

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební

Rozvojové projekty Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR
Rozvojové projekty mladých týmů – RPMT 2014



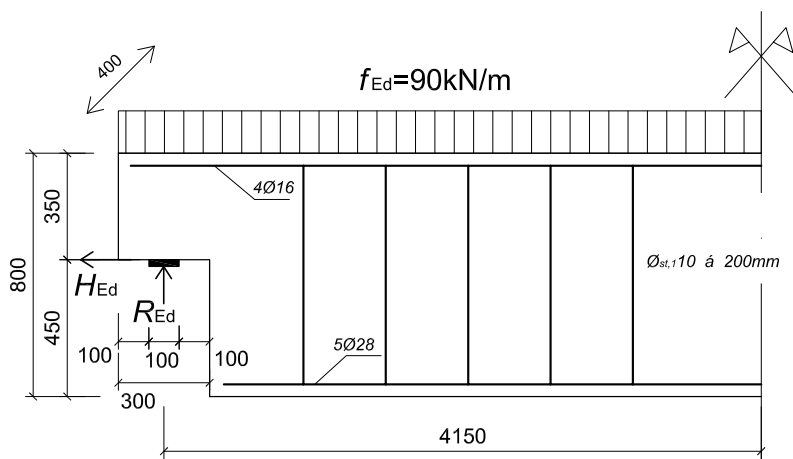
Projekt:

Využití pokročilého modelování konstrukcí v magisterském studiu

Hlavní řešitel: Ing. Michal Jandera, Ph.D.
Katedra ocelových a dřevěných konstrukcí

Výstup: Výpočet v programu MS Excel

Návrh a posouzení výztuže ozubu průvlaku



Vypracoval: Ing. Michal Hora
Katedra betonových a zděných konstrukcí
Praha, 2014

Obsah

Obsah	2
1 Úvod	3
1.1 Zadání úlohy	3
2 Komentáře k řešení	3
3 Závěr	6
Reference	6
Příloha 1	7

1 Úvod

Ozuby trámů a průvlaků se vyskytují zejména při použití prefabrikovaných železobetonových dílců. S ozuby se setkáváme u montovaných železobetonových skeletů, ale také při standartním detailu uložení prefabrikovaných schodišťových ramen.

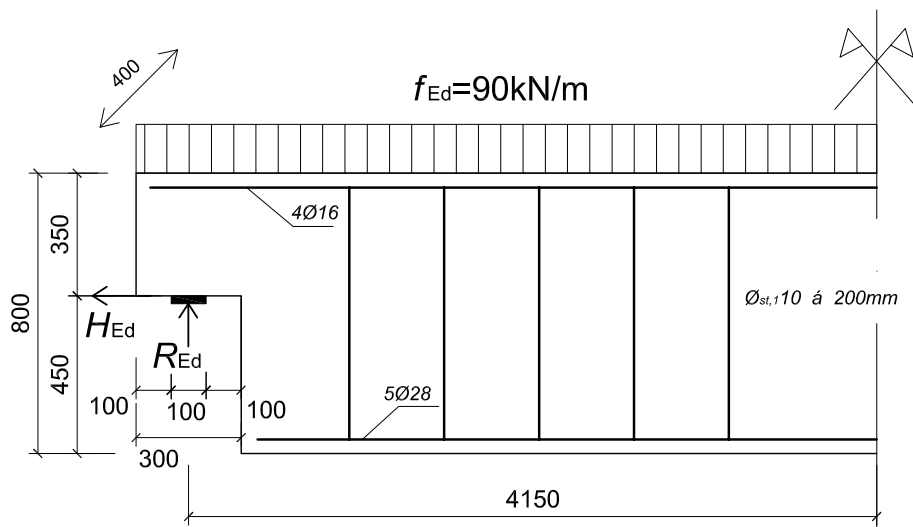
Ozuby nosníků a desek jsou obecně brány jako poruchové oblasti železobetonových konstrukcí. K návrhu výztuže do ozubů se standardně používají modely náhradní příhradoviny. Norma ČSN EN 1992-1-1 [1] nabízí pro výpočet ozubů dva základní modely, které je při návrhu výztuže vhodné vzájemně kombinovat.

V následujícím výkladu bude proveden výpočet výztuže ozubu (Příloha 1) se slovním doprovodem.

1.1 Zadání úlohy

Předmětem úlohy je návrh a posouzení výztuže průvlaku na dané zatížení, viz Obr. 1. Průvlak je vyroben z betonu třídy C30/37, betonářská výztuž je B500B. Betonová krycí vrstva je 25 mm. Celkové návrhové liniové zatížení je 90 kN/m. Rozměry ložiska jsou 100 × 400 mm.

Na základě zatížení bylo stanoveno množství ohybové a smykové výztuže průvlaku tak, aby výztuž vyhovovala mezním stavům (únosnost, použitelnost). Spodní výztuž tvoří 5 ϕ 28, horní výztuž 4 ϕ 16, smyková výztuž v podobě třmínek ϕ 10 á 200 mm blízko podpory.



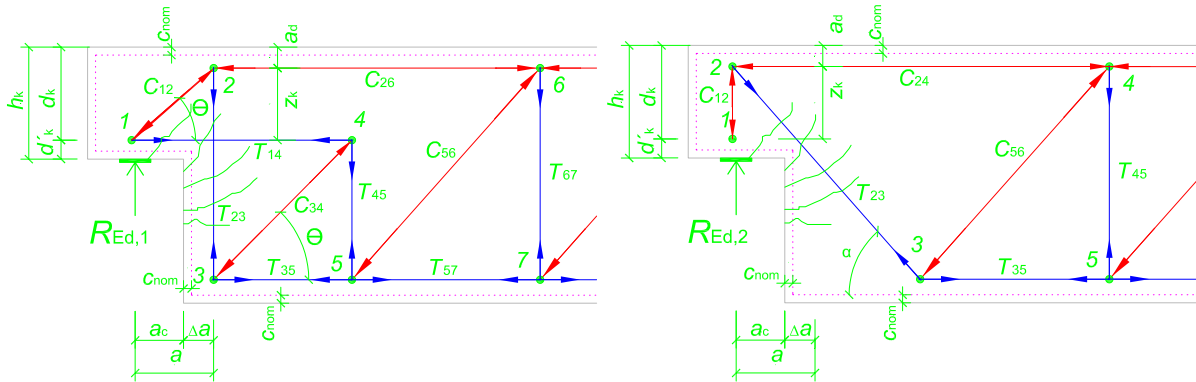
Obr. 1: Schéma řešené úlohy

2 Komentáře k řešení

Tento odstavec slouží jako textový průvodce k výpočetní části (Příloha 1). Celý výpočet ozubu lze chápat jako neustálé hraní si dokola s geometrií výztuže a jejím správným zakotvením. Neboť jedině taková výztuž, která je řádně zakotvena, funguje. Předem je potřeba odhadnout profily výztuže a v průběhu výpočtu je dále zpřesňovat. Celý proces návrhu je iterativní. Z těchto důvodů je velice vhodné celý výpočet algoritmizovat pomocí např. tabulkového procesoru.

Pro dimenzování výztuže ozubu lze využít dva příhradové modely, které jsou dané v [1], přičemž se doporučuje využít kombinací obou modelů (Obr. 2):

- Model 1 – Táhla tohoto modelu jsou navzájem ortogonální a vykrývají oblast vzniku trhlin při spodním líci ozubu. Model dokáže spolehlivě přenést vodorovné síly průvlaku.
- Model 2 – Táhlo je v tomto modelu skloněno a tedy efektivněji využito než v předchozím modelu. Trhliny jsou efektivněji redukovány. Model není schopen přenést žádné vodorovné síly.



Obr. 2: Model 1 (vlevo), Model 2 (vpravo)

Vodorovná síla se dle normy musí uvažovat vždy a to alespoň hodnotou $0.2F_{Ed}$. V tomto příkladu budeme uvažovat rozdělení sil do modelů 1 a 2 dle doporučení v článku [4]. Každému modelu přisoudíme $60\%F_{Ed}$ celkového zatížení působícím na průvlak. Výjimkou je vodorovná síla, kterou je schopen přenést jen Model 2 a je mu tedy přisouzeno $60\%H_{Ed}$.

Dále je potřeba stanovit návrhové pevnosti v různých typech styčniců dle jejich namáhání. Pro lepší pochopení těchto vztahů je potřeba nastudovat základní teorie o příhradové analogii. Jako dobrý zdroj mohou posloužit odborné články [2, 3, 4, 5].

Ve výpočtu není uvažováno s tolerancemi usazení dílců.

Posouzení tlaku pod styčnou deskou

Posuzuje se napětí od svislé a vodorovné síly. Pokud napětí nevyhoví, je potřeba změnit geometrii ložiska.

Návrh a posouzení ozubu - svislá výztuž (Model 1)

Svislá výztuž Modelu 1 je reprezentována svislou třmínkovou výztuží blízko líce ozubu. Dále výpočet pokračuje určením geometrie styčniců. Modré buňky reprezentují hodnoty, které jsou odhadované a je možné je popř. ručně dopřesnit s následujícími vzorci.

Návrh a posouzení ozubu - vodorovná výztuž (Model 1)

Vodorovná výztuž Modelu 1 je reprezentována výztuží v podobě smyček. Smyčky jsou voleny z důvodu dobrého zakotvení. Pro návrh správného tvaru smyčky je potřeba posoudit, zdali síla, kterou je nutné smyčkou zakotvit, již nezpůsobuje nadměrné namáhání (drcení) betonu. Celková kotevní délka smyčky se počítá od středu smyčky do líce ložiska

Návrh a posouzení ozubu - šikmá výztuž (Model 2)

Sklon šikmé výztuže je nutné zvolit dle geometrie průvlaku. Výztuž by měla být skloněna tak, aby co nejlépe křížila vznikající trhliny v ozubu. Problematické bývá zakotvení výztuže ve styčnicu 2 Modelu 2. V tomto příkladu se podařilo zakotvit výztuž

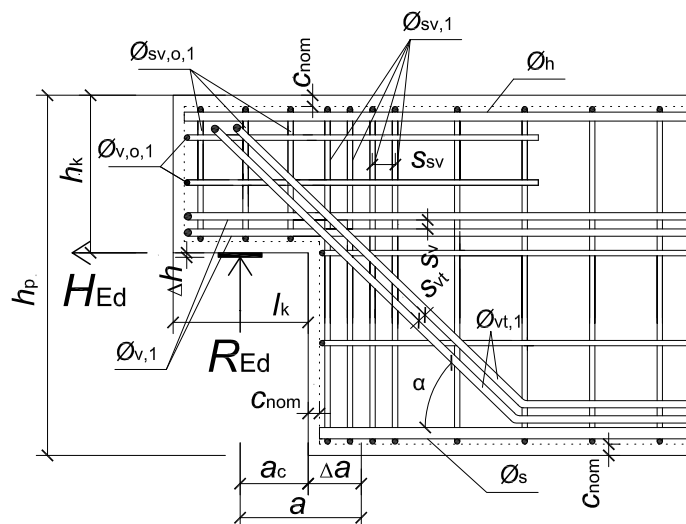
smyčkami. To především z důvodu použití větších profilů výztuže smyček a tedy snížení tahové síly v nich. Nicméně často dochází k tomu, že výztuž nelze zakotvit smyčkami. V takových případech lze použít následující alternativy kotvení:

- Použít kotevní destičky na konce šikmých prutů
- Zvýšit třídu betonu
- Změnit poměry sil v modelech 1 a 2 a přisoudit vyšší namáhací model

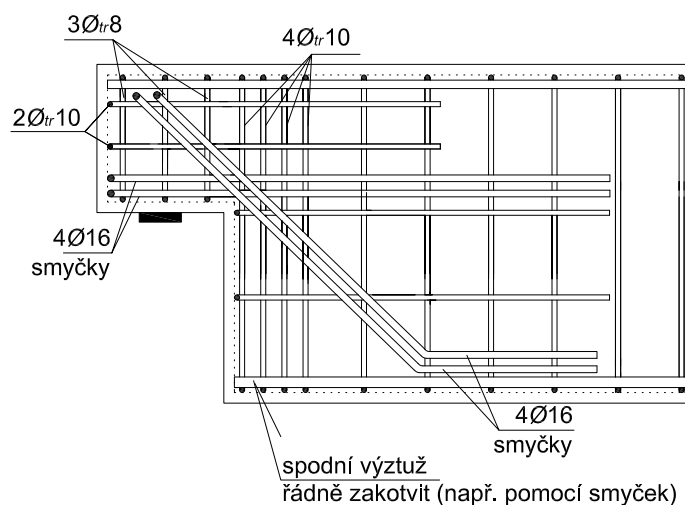
Návrh výztuže samotného ozubu

Na závěr výpočtu je potřeba navrhnout výztuž do samotného ozubu. Princip návrhu spočívá v tom, aby výztuž přenesla příčné tahové síly (vodorovná výztuž), které vznikají kolmo na vzpěry obou modelů. Svislá výztuž ozubu přenáší příčné tahové síly (rozložení tahových sil z šikmé vzpěry modelu 1) a také účinek smykové síly.

Uspořádání výztuže viz Obr. 3, 4.



Obr. 3: Řez uvažovaným uspořádáním výztuže průvlaku



Obr. 4: Možné uspořádání výztuže ozubu

3 Závěr

Byl představen postup výpočtu výztuže ozubu průvlaku. Výpočet byl proveden dle doporučených příhradových modelů dle ČSN EN 1992-1-1 [1]. Výpočet se týkal čistě jen samotné výztuže v blízkosti ozubu. Nicméně pro správné fungování je rovněž nutné zakotvit ohybovou výztuž při spodním lici průvlaku. Je vhodné zakotvit výztuž vodorovnými smyčkami menších průměrů nebo zakotvit spodní výztuž pomocí háků menších průměrů do horního líce průvlaku. Kotvení ocelové výztuže v železobetonových prvcích je obecně náročná disciplína, která vyžaduje jak znalosti přesného působení železobetonu jako kompozitního materiálu, tak dobrý inženýrský cit, jaké tvary výztuže použít. Důraz by měl být především kladen na bezpečnost a zároveň jednoduchost při provádění.

Reference

- [1] ČSN EN 1992-1-1. *Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. ČNI, 2006.
- [2] Šmejkal, J.; Procházka, J.: Navrhování konzol s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*, , č. 5, 2009.
- [3] Šmejkal, J.; Procházka, J.: Navrhování s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*, , č. 6, 2009.
- [4] Šmejkal, J.; Procházka, J.: Navrhování ozubů nosníků a desek s použitím modelů náhradní příhradoviny. *Beton TKS*, , č. 2, 2010.
- [5] Semrád, K.; Szucs, C.: Řešené příklady betonových konstrukcí pomocí příhradové analogie. Katedra betonových konstrukcí, 2009.

Příloha 1

Výstup z programu MS Excel:

Návrh a posouzení výztuže ozubu - výpočet

Příloha 1: Návrh a posouzení výztuže ozubu - výpočet

Výpočet proveden metodou příhradové analogie na základě kombinace mezi dvěma modely uvedených ve ČSN EN 1992-1-1, čl. 10.9.4.6.

Legenda buněk

XXX	Zadávané parametry
XXX	Vypočítané parametry
XXX	Vypočítané parametry, které je ale možné ručně poupravit přepsat

VNITŘNÍ SÍLY

Reakce (svislá) R_{Ed}	374 kN
Reakce (vodorovná) H_{Ed}	75 kN ($\geq R_{Ed} \cdot 0,2$)

(Působíště sil se uvažuje ve středu ložiska, tolerance uložení nejsou uvažovány)

ROZDĚLENÍ REAKCÍ DO MODELŮ

Vodorovná výztuž (model1)	100% (vždy 100%)
Svislá výztuž (model1)	60%
Šikmá výztuž (model2)	60%

Reakce (svislá) MODEL 1 $R_{Ed,1}$	224 kN
Reakce (svislá) MODEL 2 $R_{Ed,2}$	224 kN

GEOMETRIE KONSTRUKCE

ROZMĚRY PRŮVLAKU

Výška průvlaku h_p	0,80 m
Šířka průvlaku b_p	0,40 m

ROZMĚRY OZUBU

Vyložení ozubu l_k	0,30 m
Výška ozubu h_k	0,35 m
Šířka ozubu b_k	0,40 m

LOŽISKO

Šířka b_l	0,40 m
Délka l_l	0,10 m
Výška ložiska Δh	0,01 m
Umístění (střed) a_c	0,15 m

MATERIÁLY

BETON

C30/37	$f_{ck} = 30,0$ MPa	$f_{cd} = 20,0$ MPa	$f_{ck;0,05} = 2,0$ MPa
	$f_{ctm} = 2,9$ MPa	$\epsilon_{cu3} = 3,5$ ‰	$f_{ctd} = 1,33$ MPa
	$\nu = 1 - f_{ck} / 250 = 0,88$		

Návrhové pevnosti styčniců:

styčnic C-C-C	$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \cdot \nu \cdot f_{cd} =$	17,6 MPa
styčnic C-C-T	$\sigma_{Rd,max} = 0,85 \cdot \nu \cdot f_{cd} =$	15,0 MPa
styčnic C-T-T	$\sigma_{Rd,max} = 0,75 \cdot \nu \cdot f_{cd} =$	13,2 MPa
vzpěra (příč. tah)	$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \cdot \nu \cdot f_{cd} =$	10,6 MPa

BETONÁŘSKÁ VÝZTUŽ

B500B	$f_{yk} = 500$ MPa	$f_{yd} = 434,8$ MPa
--------------	--------------------	----------------------

VÝZTUŽENÍ (OHYBOVÁ+SMYKOVÁ VÝZTUŽ)

Bet. krycí vrstva	c	25 mm		
Třmínková výztuž (svislá) $\Phi_{st,1}$	10	rozteč	200 mm	(v zóně blízko podpory)
Ohybová výztuž, spodní Φ_s	28	počet	5	
Ohybová výztuž, horní Φ_h	16	počet	4	

POSOUZENÍ TLAKU POD STYČNOU DESKOU (STYČNÍK C-C-T)

$$\sigma_{\max} = \frac{(R_{Ed}^2 + H_{Ed}^2)^2}{b_1 \cdot l_1} = 9,5 \text{ MPa} < 15,0 \text{ MPa}$$

NÁVRH A POSOUZENÍ OZUBU -SVISLÁ VÝZTUŽ (MODEL1)

Síla v táhlech $T_{32}=T_{45}=T_{67}=R_{Ed,1}$

$$A_{s23,req} = T_{32} / f_{yd} = 516 \text{ mm}^2$$

Šířka táhla $l_{32} = 150 \text{ mm} [(počet-1) \times rozteč]$

$$R_{Ed,1} = (224 \text{ kN})$$

Návrh výztuže (třmínky)

$\Phi_{sv,1}$ třmínků 10

střížnost 2

počet n_{sv} 4

v os. rozteči s_{sv} 50 mm

$$A_{s23,prov} = 628 \text{ mm}^2$$

Pozice styčnicku "1"

Účinná výška od líce ozubu

$$d_k^1 = c + \phi_{st,1} + [n_v \cdot \phi_{v,1} + (n_v - 1) \cdot s_v] / 2 = 61 \text{ mm}$$

kde n značí počet smyček vodorovné výztuže nad sebou

$$d_k = h_k - d_k^1 = 289 \text{ mm}$$

Geometrie styčnicku "2" (C-C-T)

Vodorovná vzdálenost těžiště navržených třmínků od líce ozubu

$$\Delta a = c + \phi_{sv,o,1} + \phi_{sv,1} / 2 + [(n_{sv} - 1) \cdot s_{sv}] / 2 = 113 \text{ mm}$$

Rameno reakce

$$a = a_c + \Delta a_c + H_{Ed} / R_{Ed,1} \cdot (d' + \Delta h) = 263 \text{ mm}$$

Šířka styčnicku $x_2 = R_{Ed,1} / (\sigma_{Rd,max} \cdot b_p) = 38 \text{ mm}$

Odhad výšky tlačené oblasti

$$a_d = c_{nom} + \phi_{st,1} + 0,5 \cdot R_{Ed,1} / (b_o \cdot \sigma_{Rd,max}) = 66 \text{ mm}$$

Odhad ramene vn. sil

$$z_k = h_k - d_k^1 - a_d = 223 \text{ mm}$$

Odhad sklonu tlač. diagonály

$$\theta = \text{acrtg}(z_k / a) = 40,26^\circ$$

Odhad výšky styčnicku

$$y_2 = \frac{R_{Ed,2} + \frac{R_{Ed,1} \cdot \cos \theta}{\sin \theta}}{\sigma_{Rd,max} \cdot b_p} = 82 \text{ mm}$$

Výška tlačené oblasti

$$a_d = c_{nom} + \phi_{st} + 0,5 \cdot y_2 = 76 \text{ mm}$$

Rameno vn. sil

$$z_k = h_k - d_k^1 - a_d = 213 \text{ mm}$$

Sklon tlač. diagonály

$$\theta = \text{acrtg}(z_k / a) = 39,02^\circ$$

Výška styčnicku

$$y_2 = \frac{R_{Ed,2} + \frac{R_{Ed,1} \cdot \cos \theta}{\sin \theta}}{\sigma_{Rd,max} \cdot b_p} = 84 \text{ mm}$$

NÁVRH A POSOUZENÍ OZUBU -VODOROVNÁ VÝZTUŽ (MODEL1)

$$H_{Ed} = (75 \text{ kN})$$

$$\text{Síla v táhlech } T_{14} = R_{Ed,1} \cdot a / z + H_{Ed} = 352 \text{ kN}$$

Návrh výztuže (vodorovné smyčky)

$$A_{s14,req} = T_{14} / f_{yd} = 809 \text{ mm}^2$$

$$\Phi_{v,1} \text{ smyček } 16$$

$$\text{počet nad sebou } n_v 2$$

$$\text{počet vedle sebe } 2$$

$$\text{v rozteči } s_v 20 \text{ mm}$$

$$\text{Napětí: } \sigma_{sd} = \frac{A_{s14,req}}{A_{s14,prov}} \cdot f_{yd} = 219 \text{ MPa}$$

$$A_{s14,prov} = 1608 \text{ mm}^2$$

$$\text{Síla v 1 prutu: } F_{bt} = \sigma_{sd} \cdot A_{s,1} = 44 \text{ kN}$$

Zakotvení smyček v ozubu:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 3,0 \text{ MPa}$$

$$\eta_1 = 1,0$$

$$\eta_2 = 1,0$$

$$l_{bd,req} = \frac{\phi_{v,1}}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = 292 \text{ mm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 204 \text{ mm} \quad (\text{s uvážením vlivu kolmého tlaku } \alpha_5=0,7)$$

Výpočet maximálního průměru smyčky s ohledem na drcení betonu:

$$\phi_{v,1,min} = F_{bt} \cdot \frac{1/a_b + 1/2 \cdot \phi_{v,1}}{f_{cd}} = 122 \text{ mm}$$

zvoleno → 140 mm

$$a_b = c + \phi_{sv,o,1} + \phi_{v,1} / 2 = 41 \text{ mm}$$

Celková kotevní délka smyčky:

$$l_b = \pi \cdot \phi_{v,1,min} / 4 + l_h = 210 \text{ mm} >$$

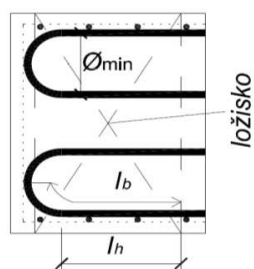
$$l_{bd} = 204 \text{ mm}$$

kde l_h je vzdálenost od středu smyčky k líci ložiska

Zakotvení smyček (rovných prutů) směrem do nosníku:

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 292 \text{ mm}$$

(požadovaná kotevní délka za styčnickem 4)



Posouzení tlaku v betonové vyzpěře

$$C_{12} = R_{Ed,1} / \sin \theta = 356 \text{ kN}$$

$$\text{šířka diagonály } a_{12} = l_i / \sin(\theta) = 0,16 \text{ m} \quad (\text{styčník 1})$$

$$\text{Napětí: } \sigma_{12} = \frac{C_{12}}{a_{12} \cdot b_k} = 5,6 \text{ MPa} < 10,6 \text{ MPa}$$

$$\text{délka vyzpěry } h_{12} = \frac{z_k}{\sin(\theta)} = 0,35 \text{ m} \quad (\text{geometrie modelu})$$

NÁVRH A POSOUZENÍ OZUBU -ŠIKMÁ VÝZTUŽ (MODEL2)

$$\text{Sklon výztuže } \alpha = 44^\circ$$

$$\text{Síla v táhlech } T_{23} = R_{Ed,2} / \sin \alpha = 323 \text{ kN}$$

Návrh výztuže (šikmé smyčky)

$$A_{s13,req} = T_{13} / f_{yd} = 743 \text{ mm}^2$$

$$\Phi_{vt,1} \text{ smyček } 16$$

$$\text{počet nad sebou } n_{vt} 2$$

$$\text{počet vedle sebe } 2$$

$$\text{v rozteči } s_{vt} 20 \text{ mm}$$

$$\text{Napětí: } \sigma_{sd} = \frac{A_{s14,req}}{A_{s14,prov}} \cdot f_{yd} = 201 \text{ MPa}$$

$$A_{s13,prov} = 1608 \text{ mm}^2$$

$$\text{Síla v 1 prutu: } F_{bt} = \sigma_{sd} \cdot A_{s,1} = 40 \text{ kN}$$

Zakotvení smyček v ozubu:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 3,0 \text{ MPa}$$

$$\eta_1 = 1,0$$

$$\eta_2 = 1,0$$

$$l_{bd,req} = \frac{\phi_{v,1}}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = 268 \text{ mm}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 187 \text{ mm} \quad (\text{s uvážením vlivu kolmého tlaku } \alpha_5=0,7)$$

Výpočet maximálního průměru smyčky s ohledem na drčení betonu:

$$\phi_{v,1,\min} = F_{bt} \cdot \frac{1/a_b + 1/2 \cdot \phi_{v,1}}{f_{cd}} = 104 \text{ mm} \quad \text{zvoleno} \rightarrow 140 \text{ mm}$$

$$a_b = c + \phi_{sv,o,1} + \phi_h = 49 \text{ mm}$$

Celková kotevní délka smyčky:

$$l_b = \pi \cdot \phi_{v,1,\min} / 4 + l_h = 190 \text{ mm} > l_{bd} = 187 \text{ mm}$$

kde l_h je vzdálenost od středu smyčky k líci ložiska (průmět)

Zakotvení smyček (rovných prutů) směrem do nosníku:

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 187 \text{ mm} \quad (\text{požadovaná kotevní délka za styčником 4})$$

Posouzení tlaku v betonové vzpěře

$$C_{12} = R_{Ed,2} = 224 \text{ kN} \quad \text{šířka vzpěry} \quad a_{12} = l_t = 0,10 \text{ m}$$

$$\text{Napětí: } \sigma_{12} = \frac{C_{12}}{a_{12} \cdot b_k} = 5,6 \text{ MPa} < 10,6 \text{ MPa} \quad \text{délka vzpěry} \quad h_{12} = z_k = 0,21 \text{ m}$$

(geometrie modelu)

NÁVRH VÝZTUŽE SAMOTNÉHO OZUBU

Příčné tahové síly Modelu 1 + posouvající síla (smyk)

Stanovení souč. β (rozdělení smykové síly od reakce)

$$\beta = (a_c + \Delta a - 0,5 \cdot l_1) / (2 \cdot z_k + a_d) = 0,37$$

Stanovení vodorovné tahové síly od reakce

$$T_{ts,12,y} = R_{Ed,1} \cdot \beta = 83 \text{ kN}$$

Stanovení příčného tahu ze síly F_{12} :

$$T_{t,12} = F_{12} (1 - 0,7 \cdot a_{12} / h_{12}) / 4 = 89 \text{ kN}$$

Rozložení účinků šikmé síly F_{12} (přídavek návrhu výztuže 20%):

$$\text{vodorovná} \quad T_{t,12,x} = 1,2 \cdot T_{t,12} \cdot \sin(\theta) = 67 \text{ kN}$$

$$\text{svislá} \quad T_{t,12,y} = 1,2 \cdot T_{t,12} \cdot \cos(\theta) = 83 \text{ kN}$$

Příčné tahové síly Modelu 2

Stanovení příčného tahu ze síly F_{12} :

$$T_{t,12,x} = F_{12} (1 - 0,7 \cdot a_{12} / h_{12}) / 4 = 56 \text{ kN}$$

VÝZTUŽ OZUBU -SVISLÁ VÝZTUŽ

Celková svislá tahová síla v ozubu:

$$\sum T_{12,y} = 166 \text{ kN}$$

$$A_{st,req,y} = \sum T_{12,y} / f_{yd} = 381 \text{ mm}^2$$

Návrh výztuže (třmínky)	
$\Phi_{sv,o,1}$ třmínků	8
střížnost	2
počet vedle sebe	5
v rozteči s_v	50 mm
$A_{st,y,prov}$	503 mm ²

VÝZTUŽ OZUBU NA PŘÍČNÝ TAH-VODOROVNÁ VÝZTUŽ

Celková vodorovná tahová síla v ozubu:

$$\sum T_{12,x} = 123 \text{ kN}$$

$$A_{st,req,x} = \sum T_{12,x} / f_{yd} = 284 \text{ mm}^2$$

Návrh výztuže (třmínky) po délce ozubu:

$\Phi_{v,o,1}$ třmínků	10
střížnost	2
počet nad sebou	2
v rozteči s_v	100 mm
$A_{st,x,prov}$	314 mm ²