



# Úvod do navrhování poruchových oblastí ŽB kcí metodou příhradové analogie

Petr Bílý

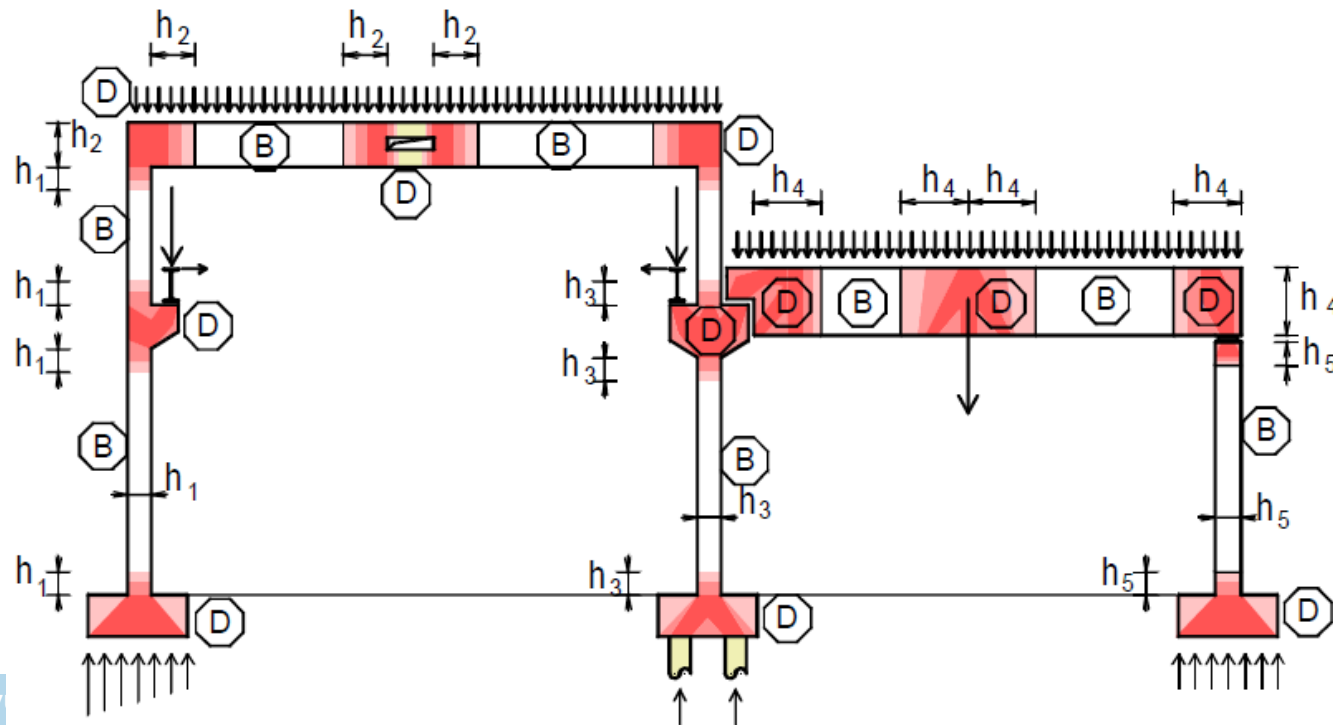
kancelář B731

e-mail: [petr.bily@fsv.cvut.cz](mailto:petr.bily@fsv.cvut.cz)

web: [people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1](http://people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1)

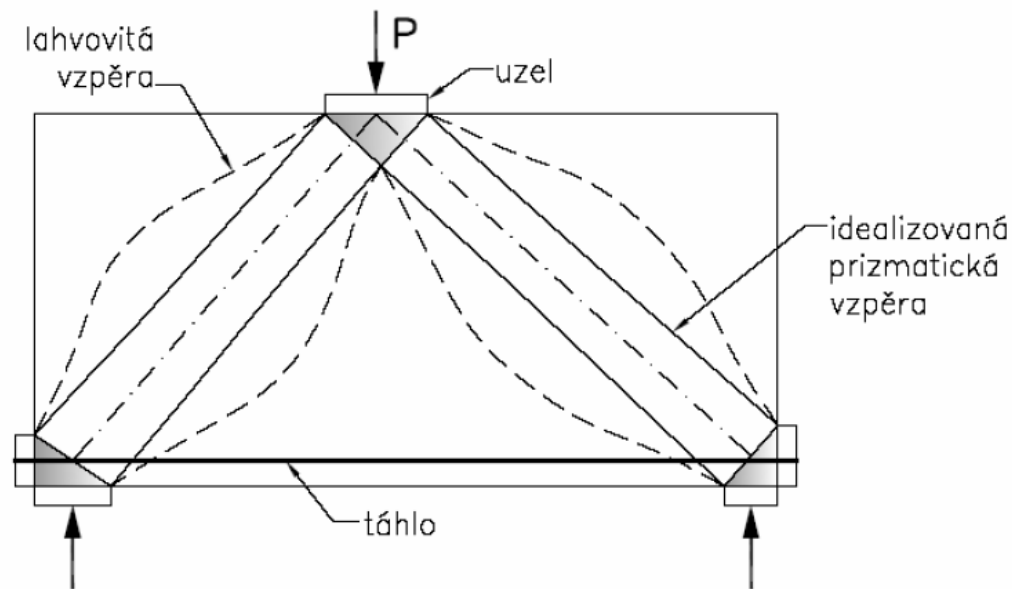
# Úvod

- Konstrukce se skládá z B-oblastí (Bernoulliovy, běžné) a D-oblastí (Discontinuity, poruchové)
- B-oblasti – analýza podle teorie pružnosti
- D-oblasti – rozdělení přetvoření není lineární



# Úvod

- Pro návrh D-oblastí lze využít modely náhradní příhradoviny (strut-and-tie method, STM)
- Základ metody: prof. Schlaich, TU Stuttgart (1984)
- Prvky STM modelu: táhla, vzpěry, uzly (styčníky)



Zdroj: [3]

[people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1/](http://people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1/)



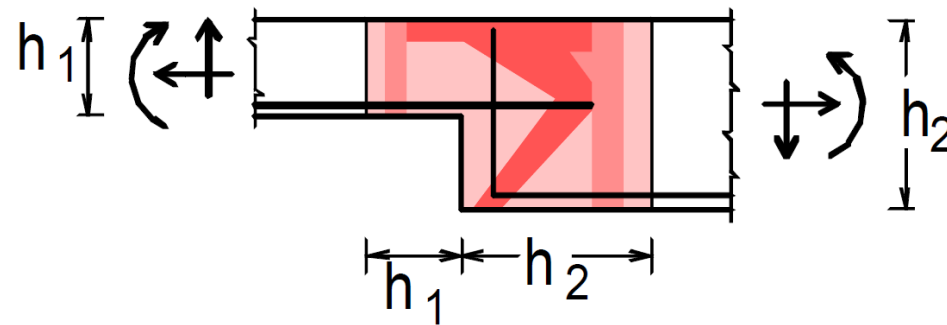
# Postup analýzy pomocí STM

1. Definovat hranice D-oblasti a okrajové podmínky
2. Zvolit vhodný STM model, stanovit ekvivalentní okrajové podmínky a určit prutové síly
3. Navrhnout výztuž táhel a její zakotvení
4. Ověřit rozměry a únosnost vzpěr a uzlů
5. Navrhnout uspořádání výztuže D-oblasti tak, aby byla zajištěna její dostatečná duktilita a aby byly dodrženy konstrukční zásady

Postup je velmi často **iterační**

# Hranice D-oblasti a okrajové podmínky

- St. Venantova hypotéza: *Lokální porucha vymizí ve vzdálenosti rovné výšce přilehlého průřezu*



Zdroj: [1]

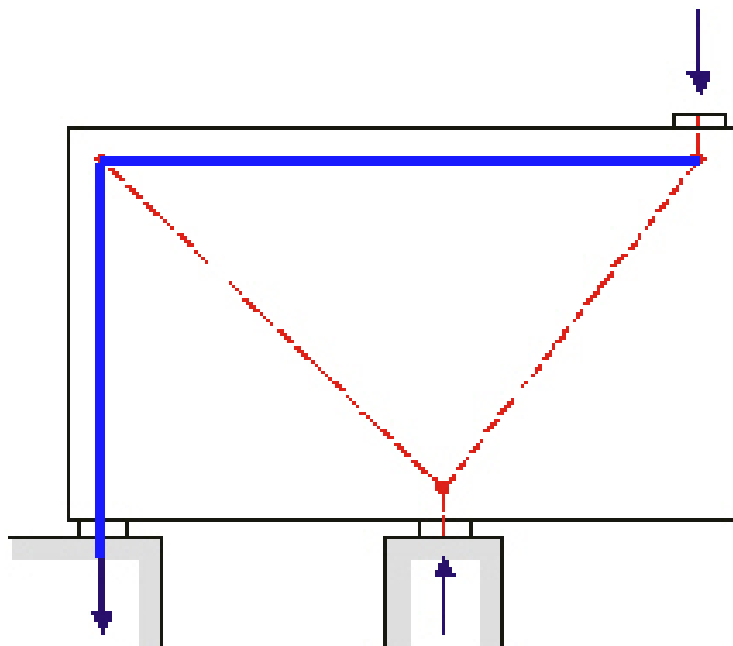
- Okrajové podmínky – vnitřní síly z oddělených částí konstrukce, popř. reakce
- Musí být zachována celková rovnováha

# Volba STM modelu

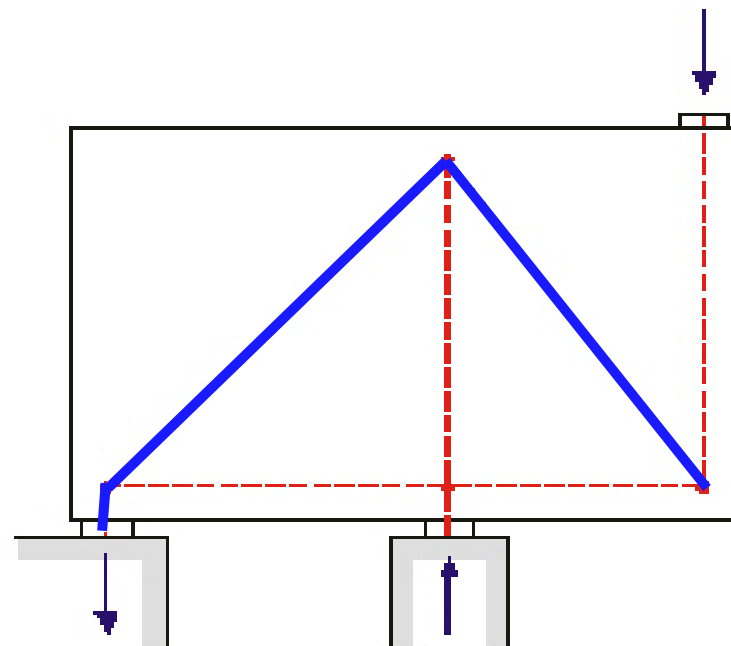
- Model volí inženýr
  - Zcela dle vlastního úsudku
  - Ověřené modely z literatury
  - Kombinace
- Vystižení skutečného působení kce – poloha a směr důležitých tlakových a tahových oblastí (odchylka od pomyslné výslednice hl. napětí max.  $15^\circ$ )
- Zatížení přenášeno do podpor nejjednodušší a nejkratší cestou
- Pro porušení kce musí být uvolněno minimální množství energie – minimalizace vzniku trhlin
- Úhel sevřený vzpěrou a táhlem  $25^\circ$ - $65^\circ$  (ideálně  $45^\circ$ )

# Volba STM modelu

- Většinou existuje více přijatelných modelů
- *Který model je vhodnější a proč?*



(a)

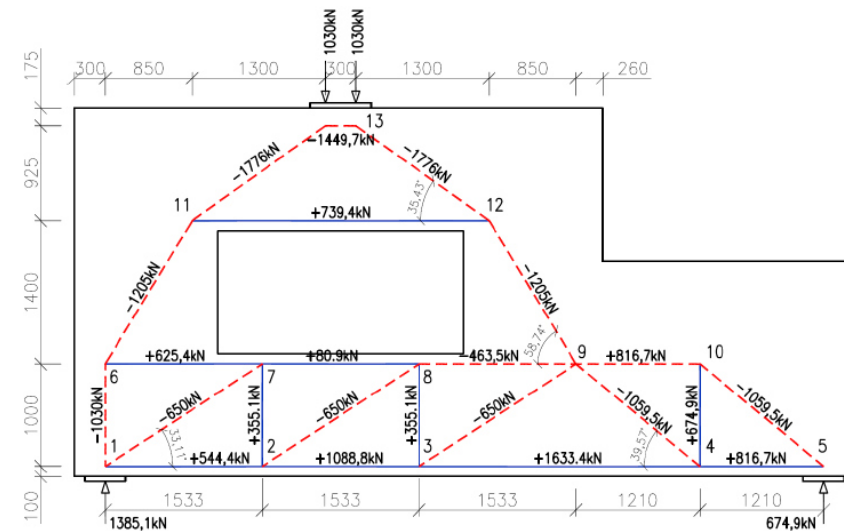
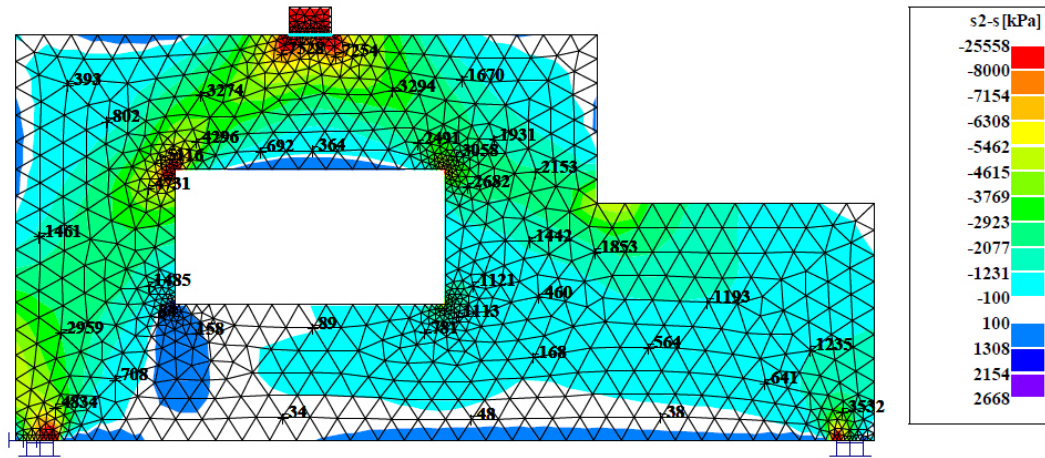


(b)

Zdroj: [8]

# Volba STM modelu

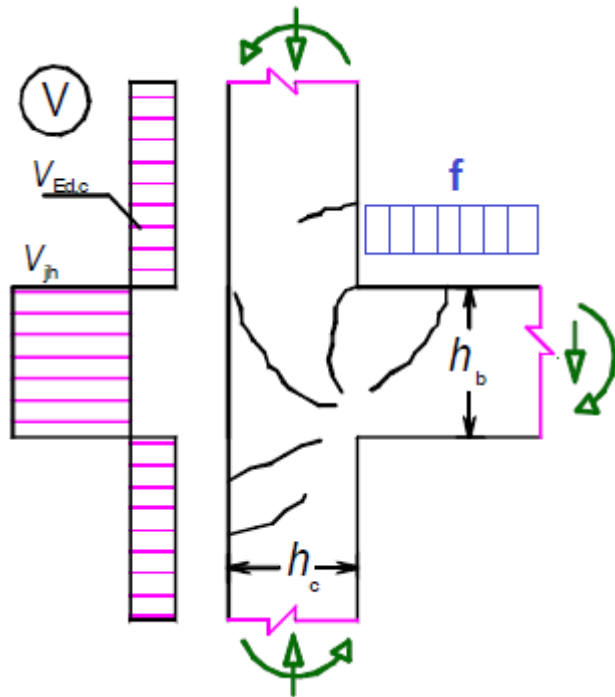
- Provést pružný výpočet => podle převládajících směrů a hodnot hlavních napětí sestavit STM



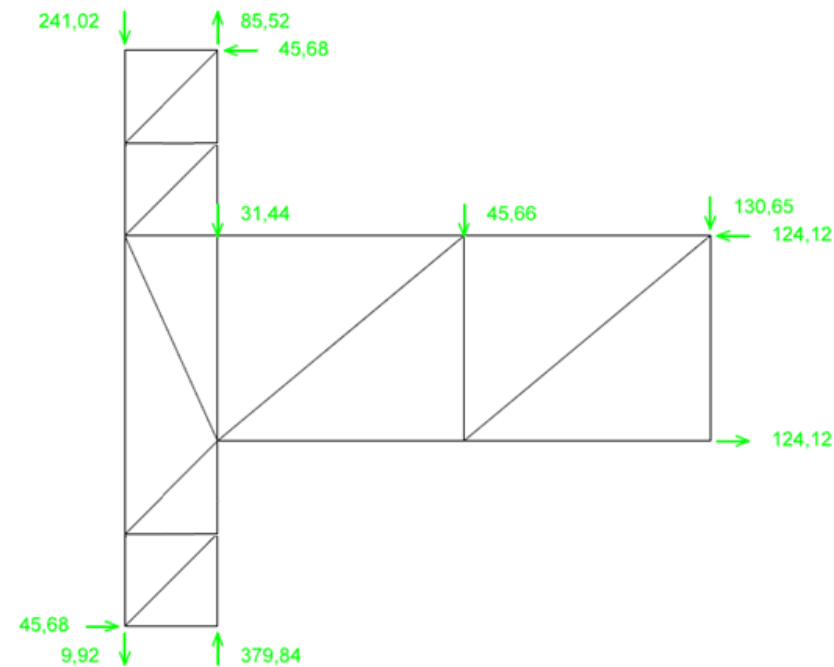


# Volba STM modelu

- Okrajové podmínky D-oblasti se transformují na bodové síly vnášené do modelu



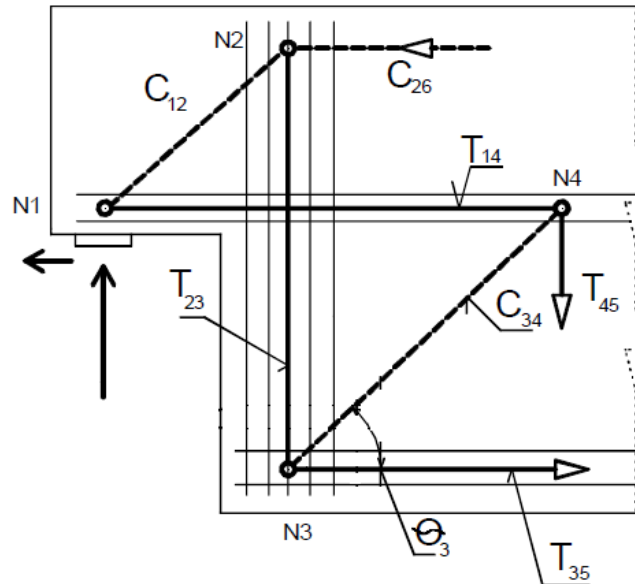
Zdroj: [1]



Zdroj: Radek Štefan

# Táhla

- Reprezentují výztuž, leží v ose výztuže



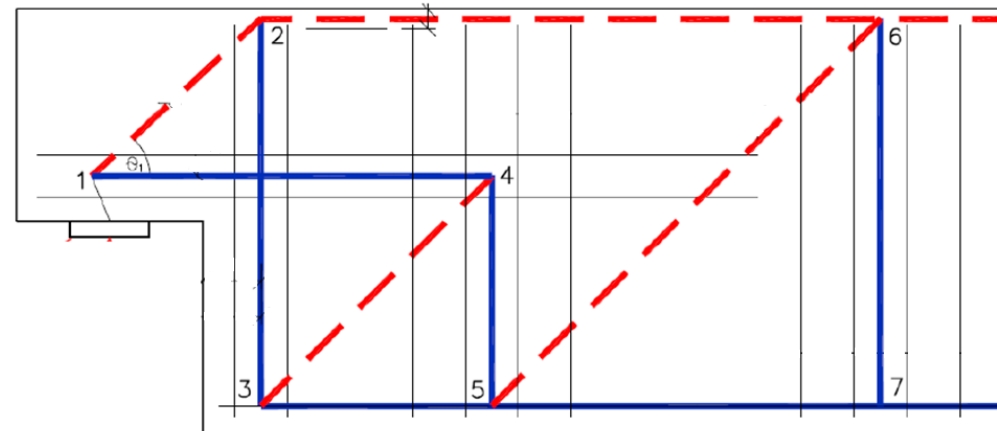
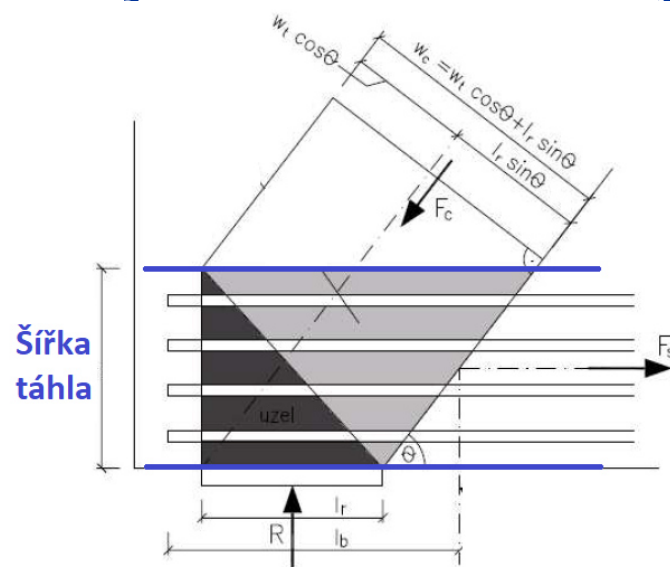
Zdroj: [1]

- Musejí odpovídat skutečnému vyztužení – kde bude v kci výztuž, je v modelu táhlo a naopak
- Mohou se křížit se vzpěrami a jinými táhly
- Křížení se vzpěrou – zohlednit změnu napětí

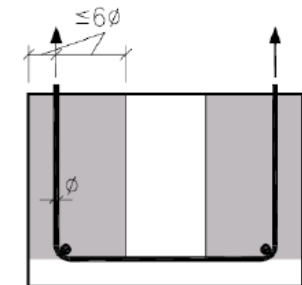
# Táhla

- Plocha výztuže táhla:  $A_S = T/f_{yd}$
- Šířka táhla: ke krajním prutům přičíst šířku krycí vrstvy nebo polovinu vzdálenosti od dalšího prutu
- Výztuž se rozděluje rovnoměrně po šířce táhla

Zdroj: [3]

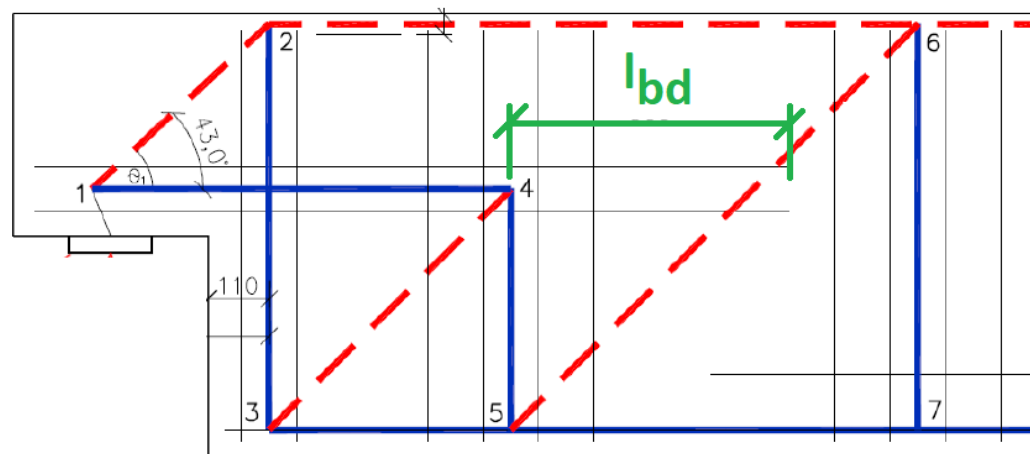


- „Hloubka“ táhla při velkých roztečích prutů:



# Kotvení táhel

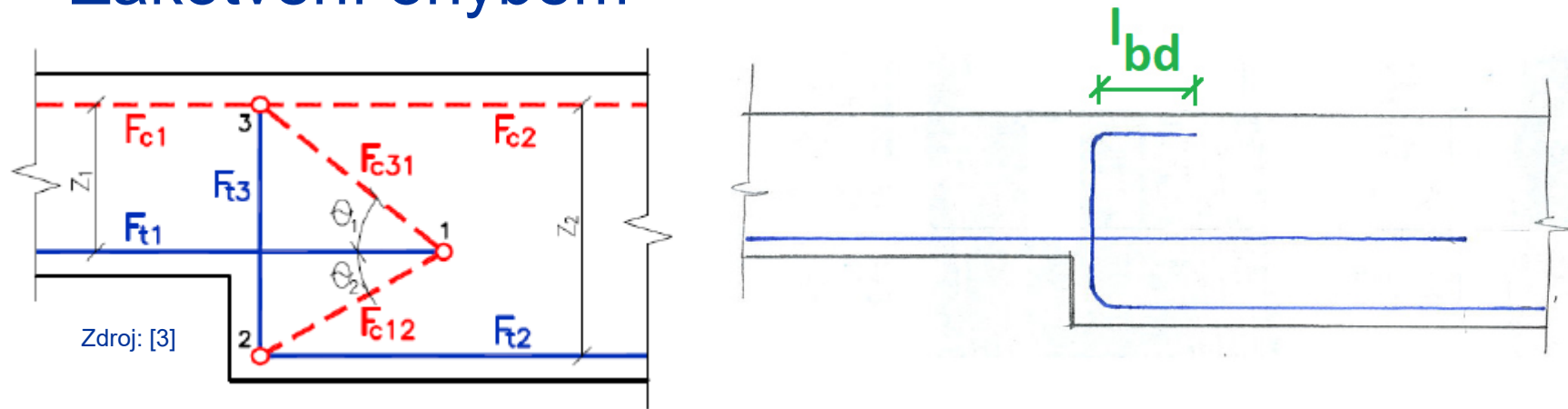
- Často kritický bod návrhu
- Zakotvit za styčnickem na kotevní délku dle Eurokódu
- Výhodné přesnější stanovení hodnot  $\sigma_{sd}$  a  $\alpha_i$
- V místě tlačných ložisek lze kotvit od líce ložiska
- Přímé zakončení



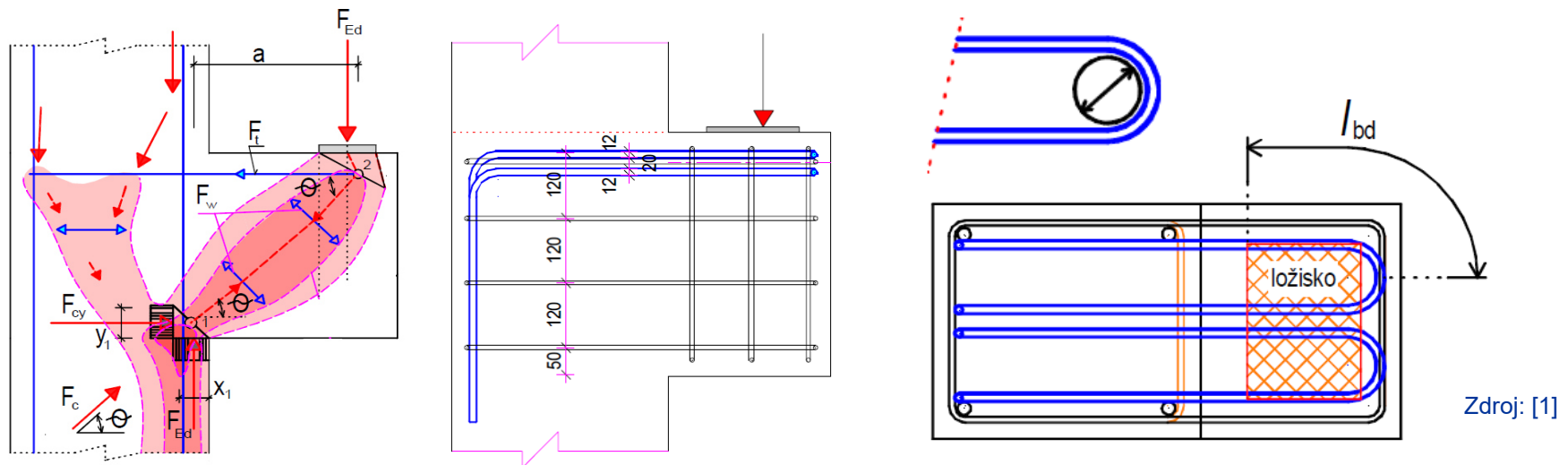
Zdroj: [3]

# Kotvení táhel

- Zakotvení ohybem

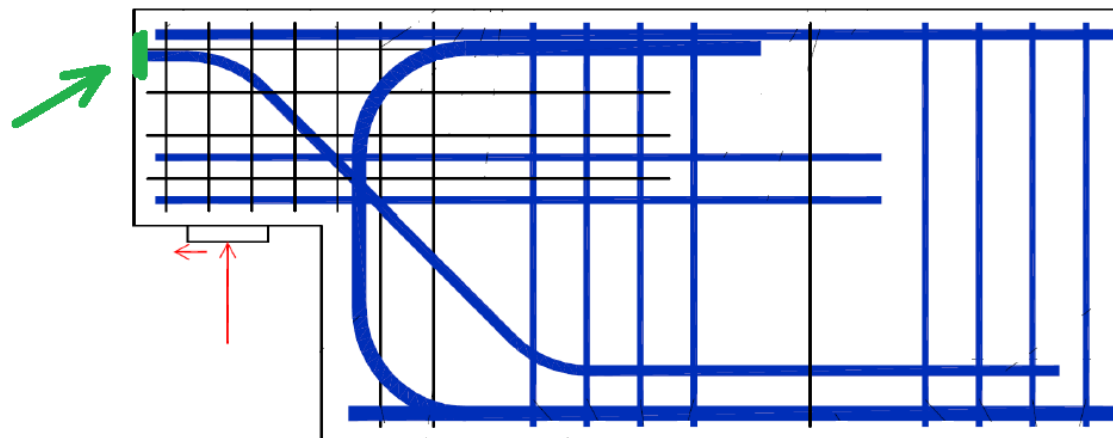


- Zakotvení smyčkou – dodržet poloměry ohýbání



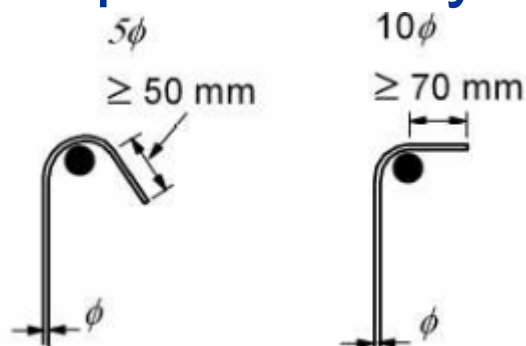
# Kotvení táhel

- Kotevní deska – kontrola drcení betonu a příčných tahů pod deskou



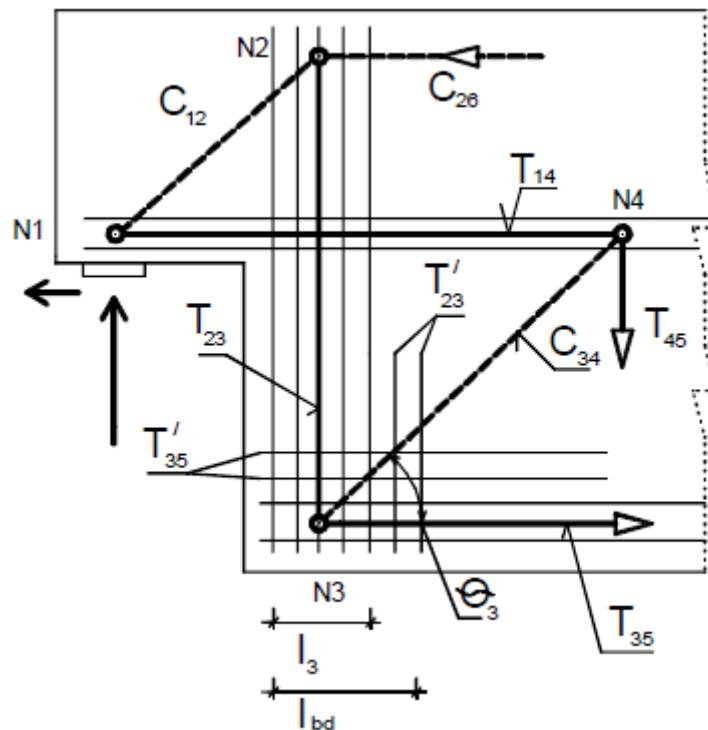
Zdroj: [3]

- Kotvení třmínek – pomocí ohybů a háků dle EC2



# Kotvení táhel

- Doplnění výztuže rozšiřující styčník

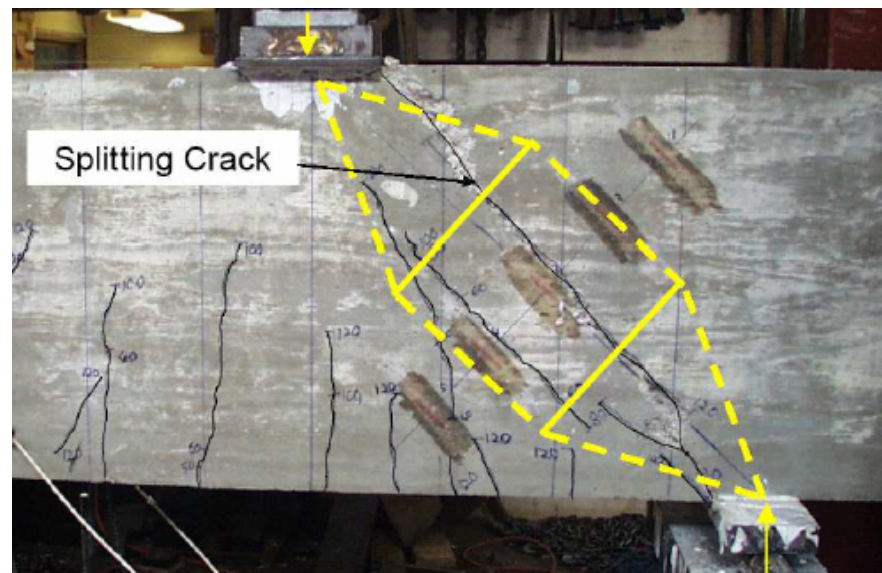


$$T'_{23} = \frac{l_{bd} - l_3}{l_{bd}} T_{23} \quad \text{a} \quad T'_{35} = \frac{l_{bd} - l_3}{l_{bd}} T_{35}$$

Zdroj: [1]

# Vzpěry

- Reprezentují tlačný beton
- Přibližně rovnoběžné se směrem očekávaných trhlin od příčných tahů



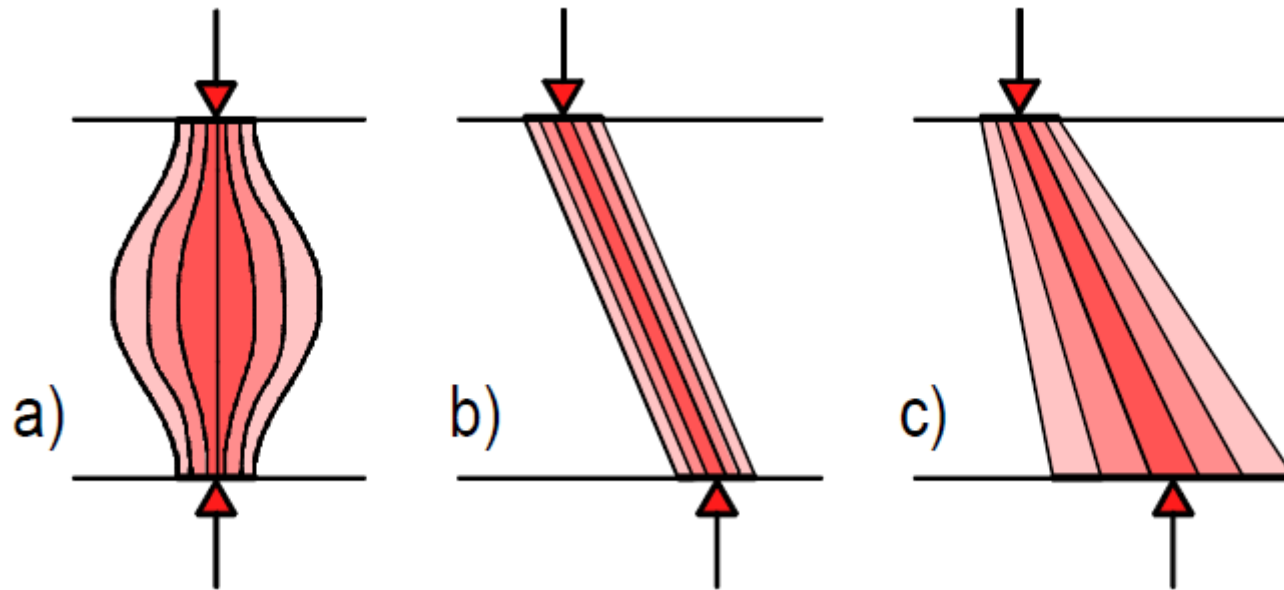
Zdroj: [3]

- Nesmějí se křížit s jinými vzpěrami (přetížení)



# Vzpěry

- Tvary vzpěr: lahvovitá, přímá, vějířovitá

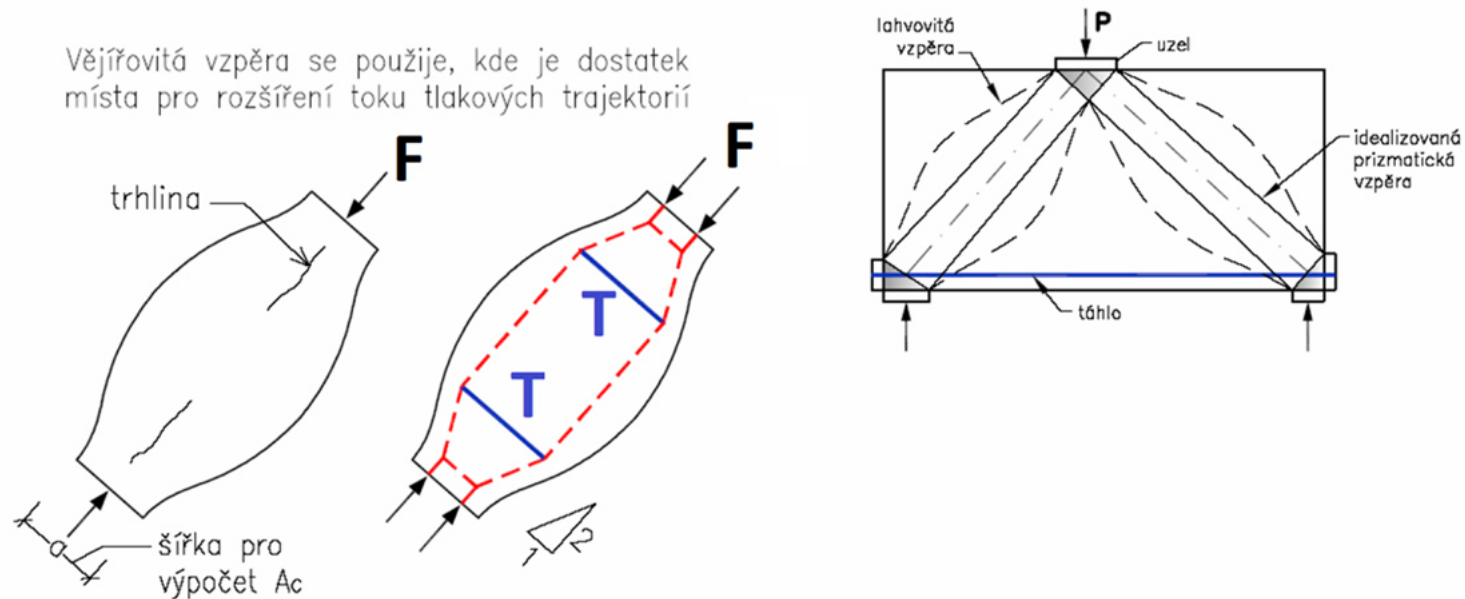


Zdroj: [1]

- Při výpočtech se uvažuje konstantní napětí po celé šířce daného průřezu vzpěry

# Vzpěry

- V modelech obvykle primárně přímé vzpěry
- Většina vnitřních vzpěr reálně lahvovitý tvar => nutno dodatečně zohlednit příčné tahy



Zdroj: [3]

- Zjednodušení pro běžné konstrukce pozemních staveb:  $T = 0,22F$ , ve čtvrtinách délky

# Vzpěry

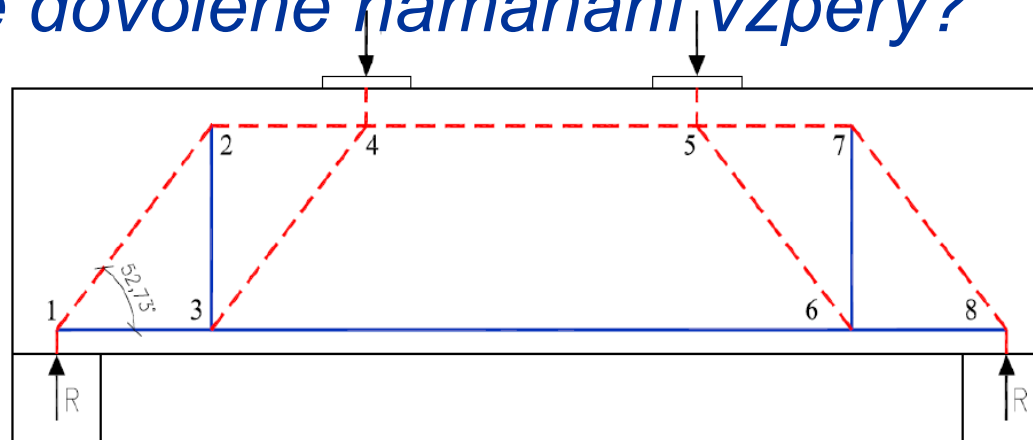
- Působící napětí na konci vzpěry:  $\sigma_c = F/A_c$
- Maximální dovolené napětí na konci vzpěry:
  - Oblasti s příčným tlakovým namáháním nebo bez příčného namáhání:

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd}$$

- Oblasti s příčným tahovým namáháním (s trhlinami):

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6v f_{cd} \quad v = (1 - f_{ck}/250)$$

- *Kde bude jaké dovolené namáhání vzpěry?*



Zdroj: [3]

# Vzpěry

- Součinitele se liší dle normy
- Zde dle EC2
- Nekombinovat!!!

Zdroj: [4]

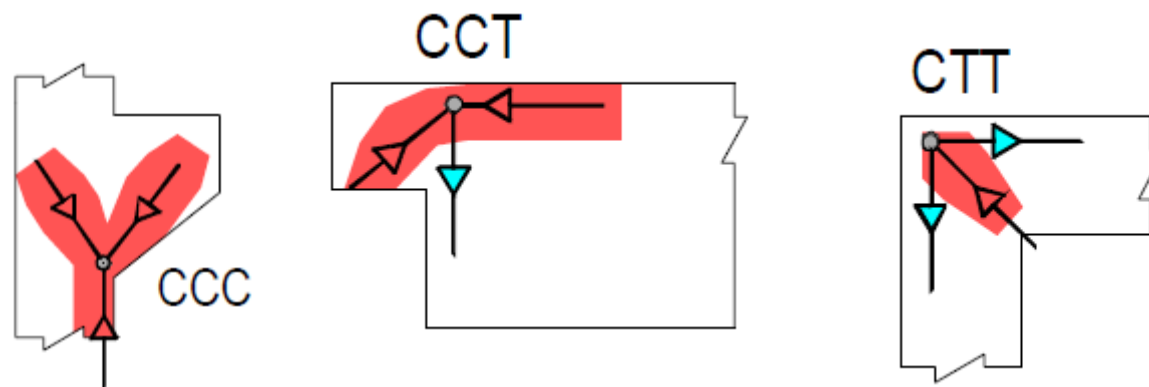
[people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1/](http://people.fsv.cvut.cz/www/bilypet1/)

Table 4-3: Specified tie strengths, node strengths, and  $\alpha_s^{-1}$  for each design specification.

Specification	Min. $\alpha_s^{-1}$ (deg.)	Tie Nominal Capacity	Node Compressive Stress
AASHTO LRFD	-	$f_y A_{st} + A_{ps} [f_{pe} + f_y]$  (§ 5.6.4.3.1)	CCC: $0.85f'_c$ CCT: $0.75f'_c$ CTT: $0.65f'_c$  (§ 5.6.3.5)
ACI 318-05	$\alpha_s \geq 25$  (§ A.2.5)	$A_{st} f_y + A_{ps} [f_{se} + \Delta f_p]$  (§ A.4)	$.85\beta_n f'_c$ CCC: $\beta_n = 1.0$ CCT: $\beta_n = 0.8$ CTT: $\beta_n = 0.6$ (§ A.5)
CSA A23.3	-	$f_y A_{st}$  (§ 11.4.3.1)	CCC: $0.85f'_c$ CCT: $0.75f'_c$ CTT: $0.65f'_c$ (§ 11.4.4.1)
CSA-S6-06	-	$f_y A_{st} + f_{ps} A_{ps}$  (§ 8.10.4.1)	CCC: $\alpha_s \psi f'_c$ CCT: $0.88\alpha_s \psi f'_c$ CTT: $\alpha_s f'_c$ (§ 8.10.5.1)
NZS 3101	$\alpha_s \geq 25$  (§ A4.5)	$A_{st} f_y + A_{ps} [f_{se} + \Delta f_p]$  (§ A6.1)	$.85\beta_n f'_c$ CCC: $\beta_n = 1.0$ CCT: $\beta_n = 0.8$ CTT: $\beta_n = 0.6$ (§ A7.2)
DIN 1045-1*	$\alpha_s \geq 45$  (§ 10.6.3)	$f_{yd}$ Max Stress of Tie $f_{p0.1k}/\gamma_s$ Max Stress in Prestressing Tie  (§ 10.6.2)	$1.1 \eta_1 f_{cd}$ CCC Nodes $0.75 \eta_1 f_{cd}$ CCT and CTT Nodes with $\theta_s \geq 45$ $\eta_1 = 1.0$ for normal weight concrete $\eta_1 = 0.4 + 0.6(\rho/2200)$ for lightweight concrete (§ 10.6.3)
CEB-FIP Model Code 90*	$\alpha_s \approx 60$ $\alpha_s \geq 45$  (§ 6.8.1)	Max Stress of Tie $f_{ytd}$  Max Stress in Prestressing Tie $f_{psd,net} = 0.9f_{pk}/\gamma_s - \sigma_{da} \leq 600$ MPA  (§ 6.8.1.1 and 6.2.4)	CCC and CCT or CTT with $\theta_s \geq 55$ $0.85 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd}$  CCT and CTT $0.60 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd}$ (§ 6.9.2.1 and 6.2.2.2)
1999 FIP Recommendations	-	$A_s f_{yd} + A_{ps} f_{psd}$  (§ 5.2)	CCT and CTT $v_2 f_{1cd}$ , where $v_2 = 0.85$  CCC Biaxial compression $1.20f_{1cd}$ Triaxial compression $3.88f_{1cd}$ (§ 5.6)

# Styčníky

- Styky táhel a vzpěr
- CCC – pouze vzpěry
- CCT – vzpěry + táhla kotvená v jednom směru
- CTT – vzpěry + táhla kotvená ve více směrech



Zdroj: [1]

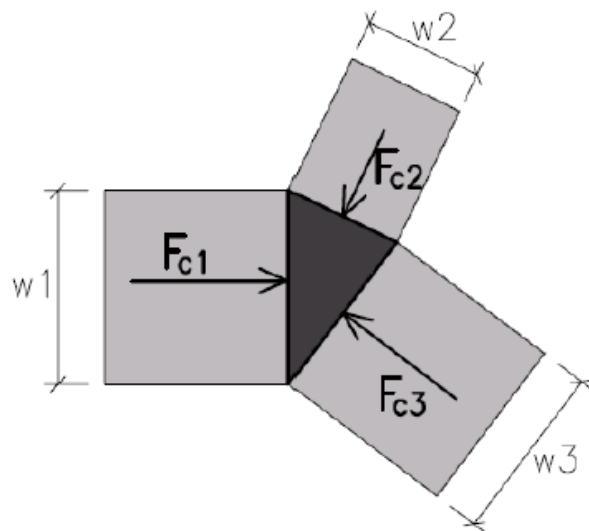
- Pro posouzení dovoleného namáhání se vždy uvažuje nejmenší (kolmý) rozměr styčnicku ve směru daného prutu

# CCC styčníky

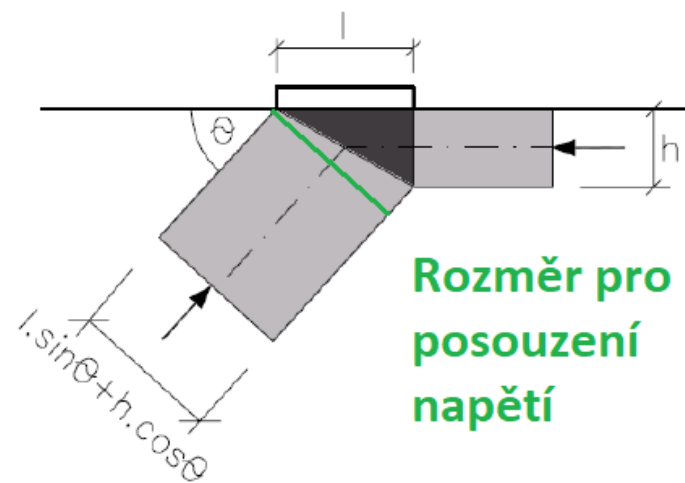
- Maximální dovolené namáhání na hraně styčníku:

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0v f_{cd}$$

- Hydrostatické namáhání – stejné napětí na všech hranách styčníku
- Nehydrostatické – např. je-li rozměr dán ložiskem



$$\frac{F_{c1}}{w_1} = \frac{F_{c2}}{w_2} = \frac{F_{c3}}{w_3} = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$$



$$\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$$

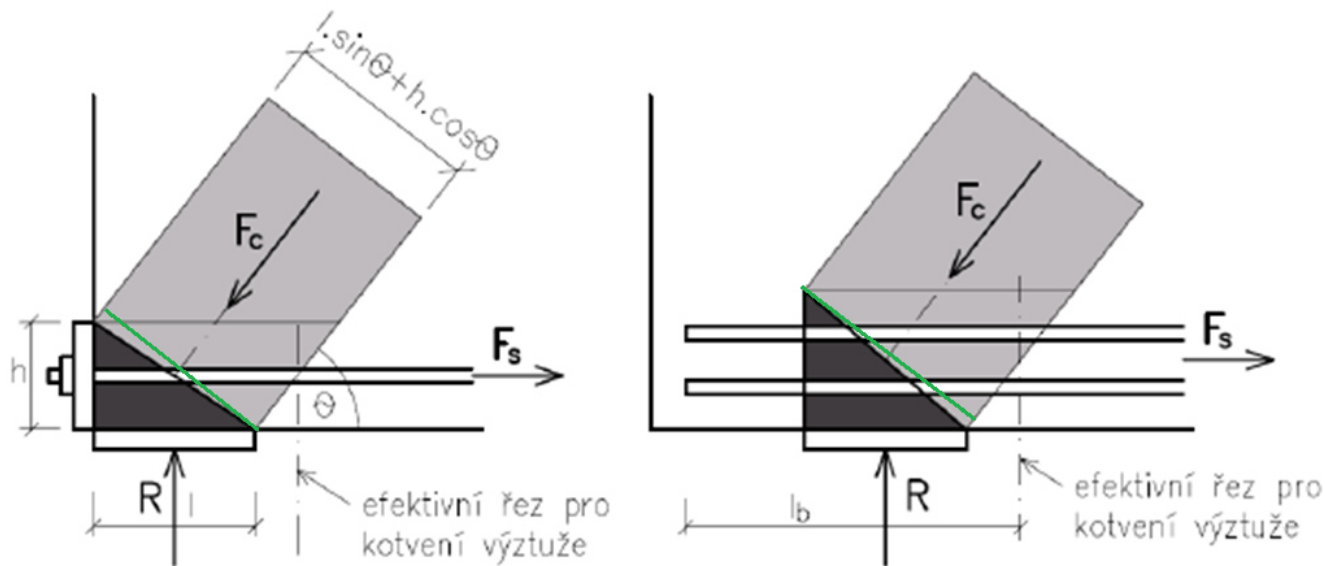
# CCT styčníky

- Maximální dovolené namáhání na hraně styčníku:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,85v f_{cd}$$

- Velikost je dána

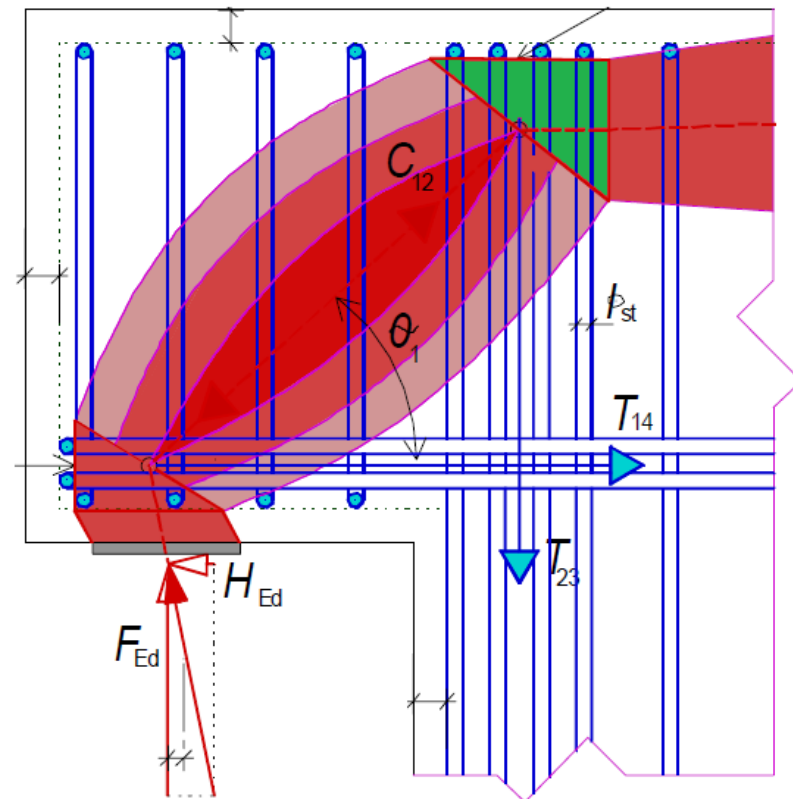
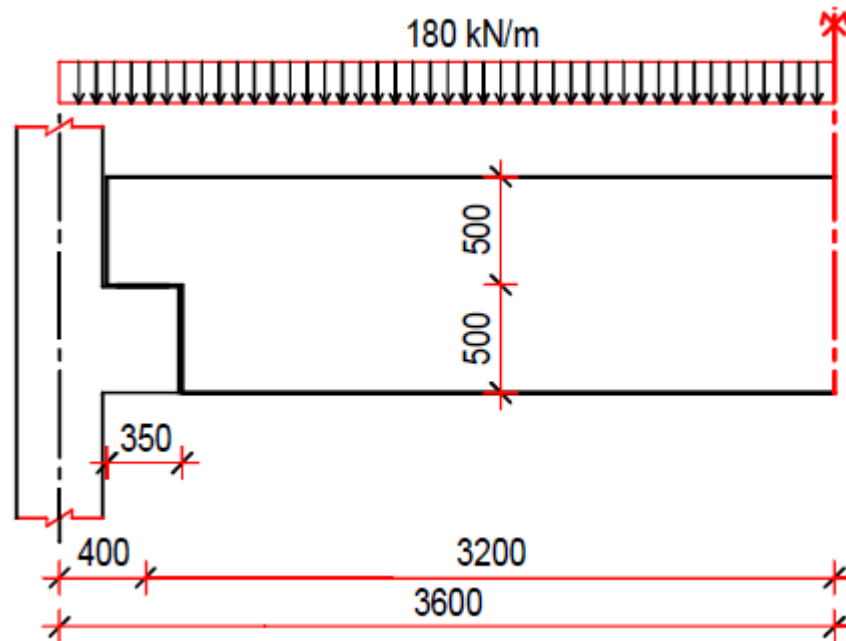
- Velikostí podpory či oblasti vnášení vnějšího zatížení
- Šířkou táhla či kotvy



Zdroj: [3]

# CCT styčníky

- Přímé uložení – opření vzpěr až do líce prvku
- Nepřímé uložení – opření vzpěr pouze dovnitř oblasti uzavřené táhlem (třmínky)

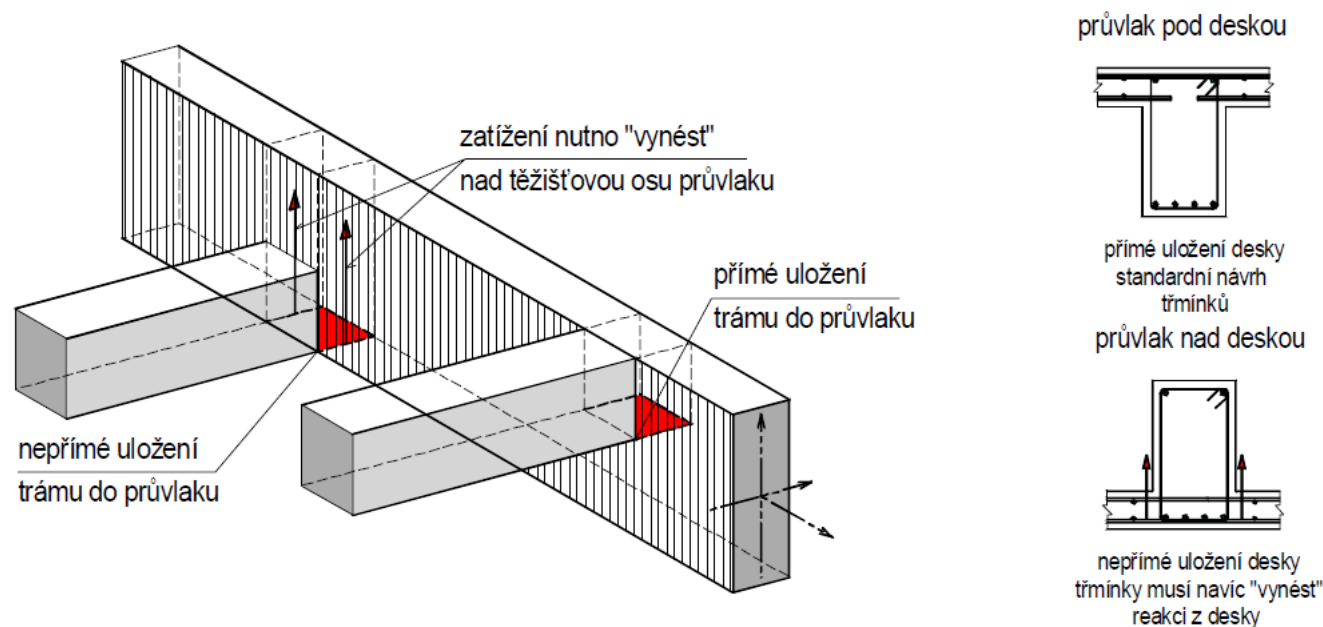


Zdroj: [1]



# CCT styčníky

- Nepřímé uložení – reakce z vynášeného prvku se vnáší pod těžišťovou osou vynášecího prvku



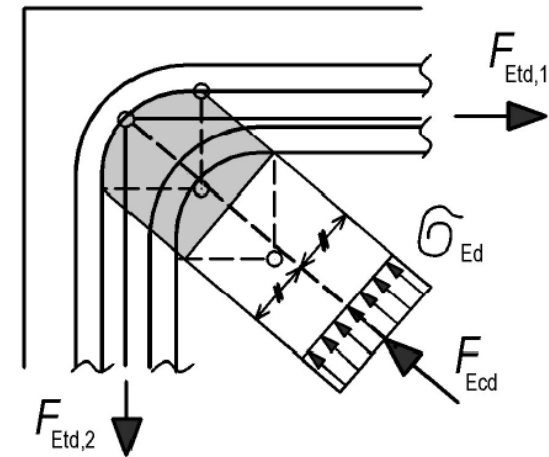
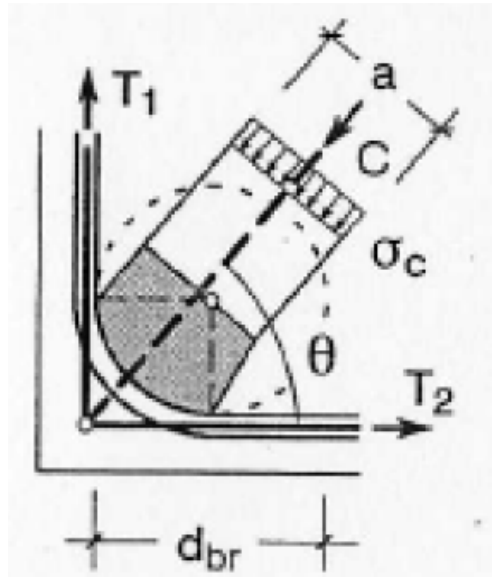
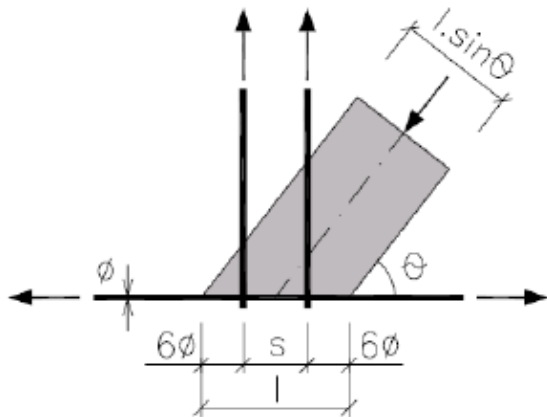
Zdroj: [1]

# CTT styčníky

- Maximální dovolené namáhání na hraně styčníku:

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75v f_{cd}$$

- Velikost je dána
  - Šířkou táhla
  - Průměrem ohybu táhla



Zdroj: [3,1]

# Konstrukční vyztužení D-oblasti

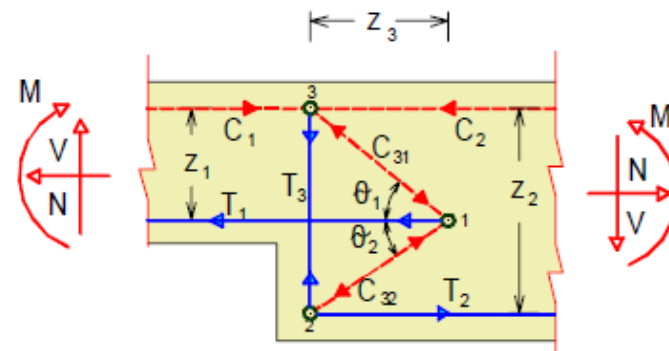
- Omezení šířky trhlin
- Zajištění dostatečné duktility
- $A_s \geq 0,003A_c$  při obou površích
- Maximální vzdálenost prutů 250 mm
- Pro určité detaily mohou být další požadavky – viz dále, viz literatura



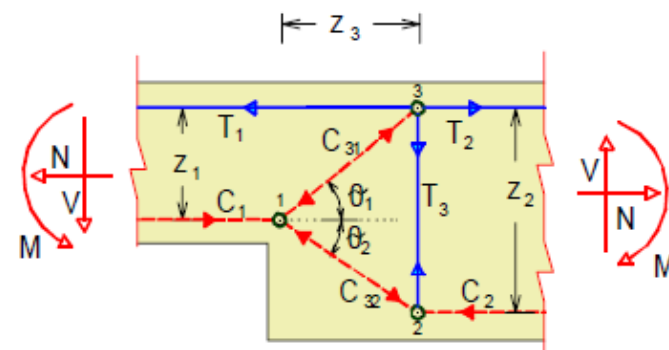
Domácí cvičení:  
Návrh oblasti s náhlou změnou  
výšky průřezu pomocí STM

# Volba STM

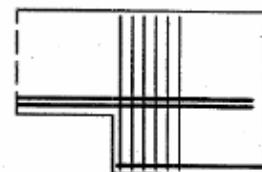
- Zadání a vzorový příklad – web



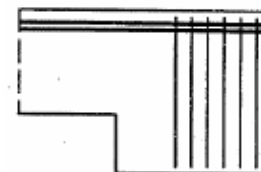
obr. 2.17 Změna výšky průřezu s dolními taženými vlákny



obr. 2.18 Změna výšky průřezu s horními taženými vlákny



a) změna s dolními taženými vlákny

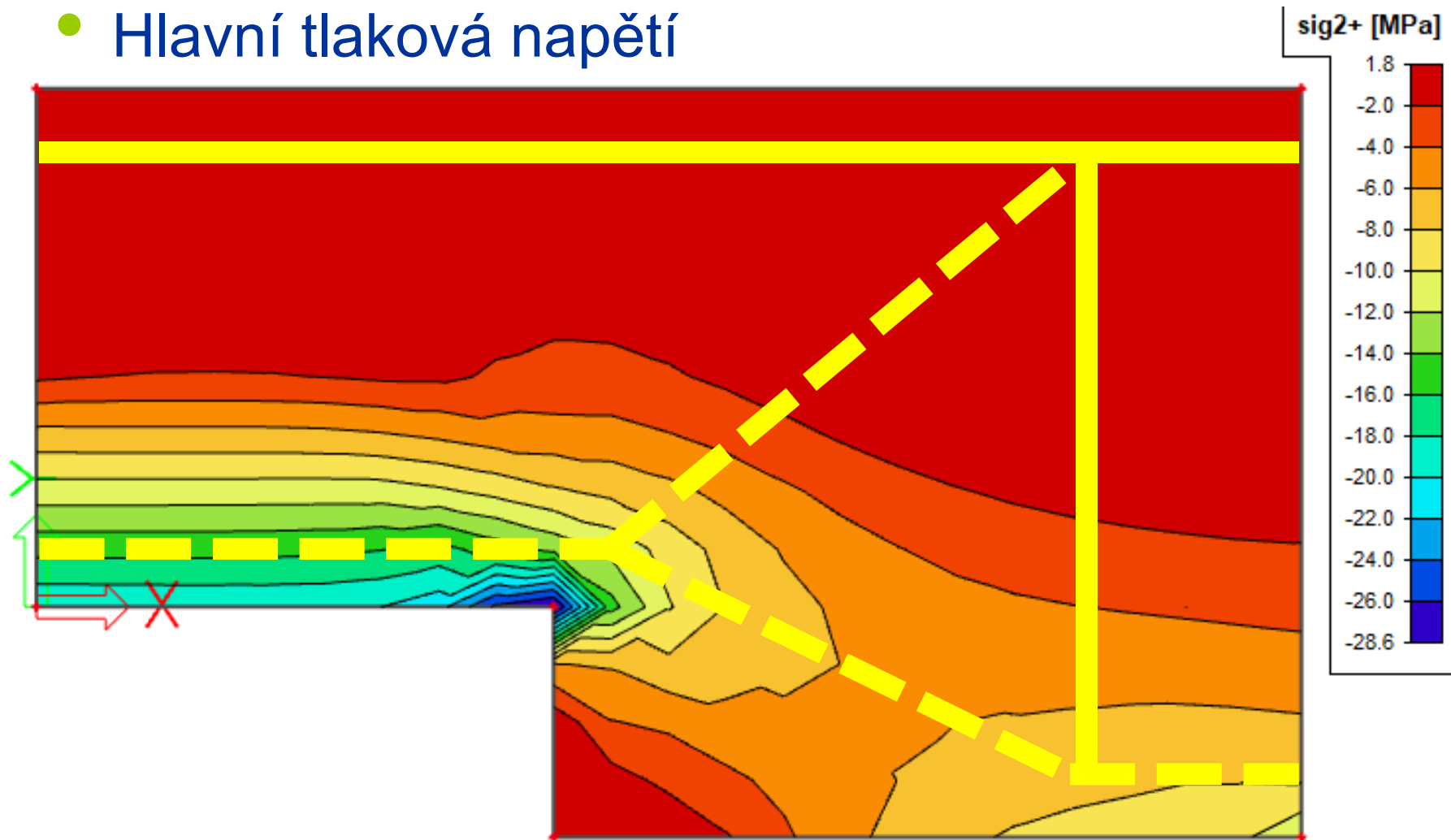


b) změna s horními taženými vlákny

Zdroj: [1]

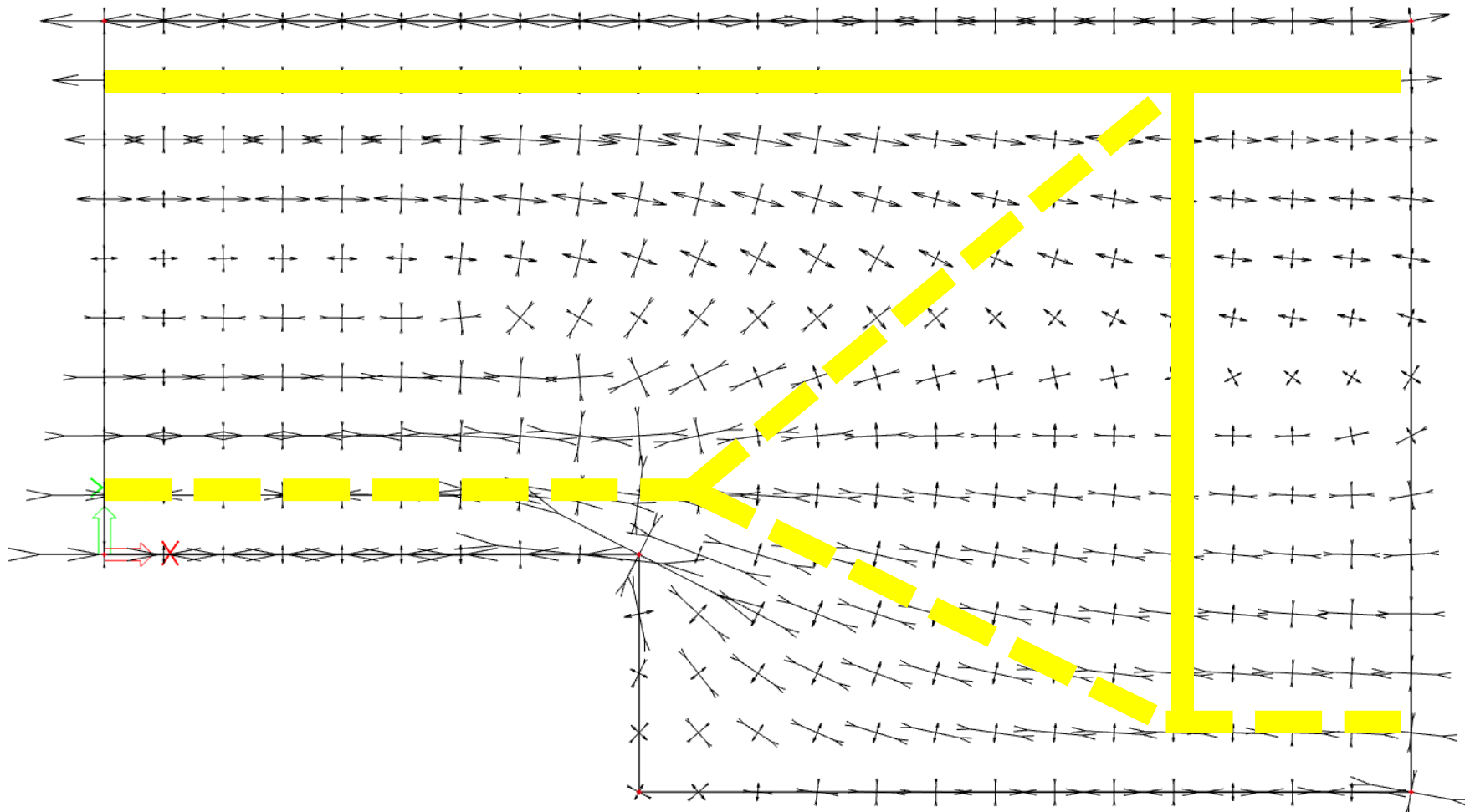
# SCIA

- Hlavní tlaková napětí



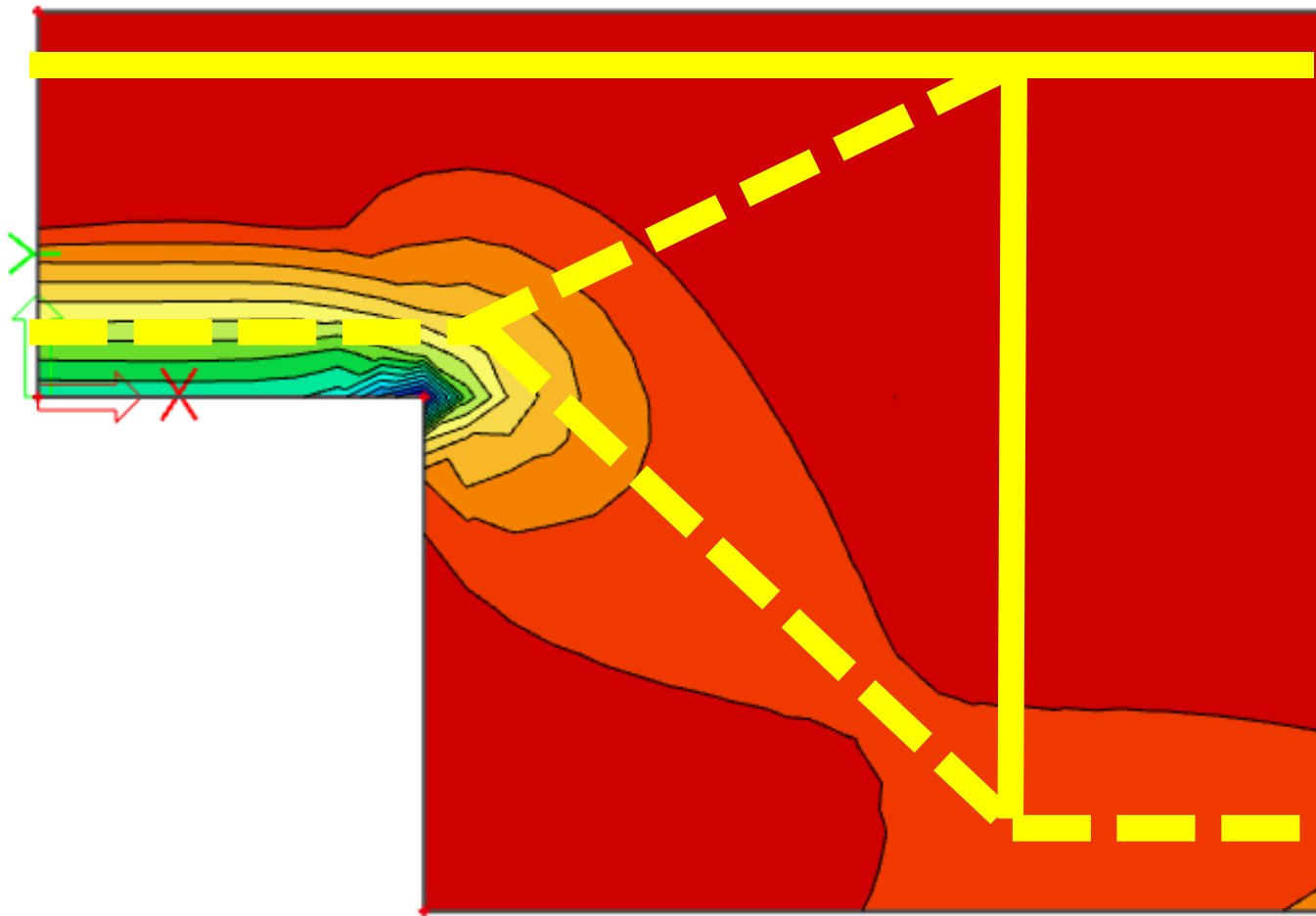
# SCIA

- Hlavní napětí - trajektorie



# SCIA

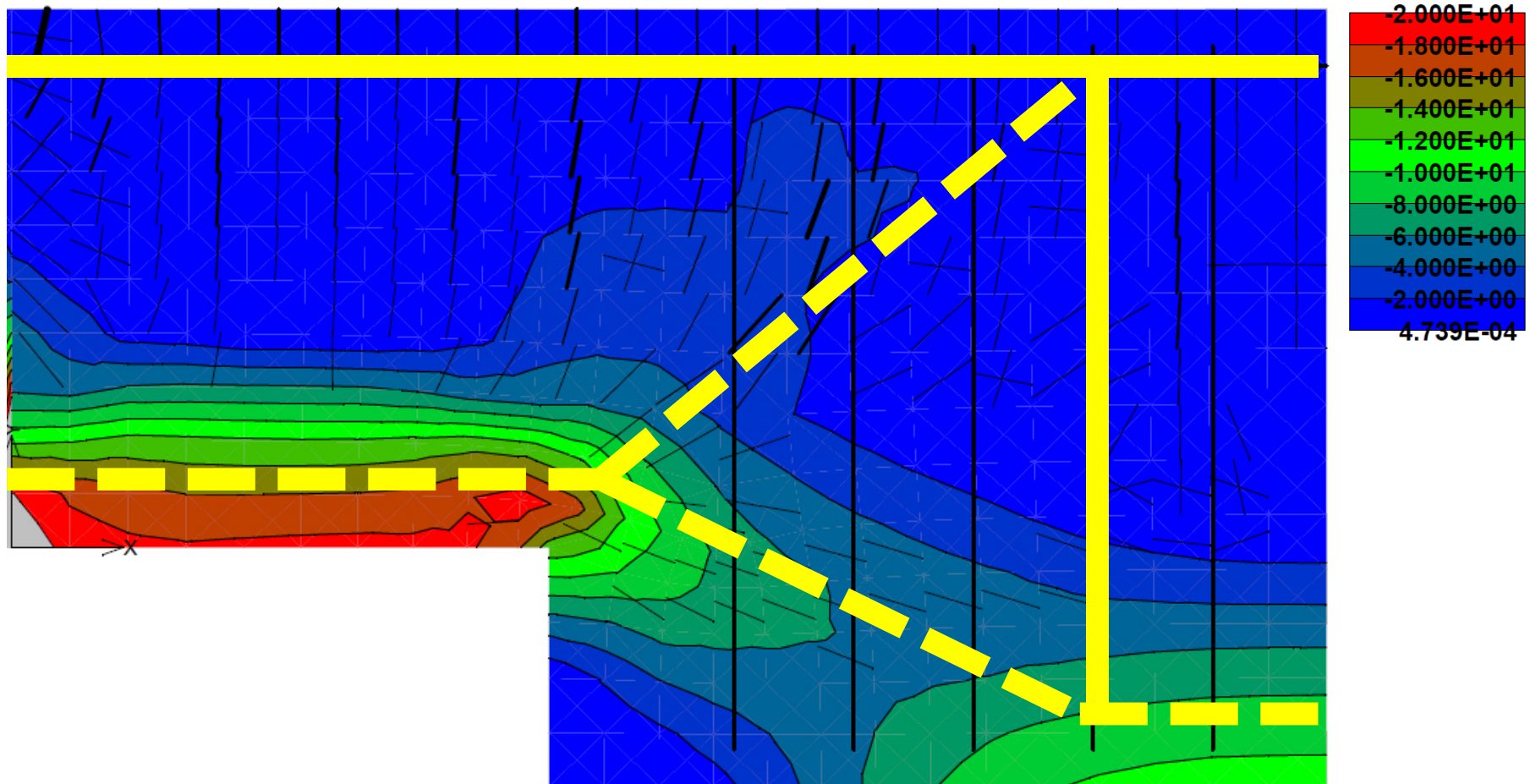
- Hlavní tlaková napětí – velký rozdíl výšek





# ATENA 2D

- Hlavní tlaková napětí, výztuž, trhliny



# Literatura pro podrobnější studium

- [1] Kohoutková, A., Procházka, J., Šmejkal, J.: Modelování a vyztužování betonových prvků – Lokální modely železobetonových konstrukcí. Česká technika – nakladatelství ČVUT, Praha, 2013.
- [2] Reineck, K.-H.: Examples for the Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, USA, 2002.
- [3] Semrád, K., Szücs, C.: Řešené příklady betonových konstrukcí pomocí příhradové analogie. ČVUT v Praze, 2013. Dostupné online: [http://concrete.fsv.cvut.cz/projekty/pdf/frvs2009/Prihradova\\_analogie\\_a\\_resene\\_priklady.pdf](http://concrete.fsv.cvut.cz/projekty/pdf/frvs2009/Prihradova_analogie_a_resene_priklady.pdf)
- [4] Martin, B.T.: Verification and Implementation of Strut-and-Tie Model in LRFD Bridge Design Specifications. University of Nevada Reno, 2007. Dostupné online: [http://onlinepubs.trb.org/onlinepubs/archive/NotesDocs/20-07\(217\)\\_FR.pdf](http://onlinepubs.trb.org/onlinepubs/archive/NotesDocs/20-07(217)_FR.pdf)
- [5] Fu, C.C.: The strut-and-tie model of concrete structures. University of Maryland, 2001. Dostupné online: [http://www.academia.edu/15837691/THE\\_STRUT-AND-TIE\\_MODEL\\_OF\\_CONCRETE\\_STRUCTURES](http://www.academia.edu/15837691/THE_STRUT-AND-TIE_MODEL_OF_CONCRETE_STRUCTURES)
- [6] Kohoutková, A., Vašková, J.: Zavádění EN 1992: „Navrhování betonových konstrukcí“ do praxe – Poruchové oblasti. BETON TKS 6/2004, s. 32 – 36. Dostupné online: [http://www.betontks.cz/sites/default/files/2004-6-55\\_0.pdf](http://www.betontks.cz/sites/default/files/2004-6-55_0.pdf)
- [7] Šmejkal, J., Procházka, J.: Navrhování stěnových nosníků s použitím modelů náhradní příhradoviny. BETON TKS 6/2010, s. 52 – 59. Dostupné online: [http://www.betontks.cz/sites/default/files/2010-6-52\\_0.pdf](http://www.betontks.cz/sites/default/files/2010-6-52_0.pdf)
- [8] Kuchma, D.: Strut-and-Tie Resource Web Site. Dostupné online: [https://web.archive.org/web/20070707094813/http://www.cee.uiuc.edu:80/kuchma/strut\\_and\\_tie/](https://web.archive.org/web/20070707094813/http://www.cee.uiuc.edu:80/kuchma/strut_and_tie/)