

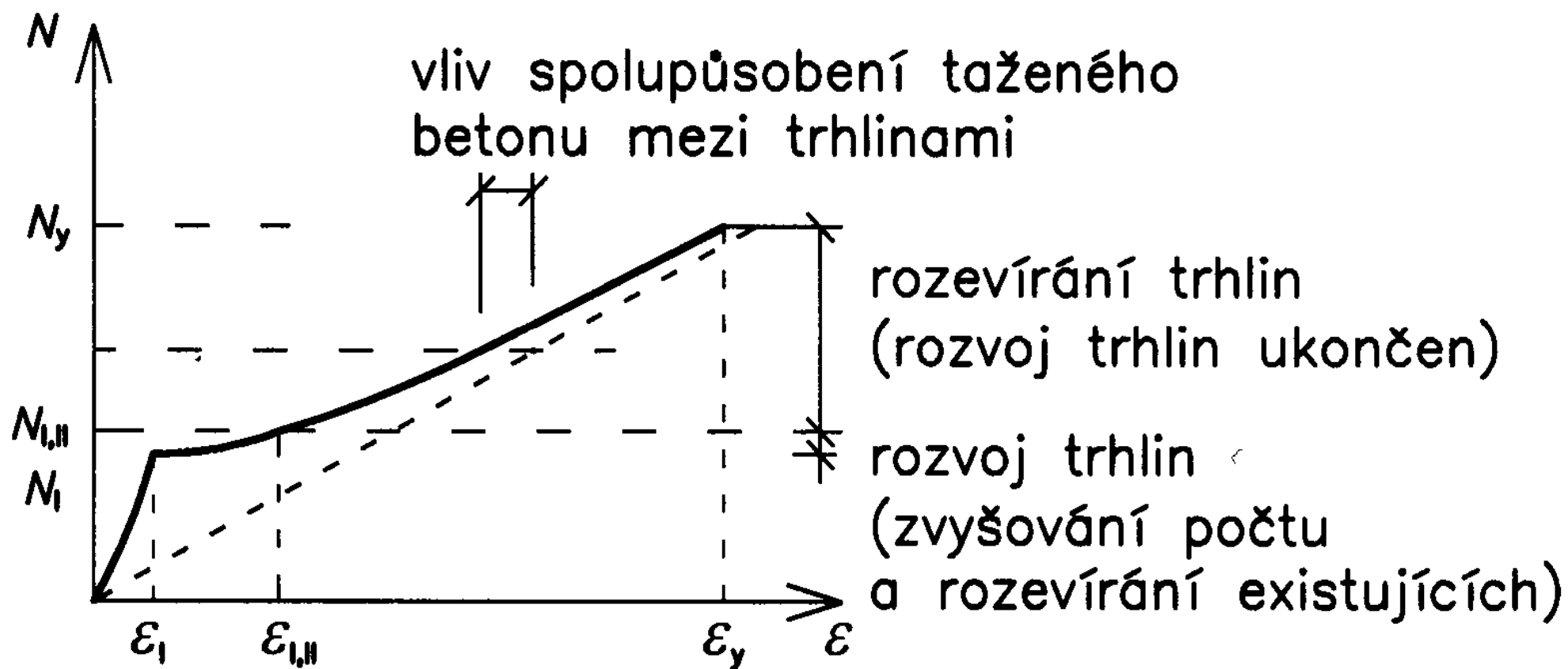
133PSBZ

Požární spolehlivost betonových a zděných konstrukcí

Přednáška B2

ČVUT v Praze, Fakulta stavební
katedra betonových a zděných konstrukcí

Tahové zpevnění - spolupůsobení taženého betonu mezi trhlinami



Minimální průřezová plocha výztuže

Min. plocha betonářské výztuže v tažené oblasti průřezu:

$$A_{s,min} = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_s$$

$k_c = 0,4$ ohyb; $k_c = 1,0$ dostředný tah; ostatní viz ČSN EN

k součinitel vlivu nerovnoměrného rozdělení vlastních rovnovážných napětí $k = 1,0$ při $h \leq 300$ mm,
 $k = 0,65$ při $h \geq 800$ mm

A_{ct} plocha betonu v tažené oblasti průřezu (tažená oblast - těsně před vznikem trhliny je namáhána tahem)

$f_{ct,eff}$ průměrná hodnota pevnosti betonu v tahu v okamžiku prvního očekávaného vzniku trhliny

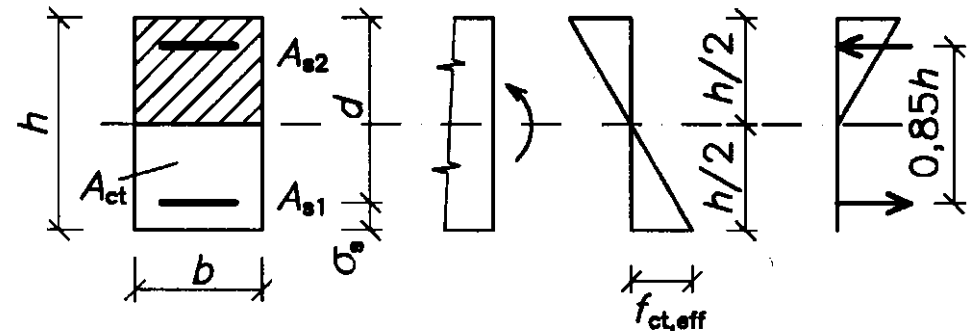
σ_s absolutní hodnota napětí ve výztuži po vzniku trhliny (závisí na šířce přípustné trhliny)

Namáhání ohybovým momentem

$$A_{ct} f_{ct,eff} \frac{1}{3} h = A_{s,min} \sigma_s 0,85 h \quad \text{odkud}$$

$$A_{s,min} \sigma_s = 0,4 A_{ct} f_{ct,eff}$$

a)

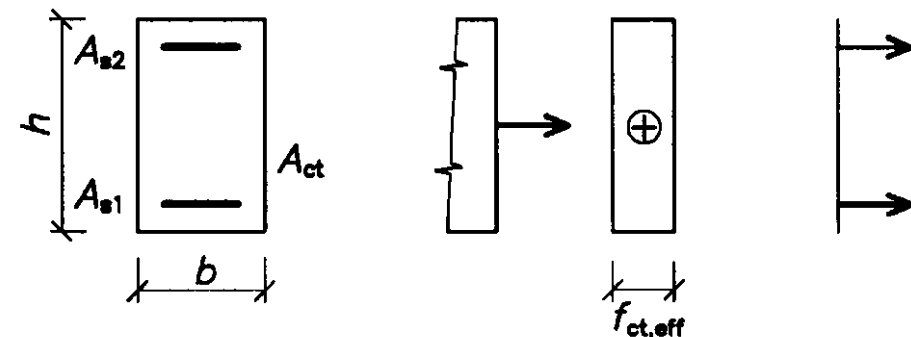


Namáhání dostředným tahem

$$A_{ct} f_{ct,eff} = A_{s,min} \sigma_s$$

$$A_{s,min} \sigma_s = A_{ct} f_{ct,eff}$$

b)



Při vzniku prvních trhlin (rané trhliny)

- určení tahové pevnosti betonu $f_{ct,eff}$ velmi obtížné;
- na tuto pevnost má vliv řada okolností na stavbě např. velikost hydratačního tepla, doba odbednění, okolní teplota atd.; při návrhu nejsou tyto okolnosti většinou známy,
- možný přibližný odhad; $f_{ct,eff}$ se doporučuje uvažovat hodnotou

$$f_{ct,eff} \approx 0,5 f_{ctm}$$

- jestliže je předpokládán vznik trhlin dříve než za 28 dní lze uvažovat

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}(t)$$

Omezení šířky trhliny výpočtem

Podmínka spolehlivosti:

$$w_k \leq w_{max}$$

kde w_k je vypočtená šířka trhliny
 w_{max} limitní (doporučená) šířka trhliny

Doporučená šířka trhliny w_{max} [mm]

Třída prostředí	Železobetonové konstrukce
	Kvazistálá kombinace zatížení
XO, XC1	0,4*)
XC2, XC3, XC4	0,3
XD1, XD2, XD3, XS1 až XS3	0,3

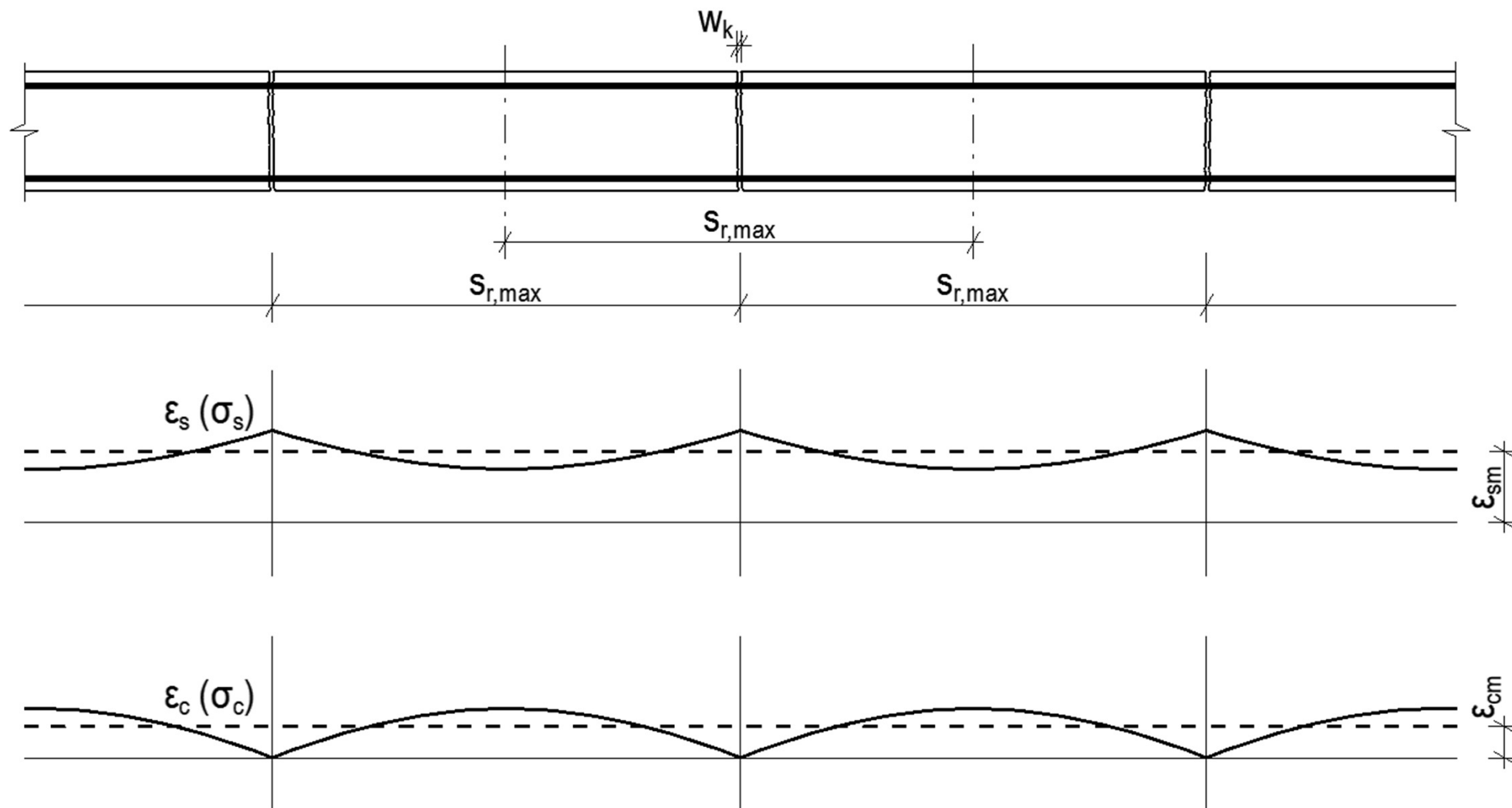
***)V prostředí XO a XC1 nemá šířka trhlin vliv na trvanlivost konstrukce; tato limitní hodnota zajišťuje přijatelný vzhled. Pokud nejsou kladeny požadavky na vzhled, není nutno šířku kontrolovat.**

Poznámka: Pokud při kvazistálé kombinaci zatížení nevznikají trhliny, je nutno si uvědomit, že trhliny vznikly při vyšší kombinaci zatížení; je nutno tedy i v tomto případě počítat se vznikem trhlin!!

Výpočet šířky trhliny

Charakteristická šířka trhliny

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$



$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff}) \right];$$

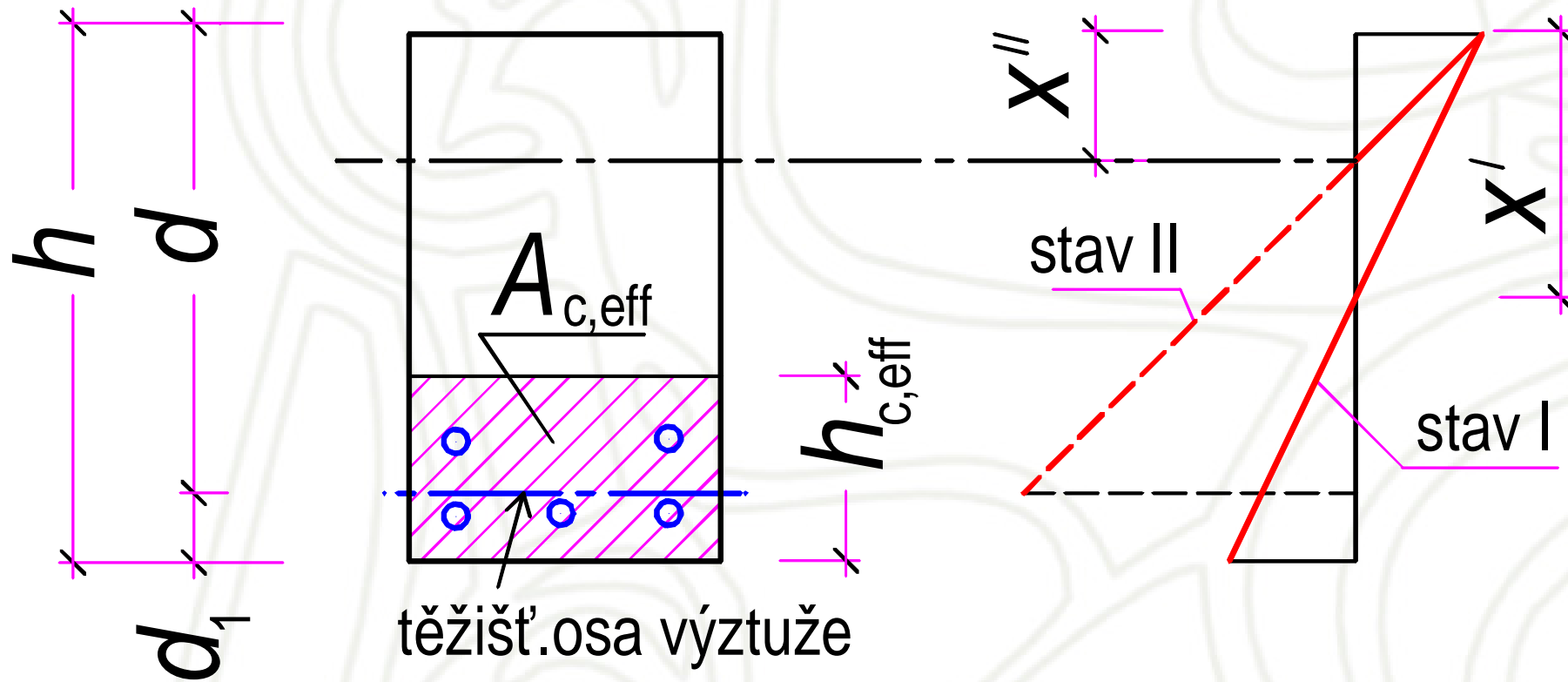
$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

σ_s napětí v tahové výztuži v průřezu porušeném trhlinou;
u předem předepnutých prvků změna napětí $\Delta\sigma_p$
v předpínací výztuži od stavu nulového poměrného
přetvoření betonu ve stejné úrovni

k_t součinitel trvání zatížení; 0,6 krátkodobé; 0,4 dlouhodobé

$\rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff}$ pro železobetonové prvky

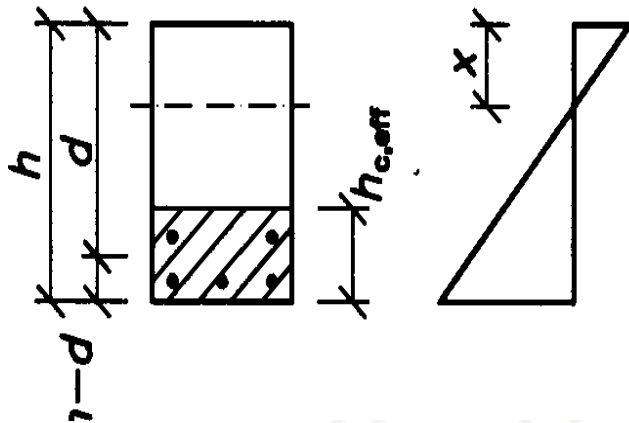
$h_{c,eff} = \min\{2,5(h - d); (h - x)/3; h/2\}$



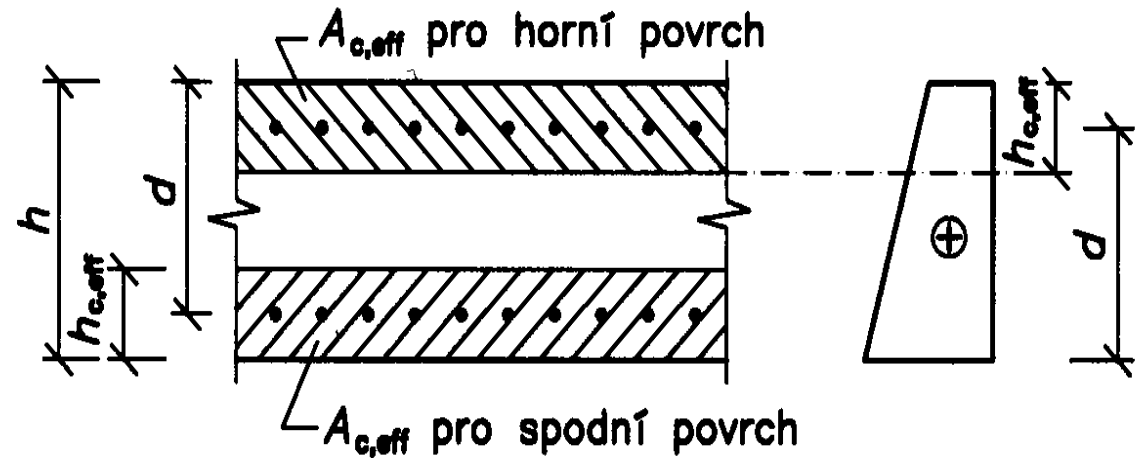
Model pro stanovení spolupůsobící oblasti $A_{c,eff}$ u ohýbaných prvků.

$$h_{c,eff} = \min\{2,5(h - d); (h - x)/3; h/2\}$$

a)



b)



a) nosník
(nosníková deska, deska)

b) tažený prvek

vzdálenost trhlin

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff}$$

kde c je tloušťka krycí vrstvy; $\rho_{p,eff} = A_s / A_{c,eff}$,
podle národní přílohy ČSN EN 1992-1-1 jsou součinitele k_i :

k_1 vliv povrchu výztuže:

0,8 pro žebírkovou výztuž;

1,6 pro hladkou výztuž

k_2 vliv rozdělení poměrných přetvoření po výšce průřezu:

0,5 pro namáhání ohybem;

1,0 pro namáhání centrickým tahem

k_3 vliv krycí vrstvy

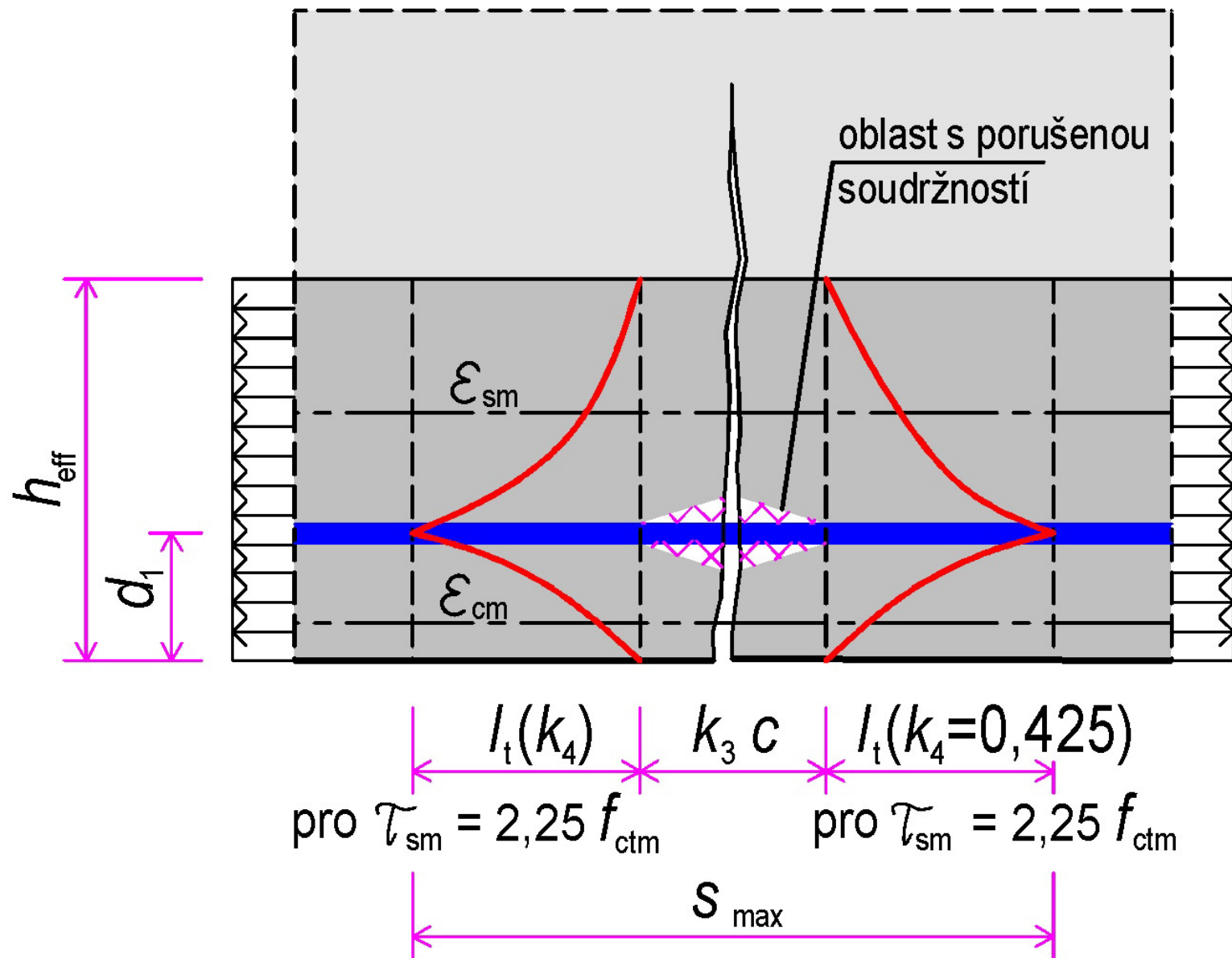
$$k_3 = 3,4 (25/c)^{2/3}$$

kde c je tloušťka krycí vrstvy

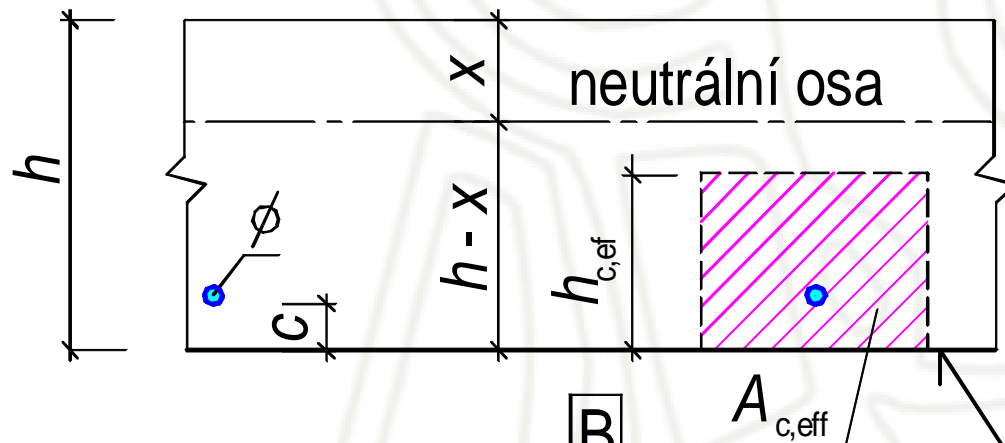
k_4 vliv soudržnosti betonu a výztuže

$$k_4 = 0,425$$

Význam součinitelů k_3 a k_4



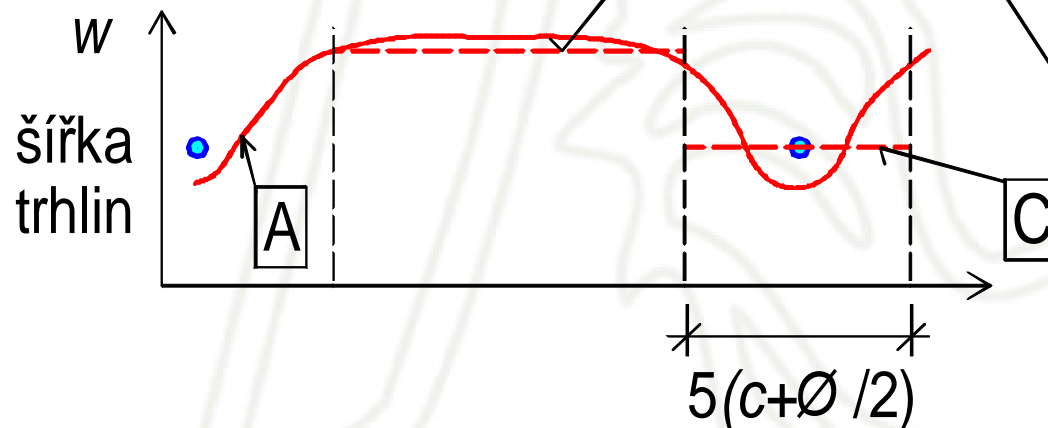
Pokud vzdálenost soudržné výztuže překročí $5(c + \phi/2)$, nebo pokud soudržná výztuž není v tažené oblasti, lze horní mez šířky trhlin stanovit za předpokladu maximální vzdálenosti trhlin $s_{r,max} = 1,3(h - x)$



A skutečná šířka trhliny

B předpokládaná vzdálenost trhlin
 $s_{r,max} = 1,3(h - x)$

C předpokládaná vzdálenost trhlin
 $s = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff}$



povrch taženého
betonu

Omezení šířky trhlin bez přímého výpočtu

V pozemních stavbách u železobetonových a předpjatých ohýbaných desek do tloušťky 200 mm nejsou třeba zvláštní opatření pro omezení šířky trhlin.

Šířka trhlin nebude pravděpodobně nadměrná, pokud:

- pro trhliny vyvozené převážně omezením vynucených deformací nejsou průměry prutů uvedené v tabulce 7.2CZ překročeny, kde napětí v oceli je hodnota stanovená bezprostředně po vzniku trhlin
- pro trhliny vyvozené převážně přímým zatížením jsou splněna buď ustanovení tabulky 7.2CZ nebo tabulky 7.3CZ, napětí v oceli je hodnota stanovená v průřezech s trhlínami při příslušné kombinaci zatížení.

Pro odvození tabulek se předpokládá

$$\sigma_{sr} = \sigma_s$$

$$k_t = 0,4$$

$$k_c = 0,4$$

$$k = 1,0$$

$$k_1 = 0,8$$

$$k_2 = 0,5$$

$$k_3 c = 0,096$$

$$k_4 = 0,425$$

$$h_{cr} = 0,5h$$

$$h_{c,eff} = 2,5(h - d) = 0,1h \quad \text{výška spolupůsobící s taženou výztuž}$$

Pro vznik primární trhliny se uvažuje $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$

napětí ve výztuži při vzniku prvních trhlin

dlouhodobé účinky

prvek je namáhán ohybem

prvek nemá velkou tloušťku

žebírková výztuž s dobou soudržností

prvek je namáhán ohybem

což představuje hodnotu pro průměrnou tloušťku krycí vrstvy mezi 25 a 50 mm

součinitel vlivu soudržnosti

výška prvku před vznikem první trhliny (h je celková výška prvku)

Za uvedených předpokladů uvažujeme

$$w_k = s_{r,max}(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = s_{r,max} 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s},$$

označíme-li průměr výztužného prutu stanovený za uvedených předpokladů ϕ_s , obdržíme

$$w_k = \left(k_3 c + \frac{0,17 \phi_s}{\rho_{p,eff}} \right) \frac{0,6 \sigma_s}{E_s},$$

Odkud vyjádříme průměr

$$\phi_s = \left(\frac{w_k E_s}{0,6 \sigma_s} - k_3 c \right) 5,882 \rho_{p,eff}$$

kde

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} = \frac{A_s}{A_{ct}} \frac{A_{ct}}{A_{c,eff}} = \frac{A_s}{A_{ct}} \frac{h_{cr}}{2,5(h-d)}$$
$$\frac{A_{ct}}{A_s} = \frac{1}{\rho_{p,eff}} \frac{h_{cr}}{2,5(h-d)}$$

Vyjádříme-li napětí ve výztuži v okamžiku vzniku trhlin

$$\sigma_s = k_c k f_{ct,eff} \frac{A_{ct}}{A_s} = k_c k \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \frac{h_{cr}}{2,5(h-d)}$$

$$\rho_{p,eff} = k_c k \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \frac{h_{cr}}{2,5(h-d)}$$

Po dosazení obdržíme

$$\phi_s = \left(\frac{w_k E_s}{0,6 \sigma_s} - k_3 c \right) \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \frac{5,882 k_c k}{2,5} \frac{h_{cr}}{(h-d)}$$

Dosazením zbývajících parametrů

a $E_s = 200$ GPa a $f_{ct,eff} = 2,9$ MPa obdržíme

$$\phi_s^* = \left(\frac{w_k E_s}{0,6 \sigma_s^2} - \frac{k_3 c}{\sigma_s} \right) 13,646 = \left(\frac{w_k 4548667}{\sigma_s^2} - \frac{13,646 k_3 c}{\sigma_s} \right)$$

Tabulka 7.2CZ – Maximální průměr prutů ϕ_s pro omezení šířky trhlin¹⁾

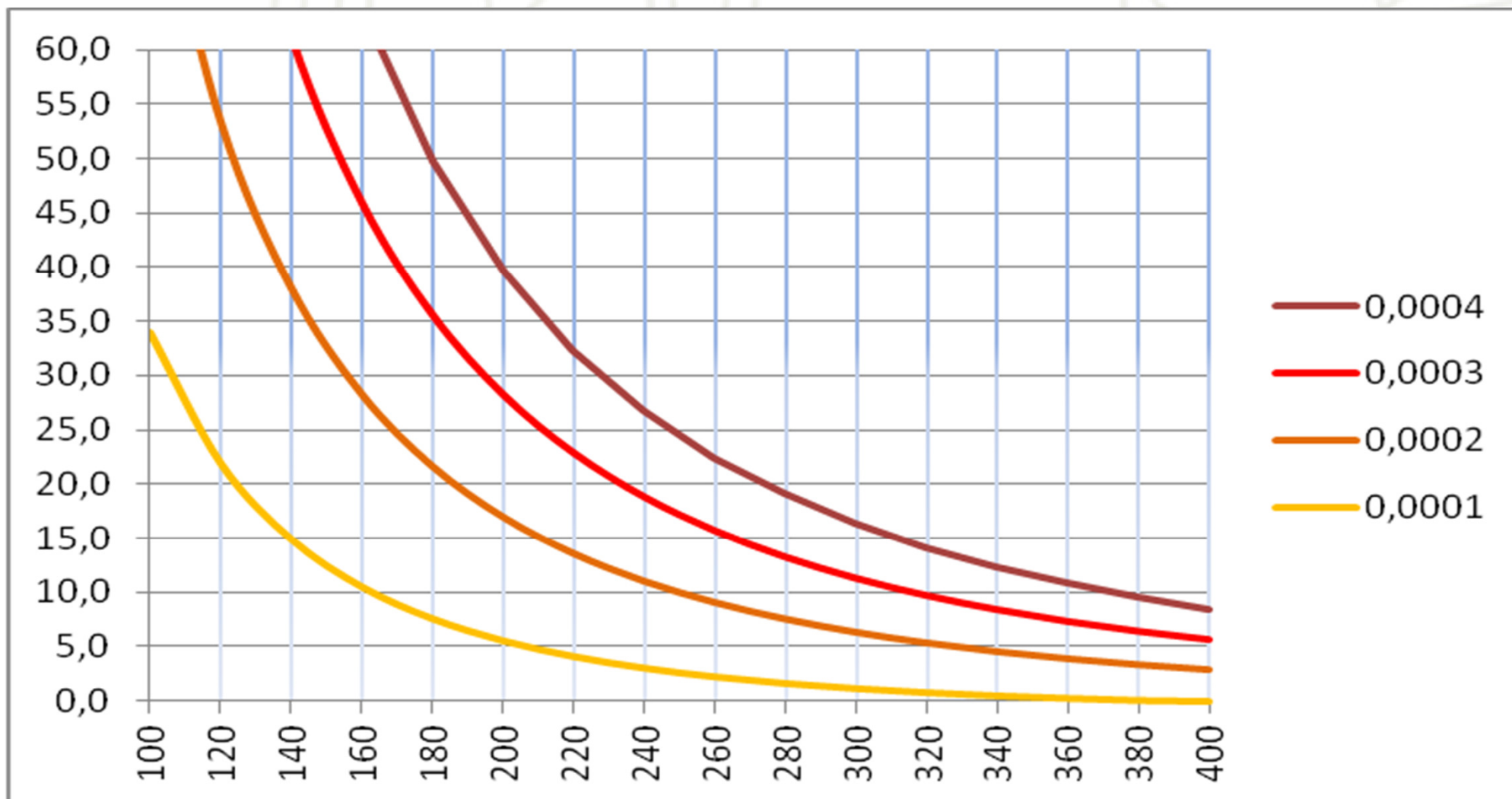
Napětí ve výztuži ²⁾ [MPa]	Maximální průměr prutů [mm]			
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm	$w_k = 0,1$ mm
120	116	84	52	21
160	63	45	27	10
200	36	28	16	5
240	26	18	10	-
280	19	13	7	-
320	14	9	5	-
360	10	7	-	-
400	8	5	-	-

1) Hodnoty v tabulce vycházejí z následujících předpokladů:

betonová krycí vrstva $c = 36$ mm (průměrná hodnota $k_3 \cdot c$ při betonové krycí vrstvě 25 a 50mm); $f_{ct,eff} = 2,9$ MPa; $k = 1,0$; $k_c = 0,4$; $k_t = 0,4$; $h_{cr} = 0,5h$; $h_{c,eff} = 2,5(h-d) = 0,1h$; $k_1 = 0,8$; $k_2 = 0,5$; $k_4 = 0,425$; $k_3 = 3,4(25/c)^{2/3} \leq 3,4$ a $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,6 \cdot \sigma_s / E_s$

2) Při odpovídající kombinaci účinků zatížení.

Maximální průměry výztužných prutů v závislosti na šířce trhliny a napětí ve výztuži

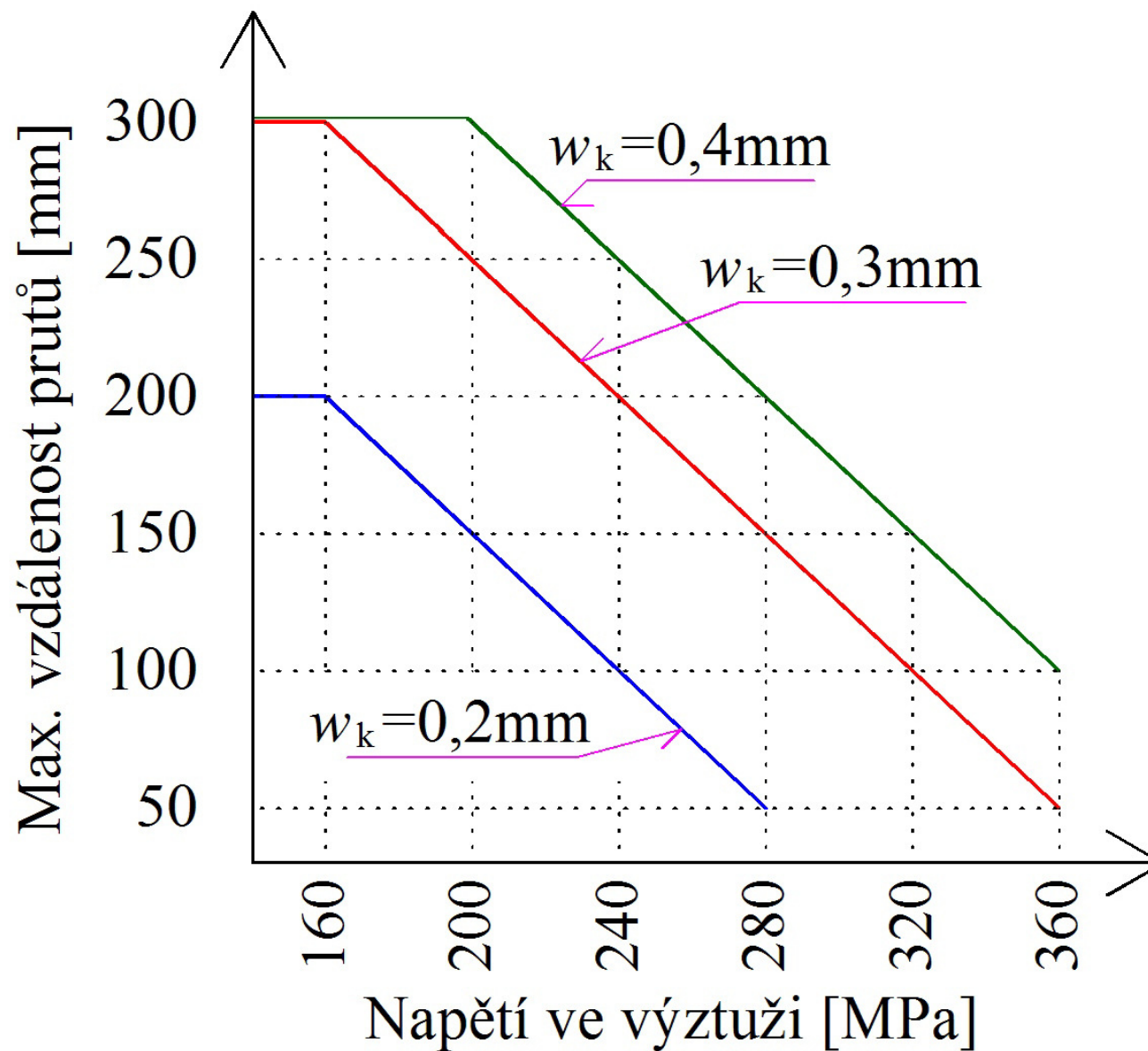


Tabulka 7.3CZ – Maximální vzdálenost prutů pro omezení šířky trhliny¹⁾

Napětí ve výztuži [Mpa]	Maximální vzdálenost prutů [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	300	300	200
200	300	250	150
240	250	200	100
280	200	150	50
320	150	100	-
360	100	50	-

¹⁾ Poznámky jsou vysvětleny v tabulce 7.2CZ

Maximální vzdálenosti výztužných prutů v závislosti na šířce trhliny a napětí ve výztuži



Maximální průměr prutu se má upravit následovně:

- ohyb (alespoň část průřezu je tlačena)

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{1,25 k k_c h_{cr} f_{ct,eff}}{2 k_2 h_{c,eff} 2,9}$$

- tah (rovnoměrný prostý tah)

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{k h f_{ct,eff}}{8(h - d) 2,9}$$

ϕ_s je maximální upravený průměr prutu;

ϕ_s^* maximální průměr prutu uvedený v tabulce 7.2CZ;

h celková výška průřezu;

h_{cr} výška tlačené oblasti bezprostředně před vznikem trhliny při uvažování charakter. hodnot předpětí a osových sil při kvazi-stálé kombinaci zatížení;

d účinná výška průřezu vztažená k těžišti krajní vrstvy výztuže.

Maximální průměr prutu se má upravit následovně:

- ohyb (alespoň část průřezu je tlačena)

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{1,25 k k_c h_{cr} f_{ct,eff}}{2 k_2 h_{c,eff} 2,9}$$

- tah (rovnoměrný prostý tah)

$$\phi_s = \phi_s^* \frac{k h f_{ct,eff}}{8(h - d) 2,9}$$

Pokud je celý průřez namáhán tahem, pak $(h - d)$ je min. vzdálenost od těžiště vrstvy výztuže k povrchu betonu.

Mezní stav přetvoření

Požadavky na mezní přetvoření:

- konstrukční - omezit nepříznivý vliv přetvoření na nosné i nenosné konstrukce, pevné i pohyblivé součásti
- provozní - omezit nepříznivý vliv přetvoření na technologická a dopravní zařízení
- fyziologické - zamezit nepříznivému vlivu kmitání na osoby a zvířata uvnitř objektu
- vzhledové - omezit nepříznivý vzhledový účinek přetvoření na osoby v objektu nebo jeho okolí

Mezní stav přetvoření

Požadavky na mezní přetvoření pozemních staveb:

- kritérium vzhledu a obecné použitelnosti 1/250 rozpětí při kvazistálém zatížení s možností kompenzace 1/250 rozpětí
- kritérium poškození přilehlé konstrukce 1/500 rozpětí při kvazistálém zatížení po zabudování prvku
- přesvědčit se zda mezní hodnoty jsou vhodné - další údaje ISO 4356 Deformation of buildings at serviceability limit states

Ověření ohybové štíhlosti

Pokud platí

$$\frac{l}{d} \leq \lambda_d,$$

kde

$$\lambda_d = \kappa_{c1} \kappa_{c2} \kappa_{c3} \lambda_{d,tab},$$

jsou splněna kritéria obecné použitelnosti a průhybu od výpočtu přetvoření lze upustit (pozor však na zatížení těžšími a křehkými příčkami!!!)

Ověření ohybové štíhlosti

κ_{c1} součinitel tvaru u T průřezů s poměrem šířky příruby k šířce žebra větším než 3 je $\kappa_{c1} = 0,8$, jinak $\kappa_{c1} = 1,0$

κ_{c1} součinitel vlivu rozpětí: $\kappa_{c2} = 7/l$ pro $l > 7,0$ m
 $\kappa_{c2} = 1,0$ pro $l \leq 7,0$ m

κ_{c3} souč. napětí tahové výztuže σ_s v extrém. namáhaném průřezu při časté kombinaci provozního zatížení

$$\kappa_{c3} = \frac{310}{\rho_s} \cong \frac{500 A_{s,prov}}{f_{yk} A_{s,req}}$$

$$\rho_s = \frac{A_{s,prov}}{b d}$$

$A_{s,prov}$ skutečná plocha výztuže v průřezu

$A_{s,req}$ požadovaná plocha výztuže v průřezu v MSÚ

Mezní štíhlosti λ_d (stanoveno pro C30/37)

Nosná konstrukce	$\rho_s = 1,5\%$	$\rho_s = 0,5\%$
Prostě podepřený nosník, prostě podepřená deska (nosná v jednom a ve dvou směrech)	14	20
Krajní pole spojitého nosníku nebo desky nosné v jednom směru, krajní pole desky nosné ve dvou směrech, spojitě ve směru kratšího rozpětí	18	26
Vnitřní pole spojitého nosníku nebo desky nosné v jednom nebo ve dvou směrech	20	30
Deska lokálně podepřená	17	24
Konzola	6	8

Hodnoty mezních štíhlostí jsou počítány ze vztahů

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right], \text{ pokud } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right], \text{ pokud } \rho > \rho_0$$

K součinitel, kterým se zohledňují různé nosné systémy;
 ρ_0 referenční stupeň vyztužení

$$\rho_0 = 10^{-3} \sqrt{f_{ck}}$$

ρ požadovaný stupeň vyztužení tahovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením

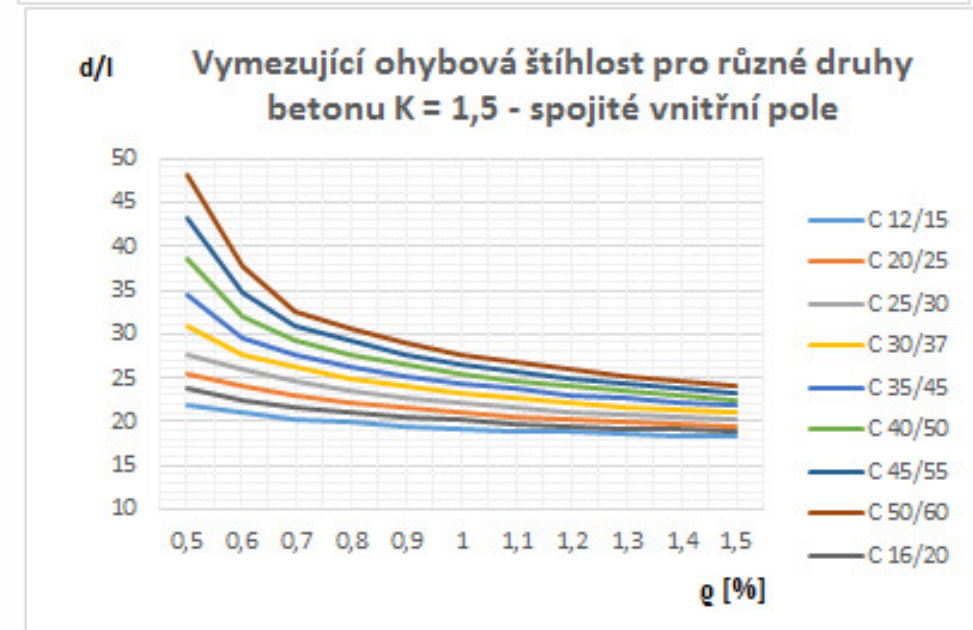
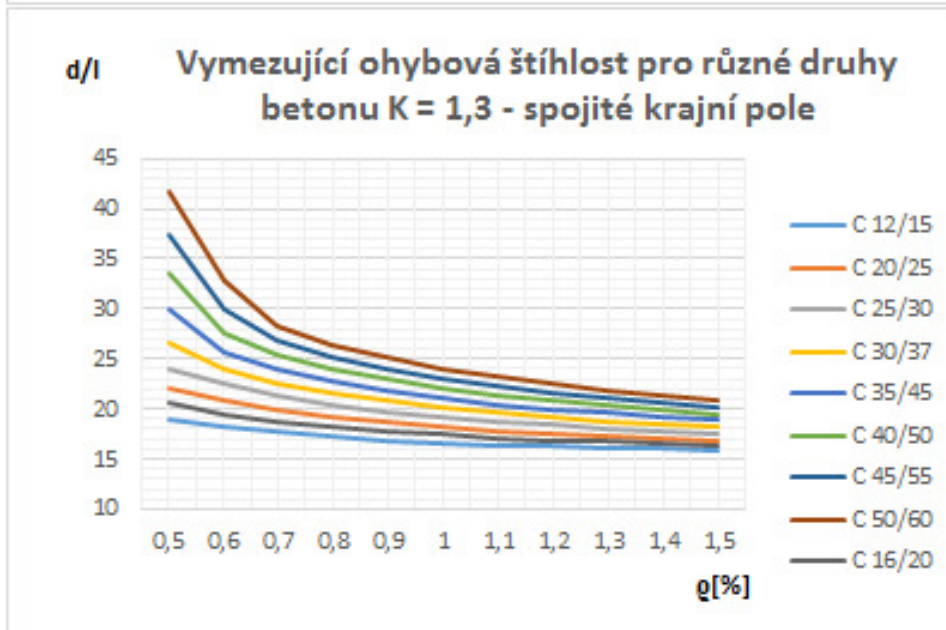
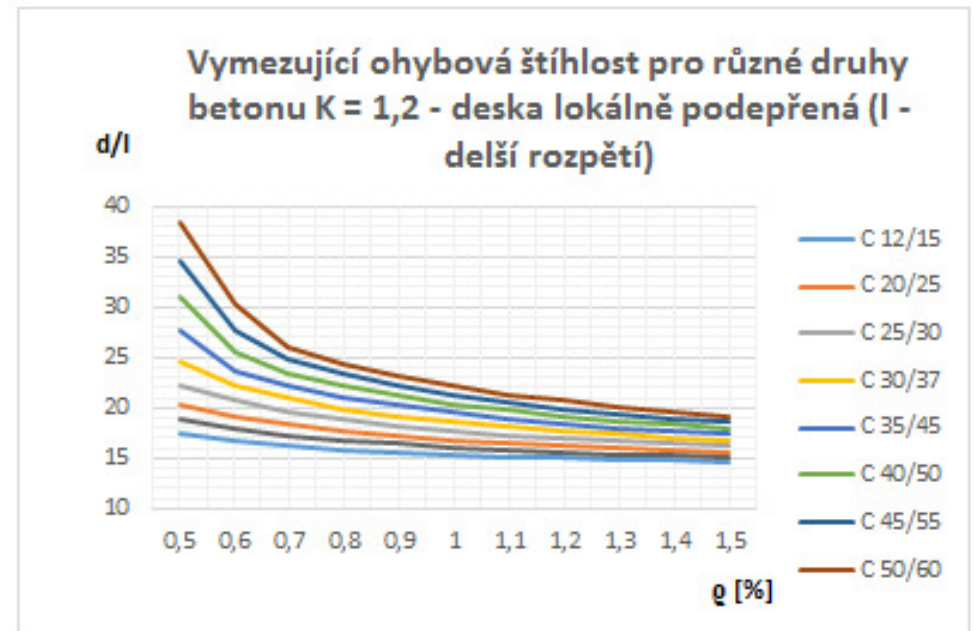
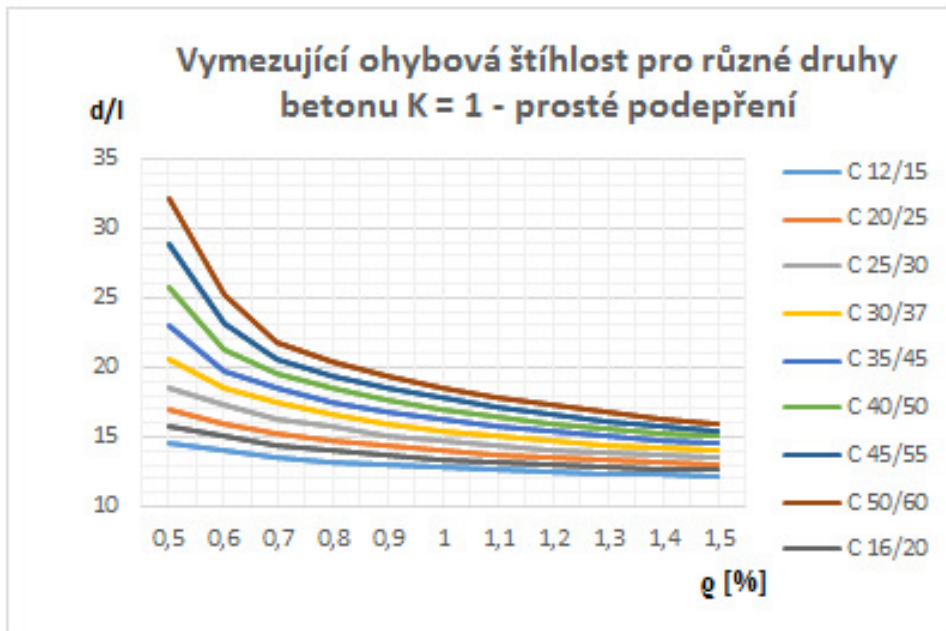
Hodnoty mezních štíhlostí jsou počítány ze vztahů

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right], \text{ pokud } \rho \leq \rho_0$$
$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right], \text{ pokud } \rho > \rho_0$$

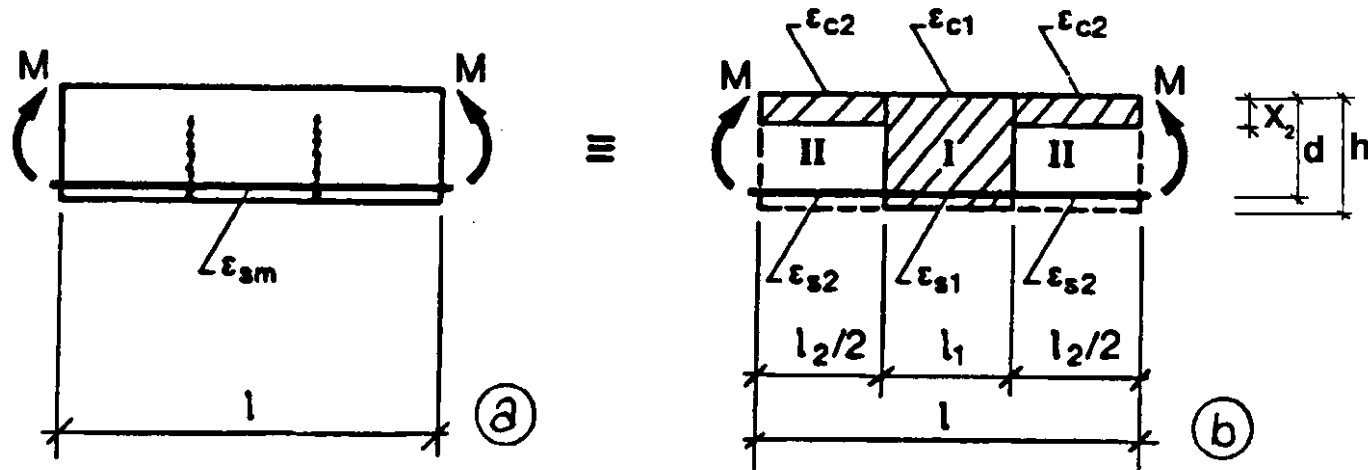
ρ' požadovaný stupeň vyztužení tlakovou výztuží ve středu rozpětí (u konzoly ve vetknutí) na ohybový moment vyvozený návrhovým zatížením

f_{ck} v jednotkách MPa

Grafické znázornění - viz následující obrázek.



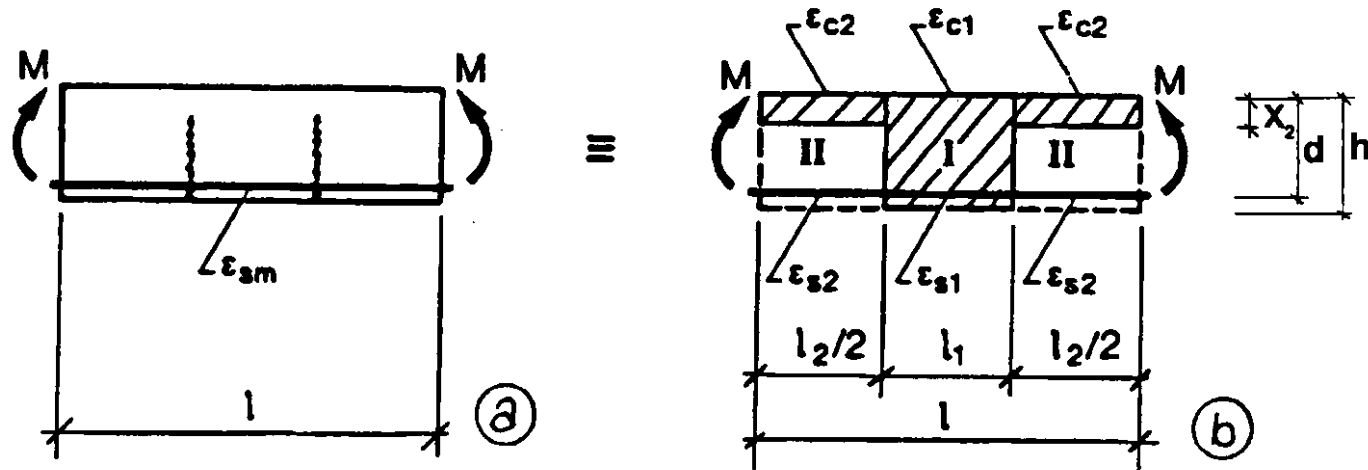
Model ohýbaného prvku porušeného



$$\alpha = \alpha_{II}\xi + (1 - \xi)\alpha_I$$

- α hledaná deformační veličina (např. poměrné přetvoření, pootočení nebo křivost),
- α_I hodnota deformační veličiny stanovená za předp. plně působícího trhlinami neporušeného průřezu - stav I,
- α_{II} hodnota deformační veličiny stanovená za předp. trhlinami plně porušené konstrukce - stav II,

Model ohýbaného prvku porušeného



$$\alpha = \alpha_{II}\xi + (1 - \xi)\alpha_I$$

ξ součinitel vystihující tahové zpevnění

$$\xi = 1 - \beta(\sigma_{sr}/\sigma_s)^2, \quad \text{při ohybu } \xi = 1 - \beta(M_{cr}/M_s)^2$$

β součinitel doby trvání zatížení

$\beta = 1,0$ jednorázové krátkodobě působící zatížení

$\beta = 0,5$ dlouhodobě působící zatížení

- **Celkové deformace** zahrnující i vliv deformací vyvolaných dotvarováním betonu (při součiniteli dotvarování $\varphi(\infty, t_0)$) mohou být vypočteny použitím efektivního modulu pružností betonu

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)}$$

- Pokud při uvažované kombinaci zatížení trhliny nevznikají, ale vznikají při vyšší kombinaci zatížení, lze uvažovat při výpočtu přetvoření od dlouhodobě působícího zatížení $\xi = 0,5$.

- Při výpočtu přetvoření od krátkodobě působícího zatížení můžeme pak počítat s modulem pružnosti betonu E_{cm} a váženým momentem setrvačnosti I_{st} stanoveným ze vztahu:

$$I_{st} = \frac{I_I I_{II}}{\xi I_I + (1 - \xi) I_{II}}$$

- Při přetvoření od dlouhodobě působícího zatížení můžeme pak počítat s modulem pružnosti betonu $E_{c,eff}$ a váženým momentem setrvačnosti I_{lt} stanoveným ze vztahu:

$$I_{lt} = \frac{I_{I,eff} I_{II,eff}}{\xi I_{I,eff} + (1 - \xi) I_{II,eff}}$$

- Křivost od smršťování

$$\frac{1}{r_{cs}} = \varepsilon_{cs} \alpha_e \frac{S}{I}$$

ε_{cs} poměrné přetvoření betonu vyvolané smršťováním,

$$\alpha_e = E_s / E_{c,eff}$$

S statický moment průřezové plochy výztuže k těžišti průřezu,

I moment setrvačnosti průřezu,

- Pokud se očekává vznik trhlin určí se vážený poměr S/I podle vztahu

$$\frac{S}{I} = \frac{S_{II}}{I_{II}} \xi + \frac{S_I}{I_I} (1 - \xi)$$



Děkuji za pozornost!

Seznam použitých zdrojů

ČSN EN 1992-1-1: Navrhování betonových konstrukcí - Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby, včetně změny A1; UNMZ listopad 2015

Procházka J., Štěpánek P., Krátký J., Kohoutková A., Vašková J.: Navrhování betonových konstrukcí 1; ČBS Servis s.r.o., 2009

Kohoutková A., Procházka, J., Vašková J.: Navrhování železobetonových konstrukcí - Příklady a postupy; Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2014

© Jaroslav Procházka, Radek Štefan 2015

Poslední úprava: 14. 10. 2015

Připomínky a návrhy na vylepšení prezentace zasílejte prosím na adresu radek.stefan@fsv.cvut.cz

Upozornění:

Materiál slouží pouze pro studijní a výukové účely v rámci předmětů vyučovaných na Fakultě stavební ČVUT v Praze!