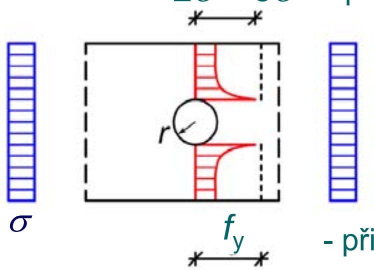
4. Tažené a tlačené pruty, stabilita prutů

Tažené pruty, tlačené pruty, stabilita prutů.

Tah

N_{Ed}



- pružné řešení

- při kolapsu (plastická redistribuce)

Posouzení pro všechny třídy: $\dfrac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \le 1$

Únosnost $N_{t,Rd}$:

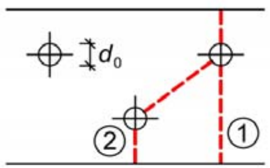
pro neoslabenou plochu $N_{t,Rd} = N_{pl,Rd} = A\, f_y/\gamma_{M0}$

pro oslabenou plochu $N_{t,Rd} = N_{u,Rd} = 0{,}9A_{net}\, f_u/\gamma_{M2}$

(Výjimka: při oslabení v třecím spoji kategorie C: $N_{t,Rd} = N_{net,Rd} = A_{net}\, f_y/\gamma_{M2}$)

Oslabení:
Lom nastane v neslabším místě ⇨ kontrolovat:

- přímý řez ①
- lomený řez ②



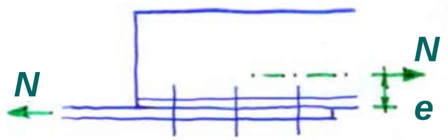
© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

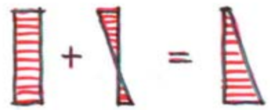
Zásady navrhování přípojů a spojů (styků):

1. Zachovat těžiště průřezu, příložek, šroubů - např.:

2. Stykovat všechny části průřezu samostatně na příslušnou sílu.

Jinak nutno uvažovat excentricity, např.:





Výjimku mají úhelníky (plyne z experimentů):

a) se šrouby: $N_{u,Rd} = \beta A_{net} f_u / \gamma_{M2}$

β = 0,4 pro 2 šrouby

β = 0,5 pro 3 a více šroubů

(platí pro rozteče $p_1 \leq 2{,}5\, d_0$, pro $p_1 \geq 5\, d_0$ β = 0,7)

b) svarový přípoj: vliv *e* lze zanedbat !

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Tlak

- prostý
- vzpěrný (stabilitní problém)

Prostý tlak (pro $\bar{\lambda} \leq 0{,}2$)

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{c,Rd}}} \leq 1{,}0$$

kde prostá únosnost $N_{\mathrm{c,Rd}} = \dfrac{A\, f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M0}}}$

(pro průřez třídy 4 brát A_{eff})

- oslabení otvory pro šrouby lze zanedbat,
- opět je nutné dbát na centricitu spojů a přípojů.

Vzpěrný tlak (pro $\bar{\lambda} > 0{,}2$)

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{b,Rd}}} \leq 1{,}0$$

kde vzpěrná únosnost $N_{\mathrm{b,Rd}} = \dfrac{\chi\, A\, f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}$

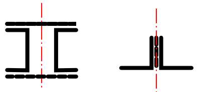
(pro průřez třídy 4 brát A_{eff})

Součinitel vzpěrnosti χ zahrnuje:

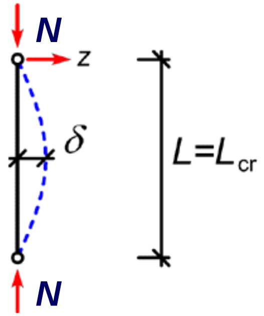
1. vliv ztráty stability (zjišťuje se na "ideální" konstrukci) a současně
2. vliv imperfekcí na únosnost "skutečné" konstrukce.

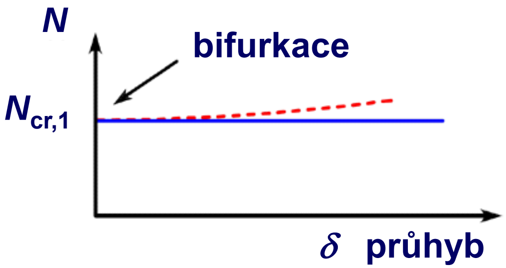
Pruty:

- **celistvé:**
  - **a) řešení stability ideálního prutu (určení N_{cr}, λ)**
  - **b) řešení vzpěrné únosnosti skutečného prutu**

- **členěné:**  (dílčí pruty spojené spojkami nebo vložkami)
  - **a) opět řešení stability ideálního prutu**
    (k nehmotné ose $N_{cr,V}$, λ)
  - **b) řešení vzpěrné únosnosti skutečného prutu**

Stabilita ideálního celistvého prutu





$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} n^2$$

n **... počet polovln**
(L. Euler, 1744, 1757)
bez ohledu na tvar průřezu

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Eulerovo napětí:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

kde je zavedena "štíhlost při vzpěru" $\lambda = \frac{L_{cr}}{i} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}}$

Poměrná štíhlost:

prostá únosnost

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{A f_y}{A \sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\lambda}{\pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}}$$

kritická únosnost

$\Rightarrow$ λ_1

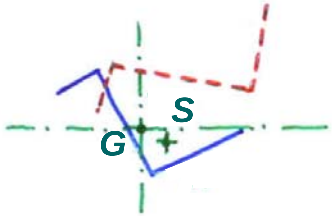
(pro ocel S235 λ_1 =93,9)

Poměrnou štíhlost $\bar{\lambda}$ pro návrh na vzpěrný tlak lze tedy stanovit:

- ze známé hodnoty kritické síly N_{cr} (lze snadno stanovit pomocí softwaru),
- nebo klasicky z tzv. vzpěrné délky L_{cr}.

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

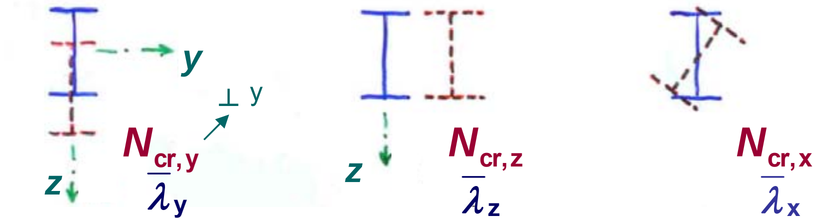
Obecná teorie stability prutů - prostorový vzpěr (Vlasov, 1906-58)



Řešení s ohledem na tvar průřezu a osy vybočení.
Prut obecného průřezu vybočí šikmo se zkroucením:

Stabilitní řešení vede k určení $N_{cr,xyz}$
resp. $\bar{\lambda}_{xyz}$

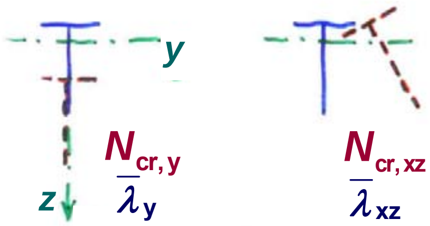
Dvouose symetrický průřez:



vybočí:
- kolmo k osám y, z,
- zkroucením (x).

Duté průřezy: 
mají velké I_t, vybočí vždy jen rovinně ($\bar{\lambda}_y$, $\bar{\lambda}_z$) !!!

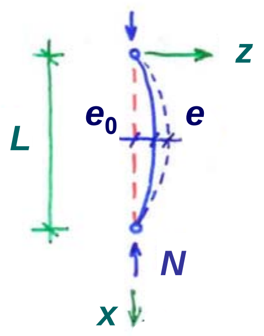
Jednoose symetrický průřez:

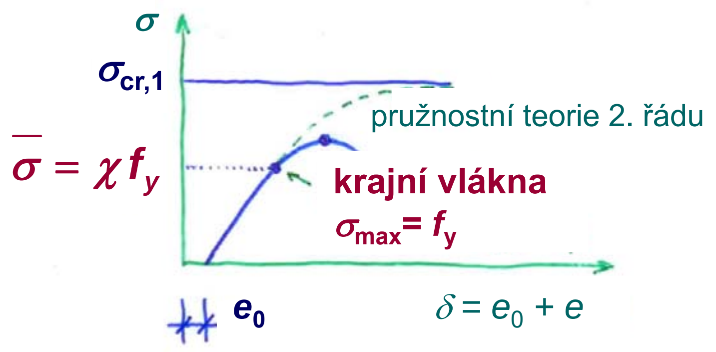


vybočí:
- ve směru osy symetrie,
- kolmo k ose symetrie spolu se zkroucením.

Vzpěrná únosnost skutečného celistvého prutu ($\overline{N}$, resp. $\overline{\sigma}$)

Dutheilův model imperfektního prutu:





Řeší se podle teorie II. řádu:

- **počáteční návrhová imperfekce:** $e_0 \dfrac{\sin \pi x}{L}$ (e_0 je amplituda ekvivalentní počáteční imperfekce)

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

- z řešení plyne "účinek II. řádu":

$$\delta = e_0 + e = \frac{1}{1 - \dfrac{N}{N_{cr}}} e_0$$

Následuje řešení kombinace tlak + moment:

$M = \delta N$ napětí: $\sigma = \dfrac{N}{A} + \dfrac{M}{W}$

Vzpěrná únosnost $\overline{N}$ (a příslušné napětí $\overline{\sigma}$) je dána dosažením meze kluzu f_y v krajních vláknech průřezu:

$$\frac{\overline{N}}{A} + \frac{\overline{N} e_0}{W} \left(\frac{1}{1 - \dfrac{\overline{N}}{N_{cr}}} \right) = f_y$$

Perry - Robertsonův vzorec

(po úpravě: Ayrton - Perryho vzorec)

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Odtud plyne "součinitel vzpěrnosti“ χ :

$$\chi = \frac{\overline{N} / A}{f_y}$$

po úpravě $\chi = \dfrac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \overline{\lambda}^2}}$; $\phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}^2\right]$

tj. závisí na $\overline{\lambda}$ a součiniteli imperfekce α (viz dále), který se zahrnuje návrhovou imperfekci e_0, tzn. zejména (viz různé křivky vzpěrnosti):

- geometrii průřezu,

- úroveň reziduálních pnutí.

Posouzení na vzpěrnou únosnost

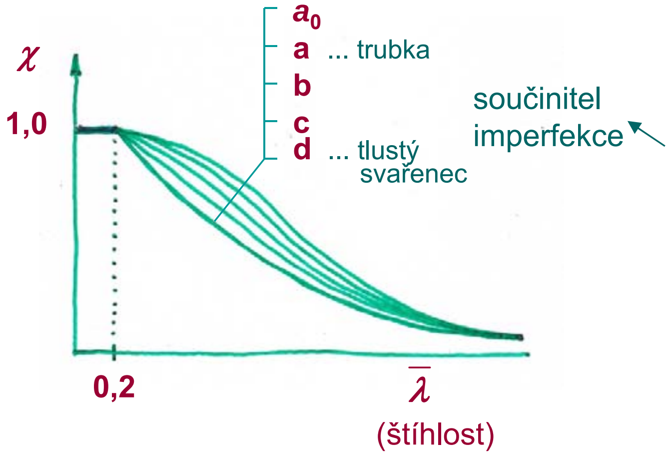
Hodnota součinitele vzpěrnosti χ tedy vyplývá z dosažení meze kluzu v krajních vláknech daného průřezu výpočtem podle teorie 2. řádu.

Vzpěrná únosnost při dosažení $\overline{\sigma}$ (resp. $\overline{N}$): $N_{b,Rd} = \dfrac{\chi\, A\, f_y}{\gamma_{M1}}$

Posudek: $\dfrac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1{,}0$

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Křivky vzpěrnosti



Hodnoty χ uvedeny v ČSN EN 1993-1-1 podle:

- tvaru prostorového vybočení

- a úrovně reziduálního pnutí

Navrženo 5 křivek a_0, a, b, c, d pro různá α :

α = 0,13 (křivka a_0); 0,21; 0,34; 0,49; 0,76

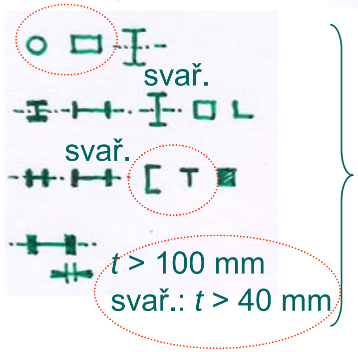
a_0 pouze pro ocel S460

a

b

c

d



podrobnosti viz norma

Stanovení součinitele vzpěrnosti χ :

Zjednodušeně lze ze štíhlostí (tj. vzpěrných délek) pro rovinné vybočení:

$$\lambda_y = \frac{L_{cr,y}}{i_y} \qquad \textbf{odtud } \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} \Rightarrow \chi_y$$

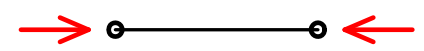
$$\lambda_z = \frac{L_{cr,z}}{i_z} \qquad \textbf{odtud } \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} \Rightarrow \chi_z$$

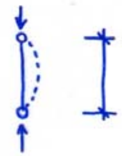
ale pro složitější případy lépe přímo ze vztahu:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_y}{N_{cr}}}$$

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

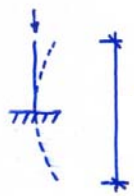
Vzpěrné délky

Princip: převod délky tlačeného prutu s daným uložením na délku **"základního prutu"** kloubově uloženého  se stejným kritickým zatížením.



$L_{cr} = L$

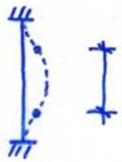
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{\underbrace{L^2}_{= L_{cr}}} = N_E$$



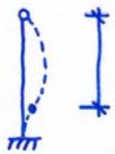
$L_{cr} = 2\,L$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{\underbrace{(2L)^2}_{= L_{cr}}}$$

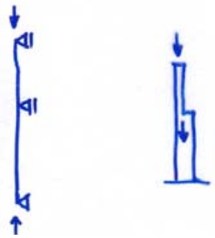
Obecně: $L_{cr} = \beta L$ kde $\beta = \sqrt{\dfrac{N_E}{N_{cr}}}$



$L_{cr} = 0{,}5\,L$



$L_{cr} = 0{,}7\,L$

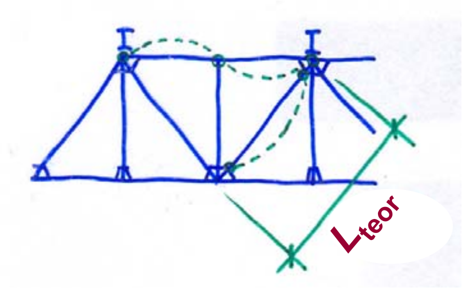


tabulky

© Prof. Ing. Josef Macháček, DrSc.

Příhradové nosníky

1. Vybočování v rovině nosníku



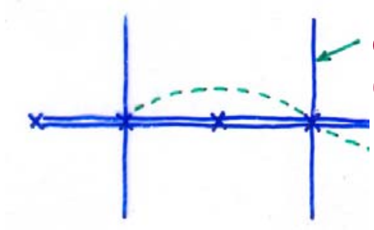
pás: $L_{cr} = L_{teor}$

výplň. pruty: $L_{cr} = \underbrace{L_{tp}}_{}$

těžiště přípojů
$\approx 0{,}9\ L_{teor}$

2. Vybočování z roviny nosníku

půdorys



držení
(vaznice)

pás: L_{cr} = vzdálenost držení

výplň. pruty: $L_{cr} = L_{teor}$

Pozn.: Pro výplňové pruty z trubek (s ohledem na částečné vetknutí lze brát redukci 0,75) a z jednoduchých úhelníků (s ohledem na prostorové vybočení) lze tyto základní vzpěrné délky dále upravit, zmenšit (viz ČSN EN 1993-1-1, příloha BB).