

Moje bakalářská práce je zaměřena na momentovou únosnost železobetonových průřezů. Cílem práce je zjistit vliv různých faktorů a předpokladů výpočtu na moment únosnosti železobetonového obdélníkového průřezu. Výsledky budou porovnány podle hodnot momentů únosnosti, nebo z hlediska spotřeby výztuže.

Než se však pustím do výpočtů a jejich hodnocení, vysvětlím obecné a neměnné základní předpoklady, které jsou uvažovány ve všech případech výpočtu momentu únosnosti, o kterých hodlám dále psát. Popíšu také chování betonu a oceli při zatěžování, a jak se toto chování do výpočtů idealizuje. V další části se již budu věnovat samotným výpočtům momentů únosnosti. Nejprve objasním principy výpočtu podle různých metod, dále provedu samotné porovnávací výpočty a jejich hodnocení.

Přínosem mé práce bude mimo jiné určení nejefektivnější volby předpokladů, abychom získali maximální moment únosnosti průřezu. Zjistíme, zda-li taková volba vůbec existuje, protože výsledky by měly vycházet podobné. Porovnáme také například vliv výšky průřezu na jeho momentovou únosnost. Dalším výstupem bude rovněž křivka závislosti momentu únosnosti na množství výztuže při neměnných rozměrech průřezu.

V poslední části budou ve spojení s praxí všechny tyto výsledky aplikovány na extrémně zatížený nosný prvek objektu řešeného v rámci projektu.

Pro správné pochopení výpočtů mezní únosnosti železobetonových prvků namáhaných prostým ohybem je nutno seznámit se s následujícími základními předpoklady, které jsou při výpočtech uvažovány:

- 1) Platí Bernoulli-Navierova hypotéza o zachování rovinnosti železobetonového průřezu i po jeho deformaci. Z toho dále vyplývá přímá úměra mezi poměrným přetvořením příslušného vlákna a jeho vzdáleností od neutrální osy.
- 2) Uvažuje se zajištění dokonalého spolupůsobení mezi výztuží a betonem soudržností. Poměrná přetvoření výztuže a přilehlých vláken betonu se potom rovnají. Toto platí jak pro tahovou tak tlakovou výztuž.
- 3) Pevnost betonu v tahu je oproti jeho pevnosti v tlaku velice nízká a brzy dojde ke vzniku trhlin, čímž se tahové napětí přestane betonem přenášet. Tažený beton se tedy ve výpočtech momentové únosnosti zanedbává a veškerý tah přebírá betonářská výztuž.
- 4) V tlačené části průřezu se průběh napětí betonu určí ze zvoleného idealizovaného pracovního diagramu.
- 5) Velikost napětí v betonářské výztuži se rovněž určí z výpočtového idealizovaného pracovního diagramu.
- 6) V betonu se v krajních vláknech tlačené části průřezu uvažuje mezní poměrné přetvoření  $\epsilon_{cd}$ , které nesmí být za žádných okolností překročeno. Toto přetvoření má pro běžně používané betony hodnotu  $\epsilon_{cd} = -3,5 \text{ ‰}$ , pro betony třídy C55/67 a vyšších se tato hodnota ještě zmenšuje, až na  $\epsilon_{cd} = -2,8 \text{ ‰}$ . Při větší deformaci by mohlo nastat drcení betonu a nosný prvek by byl po překročení mezní únosnosti porušen křehkým lomem, což je z hlediska bezpečnosti konstrukce nepřijatelné, protože konstrukce nevaruje před kolapsem velkými deformacemi v tažené části.
- 7) Mezní poměrné přetvoření betonářské výztuže v tahové části průřezu se omezuje podle zvoleného pracovního diagramu.
- 8) Při porušení dosáhl alespoň jeden z materiálů těchto mezních hodnot přetvoření.
- 9) Na průřezu musí být v každém případě splněny momentové podmínky rovnováhy.

## PRACOVNÍ DIAGRAMY:

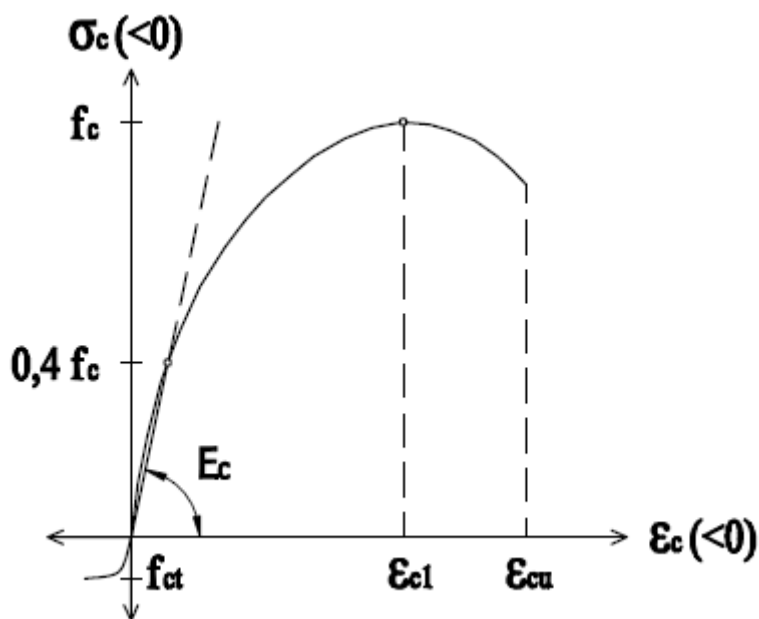
Jak již název napovídá, železobeton sestává ze dvou materiálů – železa, nebo přesněji oceli a betonu. Přestože jsou oba materiály velice rozdílné, mohou spolu být spojeny zejména díky stejné teplotní roztažnosti. Hlavně tento fakt potom umožňuje vznik nejvíce používaného stavebního materiálu dnešní doby.

Abychom mohli dále pracovat na výpočtech momentu únosnosti železobetonových průřezů, je nutno se seznámit s chováním obou materiálů při zatěžování. Hlavní charakteristikou popisující toto chování je jejich pracovní diagram, což je závislost mezi poměrným přetvořením a napětím vyvolaným v materiálu. Skutečné pracovní diagramy jsou pak podle normy do výpočtů zjednodušeny, jak je vidět dále.

### PRACOVNÍ DIAGRAM BETONU:

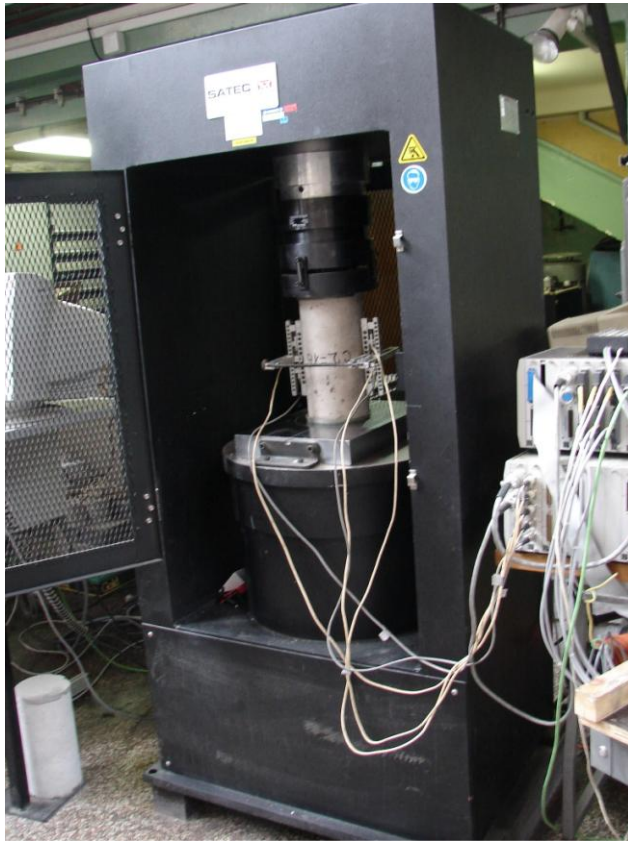
Na obr. 1 je skutečný pracovní diagram betonu. Je vytvořen na základě laboratorních zkoušek pevností betonu.

Z tahové zkoušky betonu vyplývá, že jeho pevnost v tahu se rovná zhruba jedné desetině jeho pevnosti v tlaku. To se potom ve výpočtech projevuje tím, že působení taženého betonu se předpokládá nulové, jak bylo řečeno také v základních předpokladech.

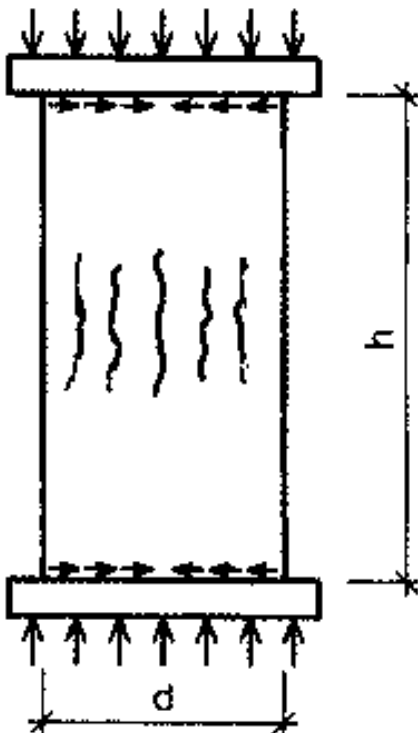


Obr. 1: Skutečný pracovní diagram betonu pro výpočet účinků zatížení.

Důležitější vlastností betonu je tedy jeho schopnost přenášet tlak. Tlaková zkouška se provádí v laboratoři stlačováním zkušební tělesa daného betonu v hydraulickém lisu, přičemž se měří jeho deformace (obr. 2). Zkušební těleso má válcový tvar a normou dané rozměry (obr. 3). Zkouška se provádí až do jeho porušení. Výsledkem této zkoušky je tlaková část pracovního diagramu, která nám dává například údaje o pevnosti v tlaku  $f_c$ , přetvoření  $\epsilon_{c1}$  při dosažení pevnosti v tlaku či maximálním přetvoření  $\epsilon_{cu}$  při úplném porušení. Pro zjištění hodnoty efektivního modulu pružnosti se potom těleso opakovaně zatěžuje a odtěžuje.



Obr. 2: Tlaková zkouška betonu v laboratoři.



Obr. 3: Schéma tlakové zkoušky.

Vraťme se zpět k obrázku 1. Všimněme si, že průběh napětí zjištěný zkouškou pevnosti v tlaku není lineárně pružný pro všechny hodnoty deformace, neboť závislost napětí a

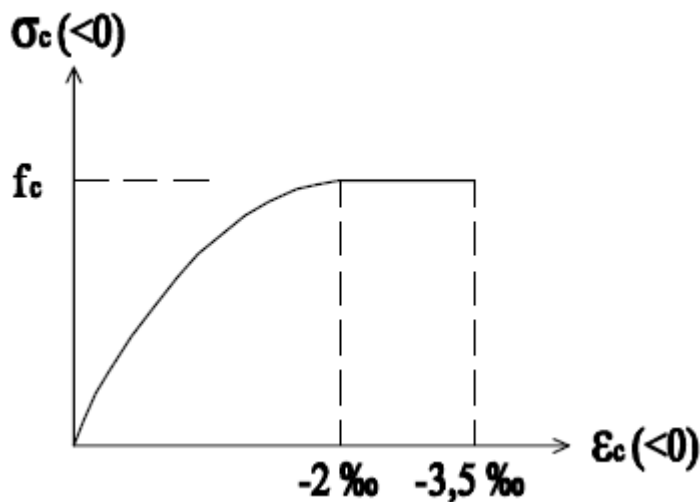
poměrného přetvoření neurčuje přímka, nýbrž obecná křivka. Do určité velikosti napětí (zhruba do čtyř desetin meze pevnosti betonu v tlaku) se dá tato křivka velice přesně aproximovat jako přímka s rovnicí  $\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c$ , kde  $E_c$  je youngův modul pružnosti betonu.  $E_c$  se různí pro betony rozličných pevnostních tříd. Ovšem dimenzovat betonové prvky tak, aby toto napětí nebylo překročeno ani při maximálním zatížení, by sice vedlo k jednodušším výpočtům, ale návrh by byl velice nevhodný. Ve výpočtech únosnosti je tedy třeba vystihnout nelineární chování, a tak i více využít rezervu betonu. Aby výpočty nebyly tak složité, předpokládají se pro dimenzování idealizované pracovní diagramy, které aproximují rozdělení napětí v tlačené části průřezu. Evropská norma doporučuje následující tři možnosti:

1) **Parabolicko-rektangulární pracovní diagram betonu.**

Tento diagram sestává ze dvou částí. V první části se předpokládá parabolický průběh napětí v závislosti na přetvoření. Tímto způsobem materiál vzdoruje do poměrného přetvoření  $\varepsilon_c = -0,002$ , kdy se předpokládá, že beton již přenáší maximální možné napětí a je tedy vyčerpána jeho pevnost v tlaku.

Ve druhé, lineární nebo přesněji konstantní části, už vzrůstá pouze poměrná deformace a to do hodnoty  $\varepsilon_{cd}$ , která je pro běžné betony rovna  $-0,0035$ . Tato hodnota je uvažována jako maximální dovolená hodnota poměrného přetvoření betonu v krajních vláknech tlačené části průřezu, jak bylo řečeno v základních předpokladech výpočtu momentu únosnosti. Pro  $0,002 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035$  (bráno v absolutních hodnotách, jedná se o tlakovou deformaci) je tedy napětí v betonu  $\sigma_c = f_c$ .

Tento pracovní diagram svým tvarem nejlépe vystihuje skutečné rozložení napětí v materiálu a měl by tedy být co do výpočtu momentu únosnosti nejpřesnější.

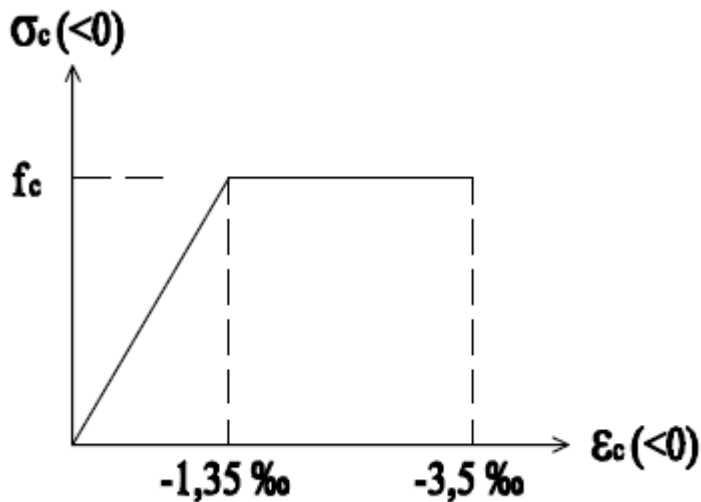


Obr. 4: Parabolicko-rektangulární pracovní diagram betonu.

2) **Bilineární pracovní diagram betonu.**

Bilineární pracovní diagram je jednodušší než parabolicko-rektangulární, skutečné chování však aproximuje velice dobře. Jak je vidět na obrázku 5, první část diagramu je zde lineární, platí tedy přímá úměra mezi poměrným přetvořením a přenášeným napětím. To platí do poměrné deformace  $\varepsilon_c = -0,00135$ , kdy už se předpokládá přenášení maximálního tlakového napětí betonem. Pro  $0,00135 \leq \varepsilon_c \leq 0,0035$  (bráno opět v absolutních hodnotách) je tedy napětí v betonu  $\sigma_c = f_c$ .

Maximální dovolená hodnota poměrného přetvoření betonu v krajních vláknech tlačené části průřezu je zde pro betony obvyčejných pevností opět  $\varepsilon_c = -0,0035$ , kde tedy také tento diagram končí.



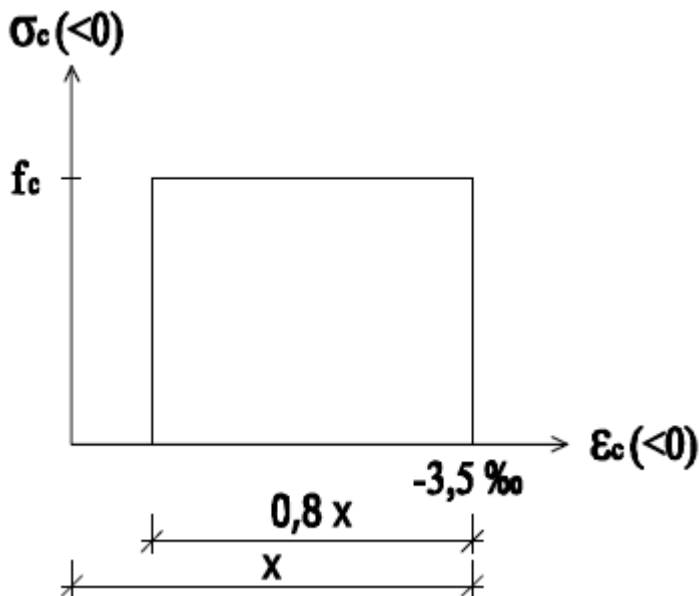
Obr. 5: Bilineární pracovní diagram betonu.

3) **Rektangulární (obdélníkový) pracovní diagram betonu.**

Poslední idealizovaný diagram betonu je v praxi nejpoužívanější. I přes svou jednoduchost ale předkládá výsledky velice blízké skutečnosti.

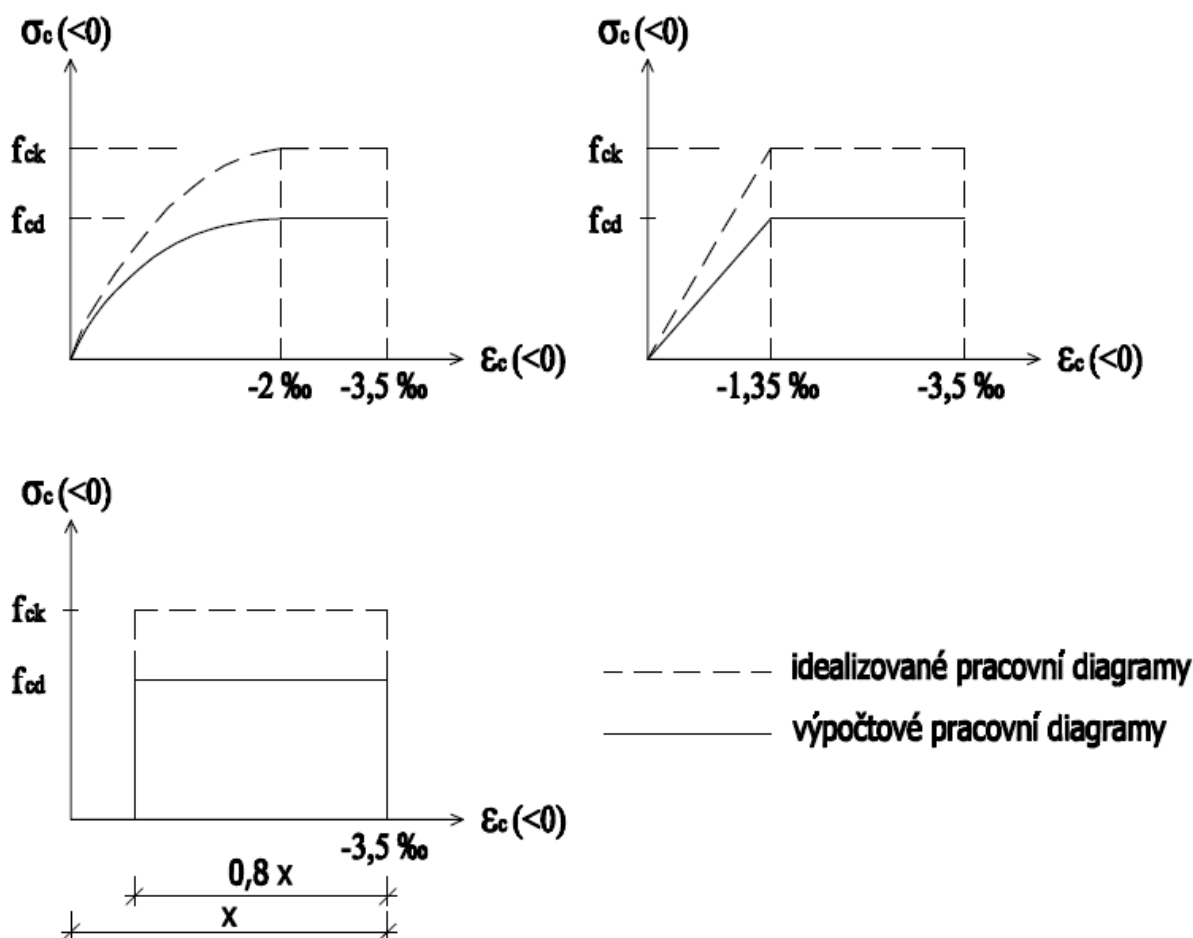
Beton zde přenáší plné napětí  $\sigma_c = f_c$ , ovšem jen v horních čtyřech pětinach tlačené části průřezu. Spodní pětina nepřenáší napětí žádné (pro kladný ohybový moment).

Pracovní diagram opět končí mezním poměrným přetvořením  $\epsilon_c = -0,0035$  pro běžné betony.



Obr. 6: Obdélníkový pracovní diagram betonu.

Hodnota pevnosti betonu v tlaku v idealizovaných diagramech  $f_{ck}$  je pak ve výpočtech snížena součinitelem spolehlivosti betonu  $\gamma_c$  na hodnotu výpočtovou  $f_{cd}$  (obr. 7).



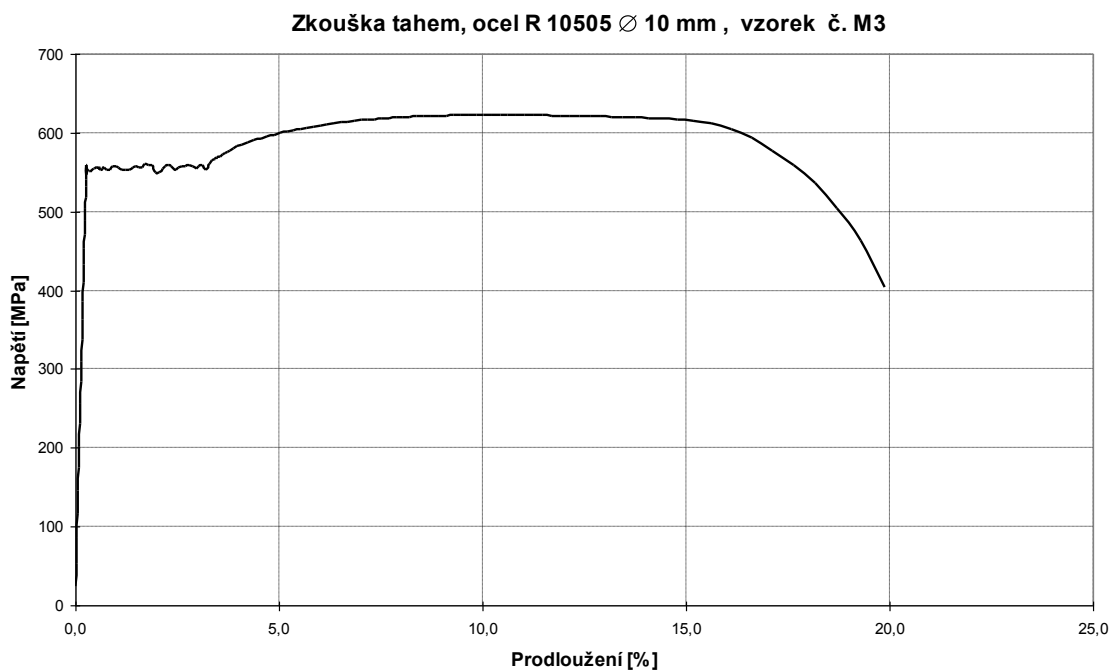
Obr. 7: Výpočtové pracovní diagramy betonu.

#### PRACOVNÍ DIAGRAM OCELI:

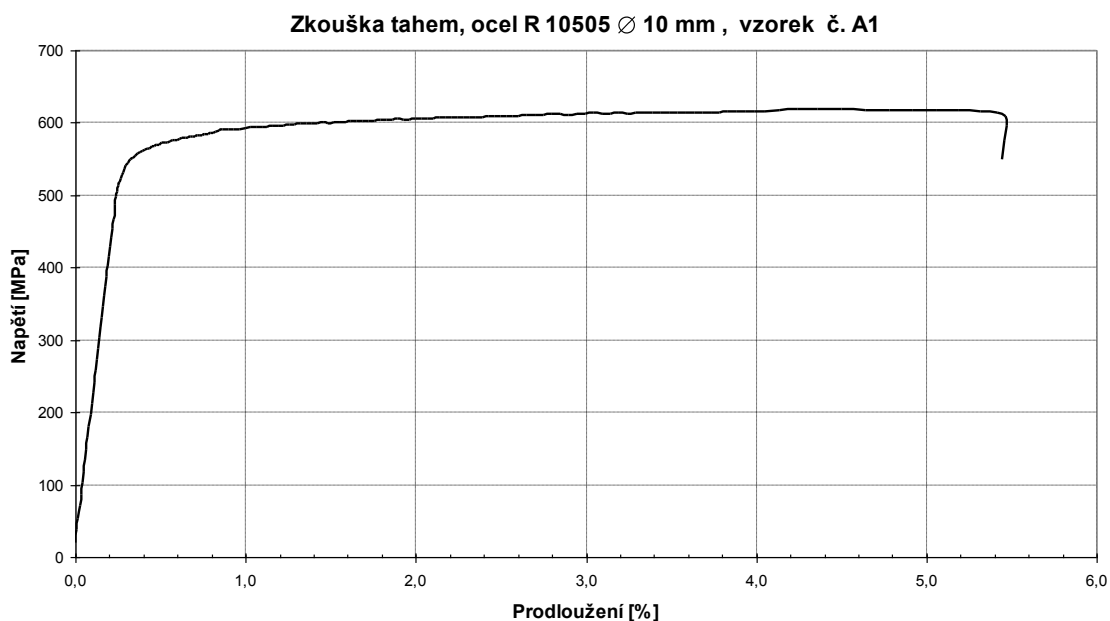
Díky velice příznivému chování betonu v tlaku nás u oceli zajímají zejména její tahové vlastnosti. Ovšem je velice důležité si uvědomit, že ocel je oproti betonu materiálem homogenním a její vlastnosti, hlavně tedy pevnost, jsou v tlaku a v tahu stejné.

Pracovní diagramy oceli vznikají na základě tahových zkoušek v laboratořích. Chování oceli je přitom ovlivněno její výrobou, která velmi významně určuje vlastnosti vyráběné oceli. Podle typu zpracování oceli ve výrobě rozlišujeme dva typy skutečných pracovních diagramů oceli:

- 1) S vyznačenou mezí kluzu – pro ocel tvářenou za tepla (obr. 8)
- 2) Bez vyznačené meze kluzu – pro ocel tvářenou za studena (obr. 9)



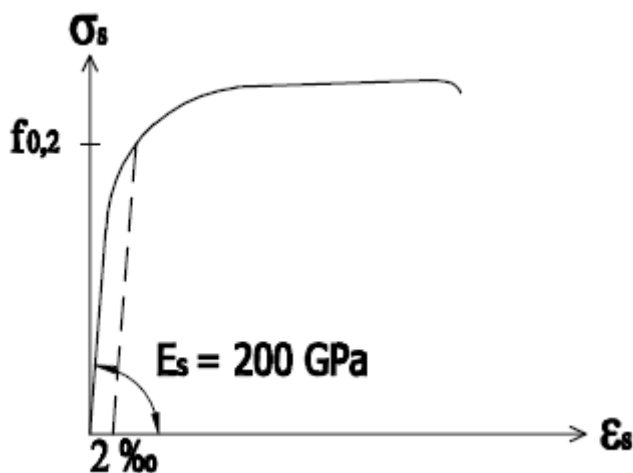
Obr. 8: Skutečný pracovní diagram s vyznačenou mezí kluzu z reálné tahové zkoušky.



Obr. 9: Skutečný pracovní diagram bez vyznačené meze kluzu z reálné tahové zkoušky.

Pracovní diagram s vyznačenou mezí kluzu je tedy charakteristický pro měkkou ocel tvářenou za tepla. Mez kluzu je z diagramu zřejmá. Jedná se o okamžik, kdy materiál zvětšuje svou deformaci, aniž by rostlo napětí. Pro ocel zkoušenou na obrázku 8 je tedy mez kluzu cca 550 MPa.

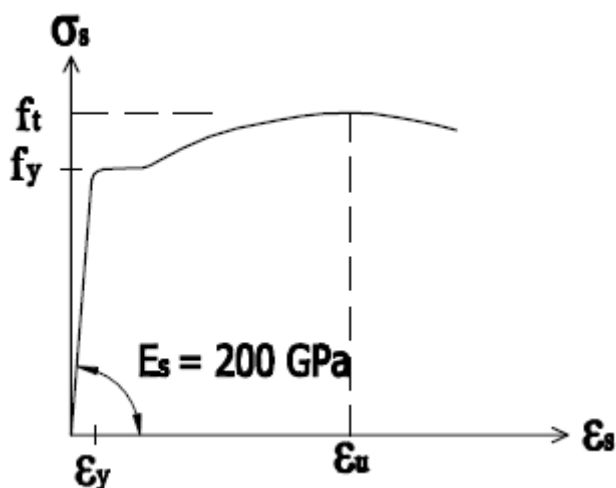
Oproti tomu ocel tvářená za studena (obr.9) nemá mez kluzu jednoznačně danou. Zavádí se proto u ní takzvaná smluvní mez kluzu s označením  $f_{0,2}$ . Ta se určí jako napětí, které je v oceli při nevratné deformaci právě 0,2 %, tedy 2 ‰. (obr 10).



Obr. 10: Pracovní diagram oceli bez vyznačené meze kluzu – smluvní mez kluzu  $f_{0,2}$ .

Při porovnání obrázků 8 a 9 je také vidět, že ocel tvářená za studena se vyznačuje nižší duktilitou. Je křehčí a k jejímu přetržení došlo již při poměrném přetvoření cca 5,5 %, zatímco ocel s vyznačenou mezí kluzu byla definitivně porušena při poměrné deformaci téměř 20 %. Další nevýhodou oceli tvářené za studena je, že se nedá na stavbách svařovat. Svařování by výrazně snížilo její pevnostní charakteristiky. Tyto vlastnosti jsou tedy sice nepříznivé, ovšem oceli tvářené za studena obvykle vykazují vyšší pevnosti.

Na schématu skutečného pracovního diagramu s vyznačenou mezí kluzu  $f_y$  (obr. 11) vysvětlím jednotlivé veličiny, důležité pro výpočet momentu únosnosti. Hodnota  $f_t$  značí pevnost v tahu,  $E_s$  je youngův modul pružnosti oceli. Pro ocel běžně používané betonářské výztuže je hodnota  $E_s = 200 \text{ GPa}$ .  $\epsilon_y$  je přetvoření při dosažení meze kluzu a vypočte se jako podíl napětí na mezi kluzu a youngova modulu pružnosti.  $\epsilon_u$  je poměrné přetvoření při maximálním napětí v oceli.



Obr. 11: Schéma skutečného pracovního diagramu s vyznačenou mezí kluzu.

Stejně jako pro beton, tak i pro ocel a tedy pro betonářskou výztuž platí, že skutečný pracovní diagram se do výpočtů předpokládá idealizovaný. Ve výpočtu tak uvažujeme vždy jeden ze tří předpokladů, které dovoluje norma.



Všechny tyto idealizace mají společné, že ocel se zpočátku chová lineárně pružně a napětí nejprve roste se zvyšující se deformací dle hookova zákona do meze kluzu  $f_y$ . Pro  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  se tedy napětí vypočte jako  $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ .

Po dosažení meze kluzu  $f_y$  ve skutečnosti na chvíli nastává situace, kdy ocel dále zvětšuje svou deformaci, ovšem nezvětšuje se přenášené napětí. Z tohoto faktu vychází první typ idealizovaného diagramu:

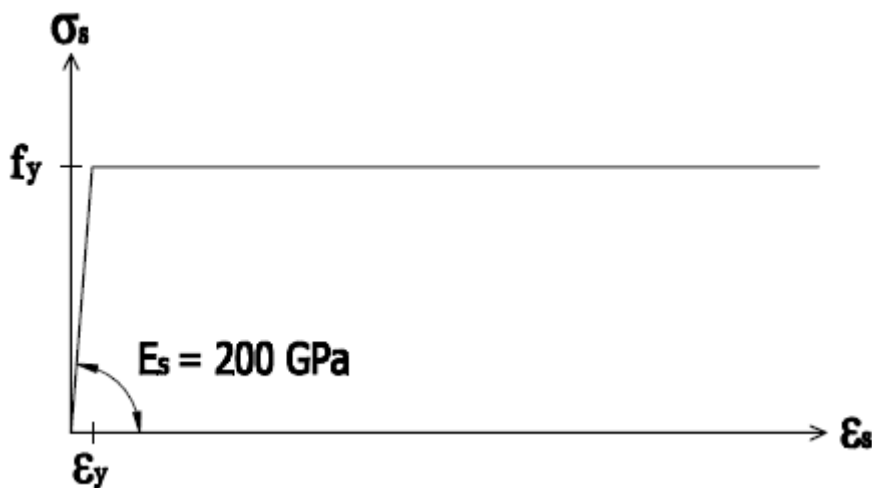
1) **Pracovní diagram s vodorovnou horní větví a neomezeným přetvořením.**

Jak je vidět na obr. 12., podle tohoto předpokladu se napětí ve výztuži po dosažení meze kluzu již vůbec nezvyšuje, i přes dále rostoucí deformaci.

Hodnota napětí v závislosti na deformaci se tedy pro  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  vypočte dle hookova zákona jako  $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ . Pro  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$  je napětí konstantní s hodnotou  $\sigma_s = f_y$ .

Ve skutečnosti však napětí při dalším zvětšování deformace ještě o trochu vzroste, což znamená, že výztuž má podle této idealizace nižší únosnost. Při návrhu železobetonových prvků se tak nacházíme na straně bezpečnosti.

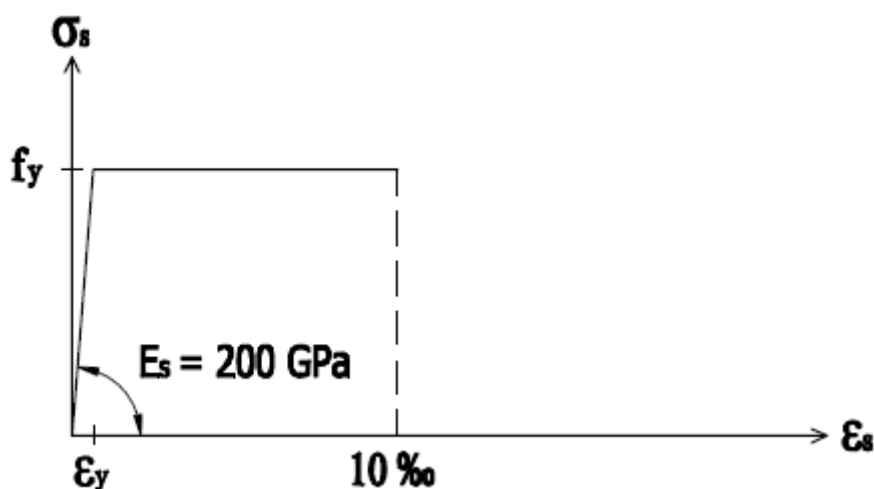
S neomezeným přetvořením v názvu pak znamená, že výztuž se může přetvářet do nekonečna. To je významný předpoklad a zároveň jediný rozdíl oproti druhému typu idealizovaného pracovního diagramu.



Obr. 12: Idealizovaný pracovní diagram oceli s vodorovnou horní větví s neomezeným poměrným přetvořením.

2) **Pracovní diagram s vodorovnou horní větví a omezeným přetvořením.**

Pro tento idealizovaný pracovní diagram platí to samé, co pro diagram vodorovný neomezený, jen poměrné přetvoření se v tomto případě omezuje na hodnotu  $\varepsilon_{sd} = 10,0 \text{ ‰}$  (obr. 13). Větší deformace oceli se ve výpočtu nesmí uvažovat. Tento fakt má význam při výpočtech momentové únosnosti železobetonových průřezů.



Obr. 13: Idealizovaný pracovní diagram oceli s vodorovnou horní větví omezený maximálním poměrným přetvořením 10 ‰.

### 3) Pracovní diagram s rostoucí horní větví a omezeným přetvořením.

Poslední pracovní diagram konečně zohledňuje fakt, že mez kluzu ve skutečnosti není maximální napětí, které je ocel schopna přenést (obr. 14).

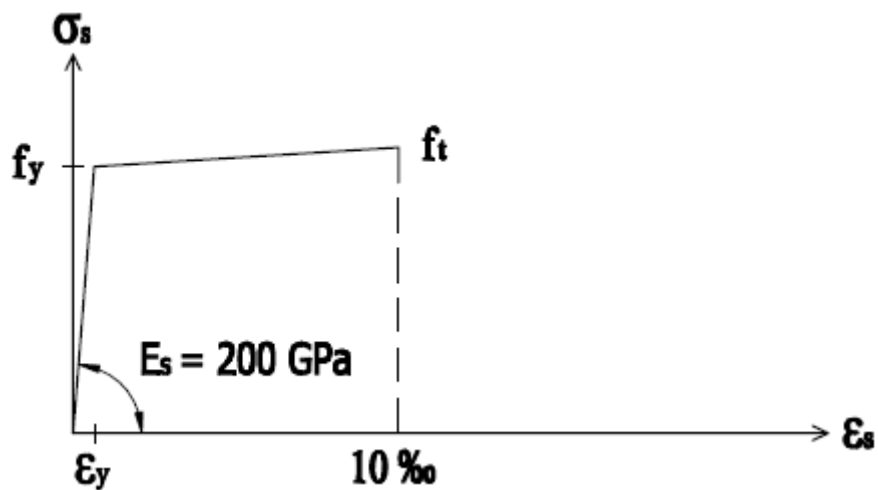
Při zatěžování nejprve napětí roste dle hookova zákona, než napětí dosáhne hodnoty meze kluzu. Pro  $\varepsilon_s < \varepsilon_y$  se tedy napětí opět vypočte dle hookova zákona  $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ . Od této chvíle již ale napětí není při dalším nárůstu deformace konstantní, jak tomu bylo u předchozích dvou předpokladů, nýbrž napětí dále roste přímo úměrně deformaci. Uvažuje se, že napětí může vzrůst až do hodnoty meze pevnosti oceli v tahu  $f_t$ , což nastane právě při deformaci 10 ‰. Po dosažení meze kluzu tedy není konstantou úměrnosti youngův modul pružnosti  $E_s$ , ale pro  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$  se hodnota napětí vypočte podle vztahu:

$$\sigma_s = f_y + \frac{(f_t - f_y) \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_y)}{10 - \varepsilon_y}$$

Tento vztah vychází z podobnosti trojúhelníků obrázku tohoto diagramu.

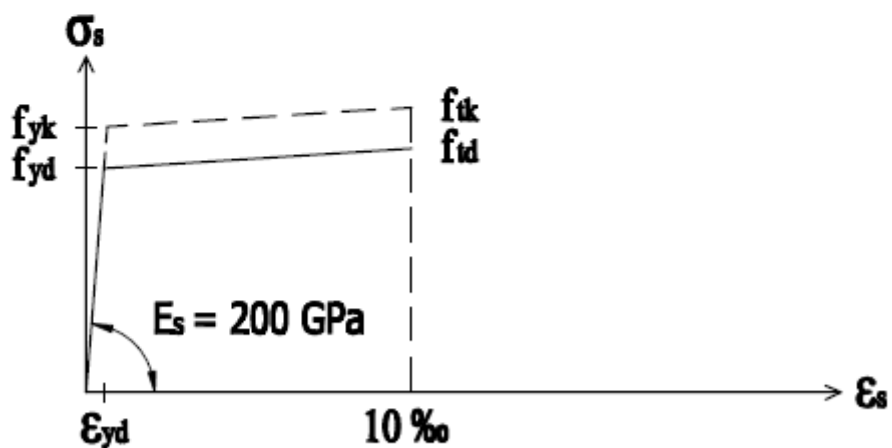
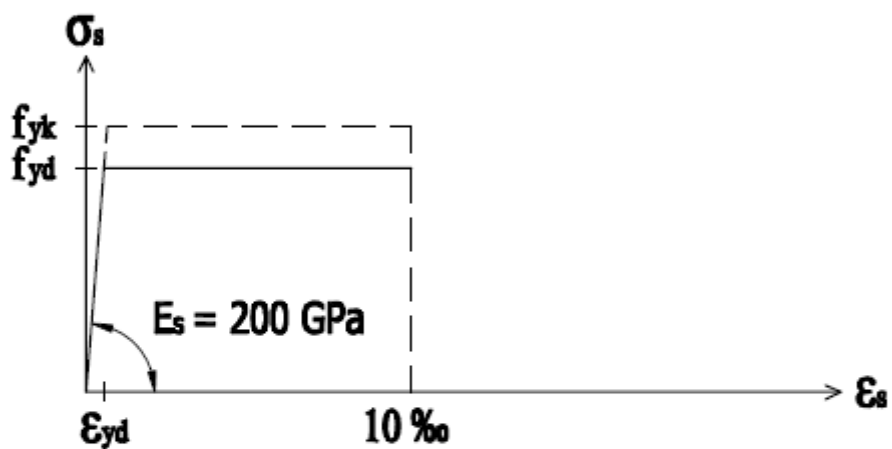
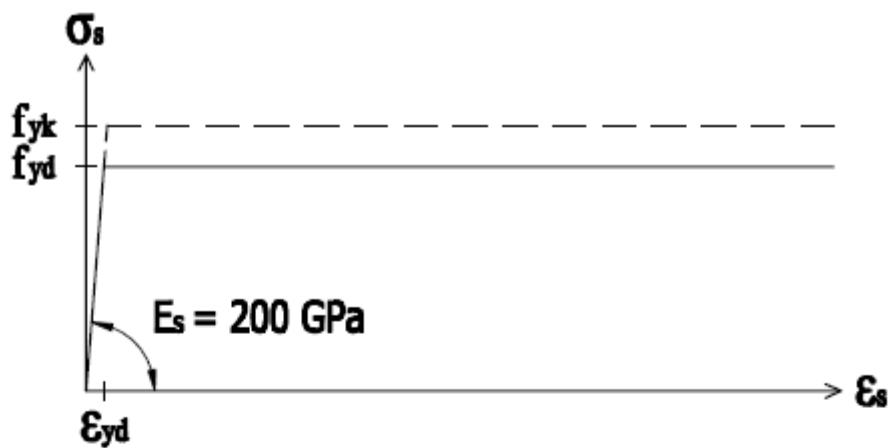
Deformace 10 ‰ je maximální možná stejně jako u omezeného diagramu s vodorovnou horní větví. Napětí  $f_t$  je zde také maximální možné, které je schopna výztuž přenést.

Díky zvětšení maximálního možného napětí z meze kluzu  $f_y$  na mez pevnosti v tahu  $f_t$ , je ocel při použití pracovního diagramu s rostoucí horní větví a omezeným přetvořením nejvíce únosná. Také moment únosnosti celého průřezu by tedy měl být nejvyšší.



Obr. 14: Idealizovaný pracovní diagram oceli se stoupající horní větví omezený maximálním poměrným přetvořením 10 ‰.

Stejně jako v případě betonu, tak i pro betonářskou výztuž se charakteristické hodnoty (mez kluzu  $f_{yk}$ , mez tahové pevnosti  $f_{tk}$ ) snižují koeficientem spolehlivosti oceli  $\gamma_s$  na hodnotu výpočtovou  $f_{yd}$  respektive  $f_{td}$ . (obr. 15).



----- idealizované pracovní diagramy

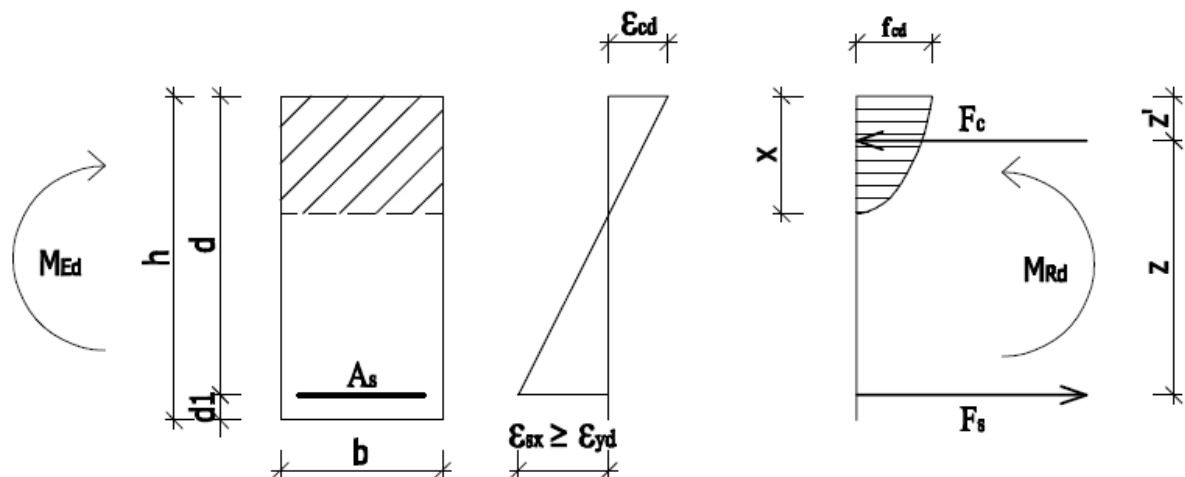
————— výpočtové pracovní diagramy

Obr. 15: Výpočtové pracovní diagramy oceli.

Teď když jsme seznámeni s předpoklady a s chováním obou materiálů, můžeme přejít k detailnímu rozboru odezvy celého železobetonového průřezu.

## ODEZVA ŽELEZOBETONOVÉHO PRŮŘEZU NAMÁHANÉHO PROSTÝM OHYBEM

Železobetonový průřez zatížený prostým ohybem vzdoruje na základě ramene vnitřních sil. Předpokládejme nyní, že ohybový moment od zatížení postupně roste. Tento moment vyvolává v průřezu přetvoření, které je lineární a přímo úměrné vzdálenosti vláken od neutrální osy, jak jsem se již zmínil. Deformace pak vyvolá tlak v horních a tah ve spodních vláknech (při uvažování kladného ohybového momentu). Tato tlaková a tahová síla spolu následně vytvoří dvojici sil, tedy vzdorující moment  $M_{Rd}$ . Tento proces je vystižen na obrázku 16.

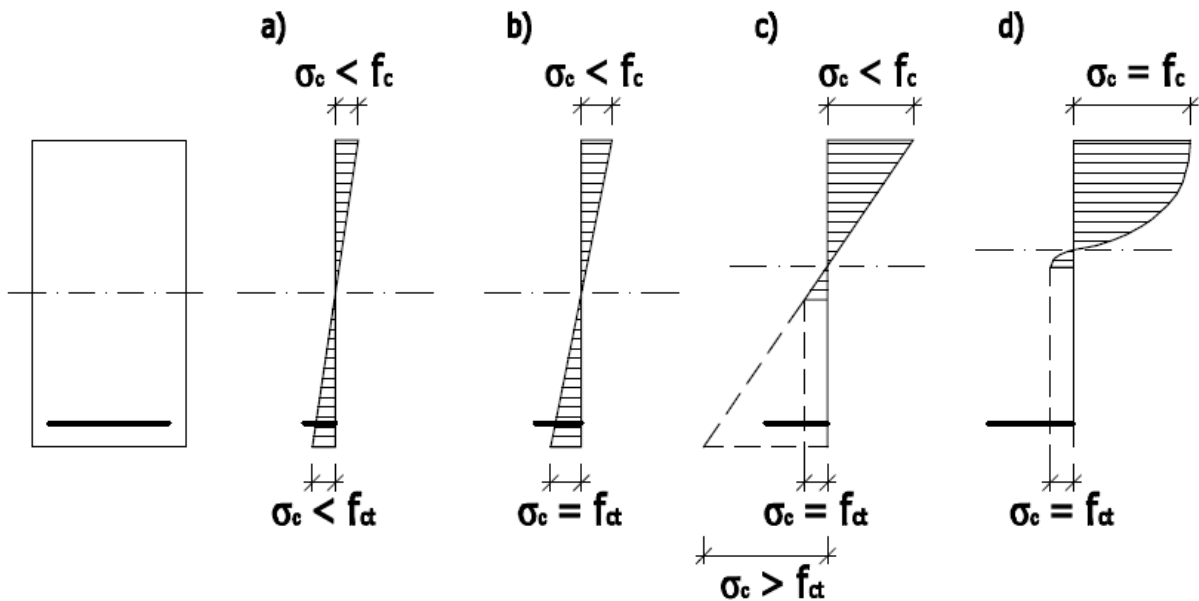


Obr. 16: Rovnováha sil v železobetonovém průřezu.

Jak vidíme, s tahovým působením betonu není na obr 16 vůbec uvažováno. Veškerý tah přebírá výztuž. To však platí až po vzniku trhlin v taženém betonu. Při pomalém zvětšování momentu od zatížení však průřez projde několika napjatostními stádii, přičemž v počátečním stadiu tah přenáší i beton. To je sice proti základním předpokladům výpočtu únosnosti, avšak toto stadium pro mezní únosnost průřezu není vůbec významné.

V prvním stadiu zatěžování je tedy moment od zatížení tak malý, že napětí v dolních vláknech ještě nepřekračuje ani mez pevnosti betonu v tahu ( $\sigma_c < f_{ct}$ , obr. 17 a), která bývá cca desetkrát menší než jeho pevnost v tlaku. Trhliny v betonu ještě nevznikají, celý průřez se chová lineárně pružně a napětí od zatížení se dá počítat dle teorie klasické pružnosti.

Neutrální osa je zároveň těžišťovou osou s uvažováním ideálního průřezu. Toto stadium pro navrhování konstrukcí na mezní zatížení nemá žádný větší význam, protože průřez je využit jen z velmi malé části.



Obr. 17: Napjatostní stádia v průběhu zatěžování – a) Před vznikem trhlin, b) Mez vzniku trhlin, c) S trhlinami – vyloučený tah, d) Mez porušení

Při dalším přitěžování dosáhne napětí ve spodních vláknech právě meze pevnosti betonu v tahu  $\sigma_c = f_{ct}$ . Toto stádium se nazývá mez vzniku trhlin (obr. 17 b). Ohybový moment od zatížení, který při tomto stavu působí, se nazývá moment na mezi vzniku trhlin  $M_{tr}$ . Jedná se o maximální hodnotu ohybového momentu, který je průřez schopen přenést bez trhlin. Ze vztahů klasické pružnosti se tento moment vypočte:

$$M_{tr} = f_{ct} \cdot W_{id}$$

přičemž  $f_{ct}$  je tahová pevnost betonu a  $W_{id}$  značí pružný průřezový modul ideálního průřezu. Ten lze pro obdélníkový průřez lehce spočítat vztahem:

$$W_{id} = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Je vhodné připomenout, že výše uvedený vztah platí pouze při namáhání průřezu prostým ohybem, tedy při nulové normálové síle. Ta by mohla hodnotu momentu na mezi vzniku trhlin zvýšit, pokud by působila jako tlaková. Této skutečnosti se využívá při předpínání, které není předmětem mé práce.

Pokud bude přitěžování dále pokračovat, nebude už beton schopen tah přenést (obr. 17 c) a v tažených vláknech průřezu tedy začnou vznikat mikrotrhliny. Těžiště ideálního průřezu, do kterého se již počítá pouze s tlačným betonem, se posouvá směrem k nejvíce tlačným vláknům. Oblast betonu schopná přenášet tahové napětí se zmenšuje, jak je zřejmé z obrázku 17 c) a 17 d), takže se s ní ve výpočtech neuvažuje. Veškerý tah dále přenáší pouze betonářská výztuž.

Ještě stádium c) z obrázku 17 je pro konstrukci naprosto běžné a může se v průřezu vyskytnout od každodenního zatížení. Protože hodnota napětí v nejvíce tlačném vlákně průřezu se v tomto stádiu pohybuje okolo 0,4 násobku pevnosti betonu v tlaku, dá se průběh napětí v tlačném betonu stále ještě vyjádřit jako přímka (obr. 1 – skutečný pracovní diagram betonu). To již neplatí pro poslední stádium, které nastane při dalším zvětšování momentu od zatížení.

Stav v průřezu teď vypadá tak, že ve výztuži roste napětí, až dosáhne meze kluzu nebo meze pevnosti v tahu (podle uvažovaného pracovního diagramu oceli). V obou případech se jedná o maximální napětí, které je výztuž schopna přenést. Zároveň již dosahuje napětí v tlačných vláknech průřezu pevnosti betonu v tlaku  $f_c$ , což znamená, že beton začíná plastizovat. Tomu

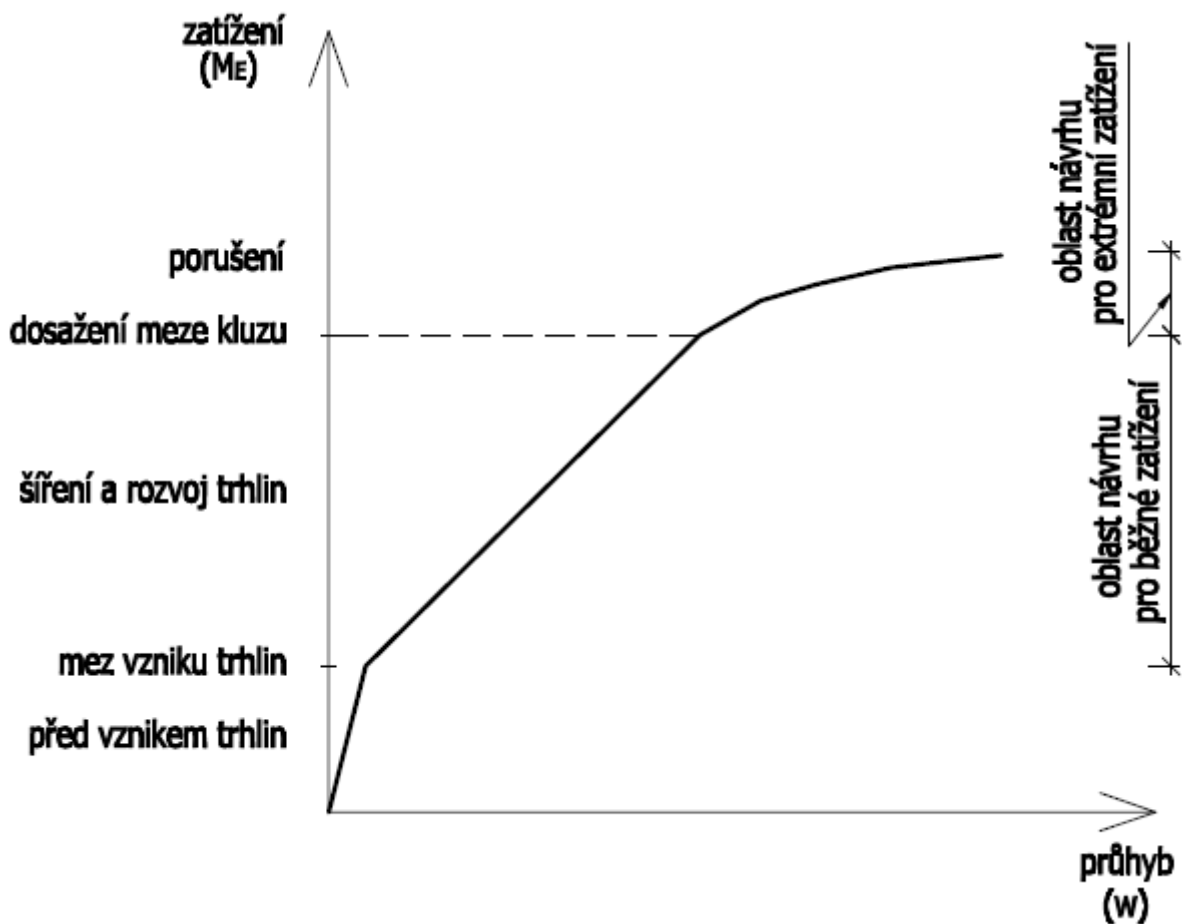
také odpovídá jeho průběh napětí, který je v tento okamžik tvořen obecnou křivkou (obr. 17 d).

Toto stádium se nazývá mez porušení a dvojice sil vznikající při tomto stavu tvoří maximální vzdorující moment  $M_{Rd}$ , který je průřez schopen přenést. Při dalším přitížení je již  $M_{Ed} > M_{Rd}$  a dochází ke kolapsu.

Pokud bude prvek převyztužen, dojde k tlakovému porušení betonu dříve, než nastane mez kluzu v oceli a prvek bude porušen křehkým lomem bez varování, jak bylo řečeno již v předpokladech výpočtů. Těto skutečnosti se musí při návrhu předejít.

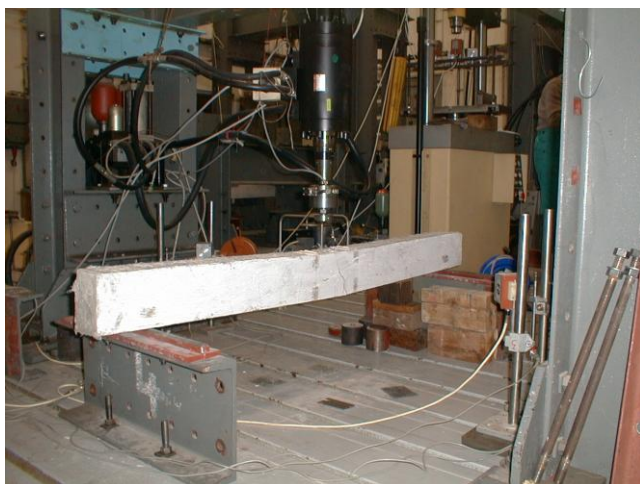
Stádia a), b) a c) jsou stádia provozní. V konstrukci nastávají běžně a při návrhu mají význam hlavně pro mezní stav použitelnosti. Kontrolují se průhyby a velikost trhlin. Mez porušení je stádium významné pro mezní stav únosnosti. Při návrhu na MSÚ se uvažuje maximální zatížení, které na konstrukci nemusí nastat za celou její životnost ani jednou.

Význam jednotlivých napjatostních stádií pro navrhování vyjadřuje také vztah mezi ohybovým momentem a deformací nosného prvku (obr. 18). Problémy s výpočtem průhybů a šířky trhlin se ve své práci zaměřené na maximální momenty únosnosti však zabývat nebudu.



Obr. 18: Význam napjatostních stádií pro životnost nosného prvku.

Vztah na obr. 18 potvrzuje také zatěžovací zkouška v laboratoři. Tentokrát se zatěžuje nosný prvek ohybem. Na obrázku 19 vidíme ukázkou z této zkoušky, na obrázku 20 pak její vyhodnocení, které je velice podobné našemu teoretickému obrázku 18.



Obr. 19: Zkoušení železobetonového trámu v laboratoři.



Obr. 20: Vyhodnocení zkoušky – závislost ohybového momentu od zatížení a průhybu.

V další kapitole už se budu věnovat pouze mezním stavům únosnosti, tedy poslednímu stádiu zatěžování těsně před kolapsem. Na různě vyztuženém obdélníkovém průřezu pro různé předpoklady vysvětlím postupy pro výpočet momentu únosnosti.

## **VÝPOČTY MOMENTU ÚNOSNOSTI ŽELEZOBETONÝCH PRŮŘEZŮ**

Pro výpočet momentu únosnosti železobetonového průřezu se používá metoda mezních přetvoření. Ta je obecně platná, avšak v případech složitěji vyztužených průřezů, kdy je výztuž umístěna např. ve více vrstvách nebo při obou okrajích, je výpočet pracnější, neboť pro zjištění polohy neutrální osy je nutno iterovat.

V jednoduchých případech, např. pro obdélníkový průřez s jednostrannou výztuží, se dá metoda mezních přetvoření zjednodušit na metodu mezní rovnováhy. Tu sice evropská norma přímo neuvádí, ale v praxi je velice často používána.

### **METODA MEZNÍ ROVNOVÁHY:**

Postup výpočtu momentu únosnosti při použití této metody vychází z předpokladu, že velikost tahové síly v průřezu je známa, protože napětí ve veškeré uvažované výztuži určitě dosahuje meze kluzu. Tahová síla se tedy vypočte jako mez kluzu oceli vynásobená její plochou, tedy



$F_s = A_s \cdot f_{yd}$ . Působíště tahové síly výztuže se uvažuje v jejím těžišti. Výztuž se tedy chová plasticky při konstantním napětí  $\sigma_s = f_{yd}$ , přičemž v nejméně tlacených vláknech průřezu se dosáhne právě mezního stlačení betonu  $\varepsilon_{cd}$ . Maximální poměrné protažení výztuže se obvykle nesleduje, už vůbec se nesleduje při použití předpokladu s neomezenou vodorovnou horní větví (předpoklad 1 – pracovní diagramy oceli). Abychom ale mohli metodu mezní rovnováhy použít, musí být zajištěno, aby mezní přetvoření v betonu nenastalo dříve než bude ve všech prutech tahové výztuže dosaženo meze kluzu. Jinak by byl průřez převyztužen a hrozil by jeho kolaps křehkým lomem bez varování. Existuje tedy hodnota  $x_{lim}$ , která zajistí, že neutrální osa je v průřezu dostatečně vysoko na to, aby ve veškeré výztuži byla mez kluzu, tedy že  $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd}$  platí pro všechny vrstvy výztuže. Hodnota  $x_{lim}$  vychází z podobnosti trojúhelníků (obr. 21) a odvodí se následovně:

Z obrázku jasně platí:

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{x} = \frac{\varepsilon_{yd}}{d-x},$$

což dále upravíme

$$\varepsilon_{cd} \cdot (d - x) = \varepsilon_{yd} \cdot x$$

a tedy:

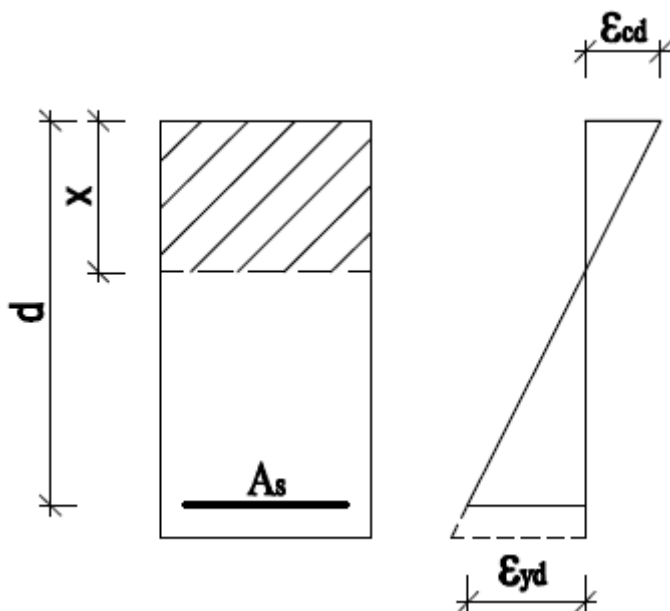
$$x \cdot (\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cd}) = \varepsilon_{cd} \cdot d.$$

Z tohoto vztahu vyjádříme poměr  $x$  ku  $d$ :

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_{cd}}{\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{yd}}$$

Tento poměr se označuje  $\xi$  a pro  $x_{lim}$ , nabývá hodnoty  $\xi_{lim}$ , se kterou pracuje evropská norma. Počítáme s kladnými hodnotami přetvoření i v případě stlačení, takže  $\varepsilon_{cd}$  dosazujeme v absolutní hodnotě:

$$\frac{x_{lim}}{d} = \frac{|\varepsilon_{cd}|}{|\varepsilon_{cd}| + \varepsilon_{yd}} = \xi_{lim}$$



Obr. 21: Podobnost trojúhelníků pro výpočet  $x_{lim}$ .

Hodnota  $d$  je přitom vzdálenost nejméně položené vrstvy výztuže od tlaceného okraje (pro kladný ohybový moment).

Po dosazení parametrů pro běžně používanou betonářskou výztuž R 10 505 vyjde hodnota  $\xi_{lim}$  přibližně 0,617. Evropská norma však tento poměr striktně požaduje omezit hodnotou 0,45

pro betony třídy C12/15 až C35/45 a hodnotou 0,35 pro betony C40/50 a vyšší, které bývají křehčí.

Známe-li tedy velikost tahové síly v průřezu, můžeme pokračovat ve výpočtu momentu únosnosti. Tlakovou sílu  $F_c$  zde přenáší pouze beton, a aby byla splněna silová podmínka rovnováhy na průřezu, musí být její velikost stejná jako velikost síly tahové. Poloha neutrální osy a stejně také působíště tlakové síly pak závisí na předpokládaném pracovním diagramu. Pro obdélníkový průřez obecně platí rovnost:

$$F_c = A_c \cdot f_{cd} = \beta \cdot x \cdot b \cdot f_{cd}$$

kde  $b$  je šířka obdélníkového průřezu,  $x$  je vzdálenost neutrální osy od tlačeného okraje a  $f_{cd}$  je návrhová hodnota pevnosti betonu v tlaku. Součinitel  $\beta$  pak právě zohledňuje typ zvoleného předpokladu. Jeho hodnota v obecném případě závisí i na přetvoření betonu  $\varepsilon_c$  v nejvíce tlačené části průřezu, ovšem to je při použití metody mezních přetvoření vždy rovno hodnotě  $\varepsilon_{cd}$ , takže také hodnoty  $\beta$  jsou pro jednotlivé pracovní diagramy konstantní. Hodnoty součinitele  $\beta$  jsou shrnuty v tabulce 1.

Jelikož velikost síly  $F_c$  známe, můžeme vyjádřit výšku tlačené oblasti jako:

$$x = \frac{F_c}{\beta \cdot b \cdot f_{cd}}$$

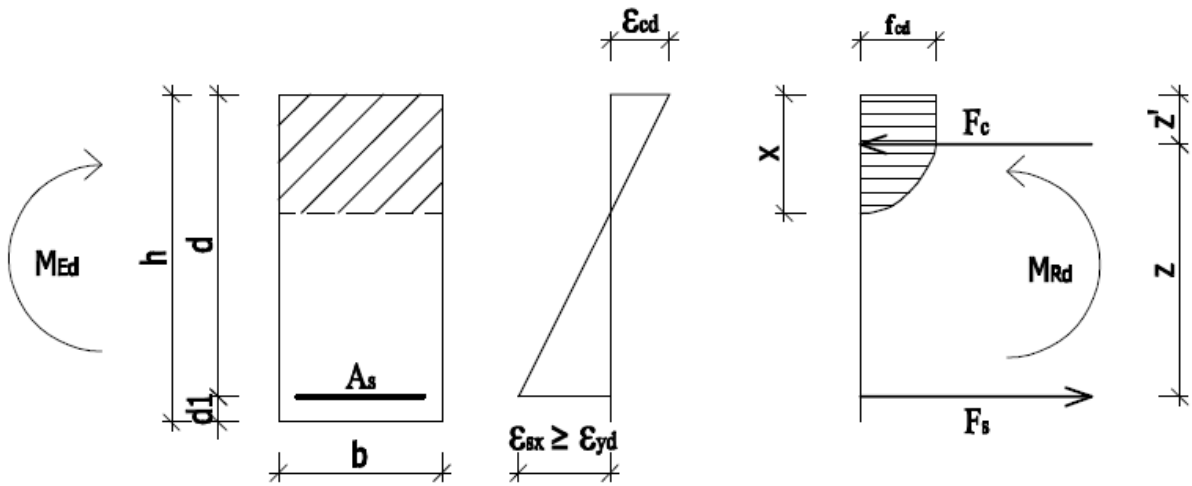
Je-li splněna podmínka  $x \leq x_{lim}$ , pokračujeme ve výpočtu tím, že spočteme působíště tlakové síly. To se rovněž mění pro různé předpoklady, avšak obecně se vzdálenost působíště této síly od horního okraje  $z'$  (obr 22-24) vypočte jako  $z' = \gamma \cdot x$ . Součinitel  $\gamma$  pak vystihuje rozdíl jednotlivých předpokladů pracovních diagramů. Obecně  $\gamma$  také závisí na hodnotě  $\varepsilon_c$  v nejvíce tlačeném vlákně průřezu, avšak i zde v našem případě platí, že  $\gamma$  je pro každý předpoklad konstantní ze stejného důvodu, jako tomu bylo u součinitele  $\beta$ . Ve skutečnosti nám  $z'$  udává polohu těžiště obrazce vykresleného napětí v betonu.

Rozdělení napětí	$ \varepsilon_c  \leq 1,35 \text{ ‰}$	$1,35 \text{ ‰} \leq  \varepsilon_c  \leq 2 \text{ ‰}$	$2 \text{ ‰} \leq  \varepsilon_c  \leq 3,5 \text{ ‰}$	$ \varepsilon_c  = 3,5 \text{ ‰}$
Parabolicko- rektangulární	$\beta = \frac{\varepsilon_c (6 - \varepsilon_c)}{12}$ $\gamma = \frac{8 - \varepsilon_c}{4(6 - \varepsilon_c)}$		$\beta = \frac{3 \varepsilon_c - 2}{3 \varepsilon_c}$ $\gamma = \frac{\varepsilon_c (3 \varepsilon_c - 4) + 2}{2 \varepsilon_c (3 \varepsilon_c - 2)}$	$\beta = 0,8095$ $\gamma = 0,4160$
Bilineární	$\beta = \frac{\varepsilon_c}{2,7}$ $\gamma = \frac{1}{3}$	$\beta = \frac{2 \varepsilon_c - 1,35}{2 \varepsilon_c}$ $\gamma = \frac{3 \varepsilon_c (\varepsilon_c - 1,35) + 1,35^2}{3 \varepsilon_c (2 \varepsilon_c - 1,35)}$		$\beta = 0,8071$ $\gamma = 0,4113$
Obdélníkové		$\beta = 0,8$ $\gamma = 0,4$		

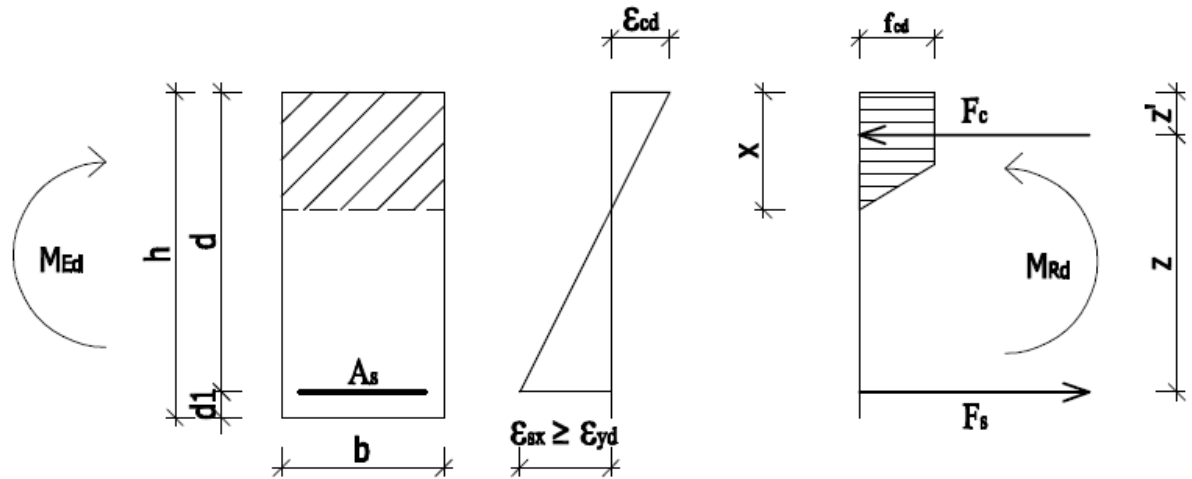
Tab. 1: Hodnoty součinitelů  $\beta$  a  $\gamma$  v závislosti na zvoleném předpokladu a  $\varepsilon_c$

Máme-li vypočtené působíště tlakové síly  $z'$ , snadno určíme rameno vnitřních sil  $z = d - z'$ . Tento vztah je zřejmý z obrázků 22-24. Dvojice sil  $F_c$  a  $F_s$  pak na tomto rameni vytváří ohybový moment  $M_{Rd}$ , který je momentem únosnosti průřezu a vypočte se:

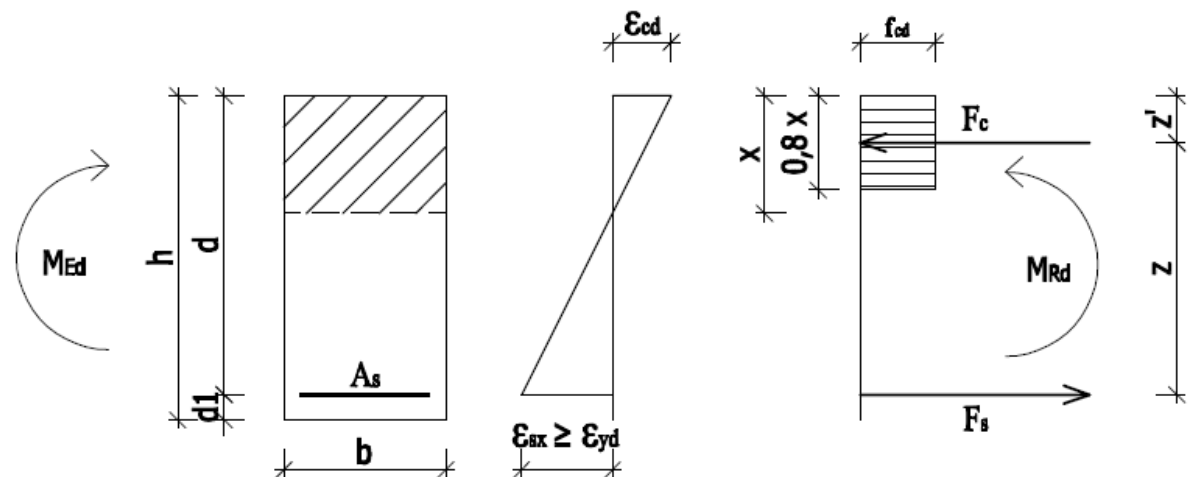
$$M_{Rd} = F_c \cdot z = F_s \cdot z$$



Obr. 22: Rovnováha sil při parabolicko-rektangulárním rozdělení napětí a jedné vrstvě výztuže.



Obr. 23: Rovnováha sil při bilineárním rozdělení napětí a jedné vrstvě výztuže.



Obr. 24: Rovnováha sil při obdélníkovém rozdělení napětí a jedné vrstvě výztuže.

METODA MEZNÍCH PŘETVOŘENÍ:

Jak jsem se zmínil již na začátku této kapitoly, výpočty metodou mezní rovnováhy jsou velice jednoduché a zejména ve spojení s předpokladem neomezeného přetváření výztuže také velice oblíbené a v praxi používané. Nicméně jejich používání je omezené. U extrémně vyztužených průřezů například dojde často k tomu, že poměrné protažení  $\varepsilon_s$  výztuže nejbližší neutrální ose nedosáhne hodnoty  $\varepsilon_{yd}$ , takže v této vrstvě výztuže není napětí na mezi kluzu. Velikost tahové síly tedy není známa a tím pádem nemůžeme touto metodou ve výpočtu pokračovat. Stejně dopadneme také v případě, pokud ve výpočtu uvažujeme i tlačenu výztuž. Ta pomáhá betonu vzdorovat v tlaku, takže tentokrát není přesně známa tlaková síla betonu  $F_c$  a hodnota  $x$  se opět nedá jednoznačně určit.

Nezbývá nám tedy nic jiného, než opustit jednoduché výpočty metodou mezní rovnováhy a začít s výpočty pracnějšími pomocí metody mezních přetvoření. Již jsem řekl, že metoda mezní rovnováhy je speciálním případem metody mezních přetvoření. Proto i výpočet metodou mezních přetvoření nepřináší nic nového, jen je pracnější, protože vzdálenost neutrální osy od nejmíce tlačěných vláken  $x$  se nedá přímo určit výpočtem, a tak se musí iterovat. To bylo velice nepříjemné zejména dříve, když se výpočty prováděly ručně, ovšem dnes nám iterování usnadňují tabulkové editory.

Princip výpočtu spočívá tedy v tom, že se nejprve hledá taková výška tlačěné části průřezu, aby se součet všech tlakových a součet všech tahových sil sobě rovnaly. Postup celého výpočtu se provádí v následujících krocích:

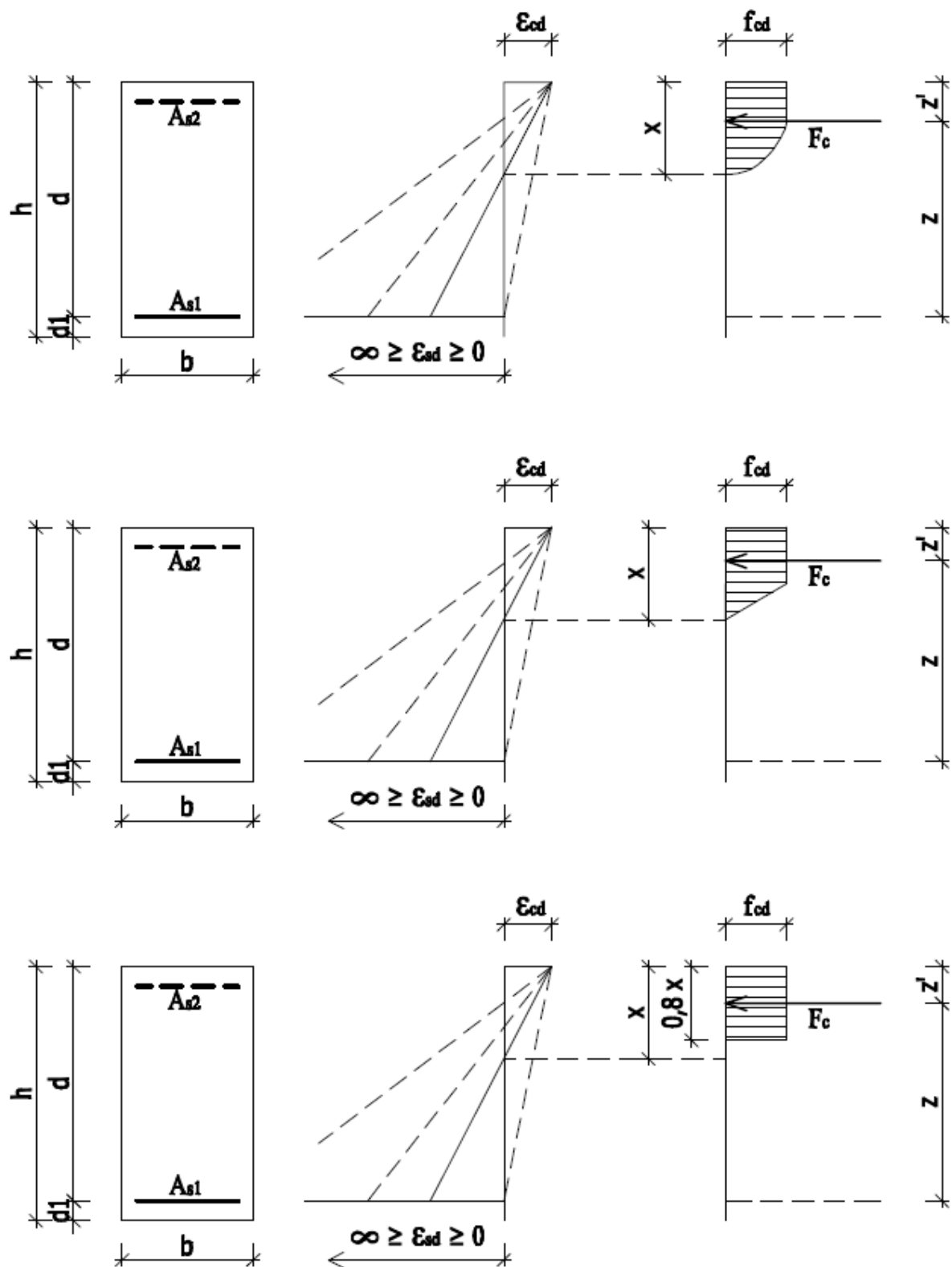
- 1) Volba výšky tlačěné části průřezu  $x$ .
- 2) Výpočet poměrného přetvoření ve vrstvách výztuže, případně v krajních vláknech tlačěného betonu.
- 3) Výpočet všech tlakových a tahových sil.
- 4) Zkouška silové podmínky rovnováhy – pokud nevyjde, úprava  $x$  a opakování výpočtu.
- 5) Při rovnosti tahových a tlakových sil určení ramene těchto sil.
- 6) Výpočet momentu únosnosti.

Vliv různých předpokladů pracovních diagramů vstupuje do výpočtu v bodech 2) a 3), přičemž významně výpočet ovlivní zejména volba předpokladu pracovního diagramu oceli. Ten totiž může v případě omezené horní větve určit také průběh poměrného přetvoření po celé výšce průřezu, zatímco pracovní diagramy betonu se liší pouze ve velikosti a v působišti tlakové síly samotného betonu.

### **Výpočet za předpokladu neomezené horní větve:**

Předpoklad s neomezenou vodorovnou horní větví je nejjednodušší, což se projeví i při tomto výpočtu. Danou hodnotou je přetvoření v nejmíce tlačěných vláknech betonu, kde v tomto případě určitě nastane  $\varepsilon_{cd}$ , protože přetvoření výztuže je neomezené, takže ani pro malé hodnoty  $x$  neovlivní stlačení betonu. Celá oblast teoreticky možných přetvoření je pro tento předpoklad diagramu oceli znázorněna na obrázku 25. Obrázek také ukazuje, že pro jakýkoliv idealizovaný pracovní diagram betonu je oblast možného průběhu přetvoření stejná.

V prvním kroku se tedy zvolí hodnota  $x$ , následně se z podobnosti trojúhelníků dopočte deformace ve výztuži, protože ta je rovna deformaci betonu v přilehlých vláknech, jak bylo řečeno již v základních předpokladech výpočtu momentu únosnosti. V tomto případě nemusíme hlídat, zda-li není deformace ve výztuži příliš velká, protože náš předpoklad ji dovoluje nekonečnou.

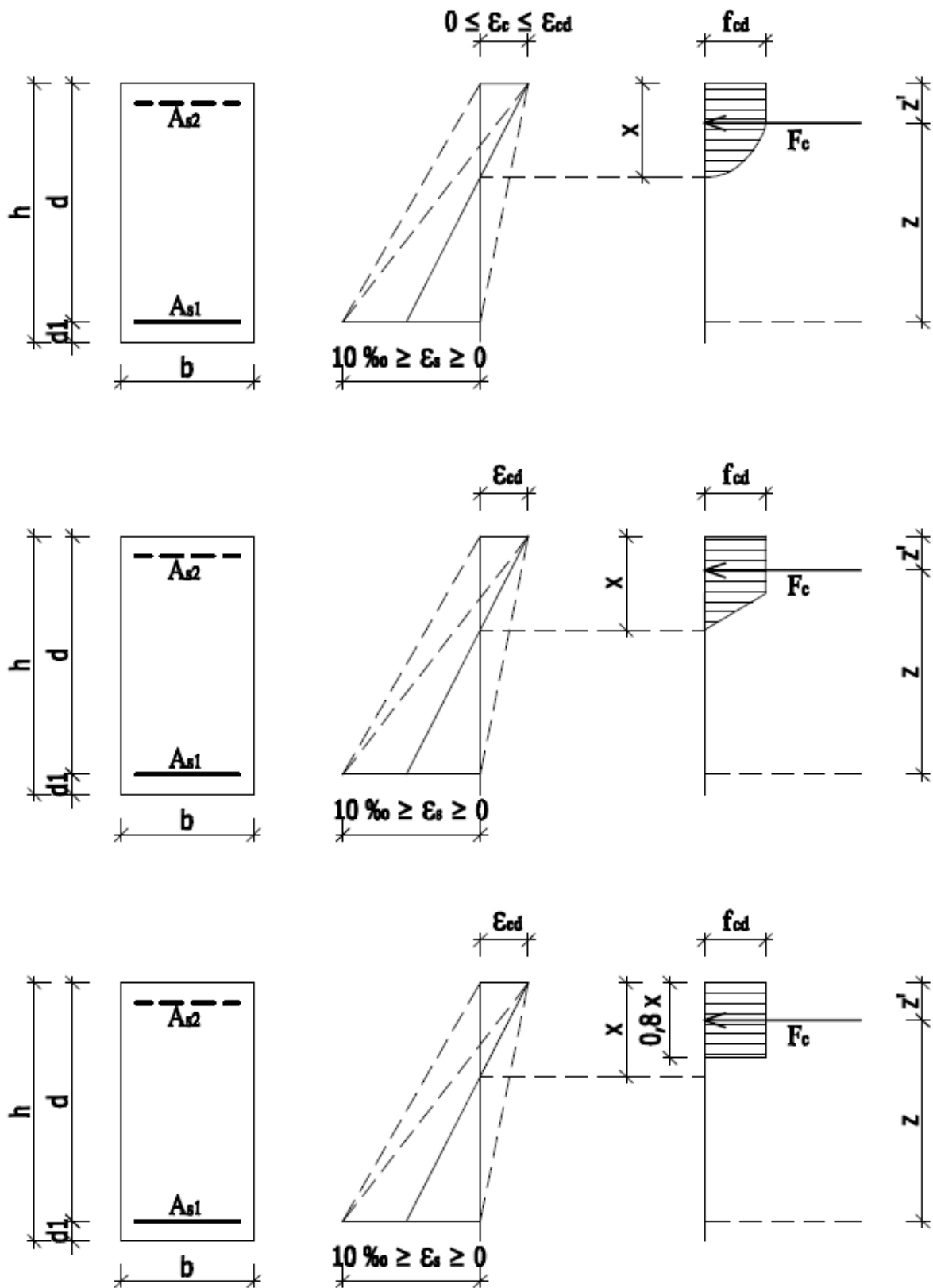


Obr. 25: Teoretická oblast přetvoření po výšce průřezu pro neomezenou horní větev diagramu oceli.

#### Výpočet za předpokladu omezených horních větví:

Pokud uvažujeme omezené protažení výztuže, může se stát, že nám z podobnosti trojúhelníků vyjde hodnota větší než tato maximální dovolená ( $\epsilon_s > \epsilon_{sd} = 10 \text{ ‰}$ ). V tom případě se stanoví protažení nejspodnější vrstvy výztuže na maximální hodnotu 10 ‰ a zpětně se dopočte

deformace ve zbytku průřezu, včetně stlačení betonu v jeho nejvíce tlačných vláknech. To tedy nemusí nabýt maximální hodnoty  $\epsilon_{cd}$ . Teoretická oblast přetvoření je tedy pro omezené předpoklady rovněž omezena, jak můžeme vidět na obrázku 26.



Obr. 26: Teoretická oblast přetvoření po výšce průřezu pro omezené diagramy oceli.

Máme-li spočtené deformace po výšce průřezu, je další postup výpočtu pro oba případy, ať s omezenou či neomezenou horní větví, stejný.

Pro zvolené  $x$  dostaneme hodnoty poměrných přetvoření v jednotlivých vrstvách výztuže. Toto přetvoření přepočteme na napětí podle vztahů vystižených v kapitole o pracovních diagramech. Ne každá řada výztuže musí dosáhnout ani meze kluzu, což je rozdíl oproti metodě mezní rovnováhy. Maximální napětí, tedy mez tahové pevnosti oceli, naopak dosáhne výztuž při předpokladu rostoucí horní větve a při přetvoření 10 ‰. Vypočtená napětí se vynásobí plochou výztuže, a máme síly od jednotlivých vrstev výztuže. To vše platí pro taženou i tlačенou výztuž.

Podle maximálního stlačení se pak dopočte také velikost tlakové síly betonu. Zde vstupuje do výpočtu volba diagramu betonu. V tento okamžik máme spočtené všechny síly působící v průřezu a můžeme je dát do rovnosti. Pokud nevyjde součet všech tlakových sil přibližně stejný jako součet všech tahových, musíme upravit hodnotu  $x$  a celý prozatímní výpočet zopakovat. Nová volba  $x$  už ale nebude tolik náhodná jako byla poprvé. Pokud nám vyjdou výrazně větší síly tlakové, signalizuje nám to, že výška tlačенé oblasti byla zvolena příliš velká a pro další iteraci ji tedy zmenšíme. Poměr vypočtených tlakových a tahových sil nám může napovědět, o kolik zhruba máme  $x$  změnit. Stejně tak, pokud vyjdou výrazně větší síly tahové, výšku tlačенé části průřezu zvětšíme, abychom zvětšili tlakovou sílu betonu a zároveň případně snížili protažení výztuže a tím i sílu v ní.

Tímto způsobem se přibližujeme tak dlouho, dokud přibližně neplatí rovnost tahových a tlakových sil. Pokud už takové  $x$ , splňující tuto podmínku, máme, můžeme přejít k výpočtu ramene vnitřních sil.

Ve skutečnosti můžeme tento krok vynechat a spočítat ohybový moment od všech sil v průřezu k jakémukoliv bodu, například k hornímu vláknu. Ohybový moment, který síly na svých ramenech k tomuto bodu vytváří, je pak také mezním momentem únosnosti průřezu  $M_{Rd}$ . Já však ve svých výpočtech vždy vypočítám působišťe výslednic tlakových a tahových sil, čímž získám také jejich rameno  $z$ . Moment únosnosti průřezu se tak dá graficky lépe znázornit. Jeho hodnota se spočte:

$$M_{Rd} = F_1 \cdot z = F_2 \cdot z$$

kde síly  $F_1$  respektive  $F_2$  značí výslednice tlakových respektive tahových sil v průřezu.

V další části své práce se již zaměřím na porovnávání výsledků z různých hledisek. Provedu výpočty momentů únosnosti na stejných průřezech podle různých předpokladů chování materiálů. Zhodnotím vliv volby těchto předpokladů a také vliv přidávání výztuže na výsledný moment únosnosti.