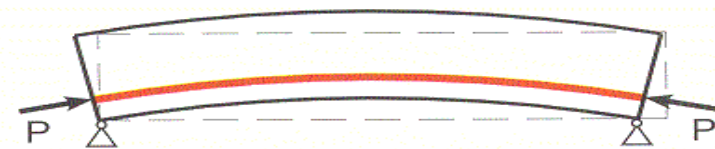
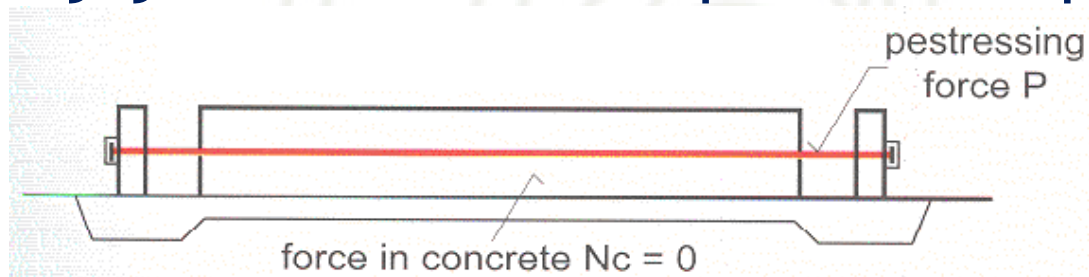
## Ztráty předpětí

### Obsah:

- Hodnoty předpínací síly
- Přehled ztrát předpětí
- Krátkodobé ztráty
- Dlouhodobé ztráty

## Předpínací síla

- předpínací síla se mění po délce předpínací výztuže a také v čase
- předpínací síla významně ovlivňuje chování předpjaté konstrukce
- je nezbytné znát velikost předpínací síly v každém bodě předpínací výztuže
- velikost předpínací síly odvozujeme z napětí výztuže před jejím zakotvením v průřezu na předpínaném konci



napětí před zakotvením výztuže

napětí vyvozené předpínacím zařízením

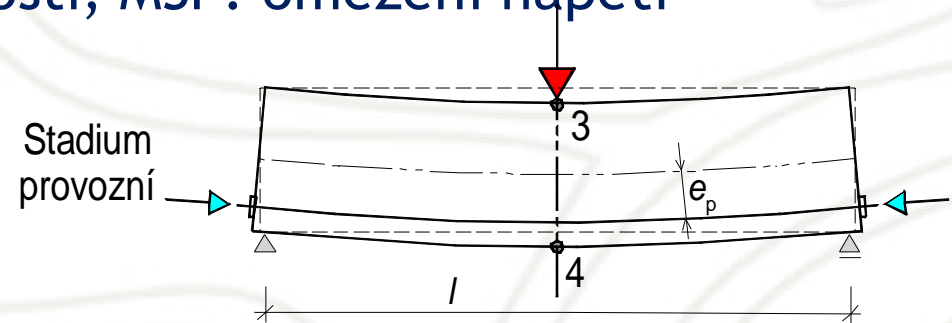
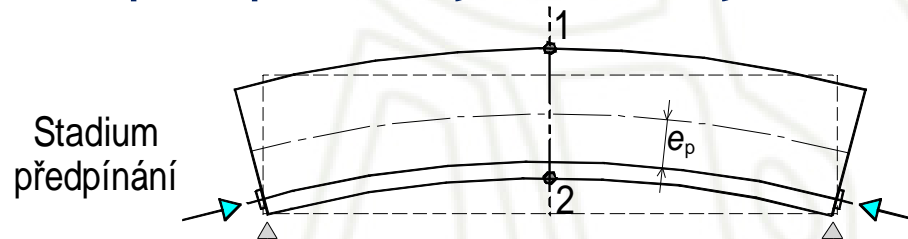
# Předpínací síla

- **Zásady:**

- obecně uvažujeme předpínací sílu jako vnější sílu
- navrhování podle metodiky mezních stavů

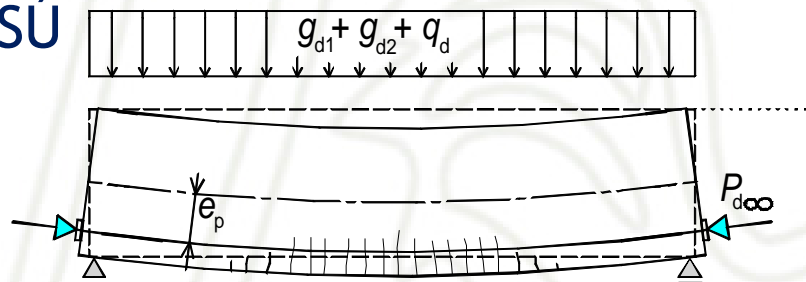
- **Návrh:**

- předpínací výztuže a výstřednosti, MSP: omezení napětí



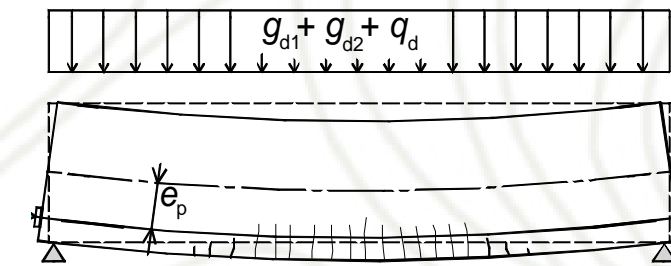
- **Posouzení:**

- MSP: kontrola napětí
- MSÚ



doplňková únosnost po předpětí

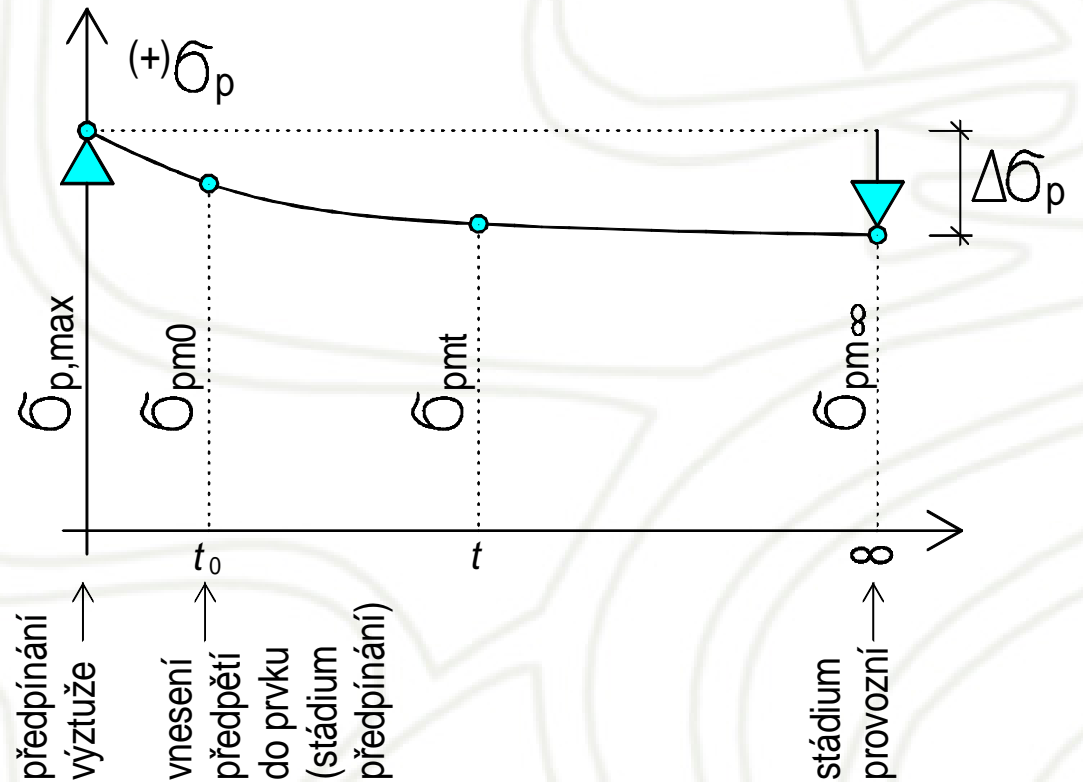
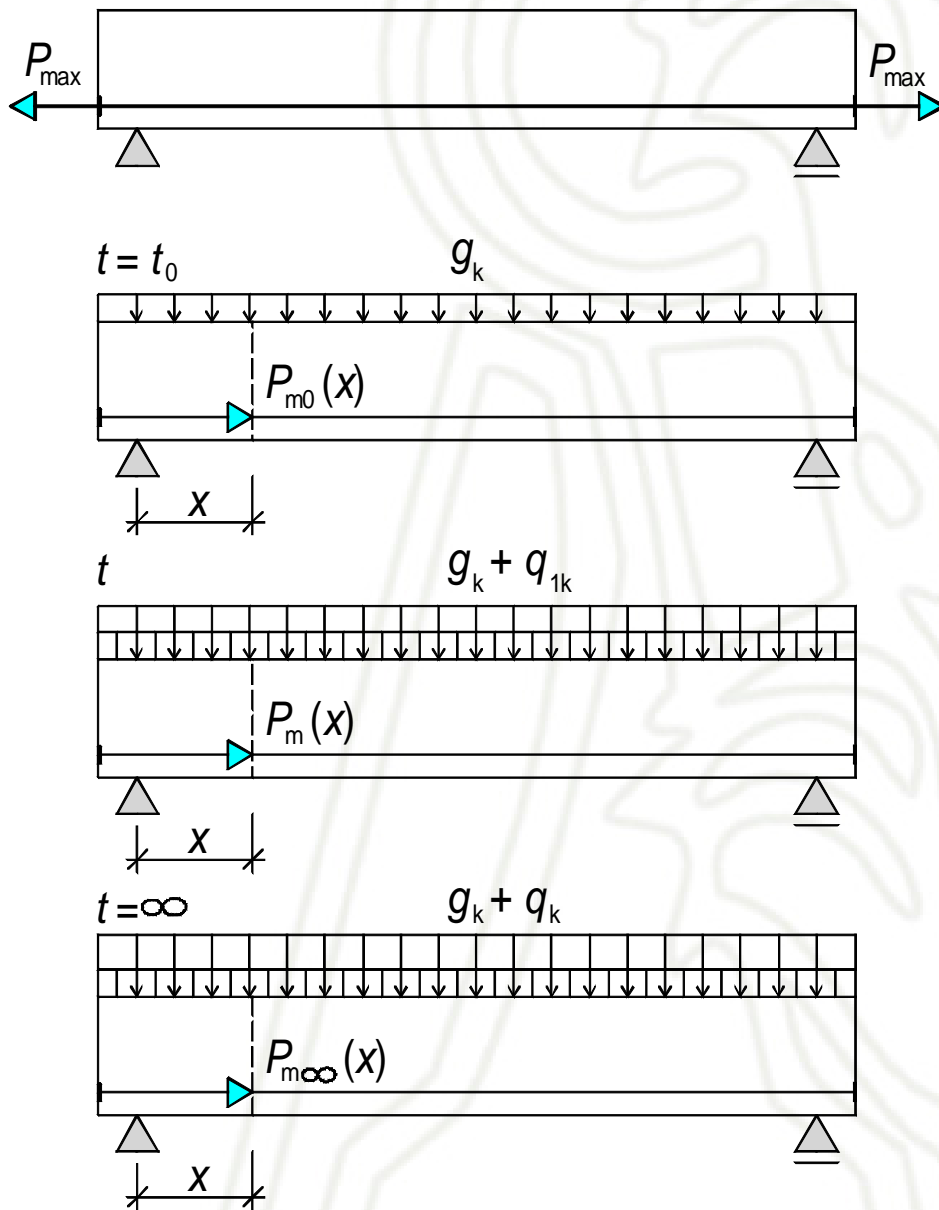
- splnit konstrukční zásady



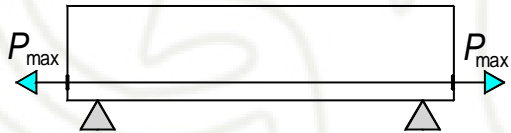
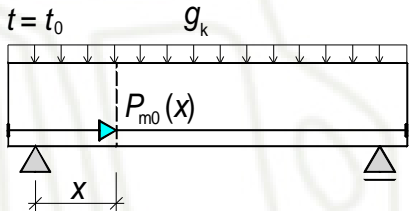
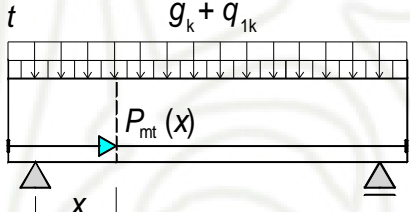
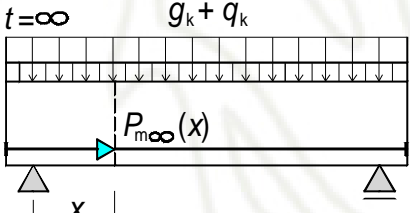
předp. síla jako vnitřní síla  
- obdoba želbet. prvku

# Střední hodnota předpínací síly

## Střední hodnota napětí v předpínací výztuži u konce prvku



# Střední hodnoty předpínací síly a napětí v jednotlivých časových stádiích

uvažovaný čas	schéma	síla *)	napětí *)	omezení napětí
napínání výztuže $t = 0$		$P_{\max}$	$\sigma_{p,\max}$	$\sigma_{p,\max} \leq \leq \min(0,8 f_{pk}; 0,9 f_{p0,1k})$
vnesení předpětí $t = t_0$		$P_{m0}(x)$	$\sigma_{pm0}(x)$	$\sigma_{pm0}(x) \leq \leq \min(0,75 f_{pk}; 0,85 f_{p0,1k})$ při přesném měř. předp. síly $\sigma_{pm0}(x) \leq 0,9 f_{p0,1k}$
v průběhu životnosti $t$		$P_{mt}(x)$	$\sigma_{pmt}(x)$	
na konci životnosti $t = \infty$		$P_{m\infty}(x)$	$\sigma_{pm\infty}(x)$	$\sigma_{pm\infty}(x) \leq 0,75 f_{pk}$

\*) střední hodnoty síly resp. napětí působící v předpínací vložce ve vzdálenosti  $x$  v čase  $t$   
 Pozn.:  $g_1$  – vlastní tíha prvku,  $g_2$  – statní stálé zatížení a  $q$  – proměnné zatížení

# Schéma posuzovaných stavů předpjatých prvků

Stav	Schéma	Předpínací síla	Kritéria
<b>Stadium předpínání - mezní stav použitelnosti</b>		$P_{ki} = r_i P_{m0}$	<b>napětí v betonu <math>\sigma_c</math> a v předpínací výztuži <math>\sigma_p</math></b>
<b>Stadium provozní - mezní stav použitelnosti</b>		$P_{ki} = r_i P_{m\infty}$	<b>napětí v betonu <math>\sigma_c</math>, a ve výztuži <math>\sigma_p, \sigma_s</math> šířka trhlin <math>w_k</math>, přetvoření <math>f_d</math></b>
<b>Mezní stav únosnosti</b>		$P_{d0} = \gamma_p P_{m\infty}$	<b>únosnost průřezu <math>M_{Rd} \cdot N_{Rd}</math> a <math>V_{Rd}</math></b>
<b>Pozn. a) až e) průběhy napětí po výšce v průřezu</b>			

## Předpínací síla v MSP

$$P_{k,\text{sub}} = r_{\text{sup}} P_{\text{mt}}(\mathbf{x})$$
$$P_{k,\text{inf}} = r_{\text{inf}} P_{\text{mt}}(\mathbf{x})$$

$P_{k,\text{sub}}$  ... horní charakteristická hodnota

$P_{k,\text{inf}}$  ... dolní charakteristická hodnota

Hodnoty součinitelů se uvažují následovně:

- pro předem napínané nebo nesoudržné vložky
  - $r_{\text{sup}} = 1,05$ ,  $r_{\text{inf}} = 0,95$
- pro dodatečně napínané soudržné předpínací vložky
  - $r_{\text{sup}} = 1,10$ ,  $r_{\text{inf}} = 0,90$
- pokud se provádějí příslušná měření (např. přímé měření napětí)
  - $r_{\text{sup}} = r_{\text{inf}} = 1,00$



## Předpínací síla v MSÚ

$$P_{dt}(\mathbf{x}) = \gamma_p P_{mt}(\mathbf{x})$$

$\gamma_p$  ... součinitel spolehlivosti předpětí

$\gamma_p = 1,0$  ... pro trvalé a dočasné návrhové situace

$\gamma_p = 1,2$  ... při posouzení lokálních účinků  
(např. v kotevních oblastech)

$P_{mt}(\mathbf{x})$  ... střední hodnota předpínací síly ve vyšetřovaném okamžiku  $t$

## Předpínací síla

- **Maximální napětí výztuže před zakotvením**

- na předpínaném konci před zakotvením, působí po krátkou dobu - ČSN EN 1992-1-1:

$$\sigma_{p,max} = \min(0,8f_{pk}; 0,9f_{p0,1k})$$

- $f_{pk}$  ... charakteristická tahová pevnost předpínací výztuže
  - $f_{p0,1k}$  ... smluvní mez kluzu
- Napětí výztuže se mění v čase při kotvení a po zakotvení (krátkodobé ztráty předpětí) podél délky předpínací výztuže

## Krátkodobé (okamžité) ztráty v důsledku:

- tření předpínací výztuže a stěny kabelového kanálku (dodatečné předpínání)
- pokluzu v kotvení (u třecích kotev)
- okamžitého pružného zkrácení betonu při předpínání (předpínání předem)
- postupného předpínání (předpínání po etapách)
- relaxace předpínací výztuže (před vnesením předpětí - transferem)
- deformací koncových opěr předpínací dráhy
- změny teploty předpínací výztuže (urychlování tvrdnutí betonu - předpínání předem)
- otlačení betonu - předpínání ovíjením při menších průměrech konstrukcí

## Dlouhodobé ztráty (v průběhu životnosti) vyvozené:

- Relaxací předpínací výztuže (po transferu)
- smršťováním betonu
- dotvarováním betonu
- dotvarováním betonu v důsledku mnohokrát opakovaného zatížení
- okamžitým přetvořením v důsledku proměnného zatížení

## Zjednodušující předpoklady při výpočtu ztrát

- Beton a předpínací výztuž při krátkodobém účinku zatížení - působí jako ideálně pružné materiály. Napětí ve výztuži dosáhne největší hodnoty v okamžiku předpínání, při nižších napětích se chová pružně. Okamžité nepružné přetvoření je velmi malé.
- Beton a předpínací výztuž spolupůsobí pouze u předpínání se soudržností (přetvoření předpínací výztuže a betonu ve stejné úrovni jsou shodné).
- Předpínací síla působí v těžišti plochy předpínací výztuže
- Krátkodobé ztráty se vyšetřují odděleně.

# Ideální (transformovaný) průřez

Náhradní plocha průřezu se sestává z:

- a) tlačené části betonového průřezu,
- b)  $\alpha_p$  násobné plochy předpínací výztuže
- c)  $\alpha_e$  násobné plochy betonářské výztuže,

kde  $\alpha_p = E_p/E_{cm}$ ;  $\alpha_e = E_s/E_{cm}$

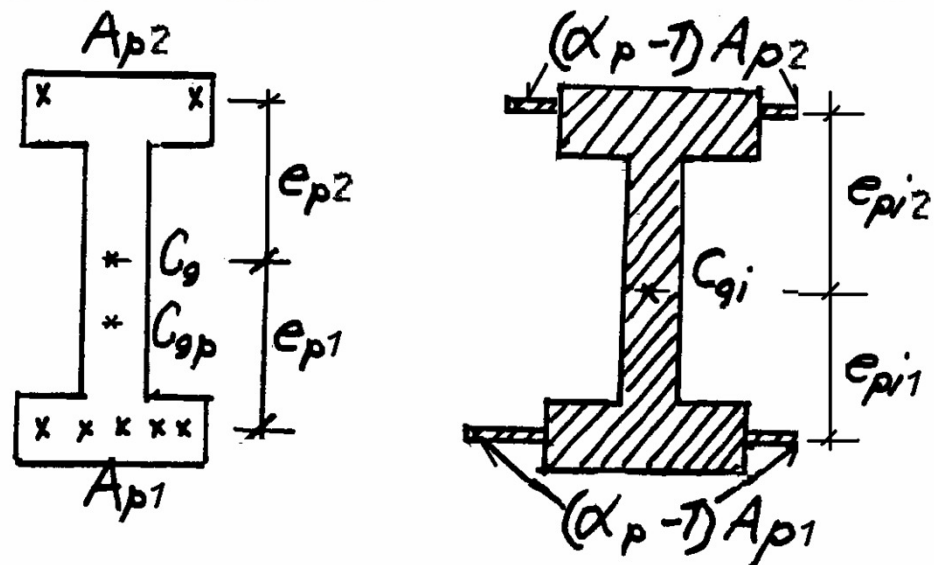
**Vypočteme:**

$$A_i = A_c + \alpha_p A_p + \alpha_e A_s$$

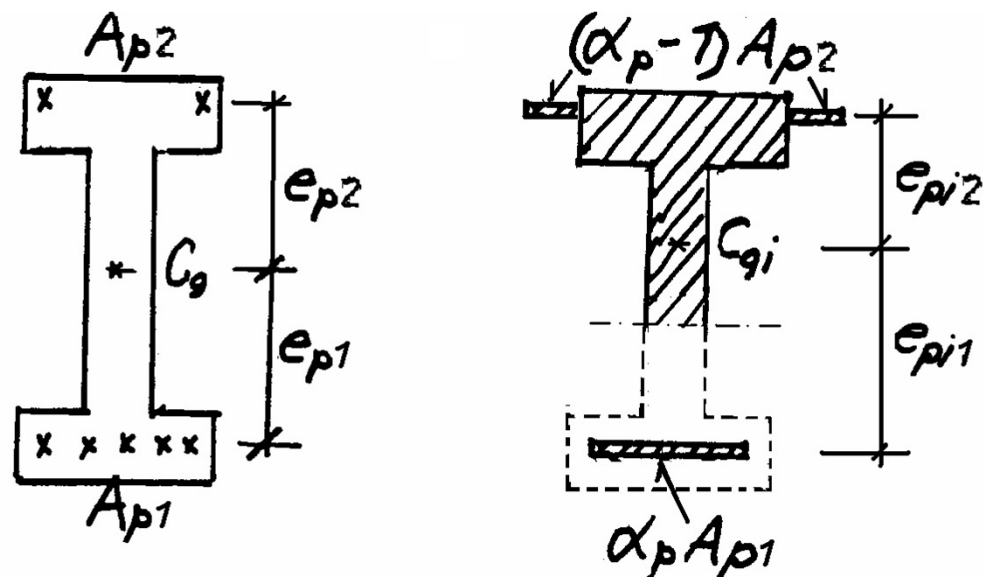
$I_i, W_i$  atd.

# Ideální (transformovaný) průřez

Ideální průřez - působí celý tlačný průřez



Ideální průřez - tažená část průřezu nepůsobí



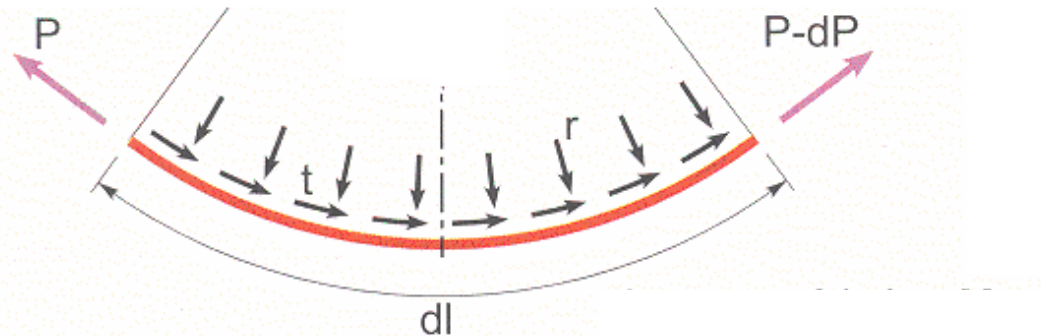
# Ztráta třením

- Dodatečné předpjatý beton

- při předpínání vzniká tření mezi stěnou kanálku a předpínací výztuží

- Ztráta má dvě složky:

- ztráta třením zakřivené předpínací výztuže v oblouku

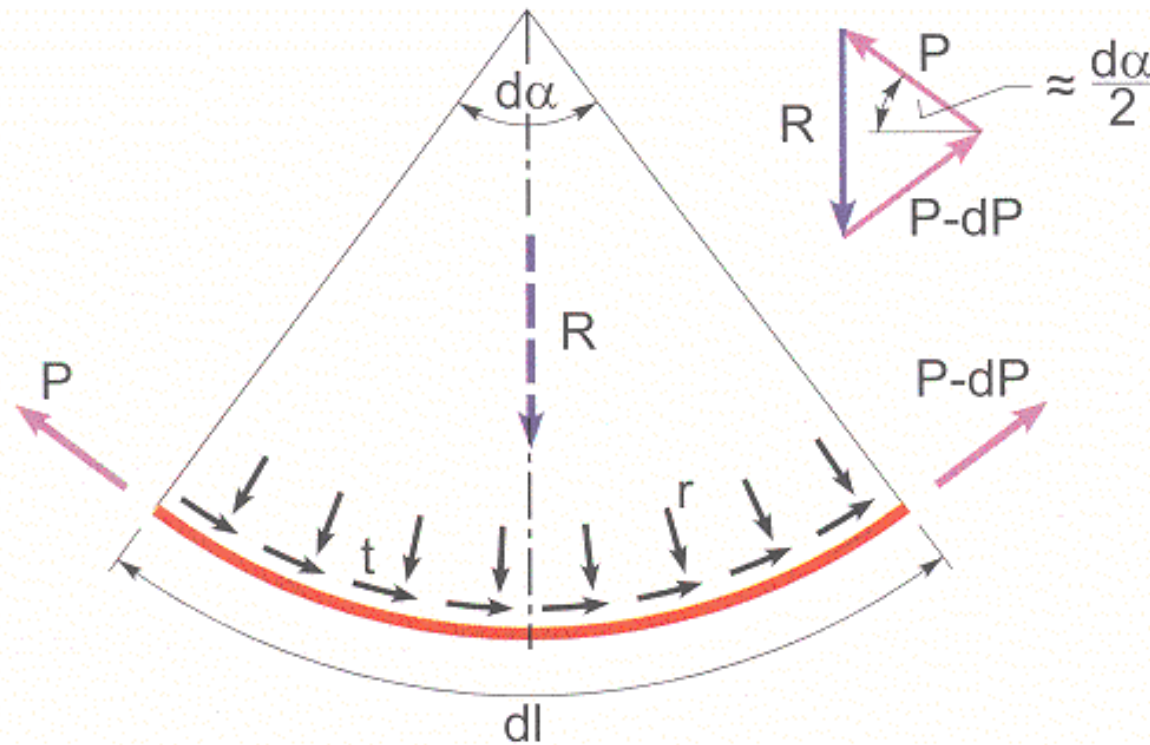


- ztráta třením při neúmyslném zvlněním kanálku





# Ztráta třením zakřivené předpínací výztuže



$$t = \mu r$$

$\mu$  ... součinitel tření

$r$  ... síla na jednotku délky (kolmá k předpínací výztuži)

Radiální síla  $R$  je výslednicí sil  $P \Rightarrow R \approx P d\alpha$

$$dP = - \mu P d\alpha$$

# Ztráta třením při neúmyslném zvlnění kanálku



- Mezi podporami kanálek je deformován vlastní tíhou a nevyhnutelnými vlastními deformacemi tvaru
- Nezamýšlená úhlová změna podél délky  $dl$  je vyjádřena vztahem:  $k dl$

$k$  ... nezamýšlený úhlový posuv vnitřní předpínací síly (na jednotku délky)

$$dP = -\mu P d\alpha - \mu P k dl$$

## Změna předpínací síly mezi body A a B

$$\int_{P_A}^{P_B} \frac{dP}{P} = -\mu \int_0^{\alpha} d\alpha - \mu k \int_0^l dl = -\mu \left( \int_0^{\alpha} d\alpha - k \int_0^l dl \right)$$

$P_A$  ... předpínací síla v bodě A,

$P_B$  ... předpínací síla v bodě B,

$\alpha$  ... celková úhlová změna mezi body A a B,

$l$  ... celková délka kabelu mezi body A a B

*Poznámka:  $l$  může být uvažována jako vodorovná délka mezi body A a B*

Řešením obdržíme:  $P_B = P_A e^{-\mu(\alpha - kl)}$

Z rozdílu sil obdržíme ztrátu a odtud ztrátu napětí vztaženou k napětí na předpínaném konci  $\sigma_{p0,0}$

$$\Delta\sigma_{p,\mu}(l) = -\sigma_{p0,0} \left( 1 - e^{-\mu(\alpha - kl)} \right)$$

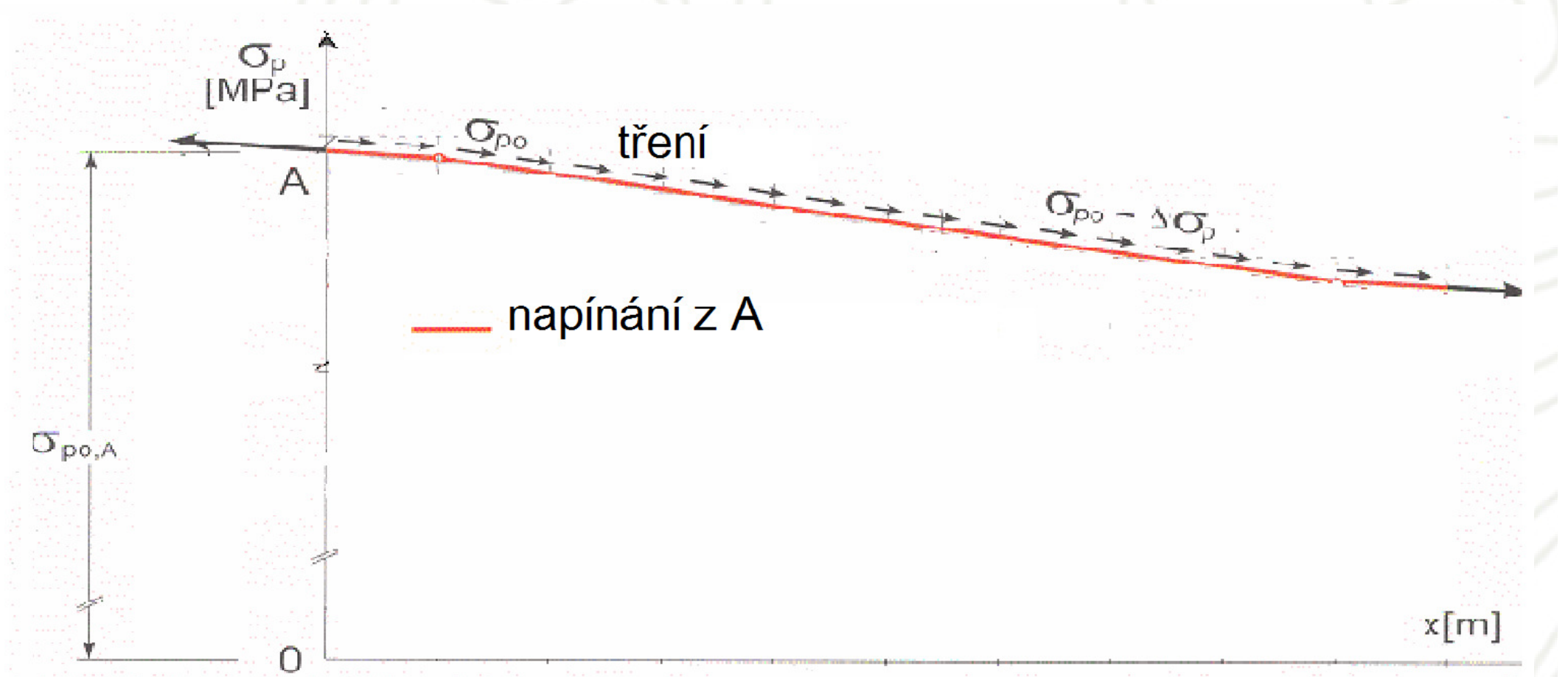
## Součinitele tření $\mu$ pro dodatečně napínané vnitřní předpínací vložky a vnější nesoudržné předpínací vložky

	Vnitřní předpínací vložky <sup>1)</sup>	Vnější nesoudržné předpínací vložky			
		ocelové kanálky bez maziva	HDPE kanálky bez maziva	Ocelové kanálky s mazivem	HDPE kanálky s mazivem
Dráty tažené za studena	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Lana	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Žebírkové tyče	0,65	-	-	-	-
Hladké kruhové tyče	0,33	-	-	-	-

<sup>1)</sup> Pro předpínací vložky, které vyplní asi polovinu kanálku.

HDPE - polyethylén vysoké hustoty

Hodnoty  $k$  pro nezamýšlený úhlový posun vnitřní vložky jsou obvykle v rozmezí  $0,005 < k < 0,01$  na metr



## Ztráta pokluzem

- Při kotvení v třecích kotvách předpínací výztuž mírně proklouzne - důsledkem je snížení napětí v předpínací výztuži (ztráta prokluzem)
  - Ztráta pokluzem - předem předpjatý beton
    - Napínání z jedné strany
    - Prokluz  $w$  zmenší délku napínané výztuže délky  $l$  o  $\Delta l = w$
- ztráta prokluzem je tedy

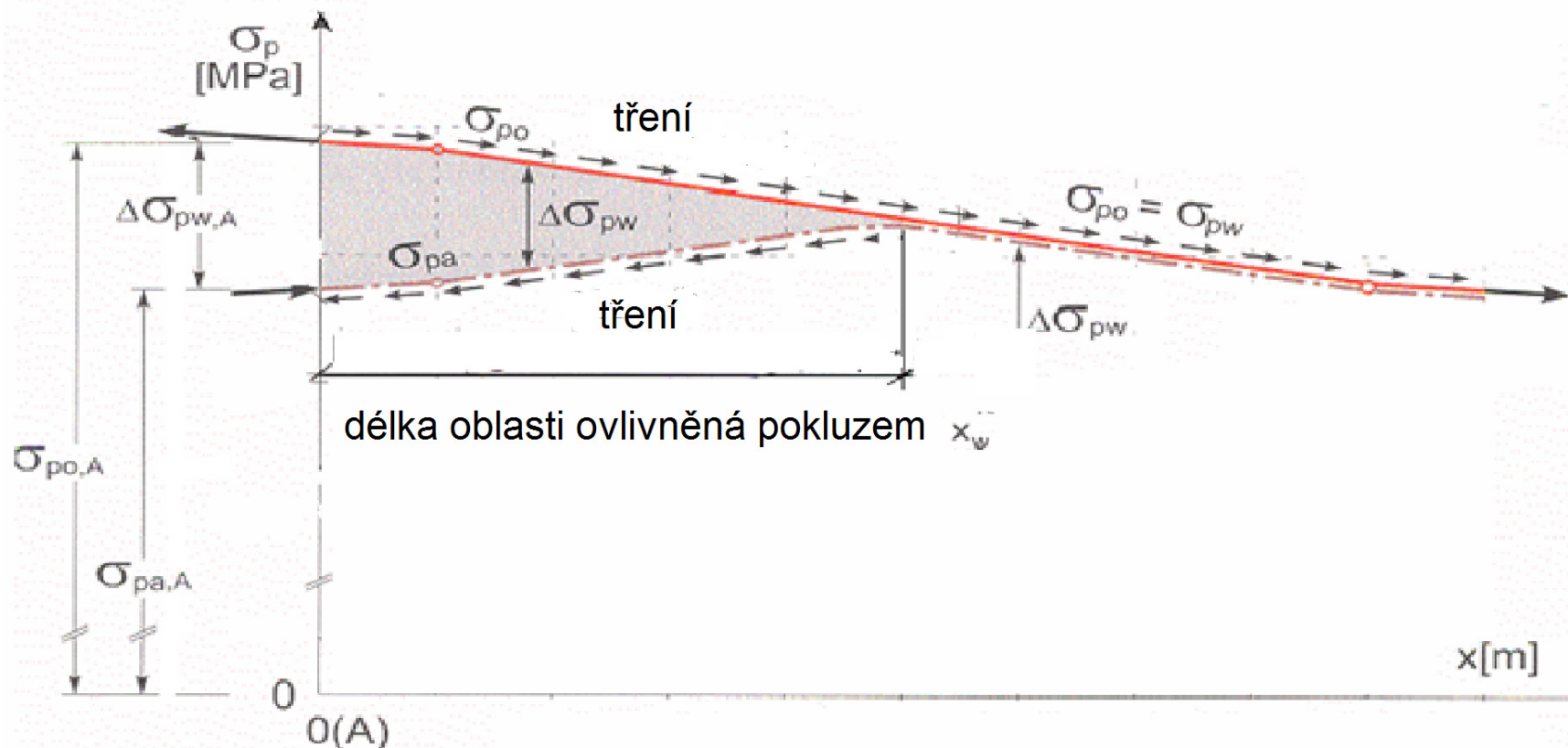
$$\Delta\sigma_{pw} = -\frac{wE_p}{l}$$





## Dodatečné předpínání - uplatní se tření

- Po zakotvení předpínací výztuže poklesne napětí  $\sigma_{p0}$  na předpínaném konci - v důsledku tření působícího opačně začne vzrůstat napětí předpínací výztuže



$$\Delta\sigma_{pw} = \sigma_{pa,A} e^{\mu(a_x + kx_w)} - \sigma_{po,A} e^{-\mu(a_x + kx_w)}$$

## Ztráta předpětí okamžitým pružným přetvořením (síla působící v kotvách při předpínání)

- **Předem předpjatá výztuž**

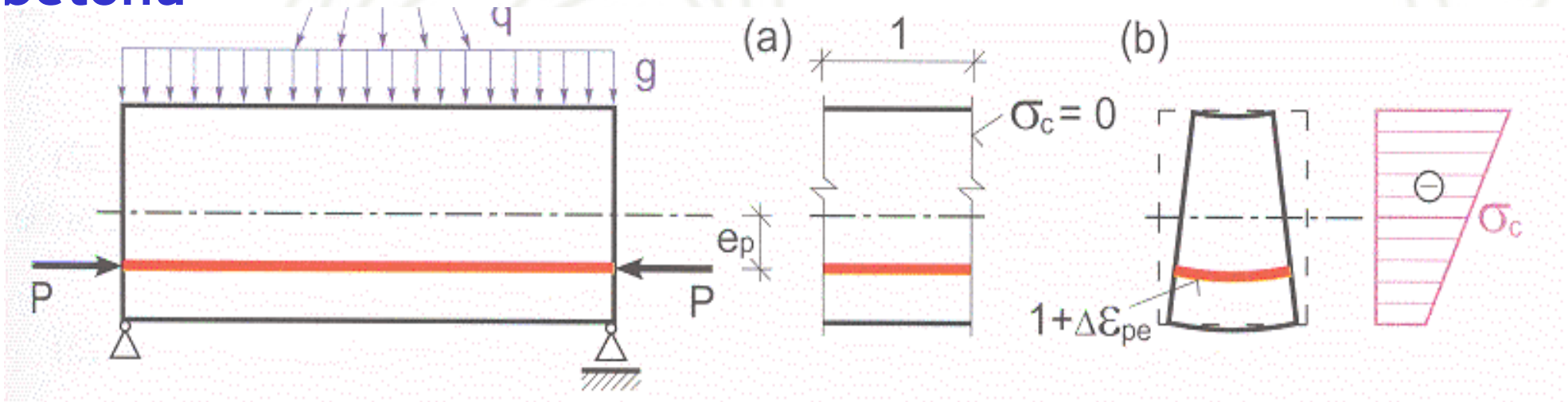
- při zavádění předpínací síly se beton stlačuje  
⇒ ztráta předpětí v soudržné výztuži vznikne pružným stlačením betonu

- **Dodatečně předpjatá výztuž**

- v okamžiku předpínání působí předpínací síla v kotvách  
⇒ ztráta předpětí v důsledku okamžitého pružného přetvoření betonu je rovna = 0 (ztráta je vyrovnávána dopínáním předpínací výztuže)



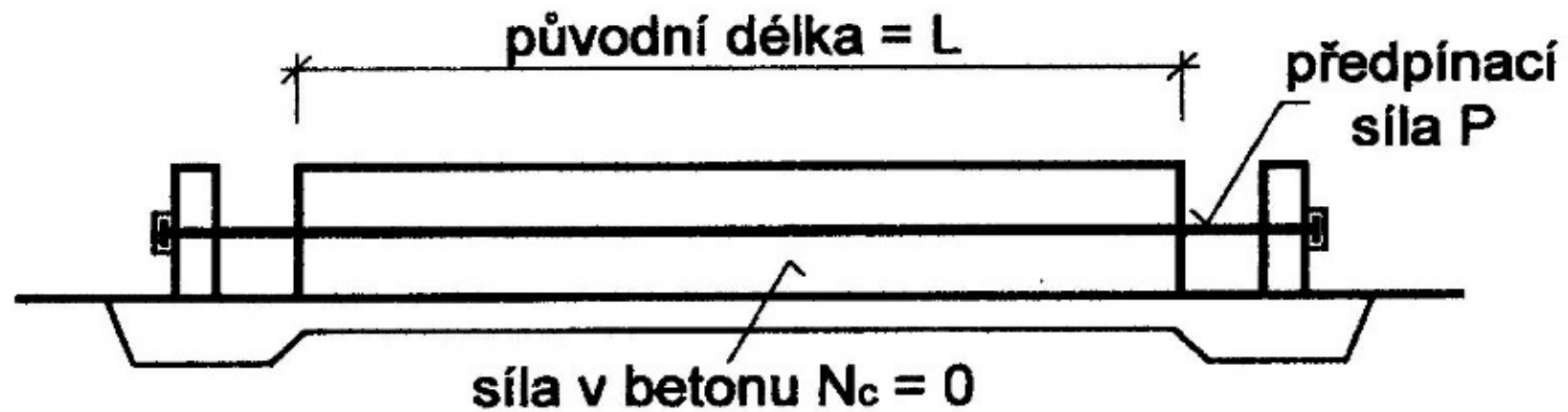
# Předem předpjatý beton - ztráta pružným přetvořením betonu



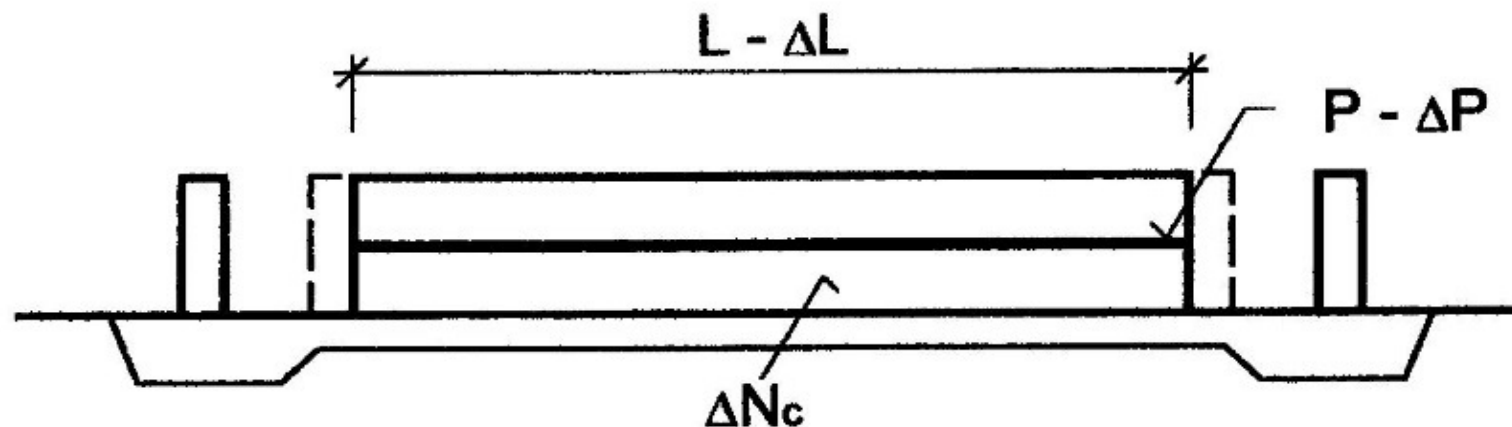
- Vnesení předpětí

- při uvolnění dodatečně napnuté výztuže z kotevního zařízení
  - předpínací síla se přenesla do betonu v důsledku soudržnosti s betonem
  - oba materiály začnou působit jako jeden prvek
- ⇒ v důsledku pružného zkrácení prvku vzniká ztráta v předpínací výztuži

# Předem předpjatý beton - ztráta pružným přetvořením betonu

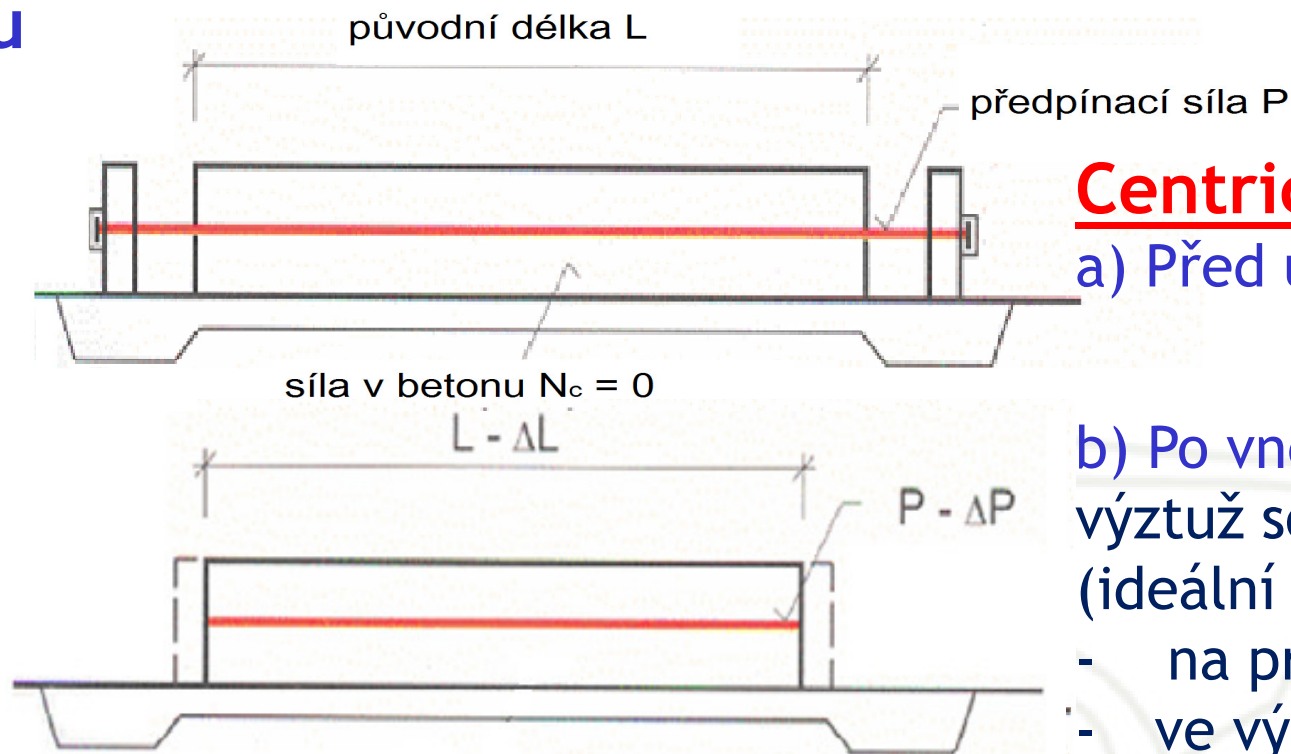


(a) rozložení vnitřních sil před uvolněním lan



(b) rozložení vnitřních sil po vnesení předpětí

# Předem předpjatý beton - ztráta pružným přetvořením betonu



## Centrické předpětí

a) Před uvolněním lan

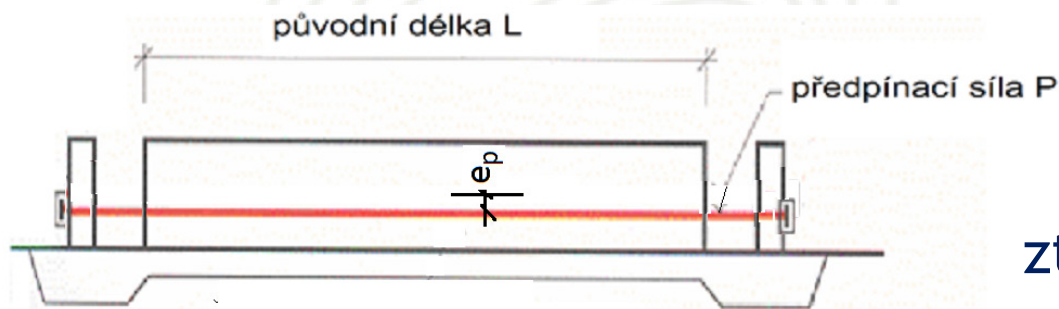
b) Po vnesení předpětí  
výztuž soudržná s betonem  
(ideální průřez)

- na prvek působí  $P - \Delta P$
- ve výztuži ztráta  $\Delta P$
- přetvoření  $\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_p$

$$N_c = P - \Delta P; \Delta \varepsilon_c = \frac{P - \Delta P}{A_i E_c}; \Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta P}{A_p E_p}; \Delta \sigma = \frac{P}{A_p \left(1 + \frac{A_i E_c}{A_p E_p}\right)}$$

$$\frac{P - \Delta P}{A_i E_c} = \frac{\Delta P}{A_p E_p} \Rightarrow \Delta P = \frac{P A_i E_c}{A_i E_c + A_p E_p} = \frac{P}{1 + \frac{A_i E_c}{A_p E_p}}$$

# Předem předpjatý beton - ztráta pružným přetvořením betonu



## Excentrické předpětí

ztráta předpínací síly  $\Delta P$

Sílu  $\Delta P$  určíme z rovnosti přetvoření betonu  $\Delta \varepsilon_c$  vyvozeného silou  $P - \Delta P$  při uvažování ideálního průřezu betonu a přetvoření výztuže  $\Delta \varepsilon_p$  vyvolaného silou  $\Delta P$

- na prvek působí  $P - \Delta P$  ideální průřez
- ve výztuži ztráta  $\Delta P$  předpínací výztuž
- přetvoření  $\Delta \varepsilon_c = \Delta \varepsilon_p$

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{P - \Delta P}{A_i E_c} \left( 1 + \frac{e_p^2 A_i}{I_i} \right);$$

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta P}{A_p E_p}$$

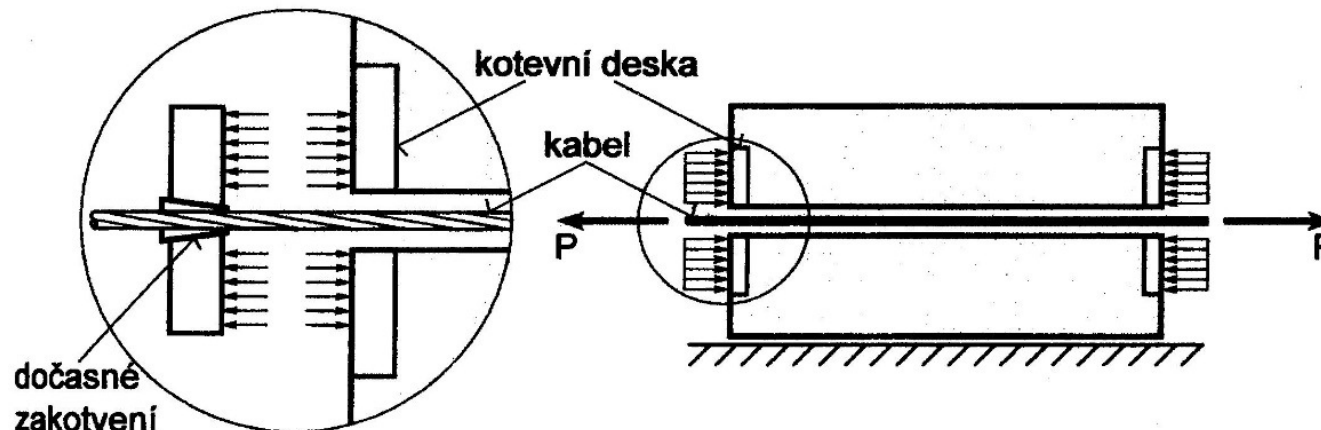
$$\frac{P - \Delta P}{A_i E_c} \left( 1 + \frac{e_p^2 A_i}{I_i} \right) = \frac{\Delta P}{A_p E_p} \Rightarrow \Delta P = \frac{P}{1 + \frac{A_p E_p}{A_c E_i} \left( 1 + \frac{e_p^2 A_i}{I_i} \right)}$$

$$\Delta \sigma = \frac{P}{A_p \left( 1 + \frac{1}{\psi} \right)}$$

## Dodatečně předpjatý beton - ztráta okamžitým pružným přetvořením betonu

- Předpínací výztuž není z hlediska tuhosti v okamžiku vnášení předpětí součástí předpínaného prvku a nevzdoruje zatížení, které sám vyvolává
- Předpínací výztuž je tak dopínána na původní hodnotu předpínací síly

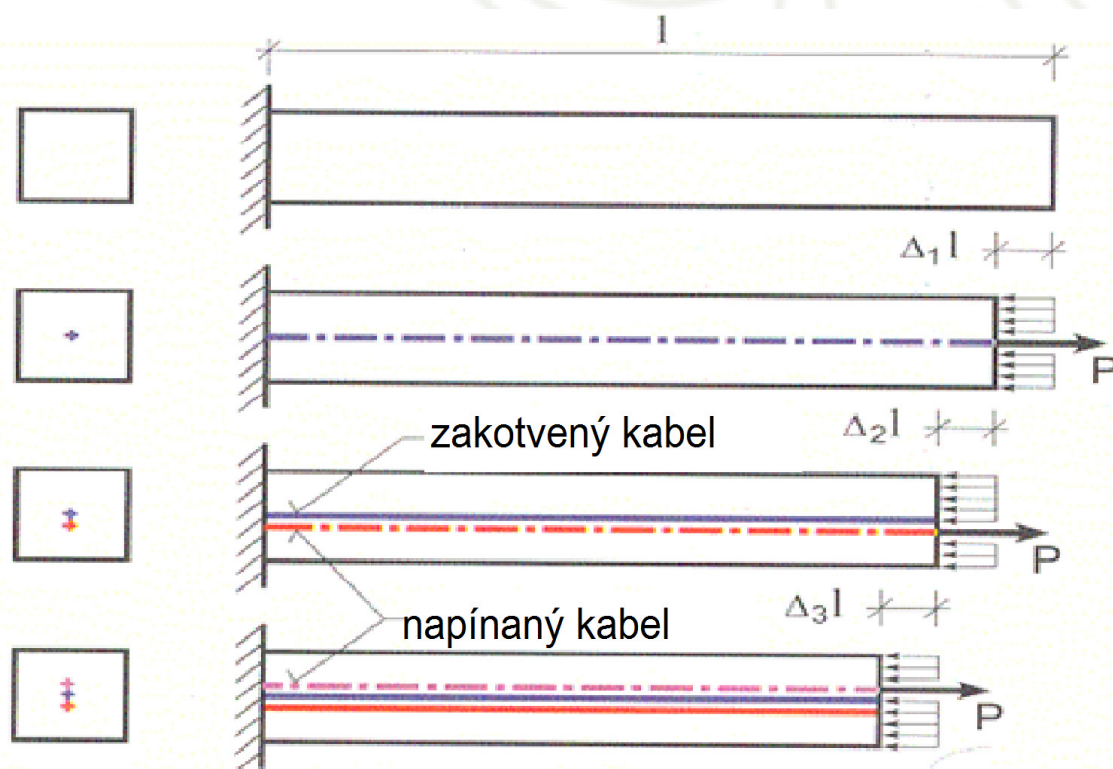
⇒ ztráta okamžitým pružným přetvořením betonu v okamžiku vnesení předpětí je tedy rovna nule.





## Ztráta předpětí postupným předpínáním

- U dodatečně předpínaného betonu v důsledku okamžitého pružného přetvoření betonu a již zakotvené předpínací výztuže při postupném předpínání (j etap). U předpínací výztuže předepnuté v jedné etapě (současně)  $\Rightarrow$  ztráta = 0



**1. kabel:**  $\Delta_1 l$  deformace kabelu vyrovnána předpínacím zařízením  $\Rightarrow \Delta_1 P_1 = 0$

**2. kabel:**  $\Delta_2 P_2 = 0$ ;  $\Delta_2 P_1 \neq 0$   
 $P_1 = P - \Delta_2 P_1$

**3. kabel:**  $\Delta_3 P_1 = \Delta_3 P_2 = \Delta_3 P \neq 0$   
 $P_1 = P - \Delta_2 P - \Delta_3 P$ ;  $P_2 = P - \Delta_3 P$

Ztráta postupným předpínáním  
centrické předpětí - idealizace

## Ztráta předpětí postupným předpínáním: $A_p/m$ ; $P=P_{m0}/m$

- Tato ztráta způsobená postupným předpínáním může být vyjádřena jako průměrná ztráta v každém kabelu:

$$\Delta P_{el} = -A_p E_p \frac{(m-1)\Delta\sigma_c}{2 m E_{cm}}$$

$\Delta\sigma_c(x)$  změna napětí v těžišti předpínací výztuže;  
při vzdálenosti předpínací výztuže od těžiště  
betonového průřezu  $e_p$

$$\Delta\sigma_c = -\frac{P_{m0}}{A_c} \left(1 + \frac{A_c e_p^2}{I_c}\right)$$

$m$  počet kabelů postupně předpínaných; při větším  
počtu kabelů  $(m-1)/2m \approx 0,5$

- Vlastní tíha eliminuje část ztráty postupným předpínáním, která vzniká v důsledku excentrické polohy kabelu. Až účinky předpětí dosáhnou vlastní tíhy, je třeba zohlednit vliv excentrické polohy.

# Ztráta předpětí pružným přetvořením betonu, způsobeným vnějším zatížením

- Ztráta provozní

- projevuje se po zakotvení resp. po vnesení předpětí do betonu

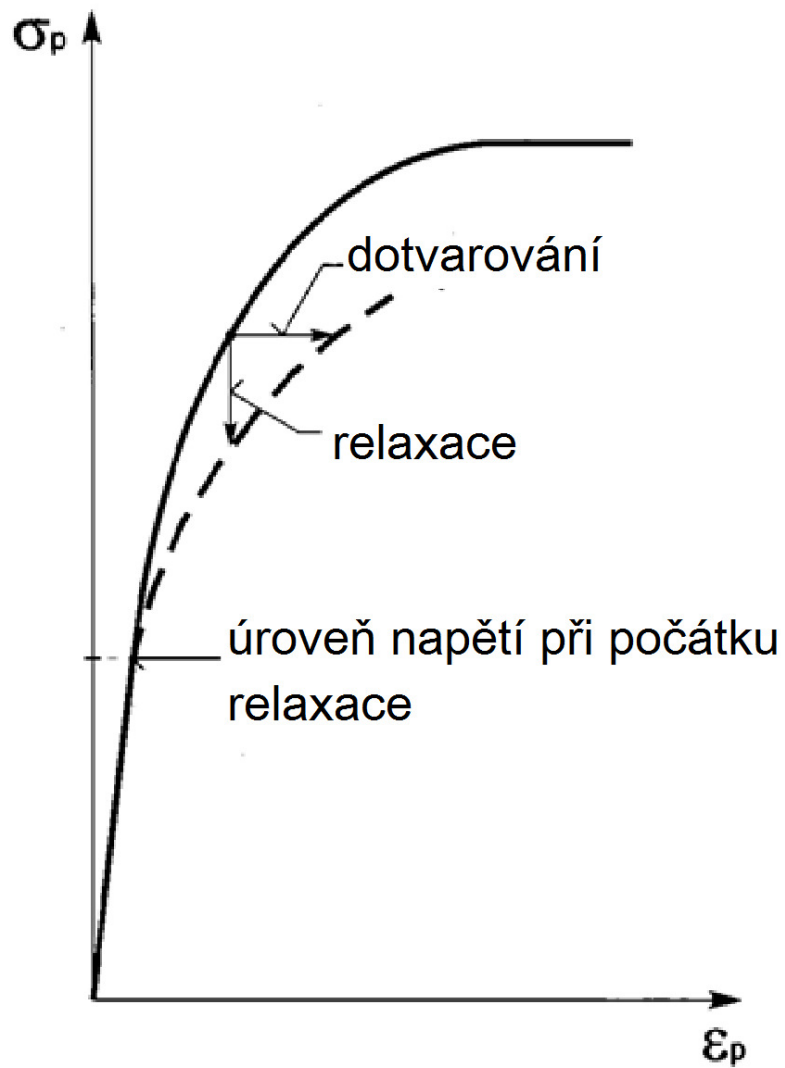
- Působení vnějšího zatížení (ostatní stálé, proměnné, atd.)

- je obdobné jako působení předem předpjaté výztuže při vnášení předpětí
- předpínací výztuž v okamžiku vnesení vnějšího zatížení je součástí předpínaného prvku a vzdoruje vnášenému zatížení

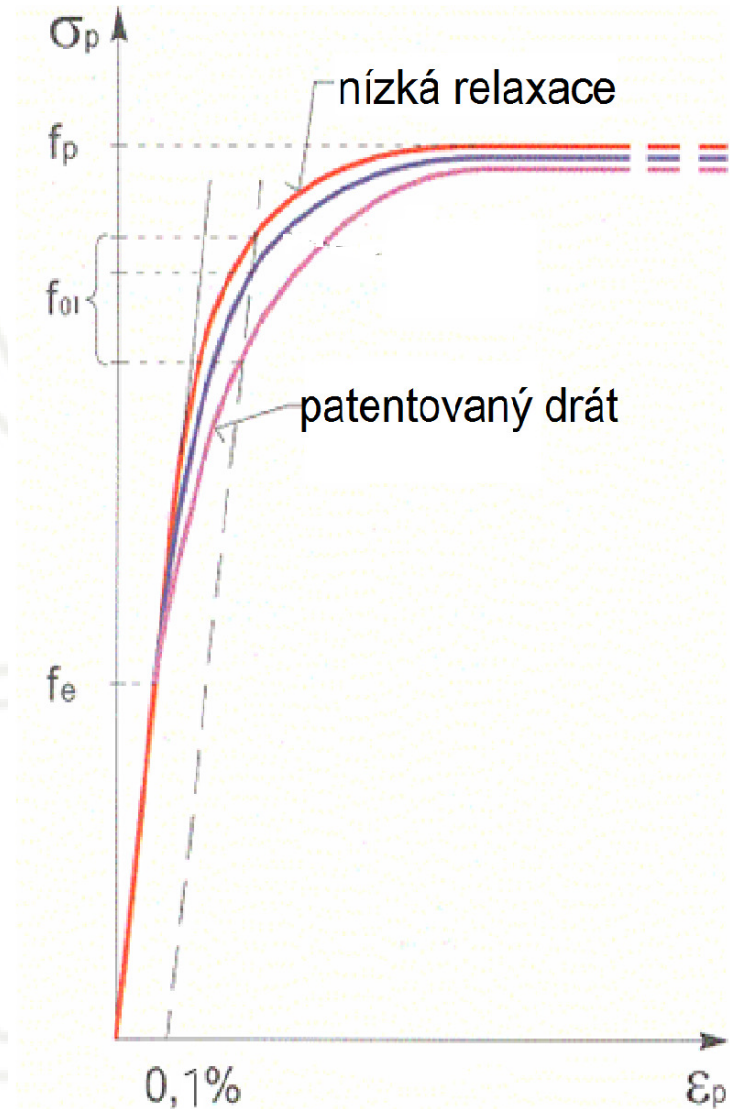
⇒ uplatní se ztráta předpětí pružným přetvořením betonu (i u konstrukcích dodatečně předepnutých)



# Ztráta předpětí relaxací předpínací ocele



Časově závislé vlastnosti  
předpínací výztuže



Pracovní diagram - dráty,  
lana

# Ztráta předpětí relaxací předpínací ocele

V ČSN EN 1992-1-1 jsou definovány tři třídy relaxačního chování:

Třída 1: dráty nebo lana s normální relaxací- ordinary relaxation

Třída 2: dráty nebo lana s nízkou relaxací

Třída 3: za tepla válcované a upravené tyče

$$\text{Třída 1} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5,39 \rho_{1000} e^{6,7\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$\text{Třída 2} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66 \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$$\text{Třída 3} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1,98 \rho_{1000} e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}$$

$\Delta\sigma_{pr}$  ... absolutní hodnota relaxačních ztrát předpětí

$\sigma$  ... při dodatečném předpínání je  $\sigma_{pi}$  absolutní hodnota počátečního předpětí (initial)  $\sigma_{pi} = \sigma_{pm0}$  ; při předpínání předem je  $\sigma_{pi}$  maximální tahové napětí působící v předpínací vložce zmenšené o ztráty vznikající v průběhu napínání

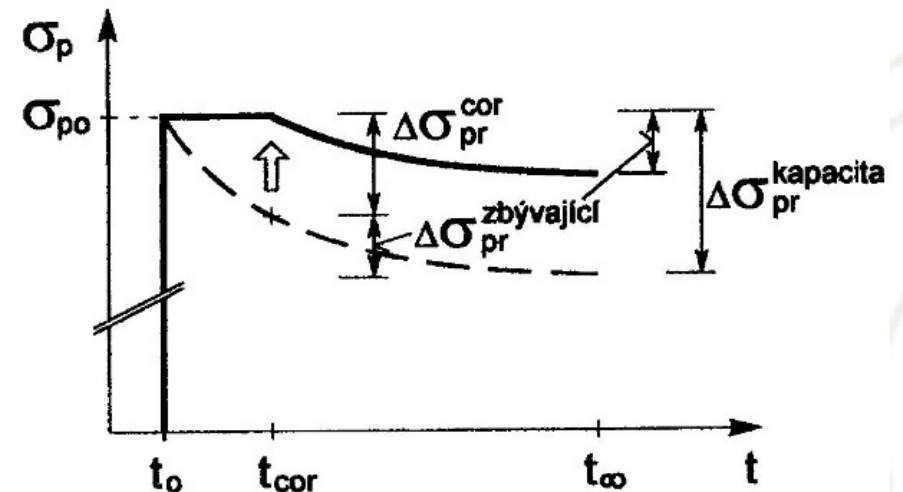
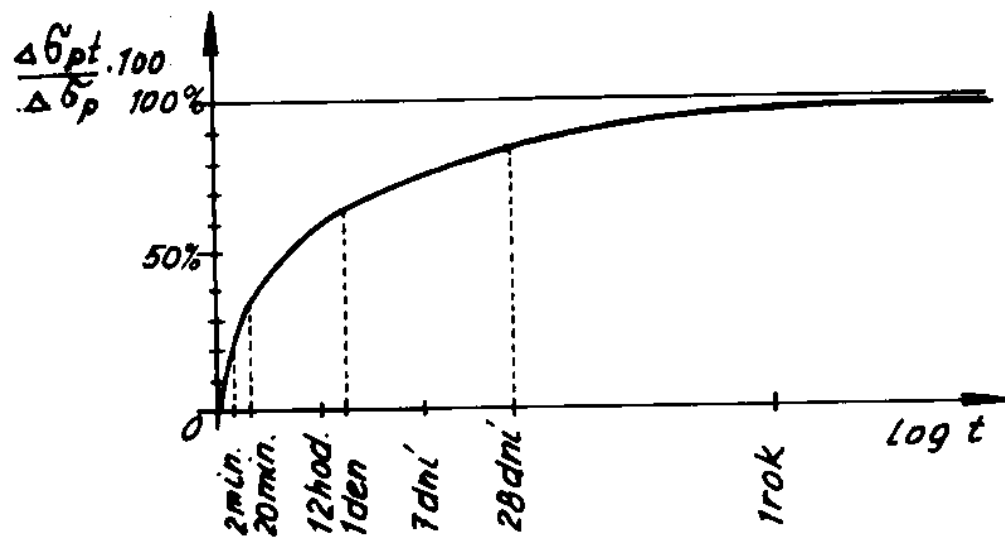
$t$  ... doba po napnutí (v hodinách)

$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk}$ , kde  $f_{pk}$  je charakteristická hodnota pevnosti v tahu předpínací oceli

$\rho_{1000}$  ... hodnota relaxační ztráty (v %) v 1000 hodinách po napnutí při průměrné teplotě of 20°C

# Ztráta předpětí relaxací předpínací ocele

- Používá se ve stádiu předpínání i provozním
- Hodnota ztráty závisí na
  - třídě, udávající relaxační chování
  - velikosti vnášeného předpětí
  - době



## Ztráta předpětí přetvořením opěrného zařízení

- Předem předpjatý beton - pokud tuhost kotevních bloků je malá, dochází při postupném předpínání k jejich deformaci
- Předpokládejme, že předpínáním  $m$  stejných stejně napínaných lan se vyvodí na opěrné zařízení síla  $P$ . Pokud síla  $P$  by působila náraz, vzdálenost  $l_p$  mezi opěrami by se zkrátila o  $\Delta l_p$ . Poměrné přetvoření lan by bylo  $\varepsilon_p = \Delta l_p / l_p$ ; při předpokladu lineárního přetvoření bylo by přetvoření jednoho kabelu  $\varepsilon_{p1} = \varepsilon_p m$ , ztráta ve všech kabelech

$$\Delta\sigma_{pA1} = -E_p \varepsilon_{p1} = -E_p \frac{\Delta l_p}{l_p m}$$

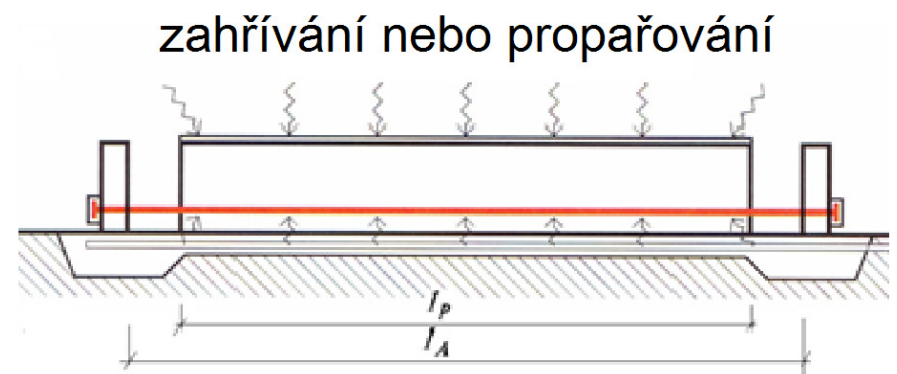
- Průměrná ztráta v každém kabelu při postupném předpínání

$$\Delta\sigma_{pA} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left( -E_p \left( \frac{m-1}{m} \right) \frac{\Delta l_p}{l_p} \right) = -E_p \frac{(m-1) \Delta l_p}{2m l_p}$$

## Ztráta předpětí rozdílem teploty předpínací výztuže v betonu a na předpínací dráze

- Předem předpjatý beton - např. při urychlování tvrdnutí betonu
- **Předpokládáme:** vzdálenost mezi opěrami  $l_A$ , délka předpínací výztuže v betonu  $l_p$ , změna teploty  $\Delta T_p$
- V důsledku změny teploty se prodlouží předpínací výztuž o  $\Delta l_p = \alpha_p \Delta T_p l_p$ , kde  $\alpha_p$  je součinitel teplotní roztažnosti předpínací výztuže
- Změna přetvoření předpínací výztuže  $\Delta \varepsilon_{pT} = \Delta l_p / l_A$  způsobí ztrátu předpětí

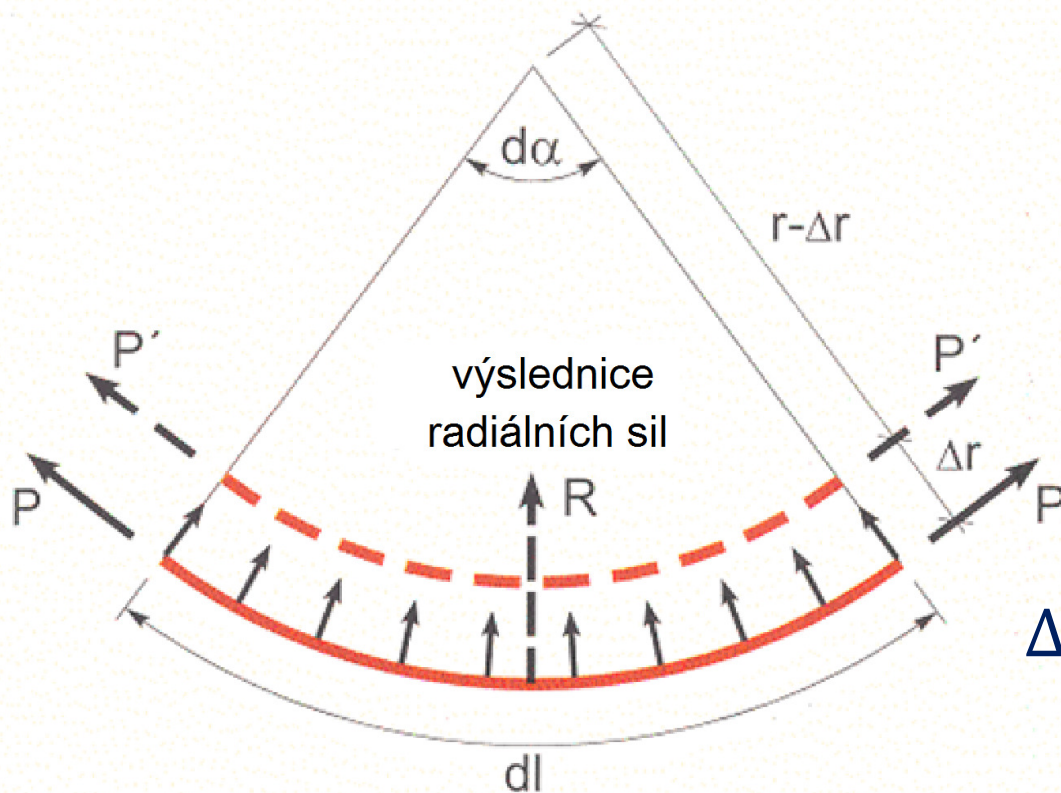
$$\Delta \sigma_{pT} = -E_p \varepsilon_p = -E_p \frac{\alpha_p \Delta T_p l_p}{l_A}$$





# Ztráta předpětí otláčením betonu

- **Ovinuté konstrukce** – při malém poloměru zakřivení  $r$
- Předpokládáme diferenciální element zakřivené výztuže



$$\Delta l = (r - \Delta r)d\alpha - rd\alpha = -\Delta r d\alpha$$

$$\Delta\sigma_{po} = E_p \frac{-\Delta r d\alpha}{rd\alpha} = -E_p \frac{\Delta r}{r}$$

## Ztráta předpětí otláčením betonu

- Maximální napětí předpínací oceli po zakotvení (stadium transferu - zavedení předpětí do betonu):

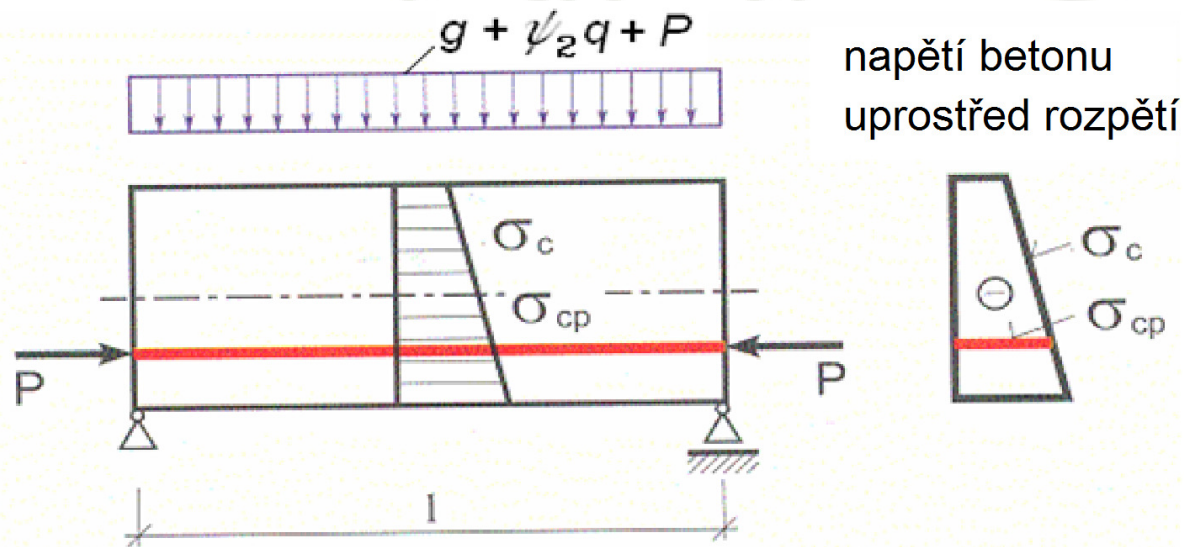
$$\sigma_{p,max} = \min(0,75f_{pk}; 0,85f_{p0,1k})$$

$f_{pk}$  ... charakteristická pevnost předpínací oceli  
v tahu

$f_{p0,1k}$  ... charakteristická smluvní mez kluzu 0,1  
předpínací oceli

# Dlouhodobé ztráty předpětí vyvolané smršťováním a dotvarováním betonu a relaxací předpínací ocele

- Relaxace závisí na deformaci betonu způsobenou dotvarováním a smršťováním - přibližně lze zohlednit redukčním součinitelem 0,8
- Dotvarování - dlouhodobé zatížení



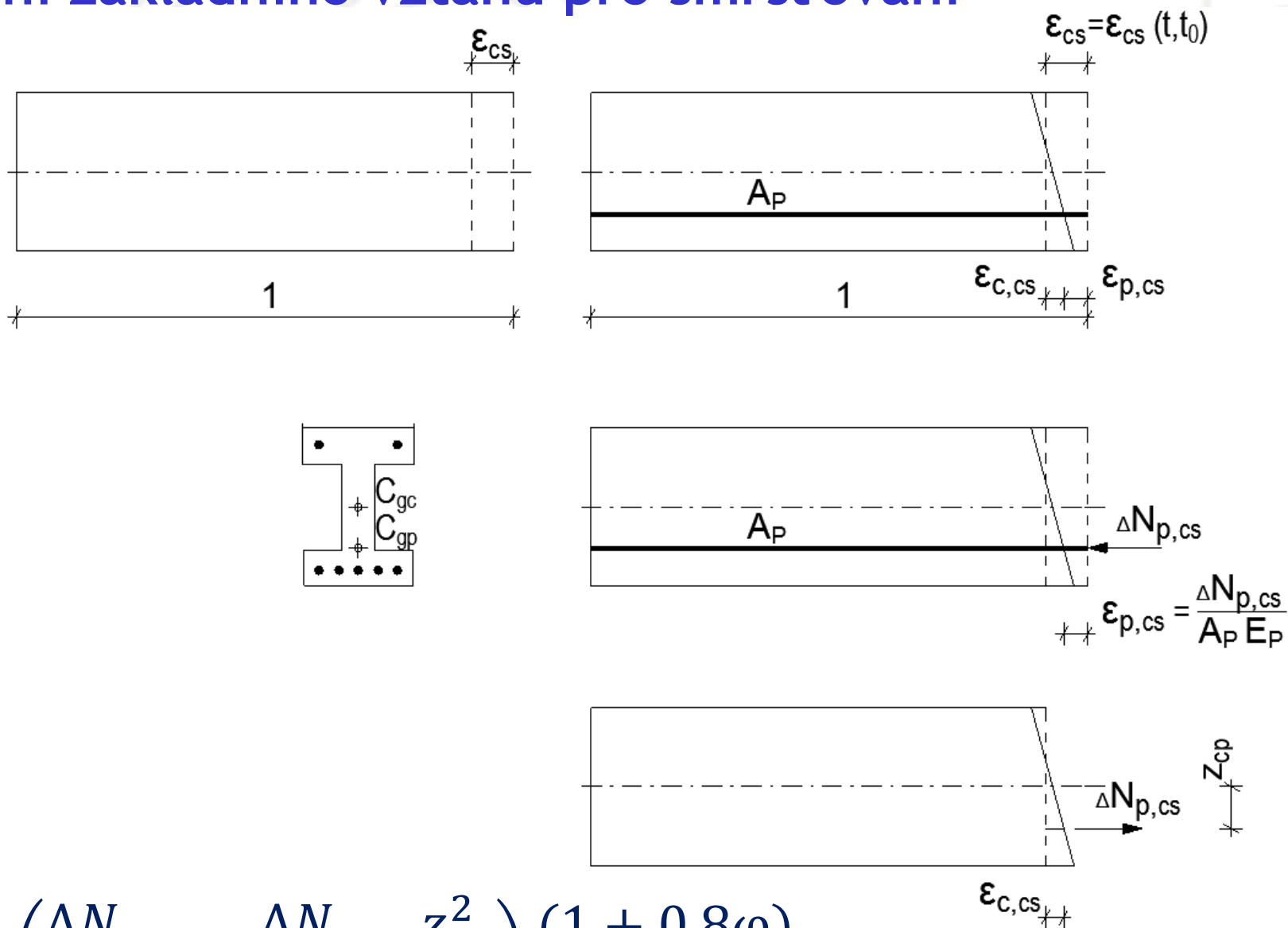
v časovém intervalu  
( $t_0, t$ ) konstantní  
napětí  $\sigma_{cp}$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_{cp}}{E_c(t)} \varphi(t_0, t)$$

Napjatost od dlouhodobých zatížení  
ovlivňujících dotvarování betonu



# Odvození základního vztahu pro smršťování



$$\epsilon_{C,cs} = \left( \frac{\Delta N_{p,cs}}{A_c} + \frac{\Delta N_{p,cs} z_{cp}^2}{I_c} \right) \frac{(1 + 0,8\varphi)}{E_{cm}}$$

## Odvození základního vztahu pro smršťování

$$\varepsilon_{cs} = \frac{\Delta N_{P.cs}}{A_P E_P} + \frac{\Delta N_{P.cs}}{A_C E_{cm}} \left( 1 + \frac{A_C}{I_C} z_{pc}^2 \right) (1 + 0,8\varphi)$$

$$\Delta N_{P.cs} = \frac{\varepsilon_{cs} A_P E_P}{1 + \frac{A_P E_P}{A_C E_{cm}} \left[ \left( 1 + \frac{A_C}{I_C} z_{pc}^2 \right) (1 + 0,8\varphi) \right]}$$

$$\Delta \sigma_{p.cs} = \frac{\varepsilon_{cs} A_P E_P}{1 + \alpha_e \frac{A_P}{A_C} \left( 1 + \frac{A_C}{I_C} z_{pc}^2 \right) (1 + 0,8\varphi)}$$

$$\Delta \sigma_{p.cs} = \frac{\varepsilon_{cs} A_P E_P}{A}$$

# Dlouhodobé ztráty předpětí vyvolané smršťováním a dotvarováním betonu a relaxací předpínací ocele

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t; t_0) \sigma_{c,qp}}{1 + \frac{E_p}{E_{xm}} \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \varphi(t; t_0)]}$$

$\Delta \sigma_{p,c+s+r}$  ... absolutní hodnota změny napětí v předpínacích vložkách vyvolaná dotvarováním, smršťováním a relaxací v místě  $x$  v okamžiku  $t$

$\varepsilon_{cs}$  ... odhadnuté poměrné přetvoření v absolutní hodnotě

$E_p$  ... modul pružnosti předpínací oceli

$E_{cm}$  ... modul pružnosti betonu

$\Delta \sigma_{pr}$  ... absolutní hodnota změny napětí v předpínacích vložkách v místě  $x$  a okamžiku  $t$ , vyvozená relaxací předpínací ocele; stanoví se pro napětí

$$\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q),$$

$\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$  ... počáteční napětí v předpínacích vložkách vyvozené počátečním předpětím a kvazistálými zatíženími

# Krátkodobé hlavní ztráty předpětí

## a) předem předpjatý beton

- Během předpínání:
  - ztráta třením- pouze v případě lomené předpínací výztuže  $\Delta P_{\mu}(x)$
  - ztráta pokluzem v kotvách  $\Delta P_w$
- Před transferem předpětí do betonu:
  - ztráta relaxací předpínací výztuže v období mezi předepnutím a transferem  $\Delta P_r$
  - ztráta rozdílem teploty předpínací výztuže v betonu a předpínací drahou, např. při urychlování tvrdnutí betonu propařováním  $\Delta P_T$
- Po transferu předpětí do betonu:
  - ztráta pružným přetvořením betonu  $\Delta P_{el}$

# Krátkodobé hlavní ztráty předpětí

## b) dodatečně předpjatý beton

- ztráta třením  $\Delta P_{\mu}(x)$
- ztráta pokluzem v kotvách  $\Delta P_w$
- ztráta pružným přetvořením betonu v případě postupného předpínání  $\Delta P_{el}$
- ztráta otláčením betonu u ovíjených konstrukcí malého poloměru  $\Delta P_o$

## Dlouhodobé hlavní ztráty předpětí

- Střední hodnota předpínací síly  $P_{m,t}(x)$  v čase  $t > t_0$  má být stanovena s přihlédnutím k předpínací metodě
- Ztráta předpětí v důsledku dotvarování, smršťování betonu a dlouhodobé relaxace předpínací oceli  $\Delta P_{c+s+r}(x)$  se uvažuje hodnota předpínací síly

$$P_{m,t}(x) = P_{m0}(x) - \Delta P_{c+s+r}(x)$$



## Předpínací síla

- Počáteční předpínací síla  $P_{m0}(x)$  v okamžiku  $t = t_0$  bezprostředně po napnutí a zakotvení předpínací výztuže (dodatečně předpjatý beton) nebo po transferu předpětí (předem předpjatý beton)

$$P_{m0}(x) = P_{\max} - \sum \Delta P_i(x)$$

$P_{\max}$  ... síla při napínání ( $P_{\max} = A_p \cdot \sigma_{pm, \max}$ )

$\Delta P_i(x)$  ... síla vyjadřující okamžité ztráty

Omezení:

$P_{m0}(x)$  nesmí přesáhnout následující hodnotu:

$$P_{m0}(x) = A_p \cdot \sigma_{pm0}(x) \leq A_p \cdot \sigma_{pm0, \max}$$

kde  $\sigma_{pm0, \max} = \min(0,75f_{pk}; 0,85f_{p0,1k})$

## Předpínací síla

- Předpínací síla na konci životnosti konstrukce  $P_{m\infty}(x)$  v okamžiku  $t = \infty$  po všech ztrátách předpínací výztuže

$$P_{m\infty}(x) = P_{m0}(x) - \Delta P_{c+s+r}(x)$$

$P_{m0}(x)$  ... předpínací síla po napnutí a zakotvení předpínací výztuže

$\Delta P_{c+s+r}(x)$  ... jsou dlouhodobé ztráty předpínací výztuže

Omezení:

$P_{m\infty}(x)$  nesmí přesáhnout následující hodnotu:

$$P_{m\infty}(x) = A_p \cdot \sigma_{pm\infty}(x) \leq A_p \cdot \sigma_{pm\infty, \max}$$

kde  $\sigma_{pm\infty, \max} \leq f_{pk}$

A faint, light-colored line drawing of a person in a suit, possibly a scientist or researcher, holding a large circular object. The drawing is composed of simple, clean lines and is positioned in the background of the slide.

**Děkuji za pozornost!**

# Seznam použitých zdrojů

Procházka J, a kol.: Navrhování betonových konstrukcí podle norem ČSN EN 1992 (Eurokódu 2), ČBS Praha, 2010

Navrátil, J.: Předpjaté betonové konstrukce - Akademické nakladatelství CERM. S.r.o., 2004

Procházka J, : Betonové konstrukce. Předpjatý beton. Konstrukce pozemních a inženýrských staveb - Ediční středisko ČVUT Praha, 1990

© Jaroslav Procházka, Radek Štefan 2015

Poslední úprava: 10. 10. 2016

Připomínky a návrhy na vylepšení prezentace zasílejte prosím na adresu [radek.stefan@fsv.cvut.cz](mailto:radek.stefan@fsv.cvut.cz)

**Upozornění:**

Materiál slouží pouze pro studijní a výukové účely v rámci předmětů vyučovaných na Fakultě stavební ČVUT v Praze!