

# NAVŘH VÝZTUŽE D-OBLASTI - NÁHLÁ ZMĚNA VÝŠKY PRŮŘEZU

①

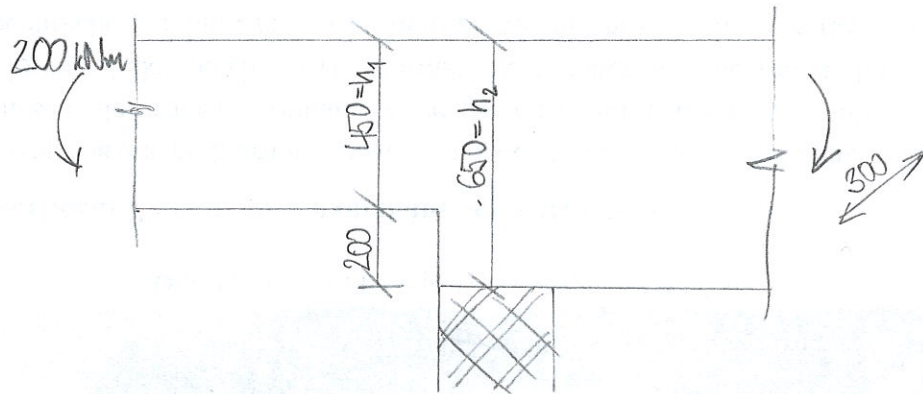
Pomůcka pro předmět Modelování a vyztužování BK (133YMVB)

Vypracoval: Petr BILÝ

## PŘÍKLAD 1

Navrhněte výztuž D-oblasti na přechodu mezi dvěma trávami různých výšek. Kritický průřez je namáhán záporným ohybovým momentem  $M_{Ed} = 200 \text{ kNm}$ . Šířka obou tráv je  $300 \text{ mm}$ . Uvažujte beton třídy C30/37, krytí  $25 \text{ mm}$ .

Schéma konstrukce (1:20)



## Materiály

Beton C30/37  $\rightarrow f_{cd} = 20 \text{ MPa}$ ,  $f_{ctd} = 1,33 \text{ MPa}$ ,  $\nu = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,88$

Ocel B500B  $\rightarrow f_{yd} = 435 \text{ MPa}$

Krytí  $25 \text{ mm}$

Max. napětí: CCC :  $\sigma_{Rd,ccc} = 1,0 \nu f_{cd} = 17,6 \text{ MPa}$

CCT :  $\sigma_{Rd,cct} = 0,85 \nu f_{cd} = 15,0 \text{ MPa}$

CTT :  $\sigma_{Rd,ctt} = 0,75 \nu f_{cd} = 13,2 \text{ MPa}$

Vzpera v tažené oblasti:  $\sigma_{Rd,ctr} = 0,6 \nu f_{cd} = 10,6 \text{ MPa}$

## Literatura :

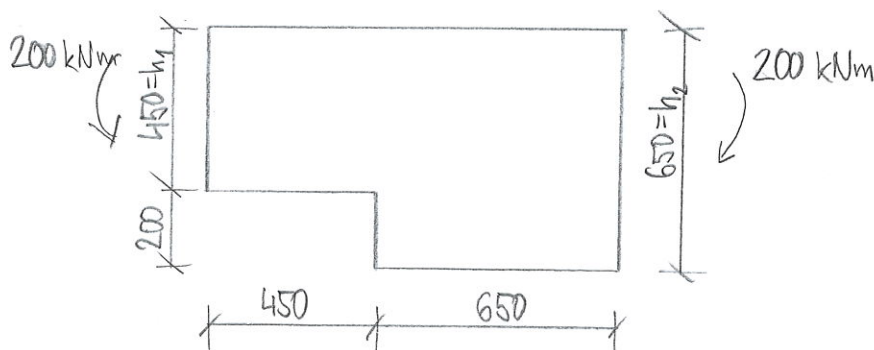
[1] Kohoutková, Procházková, Šmejkal: Modelování a vyztužování betonových prvků - lokální modely ŽB kol. ČVUT, 2013.

[2] ČSN EN 1992-1-1 Eurokód 2: Navrhování betonových kol - část 1-1. ÚNMZ, 2011.

## KROK 1: HRANICE D-OBLastI A OKRAJOVÉ PODMÍNKY

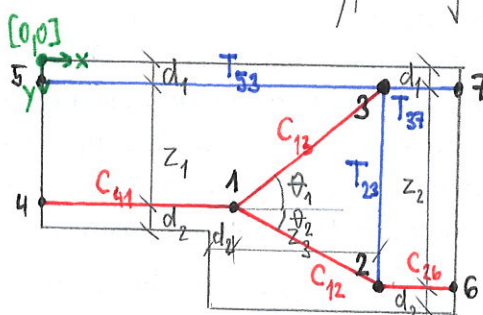
(2)

Podle St. Venantovy hypotézy lokální porucha vymizí ve vzdálenosti rovné výšce příslušného průřezu. Okrajové podmínky vyplynou z podmínek rovnováhy. Rozhodující silou pro návrh je ohybový moment. Pro jednoduchost vvažujeme podepření zděnou konstrukcí, která nepřebírá část ohybového momentu.



## KROK 2: MODEL NÁHRADNÍ PŘÍHRADOVINY A VNITŘNÍ SÍLY

Volíme model dle [1] str. 33. Pro výpočet je nutno určit polohy středů tlahů



1: [515, 385]

2: [905, 585]

3: [905, 47]

Vzpěry značeny červeně  $C_{xy}$   
Tahla značena modře  $T_{xy}$

Odhad: tlamičky  $\sigma_{sw} = 12 \text{ mm}$   
ohyb. v.  $\sigma_s = 20 \text{ mm}$

Poloha horního tlaha:  $d_1 = c + \sigma_{tr} + \frac{\sigma_s}{2} = 25 + 12 + \frac{20}{2} = 47 \text{ mm}$

Poloha dolní vzpěry:  $d = h_1 - d_1 = 403 \text{ mm}$

$$\mu = \frac{M_{ed}}{bd^2 f_{ctk}} = \frac{200 \cdot 10^6}{300 \cdot 403^2 \cdot 20} = 0,205 \Rightarrow \xi = 0,88$$

$$A_{s,req} = \frac{M_{ed}}{\xi d f_{yd}} = \frac{200 \cdot 10^6}{0,88 \cdot 403 \cdot 435} = 1296 \text{ mm}^2$$

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8 b f_{cd}} = \frac{1296 \cdot 435}{0,8 \cdot 300 \cdot 20} = 117 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{x}{2} \Rightarrow \text{vůlme } d_2 = 65 \text{ mm}$$

Poloha svistého tlaha závisí zejména na rozdílu výšek. Úhel  $\theta_c$  se dle různých zdrojů má uvažovat  $25^\circ - 45^\circ$ . Dle [1] lze vodorovnou vzdálenost uzlů 1 a 2 odhadnout jako:  $z_3 = 1,5 \sqrt{z_1(z_2 - z_1)}$

$$z_1 = h_1 - d_1 - d_2 = 450 - 47 - 65 = 338 \text{ mm}$$

$$z_2 = h_2 - d_1 - d_2 = 650 - 47 - 65 = 538 \text{ mm}$$

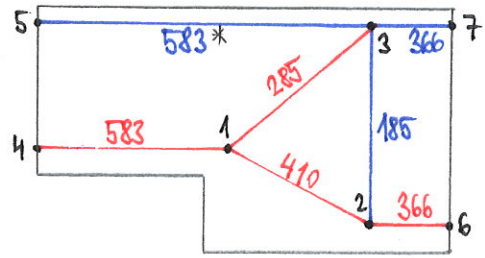
$$z_3 = 1,5 \sqrt{338 \cdot 200} = 390 \text{ mm}$$

$$\text{Úhly diagonál: } \theta_2 = \arctan \frac{200}{390} = 27,1^\circ, \quad \theta_1 = \arctan \frac{650 - 200 - 47 - 65}{390} = 40,9^\circ$$

Při rozdílu blízkém se menší výšce a výšším volit  $\theta_c = 45^\circ$ . Lze též stanovit pomocí SCA - viz přednáška

Stanovíme protové síly v příhradovém modelu (ručně nebo s využitím softwaru - studenti doloží postup výpočtu!)

\* Numerická chyba - má být 591 kN. Nepodstatné.



[kN]

### KROK 3: TÁHLA - VÝZTUŽ A KOTVENÍ

$T_{53} : A_s = \frac{583}{435} = 1340 \text{ mm}^2 \Rightarrow 5 \varnothing 20 (1570 \text{ mm}^2, \text{využití } 85\%)$   
Rovně pruty

$T_{37} : A_s = \frac{366}{435} = 841 \text{ mm}^2 \Rightarrow 3 \varnothing 20 (942 \text{ mm}^2, \text{využití } 89\%)$   
Rovně pruty

$T_{23} : A_s = \frac{185}{435} = 425 \text{ mm}^2 \Rightarrow 6 \varnothing 12 (678 \text{ mm}^2, \text{využití } 63\%)$   
3 tržninky á 100 mm\*

\* Výztuž se má rozprávit do šířky tětla

Uvažujeme  $D_{max} = 22 \text{ mm}$

Výztuž  $T_{53}$  se vejde do 1 řady, neboť  $s_c = \frac{300 - 5 \cdot 20 - 2 \cdot 25 - 2 \cdot 12}{4} = 31,5 \text{ mm} >$

$> s_{c,min} = \max(20 \text{ mm}, 1,2 \varnothing_s, D_{max} + 5) = 27 \text{ mm}$ . Poloha horního tětla tedy odpovídá předpokladu. Pokud by bylo nutno rozdělit výztuž do více řad, bylo by také nutno upravit polohu tětla (přemístit do těžiště veškeré výztuže), přepočítat vnitřní síly a zkontrolovat navržené plochy výztuže!

Tři z pěti prutů tětla  $T_{53}$  přejdou plynule do tětla  $T_{37}$ . Zbytek dva je nutno zakotvit za uzlem 3 na délku  $l_{bd}$  dle [2]

$F_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 F_{ctd} = 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1,0 \cdot 1,33 = 2,09 \text{ MPa}$

$l_{b,reqd} = \frac{\varnothing_s}{4} \cdot \frac{F_{ctd}}{F_{bd}} = \frac{20}{4} \cdot \frac{0,85 \cdot 435}{2,09} = 885 \text{ mm}$

$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,reqd} = 1,0 l_{b,reqd} = 885 \text{ mm} \geq l_{b,min}$

$\eta_2 = 0,7$  - v tažené oblasti jsou špatné podmínky soudržnosti (více než 250 mm nad dnem bedněn!)

Výztuž  $T_{23}$  má charakter tržninky, kotvení bude realizováno pomocí ohybů kolem prutů podélné výztuže



Délka ohybu  $10 \varnothing_{tr} = 120 \text{ mm}$

# KROK 4: KAPACITA VZPĚR A UZLŮ

(4)

Odhadneme geometrii uzlových oblastí a ověříme, že nedojde k překročení dovolených namáhání v uzlech a vzpěrdích.

Šírky táhel se stanoví tak, že se ke krajnímu průřezu připočte tloušťka krycí vrstvy nebo polovina vzdálenosti od další výztuže.

## Uzel 1

\* tzn.  $\sigma_{14} = \sigma_{13} = \sigma_{12}$

Uzel je typu CCC, předpokládáme hydrostatickou napjatost\*. Maximální možná šířka nejzatíženější vzpěry  $C_{14}$  je  $a_{14} = 2 \cdot 65 = 130 \text{ mm}$ , napětí ve vzpěře:  $\sigma_{14} = \frac{583000}{130 \cdot 300} = 14,95 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,ccc} = 17,6 \text{ MPa}$  OK ✓

Šírky dalších vzpěr:  $a_{13} = \frac{285000}{14,95 \cdot 300} = 63,5 \text{ mm}$

$a_{12} = \frac{410000}{14,95 \cdot 300} = 91,4 \text{ mm}$

## Uzel 2

Uzel je typu CCT. Šířka je dána šířkou tábula  $T_{23}$ , která je  $a_{23} = 2 \times 100 + 2 \times 50 = 300 \text{ mm}$  (3 tábinky d 100 mm). Výška je dána šířkou vzpěry  $C_{26}$ , která je  $a_{26} = 2 \cdot 65 = 130 \text{ mm}$ . Rozměr uzlu kolmý na směr vzpěry  $C_{12}$  se stanoví z geometrie uzlu:

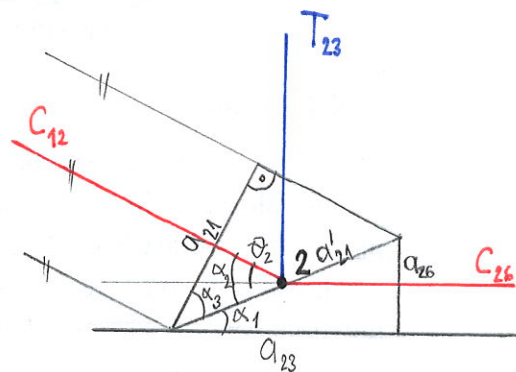
$a'_{21} = \sqrt{300^2 + 130^2} = 335 \text{ mm}$

$\alpha_1 = \arctan \frac{130}{300} = 23,4^\circ$

$\alpha_2 = \alpha_1 + \theta_2 = 23,4 + 27,1 = 50,5^\circ$

$\alpha_3 = 180 - 90 - \alpha_2 = 39,5^\circ$

$a_{21} = a'_{21} \cos \alpha_3 = 258 \text{ mm}$



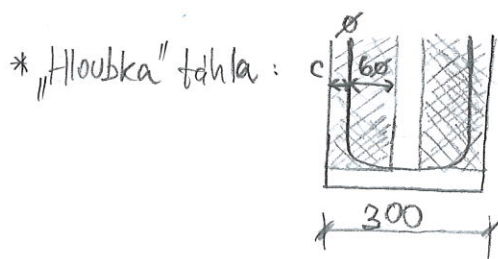
Napětí v uzlu:

$\sigma_{21} = \frac{410000}{258 \cdot 300} = 5,30 \text{ MPa}$

$\sigma_{23} = \frac{185000}{300 \cdot 218^*} = 2,83 \text{ MPa}$

$\sigma_{26} = \frac{366000}{130 \cdot 300} = 9,4 \text{ MPa}$

$< \sigma_{Rd,CCT} = 15,0 \text{ MPa}$  OK ✓



$b_{23} = 2 \cdot (c + \phi + 6\phi) =$   
 $= 2 \cdot (25 + 12 + 6 \cdot 12) = 218 \text{ mm}$   
 $< 300 \text{ mm}$

### Uzel 3

Uzel je typu CTT. Šírka je od dna šírkou tiahla  $T_{23}$ , ktorá je  $a_{32} = a_{23} = 300 \text{ mm}$ . Rozměr uzlu kolmý na směr vzpěry je:

$$a_{31} = 2 \cdot \frac{a_{32}}{2} \cdot \sin \theta_1 = 300 \cdot \sin 40,9^\circ = 196 \text{ mm}$$

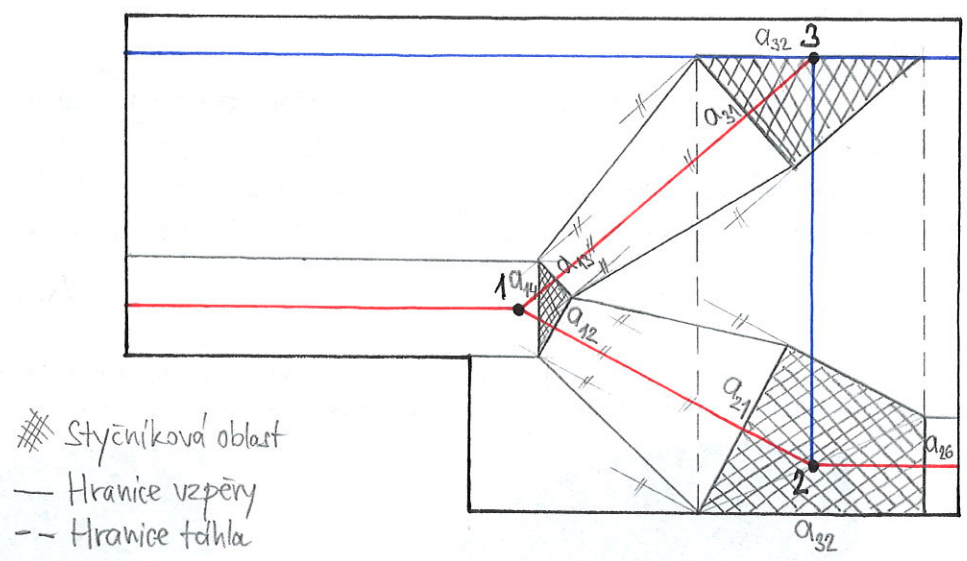
Napětí v uzlu na konci vzpěry:

$$\sigma_{31} = \frac{285000}{196 \cdot 300} = 5,76 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,CTT} = 13,2 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

Vzpěra  $C_{13}$  prochází taženou oblastí, kde hrozí vznik trhlin. Je tedy ještě nutno ověřit:

$$\sigma_{31} = 5,76 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,str} = 10,6 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

### Schéma uzlových oblastí a šířek prutů modelu



Pokud v některém kroku posudek nevyhoví, je nutno upravit model či konstrukci a přepočítat potřebné kroky výpočtu!

- Lze zvětšit šírku trámu (ale rozumně!)
- Lze použít beton vyšší třídy (ve cvičení max. C50/60)
- Lze upravit geometrii příhradového modelu (zvětšit  $d_1, d_2, \dots$ )
- Pokud ve cvičení přes veškerou snahu kee nevyhoví, nic se neděje, ke odložit i se zdvěrem, že konstrukce nevyhovuje. Účelem cvičení je POCHOPIT POSTUP výpočtu.

# KROK 5: VÝZTUŽ D-OBLASTI

⑥

Kromě staticky nutné výztuže navržené v kroku 3 je utvo D-oblast dostatečně konstrukčně vyztužit, aby byla zajištěna její duktilita. V daném případě lze předpokládat, že bude postačovat podélná a příčná výztuž navržená při standardním návrhu celé kce, který není předmětem tohoto příkladu.

Měli bychom rovněž uvést riziko vzniku příčných tahů v šikmých vzpěrách  $C_{12}$  a  $C_{13}$ . Ty lze dle [1] pro běžné kce pozemních staveb odhadnout jako  $0,22F$ , kde  $F$  je působící tlaková síla. Působí dvě síly ve čtvrtinách délky vzpěry, tzn.:

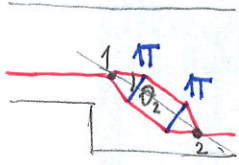
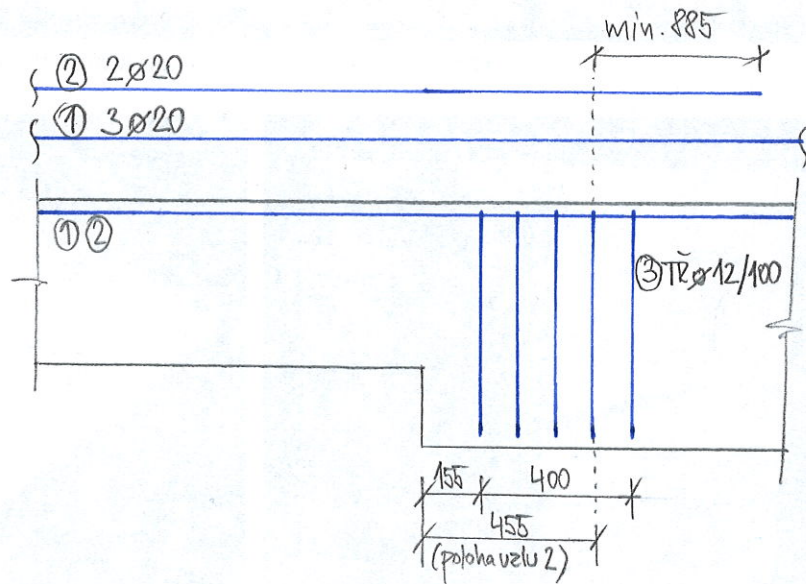
$$2T = 2 \cdot 0,22 C_{12} = 2 \cdot 0,22 \cdot 410 = 180,4 \text{ kN}$$

Navrhnout budeme svislou výztuž, tj. na sílu  $T_v = \frac{T}{\cos \theta_2} = \frac{180,4}{\cos 27,1^\circ} = 202,6 \text{ kN}$ . Potřebná výztuž:

$$A_s = \frac{202,6}{435} = 466 \text{ mm}^2 \Rightarrow 4 \times 12 \text{ (2 třínitky, } 452 \text{ mm}^2\text{)}$$

(Zbytek pokryje rezerva táhla  $T_{23}$ )

Konečné schéma výztuže (pouze navržená výztuž, bez další výztuže ze standardního návrhu Ⓝ)

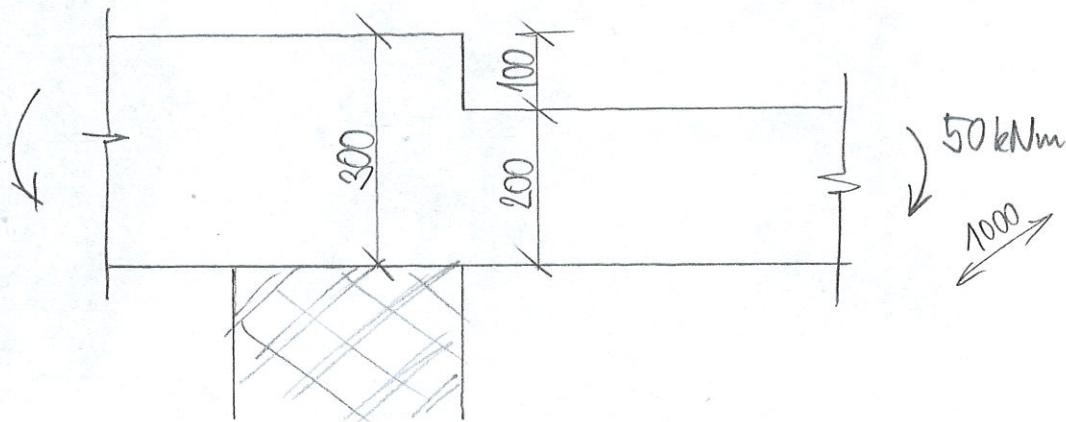


# PŘÍKLAD 2

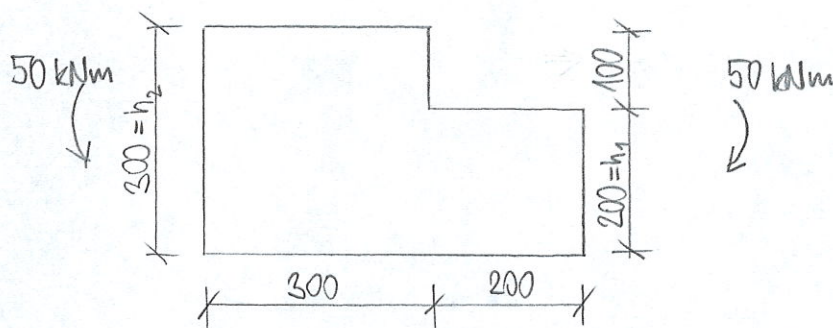
7

$M_{Ed} = 50 \text{ kNm}$ ,  $b = 1000 \text{ mm}$  (výřez stropní desky), schéma vize, ostatní viz Příklad 1 (včetně komentářů).

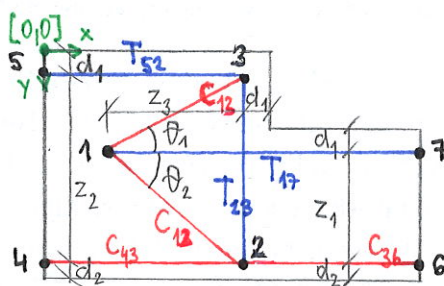
Schéma konstrukce (1:10)



KROK 1: HRANICE D-OBLASTI A OKRAJOVÉ PODMÍNKY



KROK 2: MODEL NÁHRADNÍ PŘÍHRADOVINY A VNITŘNÍ SILY



$$1: [23, 131]$$

$$2: [269, 31]$$

$$3: [269, 285]$$

Odhad:  $\sigma_s = 12 \text{ mm}$ , bez třmínků (deska)

Poloha horního táhla:  $d_1 = c + \frac{\sigma_s}{2} = 25 + \frac{12}{2} = 31 \text{ mm}$

Poloha dolní vzpěry:  $d = h - d_1 = 200 - 31 = 169 \text{ mm}$

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{bd^2 f_{cd}} = \frac{50 \cdot 10^6}{1000 \cdot 169^2 \cdot 20} = 0,087 \Rightarrow \xi = 0,953$$

$$A_{s,req} = \frac{M_{Ed}}{\xi d f_{yd}} = \frac{50 \cdot 10^6}{0,953 \cdot 169 \cdot 435} = 714 \text{ mm}^2$$

$$x = \frac{A_s f_{yd}}{0,8 b f_{cd}} = \frac{714 \cdot 435}{0,8 \cdot 1000 \cdot 20} = 19,4 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{x}{2} \Rightarrow \text{volíme } d_2 = 15 \text{ mm}$$

Poloha uzlů 1:  $z_3 = 1,5 \sqrt{z_1(z_2 - z_1)}$

$z_1 = h_1 - d_1 - d_2 = 200 - 31 - 15 = 154 \text{ mm}$

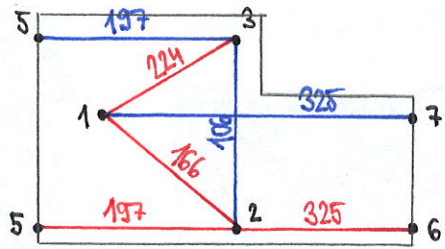
$z_2 = h_2 - d_1 - d_2 = 300 - 31 - 15 = 254 \text{ mm}$

$z_3 = 1,5 \cdot \sqrt{154 \cdot 100} = 186 \text{ mm}$

Uhly diagonál:  $\theta_1 = \arctan \frac{100}{186} = 28,3^\circ$

$\theta_2 = \arctan \frac{300 - 100 - 31 - 15}{186} = 39,6^\circ$

Prutové síly:



KROK 3: TAHLA - VÝZTUŽ A KOTVENÍ

$T_{53}: A_s = \frac{197}{435} = 453 \text{ mm}^2 \Rightarrow 5 \times 12 (565 \text{ mm}^2, \text{využití } 80\%)$

$T_{23}: A_s = \frac{106}{435} = 243 \text{ mm}^2 \Rightarrow 5 \times 12 (565 \text{ mm}^2, \text{využití } 43\%)$   
Táhla  $T_{53}$  a  $T_{23}$  výztužena stejnými pruty s ohybem

$T_{17}: A_s = \frac{325}{435} = 747 \text{ mm}^2 \Rightarrow 8 \times 12 (904 \text{ mm}^2, \text{využití } 83\%)$

Výztuž se vejde do 1 řady - netřeba početně ověřovat ( $T_{17}, T_{53}$ ).

Ověření maximální vzdálenosti prutů:  $s_a = \frac{1000}{5} = 200 \text{ mm} < s_{a, \max} = \max(2h, 250 \text{ mm}) = 250 \text{ mm OK}$

Táhlo  $T_{17}$  je nutno zakotvit za uzlem 1 na délku  $l_{bd}$  dle [2]:

$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,33 = 3 \text{ MPa}$

$l_{b, reqd} = \frac{\sigma_s}{4} \cdot \frac{A_{sd}}{f_{bd}} = \frac{12}{4} \cdot \frac{0,83 \cdot 435}{3} = 361 \text{ mm}$

$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b, reqd} = 1,0 \cdot 361 = 361 \text{ mm} \geq l_{b, min}$

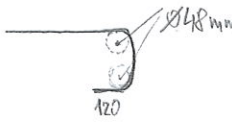
Spojené táhlo  $T_{53} + T_{23}$  je nutno zakotvit za uzlem 2 na délku:

$l_{b, reqd} = \frac{12}{4} \cdot \frac{0,43 \cdot 435}{3} = 187 \text{ mm}$

$l_{bd} = 0,7 \cdot 0,84 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 187 = 110 \text{ mm} \neq l_{b, min}$

$l_{b, min} = \max(0,3 l_{b, reqd}, 10 \phi_s, 100 \text{ mm}) = 120 \text{ mm} - \text{rozhoduje}$

Prut spojeného táhla bude ohyban kolem trnu o průměru  $4 \phi_s = 48 \text{ mm} = d_o$



$\eta_1 = 1,0$  - dobré podmínky soudržnosti (méně než 250 mm nad dnem bedněni)

$\alpha_1 = 0,7$  (ohyb)  
 $\alpha_2 = 1 - 0,15(c_d - \phi_s) / \phi_s = 1 - 0,15(25 - 12) / 12 = 0,84 > 0,7$



## KROK 4: KAPACITA VZPĚR A UZLŮ

(9)

### Uzel 1

Uzel je typu CCT. Výška je dána šířkou  $a_{17}$  tětiva  $T_{17}$ . Rozměry kolmé na směry vzpěr  $C_{12}$  a  $C_{13}$  stanovíme z předpokladu hydrostatické napjatosti uzlu:

$$a_{17} = 2 \cdot d_1 = 62 \text{ mm}, \quad b_{17} = 8 \cdot (\varnothing + 2.6\varnothing) = \frac{128}{\text{mm}} < \frac{1000}{\text{mm}}$$

$$\sigma_{17} = \frac{325000}{62 \cdot 1000} = 5,24 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,CCT} = 15,0 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

$$a_{13} = \frac{224000}{5,24 \cdot 1000} = 42,7 \text{ mm}$$

$$a_{12} = \frac{166000}{5,24 \cdot 1000} = 31,7 \text{ mm}$$

### Uzel 2

Uzel je typu CCT. Výška je dána šířkou  $a_{26}$  vzpěry  $C_{26}$ . Rozměry kolmé na vzpěry  $C_{12}$  a  $C_{25}$  stanovíme opět z předpokladu rovnosti napětí ve všech vzpěrdách:

$$a_{26} = 2d_2 = 30 \text{ mm}$$

$$\sigma_{26} = \frac{325000}{30 \cdot 1000} = 10,8 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,CCT} = 15,0 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

$$a_{21} = \frac{166000}{10,8 \cdot 1000} = 15,4 \text{ mm}$$

$$a_{25} = \frac{197000}{10,8 \cdot 1000} = 18,2 \text{ mm}$$

Šířka uzlu ve směru tětiva  $T_{23}$  je  $a_{23} = 2d_1 = 62 \text{ mm}$ . Hloubka je  $b_{23} = 5 \cdot (\varnothing + 2.6\varnothing) = \frac{780}{\text{mm}} < \frac{1000}{\text{mm}}$ . Napětí v uzlu ve směru tětiva:

$$\sigma_{23} = \frac{106000}{62 \cdot 780} = 2,2 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,CCT} = 15,0 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

### Uzel 3

Uzel je typu CTT. Rozměr uzlu kolmý na směr vzpěry je dán geometrií ohybu vřetové:

$$a_{HF} = 2 \cdot \frac{d_0}{2} \cos \varnothing_1 = 2 \cdot \frac{48}{2} \cos 28,3^\circ = 42,2 \text{ mm}$$

Napětí v uzlu na konci vzpěry:

$$\sigma_{HF} = \frac{224000}{42,2 \cdot 1000} = 5,31 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,CTT} = 13,2 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

Napětí ve vzpěře, kde hrozí vznik trhlin:

$$\sigma_{HF} = 5,31 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,ctr} = 10,6 \text{ MPa} \quad \text{OK} \checkmark$$

# KROK 5: VÝZTUŽ D-OBLASTI

Příčné tahy v šikmých vepřících:

$$2T = 2,022 C_{12} = 2,022 \cdot 224 = 98,6 \text{ kN}$$

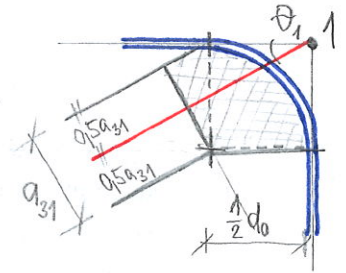
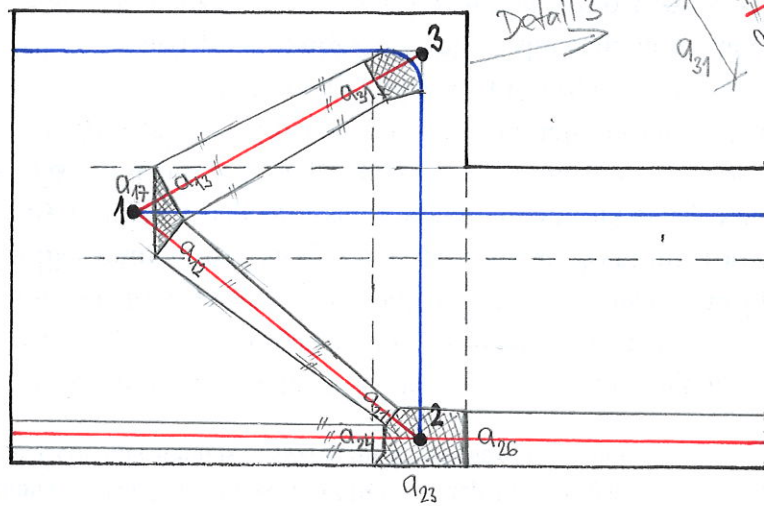
$$T_v = \frac{2T}{\cos \theta_1} = \frac{98,6}{\cos 28,3^\circ} = 112 \text{ kN}$$

Síla  $T_v$  se rozdělí na ploše  $A = z_3 \cdot b = 186 \cdot 1000 = 186\,000 \text{ mm}^2$ .

Vznikající napětí je  $\sigma_v = \frac{112\,000}{186\,000} = 0,6 \text{ MPa} \ll f_{ctd} = 1,33 \text{ MPa}$ .

Uvažujeme, že příčné tahy přenesou beton (návrh přidavné svíste výztuže by komplikoval armování desky).

Schéma uzlových oblastí a šířek prutů modelu



Konečné schéma navržené výztuže

② 5Ø12/m

120

① 8Ø12/m

