

2. Interakce namáhání. Členěné pruty. Ocelobetonové nosníky a sloupy.

Interakce namáhání pro prostou a stabilitní únosnost. Interakce smyku a momentu.

Členěné pruty s příhradovými a rámovými spojkami.

Ocelobetonové spřažené konstrukce: spojitě nosníky, sloupy.

Kombinace namáhání

Normálová síla + moment

Rozlišit interakce pro:

a) Prostou únosnost (posudek průřezů)

N ... tah (N_t), prostý tlak (N_c)

M ... prostý ohyb (M_c)

b) Stabilitní únosnost (posudek celého prutu)

N ... vzpěr (N_b)

M ... ztráta stability při ohybu (klopení) (M_b)

a) Interakce pro prostou únosnost

V pružnosti (třída 3, event. 4 s účinnými parametry) platí lineární superpozice:

$$\underbrace{\frac{N_{Ed}}{A f_y / \gamma_{M0}}}_{N_{pl,Rd}} + \underbrace{\frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{Ny}}{W_y f_y / \gamma_{M0}}}_{M_{c,y,Rd}} + \underbrace{\frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{Nz}}{W_z f_y / \gamma_{M0}}}_{M_{c,z,Rd}} \leq 1$$

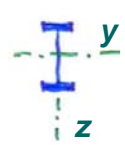
jen pro tř. 4
(a nesymetrické průřezy)

V plasticitě (třídy 1 a 2):

lze vždy konzervativně jako výše - lineárně,

nebo přibližné interaktivní vztahy v plasticitě
(příslušné nelineární vztahy uvádí literatura i Eurokód,
viz též NNK, přednášku č. 6).

Běžný (např. pro vaznice) je vztah pro šikmý ohyb dvojose symetrického průřezu I :



$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} \right)^2 + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$$

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 $W_{y,pl} f_y / \gamma_{M0}$ $W_{z,pl} f_y / \gamma_{M0}$

Pozn.: - pro jiné průřezy jsou exponenty jiné,
- vztahy pro interakci $N, M_y, M_z \rightarrow$ viz Eurokód.

b) Interakce pro stabilitní únosnost (posudek celého prutu)

Pozn.: vždy je nutné posoudit též prostou únosnost bez všech součinitelů !!

Pro obvyklý rovinný případ $N + M_y$ (platí pro třídu průřezů 1, 2, 3):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{yEd}}{\chi_{LT} M_{yRd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{yEd}}{\chi_{LT} M_{yRd}} \leq 1$$

Pozn.:

Pro prostorový případ N, M_y, M_z se vztah příslušně rozšíří o další člen.

Součinitele k vyjadřují vliv interakce N, M včetně vlivu imperfekcí a součinitele $C \leq 1$ pro ekvivalentní konstantní ohybový moment. Byly určeny MKP (GMNIA) pro dva typy průřezů:

- průřezy tuhé v kroucení (uzavřené průřezy) – vybočující rovinně;
- otevřené průřezy – vybočující se zkroucením.

Součinitele k uvádí Eurokód v příloze B. Platí (např. k usnadnění výpočtů, je-li moment malý):

$$k_{yy} \leq 1,8 \quad (a \text{ zhruba} > 0,80)$$

$$k_{zy} \leq 1,4 \quad (a \text{ zhruba} > 0,45)$$

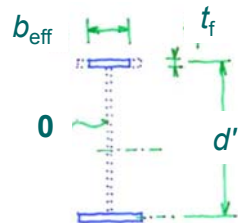
Interakce smyku a momentu (vznikající při ohybu)

1. Malý smyk:

$$V_{Ed} \leq 0,5 V_{pl,Rd} \quad \Rightarrow \text{smyk se neuvažuje}$$

2. Malý moment:

(stačí-li pásnice převzít moment bez stojiny)



$$M_{Ed} \leq M_{f,Rd} \quad (\text{moment únosnosti pásnic})$$

např. zde $M_{f,Rd} = b_{eff} t_f d' f_y / \gamma_{M1}$

Tzn. stojina je k dispozici jen pro smyk:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd}$$

3. Interakce pro $V_{Ed} > 0,5 V_{pl,Rd}$ a zároveň $M_{Ed} > M_{f,Rd}$:

$$M_{Ed} \leq M_{f,Rd} + \underbrace{(M_{pl,Rd} - M_{f,Rd})}_{\text{plastická únosnost stojiny}} \underbrace{[1 - (2V_{Ed} / V_{pl,Rd} - 1)^2]}_{0 \leq \rho \leq 1}$$

Vztah platí pro plastická napětí (pro všechny třídy). Proto je nutný krok č. 4 !!

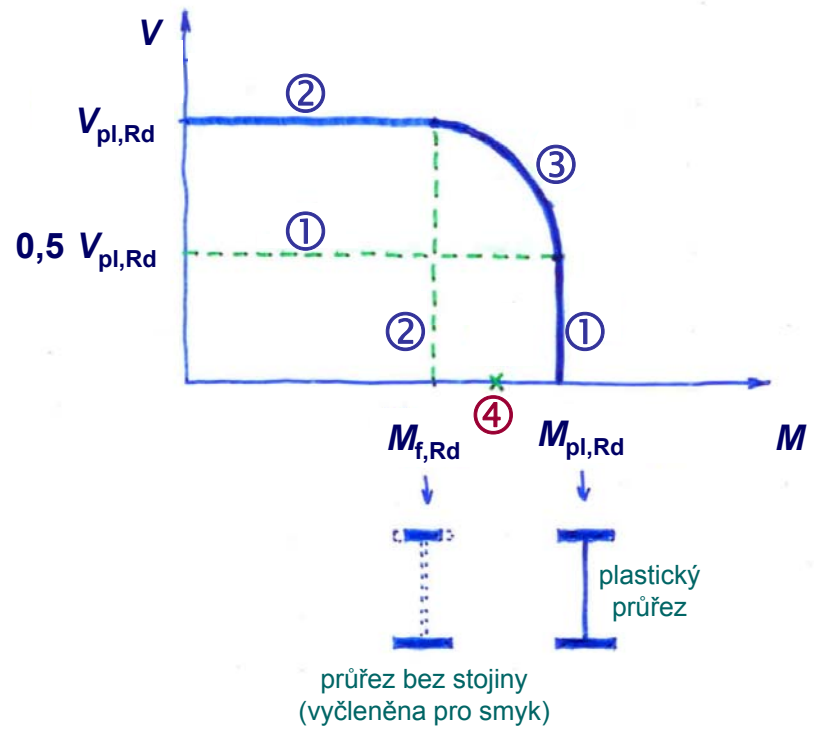
4. Vždy kontrolovat únosnost podle třídy - bez vlivu smyku!!

$$M_{Ed} \leq M_{c,Rd}$$

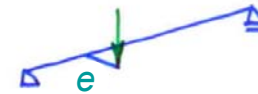
$$\text{resp. } M_{Ed} \leq M_{b,Rd}$$

(viz obrázek dále)

Grafické znázornění interakce:



Interakce ohyb + kroucení ($M_y + V + T$)



Obecně lze napětí od ohybu a kroucení sečíst a posoudit podle podmínky plasticity:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y/\gamma_{M0}}\right)^2 \leq 1$$

Normálová napětí (σ_w jen u otevřených průřezů):

$$\sigma = \sigma_{My} + \sigma_w \leq f_y / \gamma_{M1}$$

$$\text{tj. } \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} W_y} + \frac{B_{Ed}}{W_w} \leq f_y / \gamma_{M1}$$



(Pozn.: W_y lze brát podle třídy)

Smyková napětí:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} \leq 1$$

V_{Ed} je návrhová posouvající síla od ohybu,

$V_{pl,T,Rd}$ je plastická únosnost průřezu ve smyku s vlivem kroucení

Pro otevřené průřezy I a U

$$V_{pl,T,Rd} = \left[\sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1,25 (f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}}} - \frac{\tau_{w,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd}$$

Pro uzavřené průřezy

$$V_{pl,T,Rd} = \left[1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{(f_y/\sqrt{3})/\gamma_{M0}} \right] V_{pl,Rd}$$

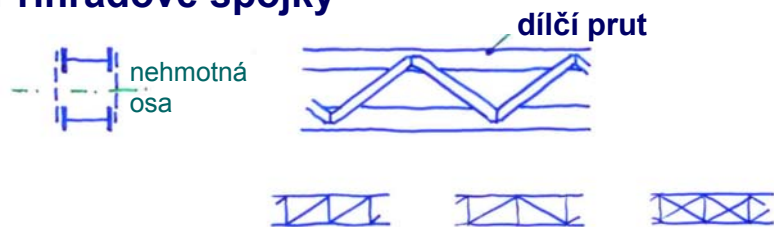
jen pro průřezy U

Interakce $M_y + V + T$: v interakci (na str. 4, bod 3) se nahradí $V_{pl,Rd}$ hodnotou $V_{pl,T,Rd}$.

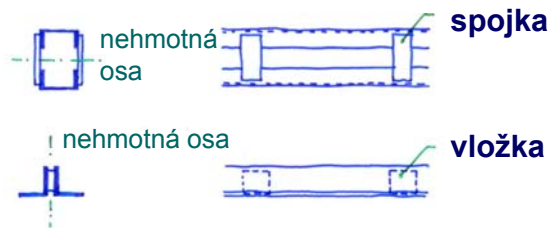
Členěné pruty

Podle spojení dílčích prutů:

Příhradové spojky



Rámové spojky a vložky



Osa hmotná:
nehmotná:

protíná dílčí pruty
neprotíná dílčí pruty



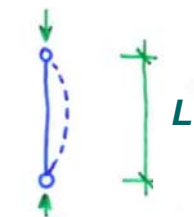
Stabilita a vzpěrná únosnost členěného prutu

1. Pro vybočení \perp ke hmotné ose se posuzuje stejně jako celistvý prut.
2. Pro vybočení \perp k nehmotné ose je únosnost nižší ze 2 důvodů:

- a) menší smyková tuhost při vybočování (chybí stojina)
- b) může vybočit

}	interakce	celý prut
		dílčí prut

Stabilita členěného ideálního prutu



Je nutné počítat s vlivem smyku (V):

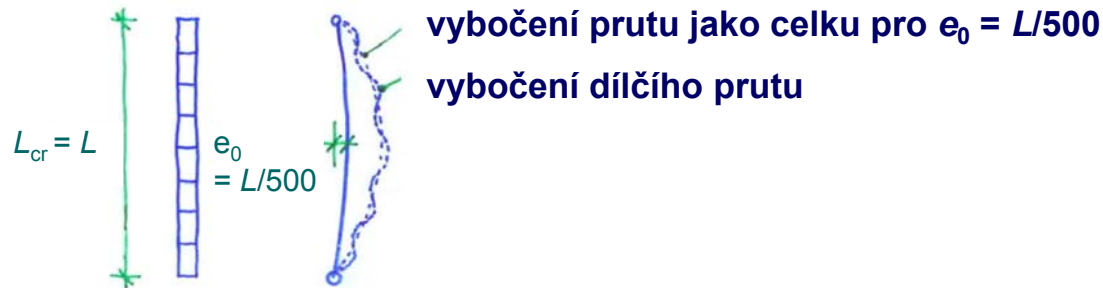
$$N_{cr,V} = N_{cr} \frac{1}{1 + \frac{N_{cr}}{GA_v}}$$

bude $< N_{cr}$

Eulerova síla (jakoby celistvý)

plocha přenášející smyk

Vzpěrná únosnost skutečného členěného prutu



a) Prut s příhradovými spojkami



moment setrvačnosti celého průřezu:

$$I_{eff} = 2A_{ch} \left(\frac{h_0}{2} \right)^2 = 0,5 A_{ch} h_0^2$$

smyková tuhost průřezu: $GA_V = S_V$

např. pro tento (Warrenův) typ příhrad:

$$S_V = \frac{nEA_d a h_0^2}{2d^3}$$

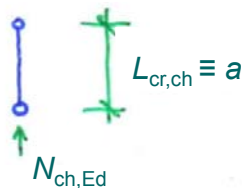
Ohybový moment uprostřed členěného prutu:

$$M_{Ed} = \frac{N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,V}}} = \frac{N_{Ed} e_0}{1 - \underbrace{\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}_{\text{účiněk II. řádu}} - \underbrace{\frac{N_{Ed}}{S_V}}_{\text{vliv smyku}}}$$

kde $N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{eff}}{L_{cr}^2}$ (Euler)

(Pozn.: při příčném zatížení lze do čitatele přidat vzniklý ohybový moment M_{Ed})

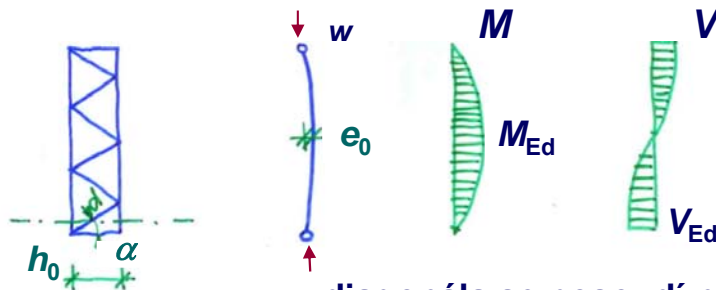
• **Posudek dílčího prutu (uprostřed členěného prutu):**



posoudí se běžným způsobem na vzpěr:

$$\frac{N_{ch,Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad N_{ch,Ed} = \frac{N_{Ed}}{2} + \frac{M_{Ed}}{W_{eff}} A_{ch} = 0,5N_{Ed} + \frac{M_{Ed} h_0 A_{ch}}{2I_{eff}}$$

• **Posudek diagonály (v kraji):**



průhyb, moment a posouvající síla:

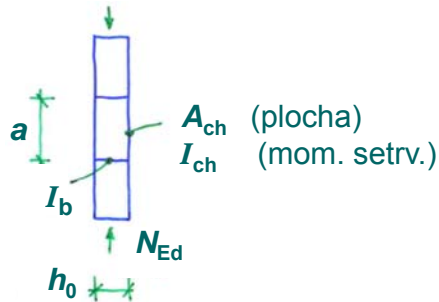
$$w_x = e_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad M_{(x)} = M_{Ed} \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$V_{(x)} = \frac{dM}{dx} = \frac{\pi M_{Ed}}{L} \cos \frac{\pi x}{L}$$

odtud v kraji: $V_{Ed} = \frac{\pi M_{Ed}}{L}$

diagonála se posoudí na vzpěr pro: $N_{Ed} = \frac{1}{n \cos \alpha} \frac{V_{Ed} d}{nh_0}$

b) Prut s rámovými spojkami



(Pozn.: pruty z vložkami se často posuzují jako celistvé pruty, pokud je rozteč mezi spojkami malá – limity viz Eurokód)

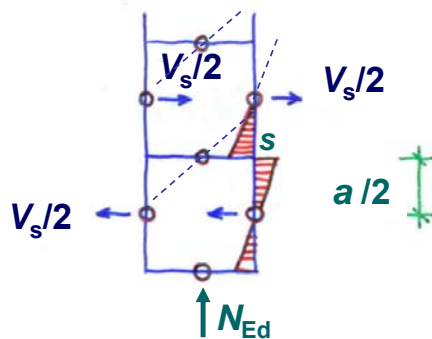
min. 2 vložky !! (nelze dát 1 doprostřed kde $V_{Ed} = 0$)

$$I_{\text{eff}} = 0,5 A_{\text{ch}} h_0^2 + 2\mu I_{\text{ch}}$$

vliv tuhosti dílčího prutu
($\mu \in < 0; 1 >$)

Obdobně jako pro příhradové spojky se určí S_v a M_{Ed} . Následuje:

- Posudek dílčího prutu **uprostřed**: stejně jako u příhradových spojek.
- Posudek dílčího prutu **na koncích** členěného prutu se provede na kombinaci: vzpěr pro $N_{\text{ch,Ed}} = 0,5 N_{\text{Ed}}$ (neboť zde je $M_{\text{Ed}} = 0$) a ohybový moment $M_{\text{ch,Ed}}$ od Vierendeelového chování:



Vierendeelův model: momenty jsou zakresleny jen na pravém dolním dílčím prutu a čárkovaně na spojkě (M_{spojek}):

$$M_{\text{ch,Ed}} = \frac{V_{\text{Ed}} a}{2 \cdot 2} = V_{\text{Ed}} \frac{a}{4}$$

Posouzení spojky na moment: $M_{\text{spojek,Ed}} = V_{\text{Ed}} \frac{a}{2n}$

(plyne z momentové podmínky k rámovému rohu s)

(n je opět počet rovin spojek)

Ocelobetonové spřažené nosníky a sloupy

(pokračování k látce studované v předmětu NNK, viz též Doplňující informace)

Částečné (neúplné) spřažení podle teorie plasticity:

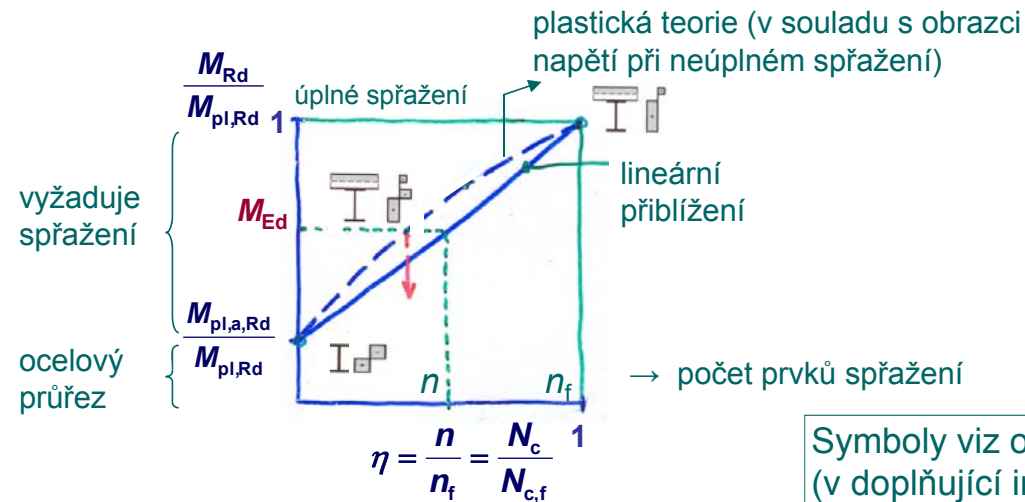
Když nelze umístit vypočtený počet prvků $2n_f$ pro úplné spřažení na nosník (např. když se do trapézových plechů vejde pouze počet $n < n_f$):



Podmínky pro použití částečného spřažení:

- **jen pro tažné prvky spřažení**
Eurokód zaručuje tažnost pro trny $\varnothing 16\div 25$ mm, pro rozpětí nosníku do $L_e < 25$ m, v závislosti na stupni smykového spojení $\eta = n/n_f$: $\eta \geq 1 - (355/f_y)(0,75 - 0,03L_e) \geq 0,4$
- **pouze u nosníků pozemního stavitelství tříd 1, 2 a při $M_{pl,Rd} \leq 2,5 M_{pl,a,Rd}$,**
- **pouze v oblastech kladných ohybových momentů.**

Návrh částečného (neúplného) spřažení:
 (platí $M_{Ed} < M_{pl,Rd}$)



Symbols viz opakování
 (v doplňující informaci)

Pro počet spřahovacích prvků $n < n_f$ je podle obrázku únosnost průřezu M_{Rd} ($= M_{Ed}$):

$$M_{Rd} = M_{pl,a,Rd} + (M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}) \frac{N_c}{N_{cf}}$$

resp. počet prvků spřažení pro daný moment $M_{Ed} = M_{Rd}$:

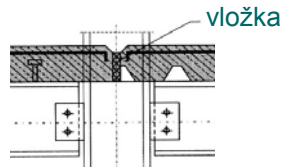
$$n = \frac{N_c}{P_{Rd}} = \frac{1}{P_{Rd}} \left(\frac{M_{Ed} - M_{pl,a,Rd}}{M_{pl,Rd} - M_{pl,a,Rd}} N_{cf} \right)$$

Spojité spřažené nosníky

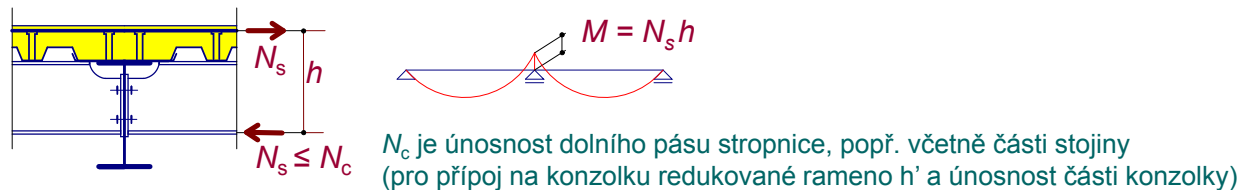
V běžné stropní konstrukci železobetonová deska stropnice nad průvlakem probíhá, podobně okolo sloupu probíhá deska průvlaku. Pokud se příslušný spřažený nosník navrhne jako prostý, vznikají nad podporou nekontrolované trhliny.

Situaci lze řešit následovně:

1. Vložit nad podporu dilatační (např. dřevěnou) vložku a umožnit tak oddělení prostých nosníků s řádně kontrolovanou spárou:



2. Vložit nad podporu vhodnou výztuž s patřičnou kotevní délkou (obvykle ve formě kari sítě), stanovit její únosnost $N_s \leq N_c$ ve spolupůsobící šířce betonové desky a přenášený moment $M = N_s h$, který odlehčuje momentu nosníku v poli:



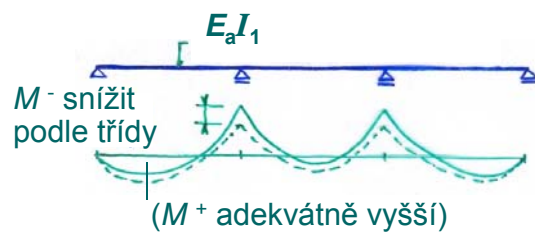
3. Navrhnout nosník jako spojitý, na plnou momentovou únosnost nad podporou (následuje dále).

Globální analýza (stanovení průběhu momentů):

- **plastická** (tuhoplastická nebo pružnoplastická) - při splnění řady podmínek;
- **pružná** (přibližná, s redistribucí momentů podle tříd – viz níže, nebo iterační).

Přibližná pružná analýza s redistribucí momentů:

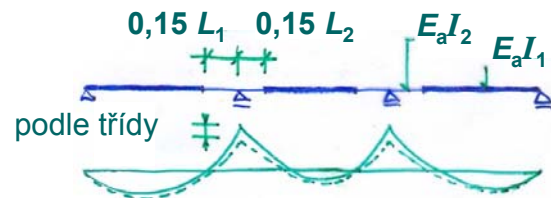
a) Řešení "bez trhlin"



Konstantní ekvivalentní ocelový průřez ($E_a I_1$) za předpokladu, že beton v tahu působí.

Redukce momentů: třída 1 -40 % třída 2 -30 %
 třída 3 -20 % třída 4 -10 %

b) Řešení "s trhlinami" (a polohou nulového momentu podle Eurokódu)

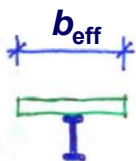


Nad podporami ekvivalentní ocelový průřez za předpokladu, že beton v tahu nepůsobí ($E_a I_2$).

Redukce momentů: třída 1 -25 % třída 2 -15 %
 třída 3 -10 % třída 4 -0 %

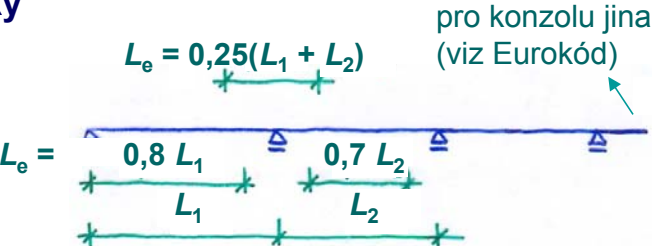
Pozn.: iterací lze nalézt správnější polohu nulového momentu.

Spolupůsobící šířky betonové desky

$$b_{\text{eff}} = 2 b_e = \frac{L_e}{4} \leq b$$


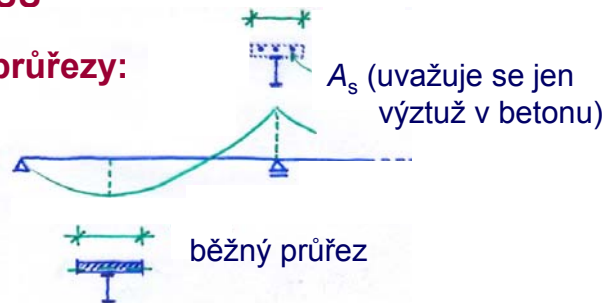
$$L_e = 0,25(L_1 + L_2)$$

pro konzolu jinak (viz Eurokód)




MSÚ

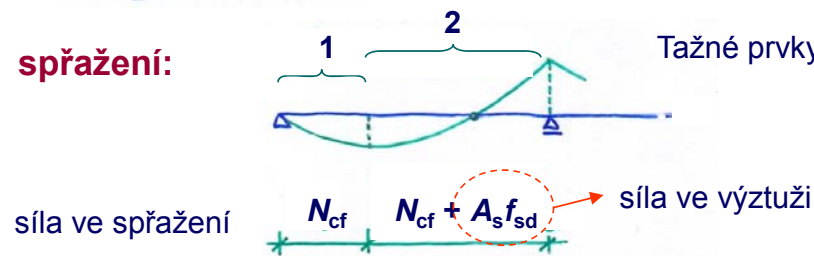
průřezy:



Stabilita tlačené pásnice nad podporou:
 pro IPE < 600
 HE < 800
 se neposuzuje



spřažení:



Tažné prvky rozmístit v úsecích 1 a 2 rovnoměrně:

$$n_1 = \frac{N_{cf}}{P_{Rd}}$$

$$n_2 = \frac{N_{cf} + A_s f_{sd}}{P_{Rd}}$$

Spřažené sloupy

Tvary a podmínky k vyloučení lokálního boulení:

Vybetonované sloupy:

Pozn.: z důvodu úniku par při požáru jsou nutné u hlavy i paty sloupu otvory o průměru min. 20 mm.

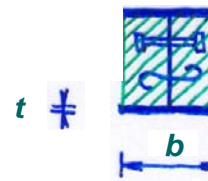


$$\frac{h}{t} \leq 52 \varepsilon \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$



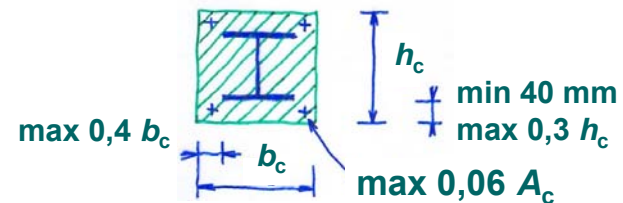
$$\frac{d}{t} \leq 90 \varepsilon$$

Částečně obetonované sloupy:



$$\frac{b}{t} \leq 44 \varepsilon$$

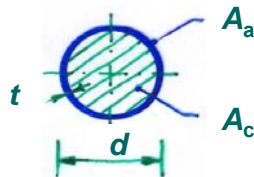
Obetonované sloupy:



Trubky vyplněné betonem bez měkké výztuže

(Ostatní průřezy obdobně - jednodušší výpočet, obvykle však přičíst vliv měkké výztuže $A_s f_{sd}$).

Prostá únosnost:

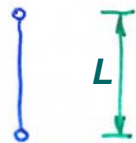


$$N_{pl,Rd} = \underbrace{A_a f_{yd}}_{\text{ocel}} + \underbrace{A_c f'_{cd}}_{\text{beton}}$$

f'_{cd} ... běžně = $0,85 f_{cd}$, u vybetonovaných průřezů však výjimečně větší:

- návrhová pevnost se neredukuje 0,85 (tj. pro duté průřezy $f'_{cd} = f_{cd}$);
- navíc u kruhových trubek lze zvýšit na "vliv ovinutí" (vztah viz Eurokód) (ale jen u krátkých sloupů pro $\bar{\lambda} \leq 0,5$ a pro malé excentricity $e/d \leq 0,1$).

Vzpěrná únosnost:



$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{L^2}$$

tzn. podle Eulera, ale účinná charakteristická ohybová tuhost:

$$(EI)_{eff} = E_a I_a + \overset{\text{opravný součinitel}}{0,6} E_{c,eff} I_c$$

redukovaný modul pružnosti betonu s ohledem na dotvarování ($E_{c,eff} \approx E_{cm}/2$)

Štíhlost:

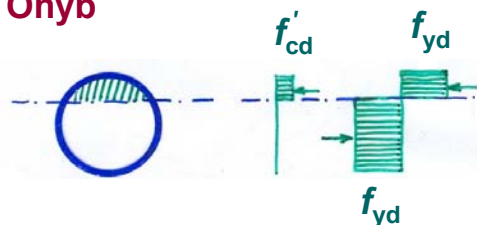
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} \rightarrow \text{charakteristická hodnota prosté únosnosti}$$

Posouzení:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1,0$$

Součinitel vzpěrnosti χ se určí z křivky vzpěrnosti a.

Ohyb



Z běžných podmínek rovnováhy plyne:

→ poloha neutrální osy

↪ $M_{pl,Rd}$

Pro odvození často lépe:



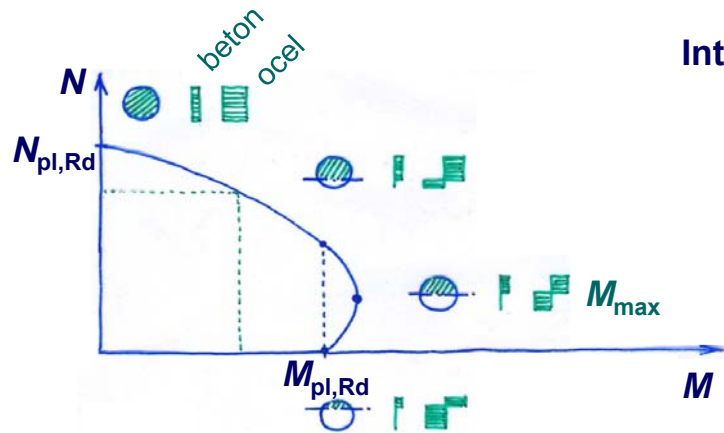
Tato poloha osy
dává M_{max}

$$\text{odtud plyne: } M_{max} = f_{yd}t(d-t)^2 + \frac{1}{12}f'_{cd}(d-2t)^3$$

a z tabulek poté přímo:

$$M_{pl,Rd} = \kappa M_{max} \quad (\kappa \text{ závisí na parametru } \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}}, \text{ viz Doplňující informace})$$

Kombinace tlaku a ohybu ($N_{Ed} + M_{Ed}$)

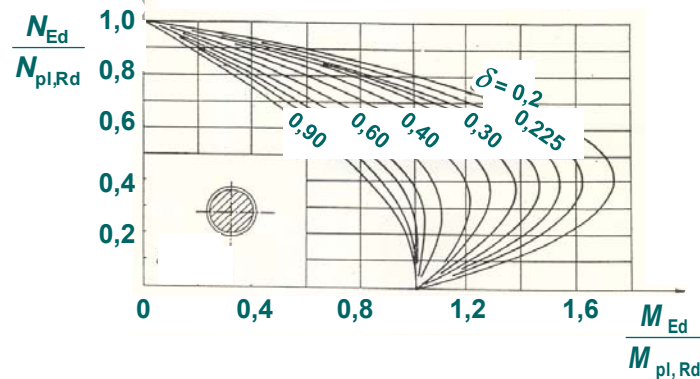


Interakční křivka $N - M$

sestrojení: pro různé polohy
neutrální osy se vypočte N, M .

(závisí na parametru $\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}}$)

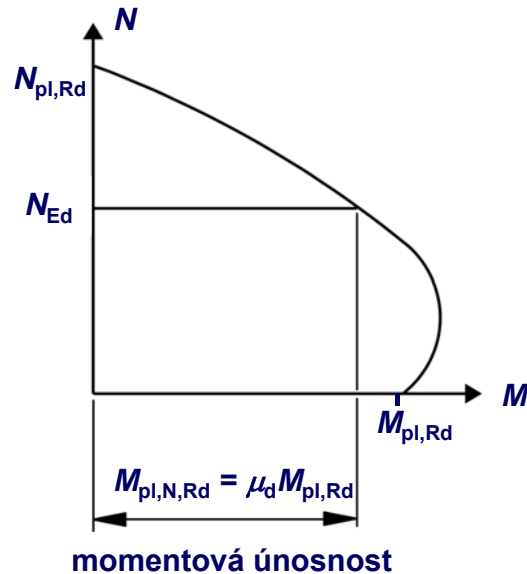
Např. pro trubku vyplněnou betonem:



Obdobné křivky jsou k dispozici
v literatuře pro různé průřezy, např. pro:



Posouzení na kombinaci $N + M$:



1) Posudek na samostatný vzpěr

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \leq 1,0$$

2) Interakce moment + prostý tlak:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\mu_d M_{pl,Rd}} \leq 0,9$$

součinitel nejistoty modelu

Pozn.:
Pro pruty rámu s posuvnými styčníky
 je nutné uvažovat účinky 2. řádu.
 Moment M_{Ed} podle teorie 1. řádu
 se přenásobí součinitelem k :

$$0,66 + 0,44r \geq 0,44$$

(pro příčné zatížení $\beta = 1$)



$$k = \frac{\beta}{1 - N_{Ed}/N_{cr,eff}} \geq 1,0$$

„účinek 2. řádu“

N_{cr} pro účinnou ohybovou tuhost

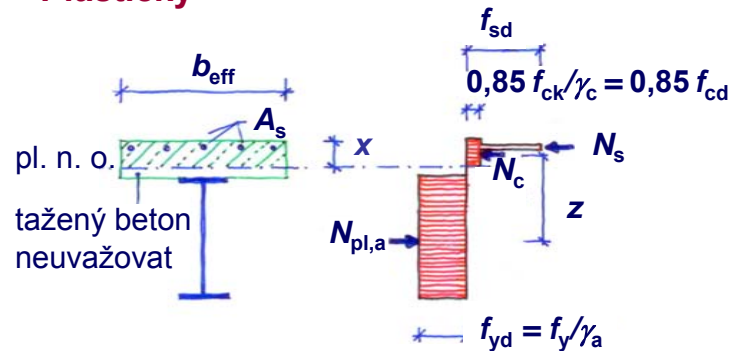
Doplňující informace

OK01 – Ocelové konstrukce (2)

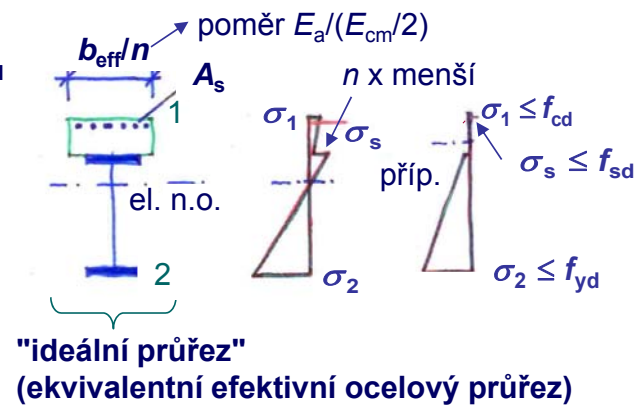
22

Opakování z předmětu NNK

MSÚ Plasticky



Pružně (projeví se způsob montáže)

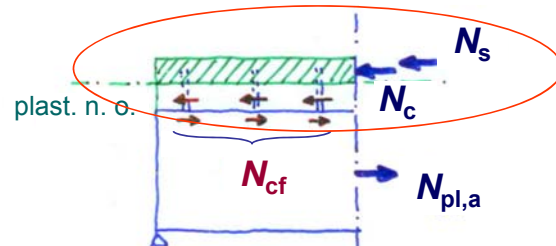
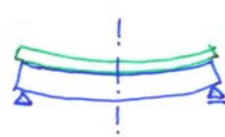


MSP

Vždy pružně - na ideálním průřezu:

1. Zkontrolovat pružný stav (celý výpočet pro charakteristické hodnoty).
2. Stanovit průhyb a kmitání (resp. omezit průhyb) pro jednotlivé fáze montáže.

Spřažení podle teorie plasticity (pro „tažné“ prvky, např. trny)



umožňují rovnoměrnou redistribuci
smykové síly do všech prvků
(netažné jsou např. bloky).

$$M_{\max} = M_{pl,Rd} \text{ (nejvíce namáhaný průřez !!)}$$

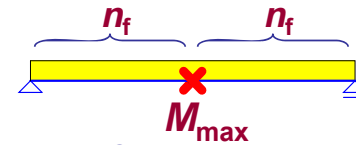
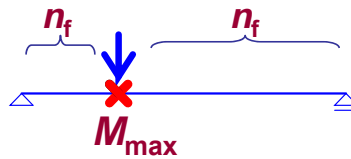
Z podmínky rovnováhy plyne počet tažných prvků při úplném spřažení n_f :

$$n_f = \frac{N_{cf}}{P_{Rd}}$$

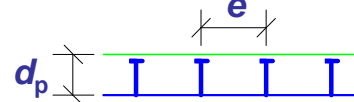
Síla v připojeném pásu: $N_{cf} = N_c + N_s$ (nebo $N_{cf} = N_{pl,a}$)
(tj. celkový smykový tok)
 \downarrow
 $= x b_{eff} f_{cd}$

Příklad:

(n_f trnů umístit vždy
mezi podporu
a místo M_{\max})



Smykový tok se plasticky redistribuuje,
prvky lze umístit rovnoměrně:



Součinitel κ pro určení plastického momentu trubky vyplněné betonem

$$M_{pl,Rd} = \kappa M_{max}$$

$$\delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}}$$

δ	, 0	, 1	, 2	, 3	, 4	, 5	, 6	, 7	, 8	, 9
0,2	0,568	0,586	0,603	0,619	0,634	0,648	0,662	0,676	0,689	0,702
0,3	0,715	0,727	0,738	0,749	0,760	0,770	0,780	0,789	0,798	0,807
0,4	0,815	0,823	0,831	0,839	0,846	0,853	0,860	0,867	0,873	0,879
0,5	0,885	0,891	0,896	0,901	0,906	0,911	0,916	0,920	0,925	0,929
0,6	0,933	0,937	0,941	0,945	0,948	0,951	0,954	0,957	0,960	0,963
0,7	0,966	0,968	0,970	0,972	0,974	0,976	0,978	0,980	0,982	0,984
0,8	0,986	0,988	0,989	0,990	0,991	0,992	0,993	0,994	0,995	0,996
0,9	0,997									

Příklad realizace skeletu se spřaženými sloupy



Běžné přípoje spřažených nosníků k vybetonovanému sloupu:

- přípoj na konzolové plechy procházející sloupem a přivařené ke stěnám sloupu,
- uložení na úložné bloky přivařené ke sloupu.