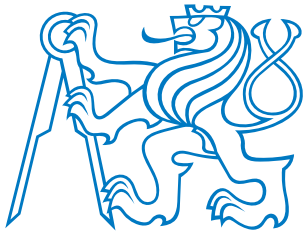


České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební

Rozvojové projekty Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR
Rozvojové projekty mladých týmů – RPMT 2014



Projekt:

Využití pokročilého modelování konstrukcí v magisterském studiu

Hlavní řešitel: Ing. Michal Jandera, Ph.D.

Katedra ocelových a dřevěných konstrukcí

Výstup: Zásady modelování konstrukcí metodou konečných prvků

Vypracoval: Jan Zeman (zemanj@cml.fsv.cvut.cz)

Katedra mechaniky

Praha, 2014

Obsah

Obsah	2
1 Úvod	3
2 Tvorba modelu	3
2.1 Konečněprvková síť	3
2.2 Výběr vhodných typů prvku	3
2.3 Vazby	4
2.4 Co zkontrolovat před výpočtem	4
3 Typy výpočtů	4
3.1 Analýza vlastních čísel	4
3.2 Nelineární statika	5
3.3 Dynamický výpočet	5
4 Kontrola výpočetního nástroje	5
5 Interpretace výsledků	6
Reference	6

1 Úvod

Cílem tohoto dokumentu je krátce shrnout základní principy tvorby modelu založeného na metodě konečných prvků (MKP), jeho následné analýzy a interpretace získaných výsledků. Důraz je přitom kladen na úlohy stavební mechaniky. Jelikož je toto téma neobyčejně rozsáhlé, soustředíme se pouze na základy nutné k orientaci v problému, další informace lze získat v literatuře uvedené v závěru dokumentu [1, 2, 3, 4].

2 Tvorba modelu

Několik drobných doporučení na začátek:

- vždy se snažte o to, aby Váš model zahrnoval všechny relevantní části konstrukce,
- zvažte použití detailnějších modelů konstrukce (například zahrnutím částí, které se Vám nezdaří “nosné”). MKP poskytuje větší volnost oproti ručnímu výpočtu,
- snažte se identifikovat oblasti které jsou nejvíce namáhané pomocí hrubé sítě konečných prvků a následně v nich použijte jemnější síť,
- rozdělte složité konstrukce na jednodušší části a zkuste je analyzovat odděleně; ušetříte tím čas při tvorbě a analýze výsledného modelu.

2.1 Konečněprvková síť

Při tvorbě sítě konečných prvků zkontrolujte, zda

- síť korektně reprezentuje hlavní části konstrukce, změny tloušťky konstrukce a očekávaný směr namáhání (izočáry napětí),
- jsou velikosti a tvary prvků akceptovatelné,
- je síť mezi prvky spojitá,
- je síť dostatečnou hustá v oblasti koncentrátorů napětí (ostré rohy, bodové podpory atd.),
- zohledňuje vnější a vnitřní vazby (podpory).

2.2 Výběr vhodných typů prvku

Typ prvků se řídí jejich schopností

- reprezentovat geometrii úlohy,
- reprezentovat relevantní stavy napětí a deformace (jedno- nebo víceosá napjatost, kroucení a deplanace průřezu atd.),
- reprezentovat relevantní rozsah napětí a deformací (geometricky lineární analýza, velké průhyby nebo velké deformace),
- poskytnout dostatečný počet Gaussových bodů (ve kterých se určují napětí a deformace [1, str. 152]) pro dostatečně přesný výpočet.

Navíc ověřte, zda zvolené prvky korektně reprezentují

- všechny relevantní části konstrukce,
- možnou excentricitu částí konstrukce vzhledem k referenčním čarám a plochám,
- styky mezi prvky včetně jejich tuhosti (je-li k dispozici),
- vnitřní strukturu prvku (výztuž, spřažené konstrukce),
- správné chování materiálu přiřazením správného materiálového modelu.

2.3 Vazby

Mimo základní typů vazeb (podpor) nabízejí konečněprvkové programy tzv. vícebodové vazby, někdy též nazývané vazby typu *master-slave*. Ty jsou využívány při modelování tuhých ramen mezi body, která mohou sloužit k

- simulaci excentrických zatížení nebo podpor,
- zahrnutí kinematických předpokladů analýzy (například rovinnost průřezů konstrukce),
- spojení geometricky nekompatibilních částí konstrukce,
- zlepšení podmíněnosti matice tuhosti sjednocením vybraných stupňů volnosti.

2.4 Co zkontrolovat před výpočtem

- polohu prvků a správné přiřazení jejich typů,
- správné přiřazení typů materiálů a průřezových charakteristik,
- další geometrická data jako například orientaci vláken v kompozitních materiálech,
- že různé části konstrukce jsou skutečně spojeny dohromady.

3 Typy výpočtů

Základním typem výpočtu je *lineární statika*, která pro korektně zadanou konstrukci většinou nevyžaduje žádnou další aktivitu ze strany uživatele. Balíky založené na MKP ale často poskytují mnohem rozsáhlejší možnosti, které jsou krátce charakterizovány v této kapitole.

3.1 Analýza vlastních čísel

Tento typ výpočtu je převážně využíván při

- analýze stability konstrukce, kdy je cílem získat nejnižší vlastní číslo a příslušný vlastní tvar,
- modální analýze, která vyžaduje (většinou nízký) počet nejnižších vlastních tvarů konstrukce,
- “ladění” konstrukce na rezonanci s působícím zatížením, kdy je cílem získat všechny vlastní čísla a tvary pro daný rozsah frekvencí.

3.2 Nelineární statika

Zde lze rozlišit tři základní typy výpočtů, seřazených dle vzrůstající náročnosti:

- **velké průhyby, malé deformace, materiálově lineární odezva** typické pro konstrukce, které vykazují silnou interakci mezi membránovým a ohybovým chováním v důsledku průhybů (tenké desky) nebo excentricity. Tato formulace se též využívá při analýze stability konstrukcí.
- **velké deformace, materiálově lineární odezva** popisující odezvu silně deformovaných konstrukcí, které vykazují podstatné změny geometrie v důsledku působícího zatížení a tím vykazují i celou řadu nestabilit. V tomto případě je nutné věnovat pozornost řízení výpočtu vhodnými veličinami a postupném zatěžování konstrukce.
- **nelineární a nepružné chování materiálů** vede na odezvu konstrukce závislou na historii zatížení. Materiálové modely vykazující zpevnění vedou na stabilní výpočty a dají se spolehlivě řešit. Analýza modelů se změkčením je naopak poměrně obtížná a vyžaduje využití vhodných regularizačních technik. Zde bezesbytku platí doporučení o řízení výpočtu a aplikaci zatížení z předchozího bodu.

3.3 Dynamický výpočet

Dynamický výpočet lze založit na třech základních strategiích:

- **rozvoj do vlastních tvarů kmitání** je obecnou metodou řešení odezvy konstrukce na **obecné** zatížení, při kterém je odezva konstrukce vyjádřena jako lineární kombinace vhodně zvolených tvarů kmitání, které reprezentují konstrukci dostatečně přesně z hlediska tuhosti a setrvačných účinků. Tím je dosaženo významného snížení výpočetních nároků úlohy,
- **pro periodicky působící zatížení** (relevantní například pro únavu konstrukcí) je též vhodné využít rozvoje do vlastních tvarů. Často se kombinuje s Fourierovou analýzou působícího zatížení, pro určení relevantního rozsahu vlastních frekvencí a tvarů,
- **přímá integrace** pohybových rovnic je nejobecnější metodou určení odezvy konstrukcí. Klíčovým problémem jsou v tomto případě (nevyhnutelné) chyby z numerické diskretizace problému, které mohou výrazně ovlivnit chování numerického modelu vzhledem ke spojitě variantě.

4 Kontrola výpočetního nástroje

Pokud potřebujete ověřit základní funkčnost výpočetního nástroje, nezapomeňte zkontrolovat

- nezávislost výsledků na volbě lokálních souřadných systémů,
- že posuny konstrukce jako tuhého tělesa (tzv. *rigid body modes*) vedou na nulová napětí a deformace,
- že přibližná řešení konvergují k přesnému řešení (máte-li takové k dispozici),
- že používané prvky splňují tzv. *patch test* [1, str. 208],
- že reakce jsou v rovnováze s působícím zatížením.

5 Interpretace výsledků

Po úspěšném provedení výpočtu je nutné získané výsledky zhodnotit z inženýrského hlediska. K tomu slouží řada veličin, jako například

- maximální/minimální hodnota parametru pro všechny prvky v konstrukci a všechny zatěžovací stavy,
- překročení/pokročení limitní hodnoty v konstrukci,
- globální parametr konstrukce, který může vyplývat z výpočtu (vlastní frekvence a tvary), nebo ze způsobu posouzení (využití materiálu),
- rozložení zvolených veličin v okolí význačných bodů (například rozložení napětí v okolí singulárního bodu).

Při hodnocení výsledků nezapomeňte, že pole napětí, deformací a měrných vnitřních sil jsou obecně *nespojité mezi prvky*. Ve výpočetních programech jsou často nahrazena spojitými veličinami, které jsou považovány za přesnější, to však může do výpočtu zanášet systematické chyby.

Reference

- [1] Bittnar, Z.; Šejnoha, J.: *Numerické metody mechaniky 1*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1992,

Dle mých znalostí jediná česká *inženýrská* publikace, která poskytuje detailnější popis teoretických principů MKP a jejich implementace, a tím připravuje čtenáře na studium pokročilejších partíí MKP. První část pokrývá lineární úlohy.

URL <http://mech.fsv.cvut.cz/wiki/index.php/File:Nmm1.pdf>

- [2] Bittnar, Z.; Šejnoha, J.: *Numerické metody mechaniky 2*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 1992,

Dle mých znalostí jediná česká *inženýrská* publikace, která poskytuje detailnější popis teoretických principů MKP a jejich implementace, a tím připravuje čtenáře na studium pokročilejších partíí MKP. Druhá část pokrývá nelineární úlohy a řadu speciálních témat jako jsou například metoda pásů, metoda hraničních prvků, stochastické konečné prvky, lomová mechanika atd.

URL <http://mech.fsv.cvut.cz/wiki/index.php/File:Nmm2.pdf>

- [3] Kolář, V.; Kanický, V.; Němec, I.: *FEM: Principy a praxe metody konečných prvků*. Praha: Computer Press, 1997,

Česká publikace shrnující základy metody konečných prvků s přihlédnutím k praktickým problémům při modelování stavebních konstrukcí. Publikace je orientována na pokročilejší uživatele MKP programů, kteří chtějí pochopit základní principy jejich fungování.

- [4] NAFEMS: *Guidelines to Finite Element Practice*. Glasgow, UK: NAFEMS, 1992,

I když je tato publikace poněkud staršího data (obsah je založen na materiálech z roku 1985), obsahuje kompaktní shrnutí základních principů modelování pomocí MKP s minimem teoretických detailů. Tato kniha též posloužila jako cenná inspirace při tvorbě dokumentu, který laskavá čtenářka nebo čtenář právě dočetli.