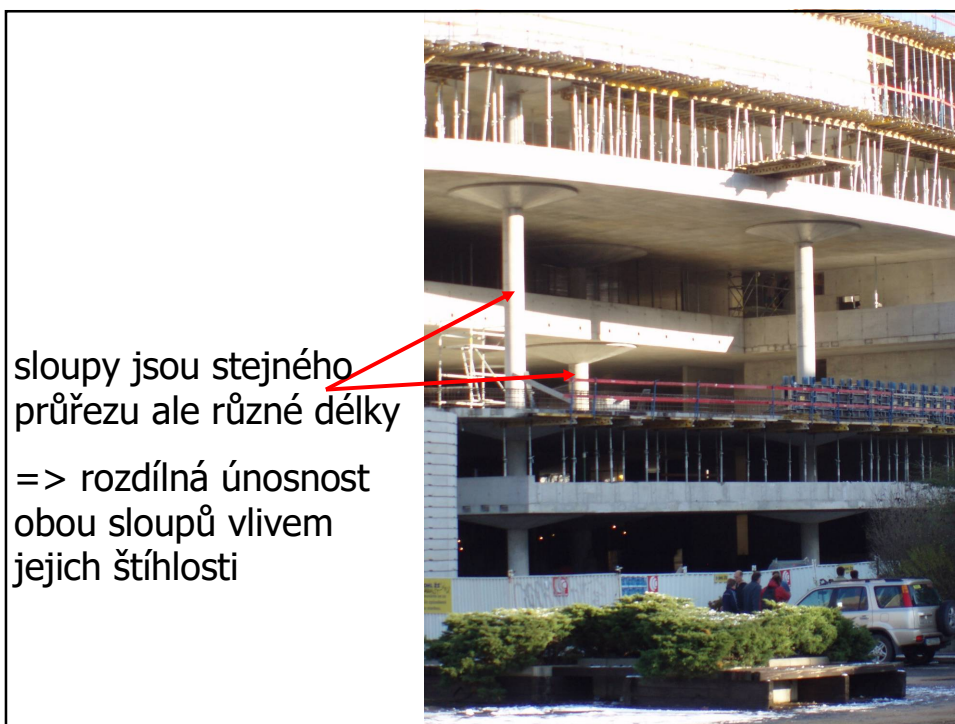


BZA2 – ŠTÍHLÉ TLAČENÉ PRVKY
PORUŠENÍ MIMOSTŘEDNÝM TLAKEM

"VZPĚR" ←

(porušení nestabilitou prvku nebo konstrukce)

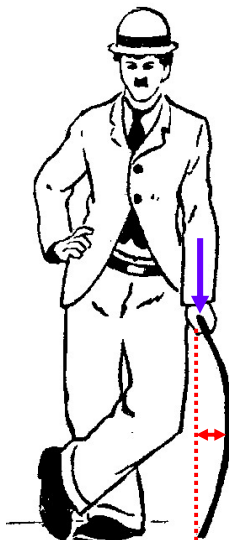
ŠTÍHLOST



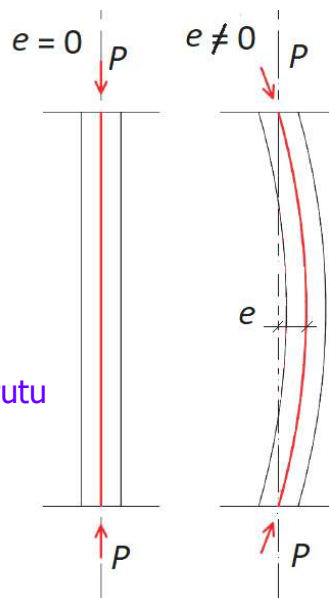
sloupy jsou stejného průřezu ale různé délky

=> rozdílná únosnost obou sloupů vlivem jejich štíhlosti

vybočení tlačného prutu



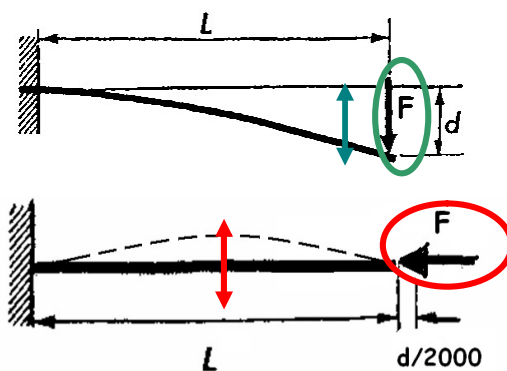
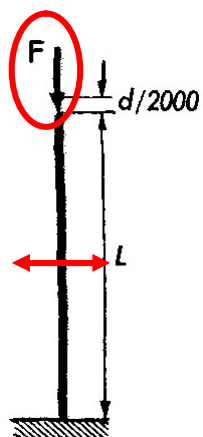
vodorovný průhyb
svise tlačného prutu



deformace tlačného prutu

!!

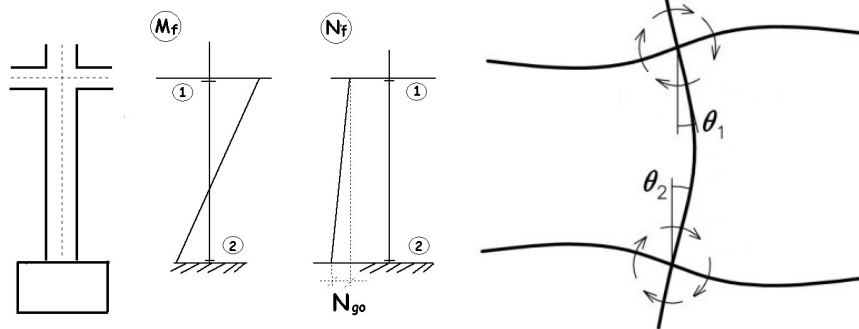
X
deformace ohýbaného prutu



- Účinky 1. řádu

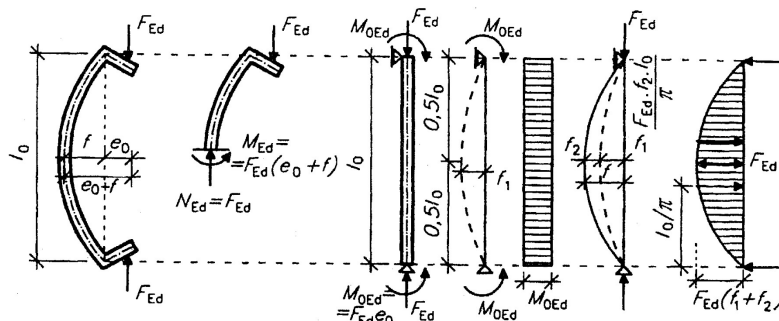
vyšetřujeme na nedeformované konstrukci, ale s uvažováním tzv. geometrických imperfekcí (odchylky střednice od svislé polohy)

=> vnitřní síly od zatížení M_f a N_f



- Účinky 2. řádu

nutno počítat u tzv. štíhlých prutů, kde hrají roli přídavné účinky zatížení vyvolané vodorovnou (podélnou) deformací svislého tlačného prutu



Úloha je

- **GEOMETRICKY NELINEÁRNÍ**

účinek vnějších sil na štíhlém excentricky zatíženém železobetonovém prutu závisí **PODSTATNĚ** na jeho průhybu

- **FYZIKÁLNĚ NELINEÁRNÍ**

závisí na přetvárných vlastnostech průřezů,
resp. materiálů

BETON – typicky nelineární pracovní diagram s velmi nízkým poměrem pevnosti betonu v tahu a pevnosti betonu v tlaku

OCEL – bilineární pracovní diagram

7

TEORIE PRUŽNOSTI

- Eulerovo břemeno

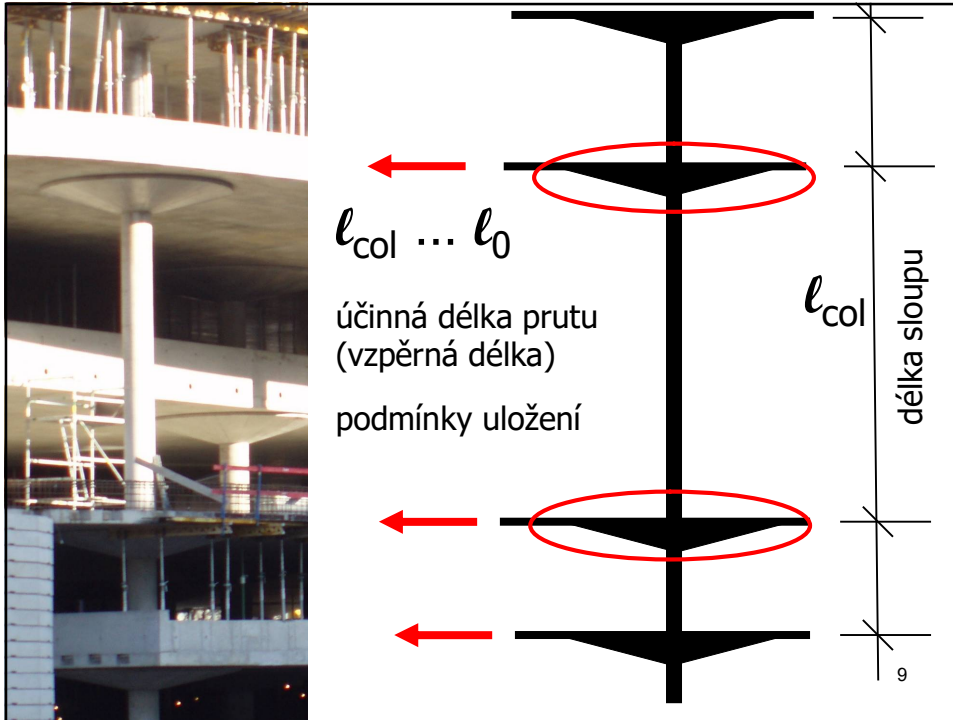
$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_0^2} \quad \text{vzpěrná délka} = ?$$

- **BETON + VÝZTUŽ = ŽELEZOBETON**

$$N_{cr} = \frac{\pi^2}{l_0^2} \cdot E_{eff} \cdot I_{i,osl}$$

trhliny !!
ideální průřez !!
dotvarování !!

8



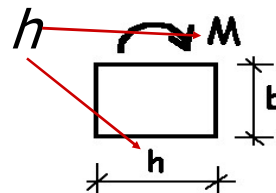
- sloupy masivní
- sloupy štíhlé
- sloupy velmi štíhlé

Kritérium:

štíhlost sloupu λ

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad \text{pro obdélník} \quad \lambda = \frac{l_0 \cdot \sqrt{12}}{h}$$

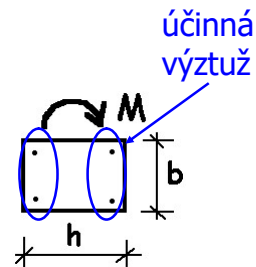
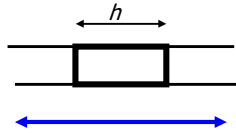
l_0 ... vzpěrná délka prutu = vzdálenost
 inflexních bodů průhybové čáry
 i ... poloměr setrvačnosti



• štíhlost sloupu λ

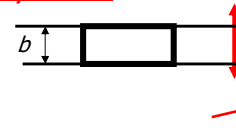
vzpěr – vybočení v rovině rámu

$$\lambda = \frac{l_0 \cdot \sqrt{12}}{h}$$

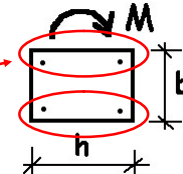


vzpěr – vybočení z roviny rámu

$$\lambda = \frac{l_0 \cdot \sqrt{12}}{b}$$



účinná výztuž



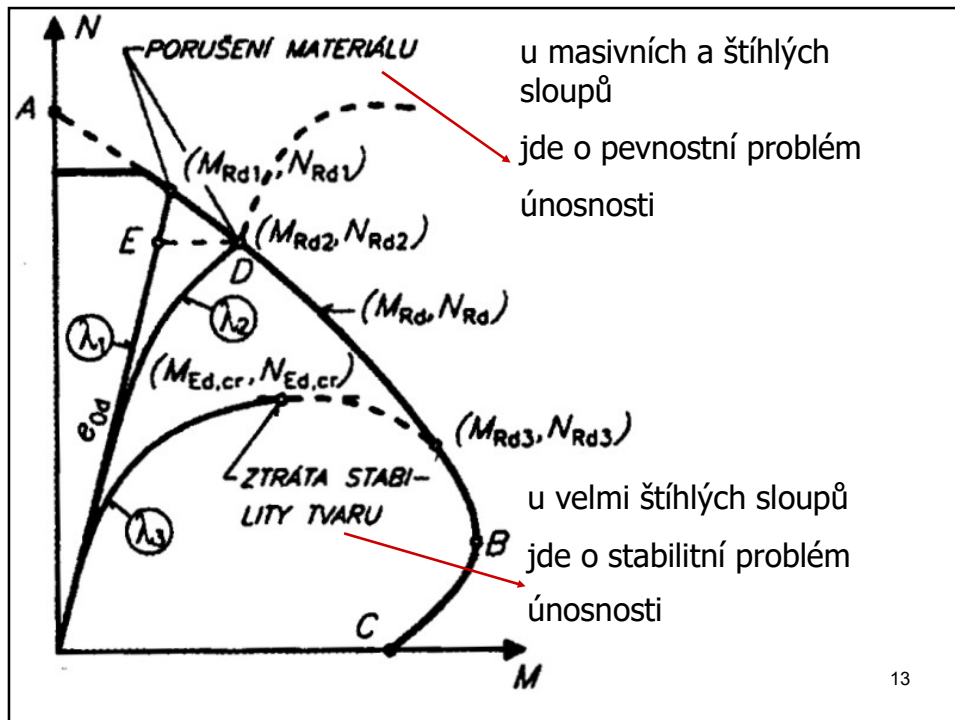
11

Do výpočtu pro železobetonové prvky zavádíme :

- $I_{i,osl}$... moment setrvačnosti ideálního průřezu, na mezi únosnosti oslabeného trhlinami
- E_{eff} ... modul přetvárnosti betonu (mění se v čase vlivem dotvarování)
- eventuálně vliv nelineárních vlastností materiálů

=> FYZIKÁLNÍ NELINEARITA

12



13

Úkoly výpočtu :

- určení vzpěrné délky prutu ℓ_0
 - kritérium pro rozhodnutí zda je prut štíhlý nebo masivní
-
- výpočet snížené únosnosti štíhlého prutu
 - nebo zvětšení účinků zatížení (výpočet zvětšené výstřednosti působící síly)

14

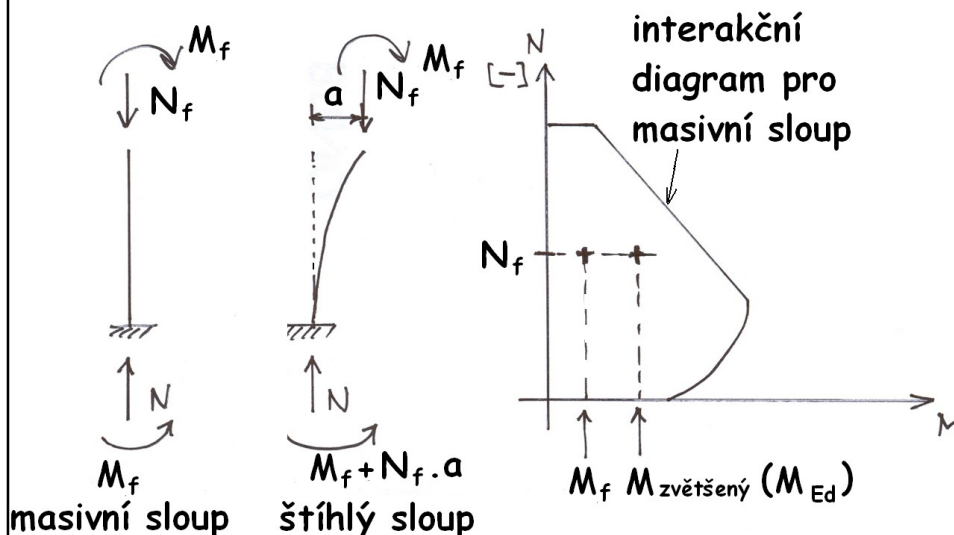
posouzení štíhlého sloupu pomocí interakčního diagramu pro masivní průřez

- $N_{Ed} = N_f$ – síla od zatížení zůstává stejná
- M_{Ed} – zohlednění vlivu štíhlosti prutu zvětšením excentricity od zatížení
- $e_f = M_f / N_f$... **excentricita od zatížení** (teorie 1.řádu)
- e_i ... **excentricita náhodná** (zjednodušeně $e_i = l_0 / 400$)
(vliv nepřesností provádění - imperfekce)
- e_2 ... **excentricita** vyvolaná vodorovným průhybem svislého prutu – tedy **vlivem štíhlosti** (teorie 2.řádu)
- celková výstřednost $e_{tot} = (e_f + e_i + e_2) > e_0$

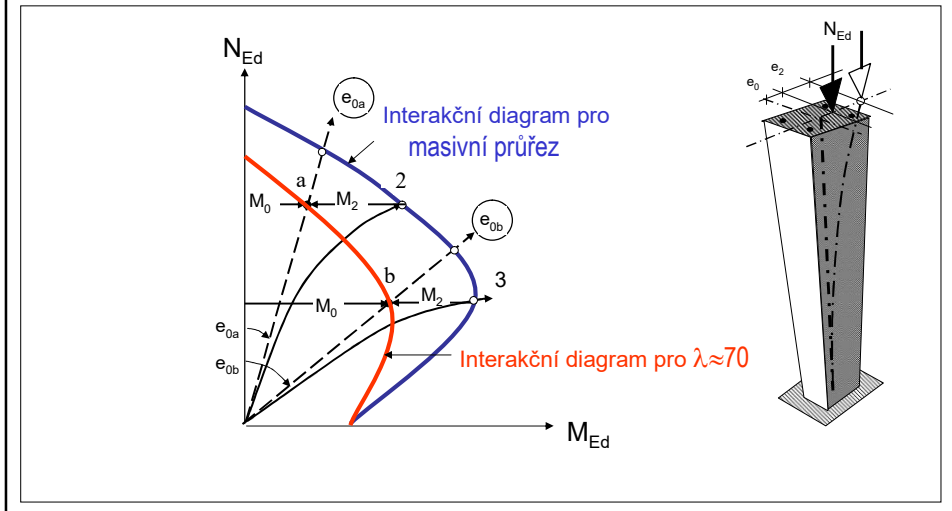
$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{tot} = N_{Ed} \cdot (e_f + e_i + e_2)$$

15

posouzení štíhlého sloupu pomocí interakčního diagramu pro masivní průřez

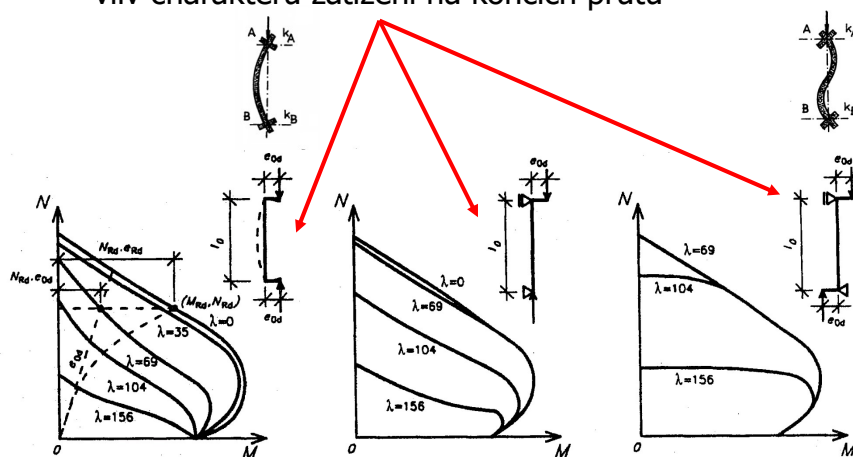


vytvoření interakčního diagramu se zohledněním teorie druhého řádu



redukované interakční diagramy

vliv charakteru zatížení na koncích prutu



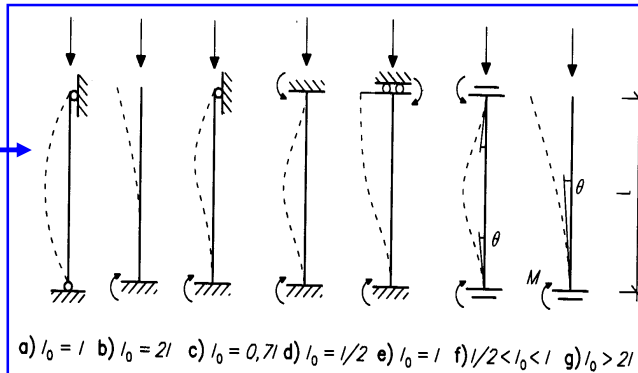
? Prvek masivní – štíhlý – velmi štíhlý ?

podle ŠTÍHLOSTI $\lambda = \ell_0 / i$

účinná délka = vzdálenost mezi inflexními body

ohybové čáry

u osamělých
sloupů



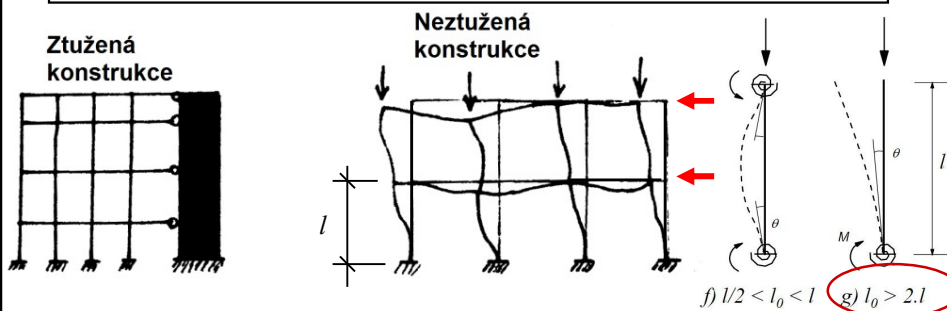
ℓ_0 pro sloup ŽB rámu ?

19

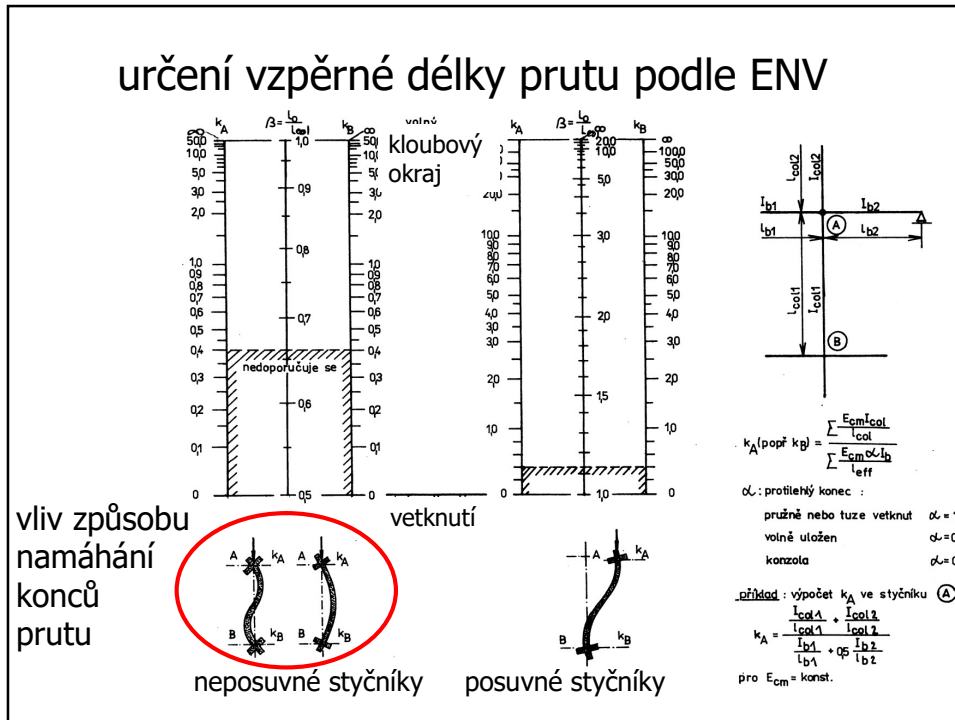
u sloupů ŽB rámu – tuhé styčníky

ℓ_0 závisí na tuhosti prutů
a posuvnosti styčníků !!!

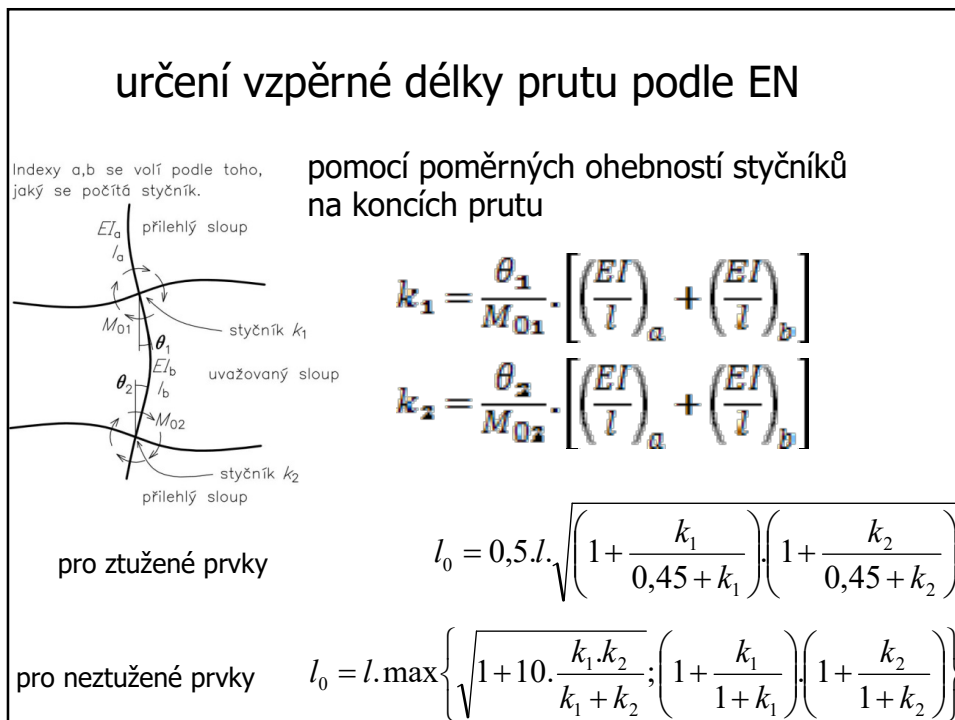
- neposuvné (ztužené rámy) $\ell_0 \leq l$
- posuvné (neztužené rámy) $\ell_0 > l$



určení vzpěrné délky prutu podle ENV



určení vzpěrné délky prutu podle EN



určení limitní štíhlosti:

$$\lambda_{\text{lim}} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}}$$

$n = N_{\text{Ed}} / (A_c \cdot f_{\text{cd}})$, poměrná normálová síla

Bezpečně:

A ... vliv dotvarování betonu

$$A = 0,7$$

B ... vliv výztuže

$$B = 1,1$$

C ... vliv zatížení

$$C = 0,7$$

Obvykle příliš konzervativní!

23

kriterium štíhlosti podle EN

$$\lambda < \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad \dots \text{ sloup masivní}$$

$$\lambda \geq \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n}} \quad \dots \text{ sloup štíhlý}$$

$$\lambda > ? \quad \dots \text{ velmi štíhlý sloup}$$

24

kriterium štíhlosti podle EN

- A ... vliv dotvarování betonu

$$A = 1 / (1 + 0,2 \cdot \Phi_{ef})$$

neznáme-li Φ_{ef} , lze dosadit $A = 0,7$

Φ_{ef} ... účinný součinitel dotvarování

$$\Phi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}}$$

$\varphi(\infty, t_0)$... je konečná hodnota součinitele dotvarování

M_{0Eqp} ... je ohybový moment prvního řádu
vyvozený od kvazistálého zatížení

M_{0Ed} ... je ohybový moment prvního řádu

25

kriterium štíhlosti podle EN

- B ... vliv výztuže

$$B = \sqrt{1 + 2\omega}$$

neznáme-li ω , lze dosadit $B = 1,1$

ω ... mechanický stupeň vyztužení

$$\omega = A_s \cdot f_{yd} / (A_c \cdot f_{cd})$$

A_s ... průřezová plocha celkové podélné výztuže

A_c ... průřezová plocha betonového průřezu

26

kriterium štíhlosti podle EN

- C ... vliv zatížení

$$C = 1,7 - r_m$$

neznáme-li r_m , lze dosadit $C = 0,7$

r_m ... poměr ohybových momentů 1.řádu

$$r_m = \min \left\{ \frac{M_{01}}{M_{02}}; \frac{M_{02}}{M_{01}} \right\} \quad r_m \in \{-1; 1\}$$

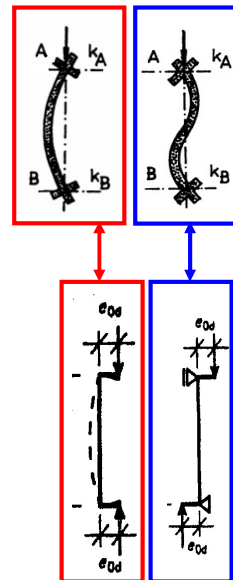
M_{01} a M_{02} ... koncové ohyb. momenty 1.řádu

$$|M_{01}| \geq |M_{02}|$$

pokud M_{01} a M_{02} vyvozují tah na stejné straně,

je r_m **kladné** ($C \leq 1,7$)

jinak je r_m **záporné** ($C > 1,7$)



27

kriterium štíhlosti podle EN

$$\lambda_{lim} = \frac{20,1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}} \cdot \frac{\sqrt{1 + 2 \cdot \omega \cdot (1,7 - r_m)}}{\sqrt{n}} \leq 75$$

Zhodnocení

- $\lambda \leq \lambda_{lim} \Rightarrow$ MASIVNÍ TLAČENÝ PRVEK
- $\lambda > \lambda_{lim} \Rightarrow$ ŠTÍHLÝ TLAČENÝ PRVEK

28

výpočet zvětšené výstřednosti ohybového momentu pro štíhlý sloup podle EN

$$e_{0Ed} = (e_f + e_i)$$

e_f ← náhodná excentricita (imperfekce)
 e_i ← excentricita od zatížení

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

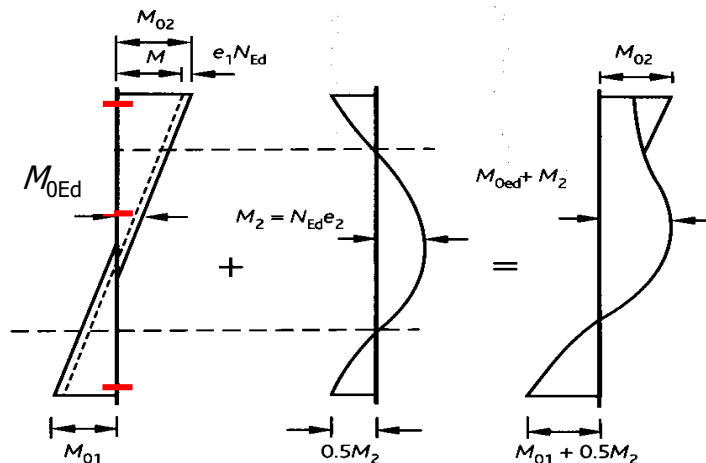
M_{0Ed} ← ohybový moment 1. řádu s vlivem imperfekcí
 M_2 ← ohybový moment 2. řádu

$$M_{0Ed} = N_{Ed} \cdot e_{0Ed} \quad M_2 = N_{Ed} \cdot e_2$$

e_2 ← vodorovný průhyb sloupu = výstřednost 2.řádu

29

rozhodující průřez (maximální moment) pro sloup:



$$M_{Ed} = \max (M_{0Ed} + M_2; M_{02}; M_{01} + 0,5 M_2)$$

30

metody pro řešení konstrukcí se štíhlými sloupy:

1) obecné – nelineární analýza na vhodném modelu

2) zjednodušené

a) přibližné nelin.výpočty (předp.tvar přetvoření)

b) lineární analýza + vliv "2.řádu" přibližně

JAK?

31

metody vyšetřování účinků 2.řádu
ZJEDNODUŠENÉ METODY

- metoda založená na tzv. **JMENOVIÝCH OHYBOVÝCH TUHOSTECH**
- metoda založená na **JMENOVIÝCH KŘIVOSTI**

32

metoda založená na JMENOVITÝCH OHYBOVÝCH TUHOSTECH

- vychází z hodnot ohybových tuhostí, zohledňujících vliv trhlin, materiálových nelinearit a dotvarování betonu

$$M_{Ed} = M_{oEd} \cdot \left[1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}}\right) - 1} \right]$$

návrhový ohybový moment
(celkový – zahrnující účinky
prvního řádu, imperfekcí i
účinky druhého řádu)

$$N_B = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_0^2}$$

Eulerovo kritické (vzpěrné) břemeno

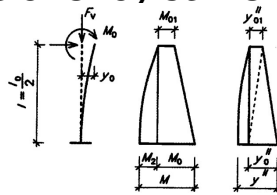
$M_{oEd} = N_{Ed} \cdot e_0 = N_{Ed} \cdot (e_f + e_i)$... ohybový moment 1.řádu
(s vlivem imperfekcí)

$EI = K_C \cdot E_{cd} \cdot I_C + K_S \cdot E_s \cdot I_s$... jmenovitá tuhost
(vliv trhlin a dotvarování) 33

metoda založená na JMENOVITÉ KŘIVOSTI

- metoda náhradního (modelového) štíhlého sloupu

(nehmotný přímý, svislý prut vetknutý v patě)
průběh momentů 2.řádu se předpokládá parabolický



- vychází se z předpokladu, že přetvoření ve vrcholu y_0 (tedy výstřednost 2. řádu) je lineární funkcí křivosti ve vetknutí

$$y_0 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_0^2}{10}$$

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_c \cdot \frac{1}{r_0}$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d}$$

K_r ... opravný součinitel
závislý na normálové síle

K_c ... opravný součinitel
zohledňující dotvarování

d ... účinná výška průřezu 34

zjednodušený postup pro cvičení BZA2

- konstrukce **ztužená** ($l_0 \leq l_{col}$ a $> 0,5 \cdot l_{col}$)
 - $l_0 =$ přibližně $0,8 \cdot l_{col}$ (odhad)
(l_{col} ... délka prutu resp. výška sloupu)
 - určení štíhlosti $\lambda = l_0 \cdot \sqrt{12}/h$
 - určení limitní štíhlosti $\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n}$
 - srovnání $\lambda \sim \lambda_{lim}$
 - $\lambda \leq \lambda_{lim} \Rightarrow$ sloup masivní ... určit $e_{tot} = e_f + e_i$
 - $\lambda > \lambda_{lim} \Rightarrow$ sloup štíhlý
- pro štíhlý sloup odhadem zvětšit excentricitu e_{tot}
o 20 – 30%
- (POUZE pro účely tohoto cvičení !!!)**