1.1 PŘECHODNICE DOPRAVNÍCH STAVEB

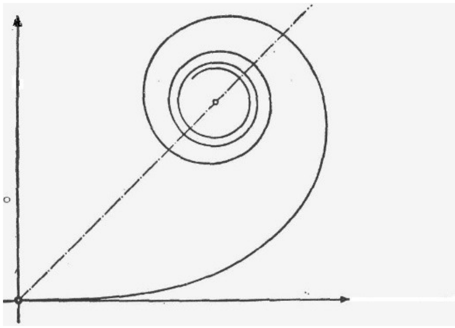
Přejede-li rychle se pohybující vozidlo z přímé dráhy do oblouku o poloměru *r*, je vystaveno účinkům odstředivé síly, která roste se zvyšující se rychlostí a zmenšujícím se poloměrem. Aby přechod byl plynulý, vkládá se mezi přímou (tečnu) a oblouk kružnice o poloměru *r* křivka zvaná *přechodnice*, která plynule mění svou křivost v závislosti na délce od hodnoty $k = 0$ do hodnoty $k = 1/r$. V tomto případě hovoříme o *krajní přechodnici*.

Jde-li o stejnosměrný složený oblouk, kde jízdní dráha přechází z oblouku o poloměru r_1 do oblouku o poloměru r_2, vkládáme mezi oba oblouky *mezilehlou přechodnici*, která mění plynule křivost z hodnoty $k_1 = 1/r_1$ do hodnoty $k_2 = l/r_2$.

Dynamickým účinkům odstředivé síly při projíždění obloukem se čelí *příčným sklonem* jízdní dráhy (silnice se klopí, na železnici se převyšuje vnější kolejnice). Převýšení (příčný sklon) se mění plynule ve *vzestupnici*, která se obvykle vkládá do přechodnice.

V dopravním stavitelství se používají zpravidla jako přechodnice klotoida (u silnic) a kubická parabola (na železnici).

1.1.1 Klotoida



Obr. 4.11

Klotoida je křivka, jejíž křivost narůstá lineárně s délkou oblouku (obr. 4.11). Její přirozená rovnice je dána vztahem

$$k = a \cdot s \quad , \qquad (4.10)$$

kde *k* je křivost křivky v daném bodě,
s je délka křivky,
a je parametr křivky (konstanta větší než nula).

V silničním stavitelství se používá přirozená rovnice klotoidy zapsaná v tradiční symbolice ve tvaru

$$LR = A^2 \quad , \qquad (4.11)$$

kde *L* je délka křivky (přechodnice) od bodu *TP*,
R je poloměr křivosti křivky v daném bodě,
A je parametr (konstanta).

S uvážením, že křivost křivky $k = L/R$, bude přirozená rovnice klotoidy psána ve tvaru

$$k = \frac{L}{A^2} \quad . \qquad (4.11a)$$

Poznámka: pro délku přechodnice *L* se často používá vztah $L = v$, kde *v* je projektovaná návrhová rychlost komunikace v km/h.

1.1.1.1 Odvození hlavních prvků klotoidy

Při odvození použijeme souřadnicový systém, užívaný v matematice a veličiny budeme označovat jak je zavedeno v silničním stavitelství. Počátek souřadnicové soustavy umístíme do inflexního bodu klotoidy a kladnou větev osy *x* ztotožníme s tečnou k přechodnici (obr. 4.13). Budeme uvažovat kladnou větev klotoidy a z ní část od inflexního bodu *TP* k bodu *C*, ve kterém je tečna ke klotoidě kolmá na osu $+x \equiv t$.

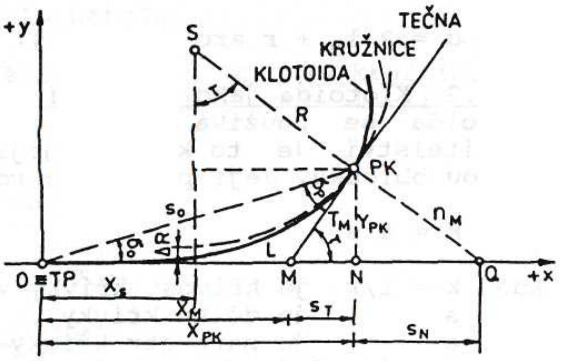
Přirozená rovnice klotoidy (4.10) umožňuje počítat křivost klotoidy v každém jejím bodě. Nás budou ale při vytyčování zajímat pravoúhlé souřadnice bodů klotoidy ve zvoleném souřadnicovém systému. Ortogonální souřadnice jednotlivých bodů křivky jsou dány parametrickými rovnicemi, známými z diferenciální geometrie, které vznikly z přirozené rovnice. Dosadíme-li do nich za křivost výraz (4.11), dostaneme po úpravě výrazy pro souřadnice bodu na konci klotoidy

$$X = L - \frac{L^5}{40\,A^4} + \frac{L^9}{3456\,A^8} - (13)$$

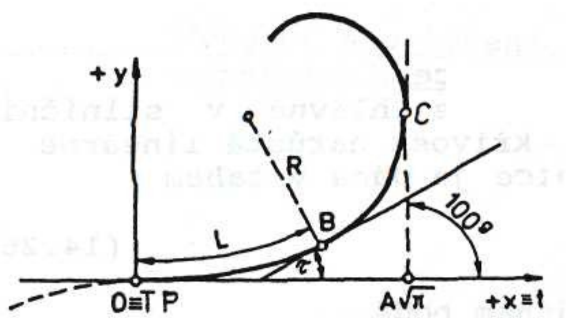
(4.12)

$$Y = \frac{L^3}{6\,A^2} - \frac{L^7}{336\,A^6} + \frac{L^{11}}{42240\,A^{10}} - (15)$$
.

Ve vzorcích (4.12) a v dalších vzorcích v tomto odstavci znamená výraz *(13)*, resp. *(15)*, neuvažované členy 13., resp. 15. a vyšších řádů.



Obr.4.12



Obr . 4.13

Pomocí rovnic (4.9) lze počítat pravoúhlé souřadnice bodů klotoidy při vytyčování od tečny v inflexním bodě *TP*. Pravoúhlé souřadnice *X, Y* lze přepočítat na polární σ_o, s_o podle rovnic (4.24) a (4.26) a vytyčovat body přechodnice polární metodou z inflexního bodu.

Úhel τ, který svírá tečna ke klotoidě v daném bodě s kladným směrem osy *x* (obr. 4.12) je dán vztahem

$$\tau = \frac{L^2}{2\,A^2}$$
.

(4.13)

Aby bylo možno vložit přechodnici mezi přímou a oblouk kružnice (obr. 4.13), je třeba při zachování tečen odsadit kružnici od tečen o hodnotu

$$\Delta R = Y_{PK} - R(1 - \cos\tau)$$
,

(4.14)

nebo po dosazení

$$\Delta R = \frac{L^3}{24 A^2} - \frac{L^7}{2688 A^6} + \frac{L^{11}}{506880 A^{10}} - (15) \quad .$$

(4.15)

Souřadnice středu *S* oskulační kružnice v bodě *PK* jsou

$$X_S = X_{PK} - R \sin \tau \quad ,$$

(4.16)

nebo po dosazení

$$X_S = \frac{L}{2} - \frac{L^5}{240 A^4} + \frac{L^9}{34560 A^8} - (13)$$

(4.17)

a

$$Y_S = R + \Delta R = Y_{PK} + R \cos \tau \quad ,$$

(4.18)

nebo po dosazení

$$Y_S = R - \frac{L^3}{24 A^2} - \frac{L^7}{2688 A^6} + \frac{L^{11}}{506880 A^{10}} - (15) \quad .$$

(4.19)

Délka tečny $T_M = \overline{M\,PK}$:

$$T_M = \frac{Y_{PK}}{\sin \tau} \quad .$$

(4.20)

Délka subtangenty $s_T \equiv \overline{MN}$:

$$s_T = Y_{PK} \cot g \tau \quad .$$

(4.21)

Délka normály $n_M = \overline{Q\,PK}$:

$$n_M = \frac{Y_{PK}}{\cos \tau} \quad ,$$

(4.22)

Délka subnormály $s_N \equiv \overline{NQ}$:

$$s_N = Y_{PK} \cdot tg \tau \quad .$$

(4.23)

Úhel σ_o mezi tětivou $\overline{TP\,PK}$ a tečnou v bodě *TP* :

$$tg\, \sigma_o = \frac{Y_{PK}}{X_{PK}} \quad . \qquad (4.24)$$

Úhel σ_p mezi tečnou v bodě *PK* a tětivou $\overline{PKTP}$:

$$\sigma_P = \tau - \sigma_o \quad .$$

(4.25)

Délka tětivy $s_o \equiv \overline{TPPK}$:

$$s_o = \sqrt{x_{PK}^2 + y_{PK}^2} = \frac{x_{PK}}{\cos \sigma_o} \quad .$$

(4.26)

Všechny hlavní prvky klotoidické přechodnice lze počítat podle uvedených vzorců.

1.1.1.2 *Výpočet a vytyčení hlavních prvků oblouku kružnice se symetrickými krajními přechodnicemi*

Při odvození potřebných vztahů vyjdeme z obr. 4.14. Délka tečny $T \equiv \overline{TPVB}$

$$T = (R + \Delta R)\, tg \frac{\alpha}{2} + X_S \quad ,$$

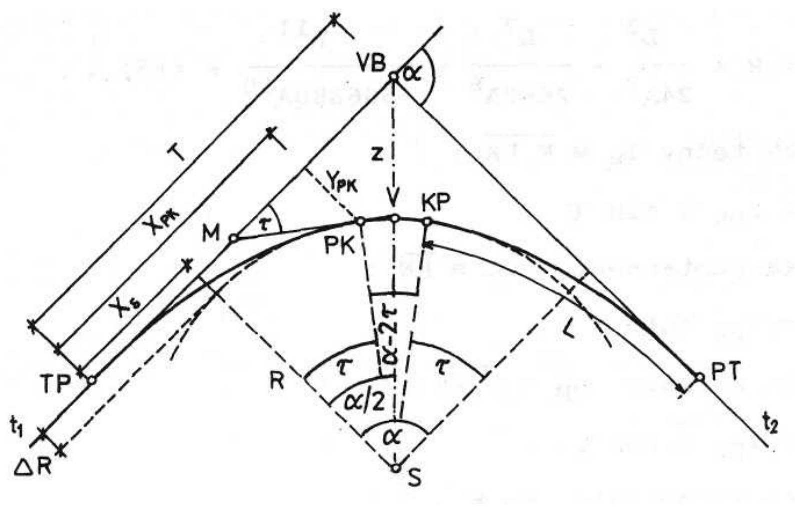
(4.27)

kde R je poloměr kružnice,
ΔR je odsazení kružnice od tečny,
α je středový úhel oblouku kružnice,
X_S je souřadnice středu odsazené kružnice.

Pomocí délky tečny *T* se vytyčí z bodu *VB* body *TP* a *PT* . Půlící bod oblouku *V* se vytyčí z bodu *VB* v ose úhlu tečen ve vzdálenosti $z \equiv \overline{VBV}$:

$$z = \frac{R + \Delta R}{\cos(\alpha/2)} - R \quad .$$

(4.28)



Obr. 4.14

Začátek kružnice *PK* (podobně *KP*) se vytyčí pravoúhlými souřadnicemi X_{PK} a Y_{PK} z bodu *TP (PT)*, vypočtenými z rovnic (4.12) pro délku přechodnice *L*, nebo polárními souřadnicemi σ_o a s_o podle obr. 4.14 a rovnic (4.24) a (4.26), nebo z bodu *M* ($X_M = X_{PK} - s_T$) na tečně pomocí úhlu τ a délky T_M (obr. 4.11) podle rovnic (4.13) a (4.20). Tečna v bodě *PK* je dána body *M* a *PK* (obr. 4.14). Délka oblouku *o* se vypočte:

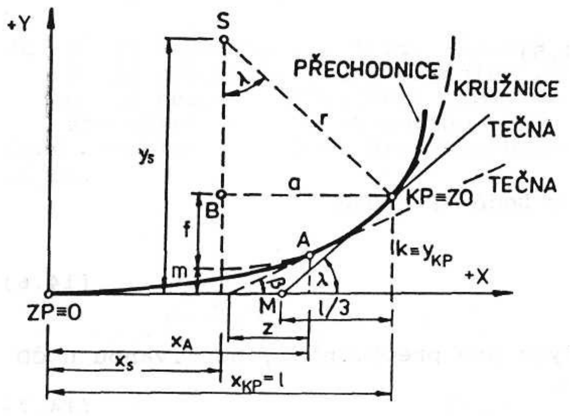
$$o = 2L + R \cdot arc(\alpha - 2\tau) \quad . \tag{4.29}$$

1.1.1.3 Vytyčení podrobných bodů přechodnice

Podrobné body na klotoidě se vytyčují buď pravoúhlými souřadnicemi *X, Y* od tečny v inflexním bodě, vypočtenými podle vztahů (4.12), kde za *L* se dosadí příslušná délka oblouku, nebo se použije polární metoda. Potom vytyčujeme z inflexního bodu hodnoty σ_o, s_2, vypočtené ze vztahů (4.21) a (4.23), do kterých dosadíme pravoúhlé souřadnice *X, Y* podrobného bodu.

1.1.2 Kubická parabola

Kubická parabola má styk 7. řádu s klotoidou, oproti níž má však jednodušší některé vzorce pro praktické použití. Nejdůležitější vzorce, využitelné i při realizaci projektů pozemkových úprav, naznačuje další text tohoto odstavce s využitím obr. 4.15.



Obr. 4.15

Křivka, používaná jako přechodnice u železničních společností, má rovnici

$$y = \gamma \frac{x^3}{6rl} \quad , \tag{4.30}$$

kde

y, x, jsou pravoúhlé souřadnice bodu přechodnice vztažené k tečně,

1 je délka přechodnice v tečně,

r je poloměr kružnice,

γ je opravný člen $\gamma = \dfrac{l}{\cos\lambda}$,

kde λ je úhel tečny v bodě $KP \equiv ZO$.

V obr. 4.15 jsou souřadnicové osy označeny jako v matematice a jednotlivé veličiny jsou označeny tradiční symbolikou obvyklou u ČD. Pro délku přechodnice opět platí vztah $l \geq v$, kde *v* je projektovaná traťová rychlost v km/h.

Tečna v obecném bodě *A* (úhel β) a subtangenta *z*:

$$tg\beta = \frac{y_A}{z} = \gamma \frac{x_A^3}{2rlz} \quad , \tag{4.31}$$

$$z = \frac{x_A}{3} \quad . \tag{4.32}$$

Pro konec přechodnice ($KP \equiv ZO$) je $x_{KP} = l$ a potom

$$z_{KP}=\frac{l}{3}\quad . \tag{4.33}$$

Odsazení oblouku kružnice *m*:

$$m=k-f=k-r\left(1-\cos\lambda\right)\simeq\frac{k}{4}\,. \tag{4.34}$$

Obr. 4.12

Úhel λ, který svírá tečna v koncovém bodě přechodnice s osou $+X$:

$$\sin\lambda=\frac{l}{2r}\quad . \tag{4.35}$$

Souřadnice středu oskulační kružnice S :

$$x_s=\frac{l}{2}\quad , \qquad y_s=r+m\quad . \tag{4.36}$$

1.2 PŘECHODNICE VODNÍCH TOKŮ

Na rozdíl od dopravních staveb není ve vodním stavitelství užívání přechodnic závazné. Směrové změny vodoteče lze realizovat volbou:
- prostých kružnicových oblouků, případně s mezilehlými přímými úseky,
- složených (stejnosměrných i protisměrných) kružnicových oblouků se stejnými nebo různými poloměry,
- kružnicových oblouků s krajními přechodnicemi, vhodnými zejména v dlouhých úsecích; přechodnicí užívanou při úpravách vodních toků je lemniskáta,
- přechodnicových oblouků; lemniskátový oblouk může být souměrný a tehdy lze použít úsek křivky od počátku po průsečík se symetrálou úhlu tečen. Při volbě nesouměrného lemniskátového oblouku lze použít jakýkoli vhodný úsek křivky.

V mnohých případech se osa úprav vodních toků z praktických důvodů vytyčuje v odsazení - úhlové hodnoty se nemění, délkové údaje jsou konstatně zvětšeny nebo zmenšeny v poměru poloměru skutečného ku poloměru vytyčovanému.

1.2.1 Lemniskáta

1.3 PŘECHODNICE DOPRAVNÍCH STAVEB

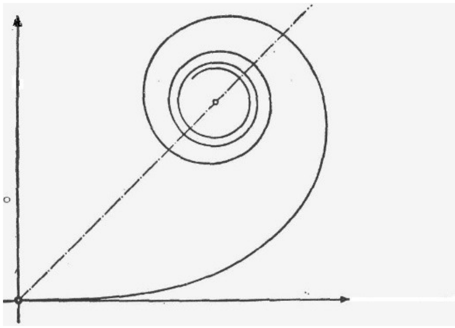
Přejede-li rychle se pohybující vozidlo z přímé dráhy do oblouku o poloměru *r*, je vystaveno účinkům odstředivé síly, která roste se zvyšující se rychlostí a zmenšujícím se poloměrem. Aby přechod byl plynulý, vkládá se mezi přímou (tečnu) a oblouk kružnice o poloměru *r* křivka zvaná *přechodnice*, která plynule mění svou křivost v závislosti na délce od hodnoty $k = 0$ do hodnoty $k = 1/r$. V tomto případě hovoříme o *krajní přechodnici*.

Jde-li o stejnosměrný složený oblouk, kde jízdní dráha přechází z oblouku o poloměru r_1 do oblouku o poloměru r_2, vkládáme mezi oba oblouky *mezilehlou přechodnici*, která mění plynule křivost z hodnoty $k_1 = 1/r_1$ do hodnoty $k_2 = l/r_2$.

Dynamickým účinkům odstředivé síly při projíždění obloukem se čelí *příčným sklonem* jízdní dráhy (silnice se klopí, na železnici se převyšuje vnější kolejnice). Převýšení (příčný sklon) se mění plynule ve *vzestupnicí*, která se obvykle vkládá do přechodnice.

V dopravním stavitelství se používají zpravidla jako přechodnice klotoida (u silnic) a kubická parabola (na železnici).

1.3.1 Klotoida



Obr. 4.11

Klotoida je křivka, jejíž křivost narůstá lineárně s délkou oblouku (obr. 4.11). Její přirozená rovnice je dána vztahem

$$k = a \cdot s \quad , \qquad (4.10)$$

kde k je křivost křivky v daném bodě,
s je délka křivky,
a je parametr křivky (konstanta větší než nula).

V silničním stavitelství se používá přirozená rovnice klotoidy zapsaná v tradiční symbolice ve tvaru

$$LR = A^2 \quad , \qquad (4.11)$$

kde L je délka křivky (přechodnice) od bodu TP,
R je poloměr křivosti křivky v daném bodě,
A je parametr (konstanta).

S uvážením, že křivost křivky $k = L/R$, bude přirozená rovnice klotoidy psána ve tvaru

$$k = \frac{L}{A^2} \quad . \qquad (4.11a)$$

Poznámka: pro délku přechodnice L se často používá vztah $L = v$, kde v je projektovaná návrhová rychlost komunikace v km/h.

1.3.1.1 Odvození hlavních prvků klotoidy

Při odvození použijeme souřadnicový systém, užívaný v matematice a veličiny budeme označovat jak je zavedeno v silničním stavitelství. Počátek souřadnicové soustavy umístíme do inflexního bodu klotoidy a kladnou větev osy x ztotožníme s tečnou k přechodnici (obr. 4.13). Budeme uvažovat kladnou větev klotoidy a z ní část od inflexního bodu TP k bodu C, ve kterém je tečna ke klotoidě kolmá na osu $+x \equiv t$.

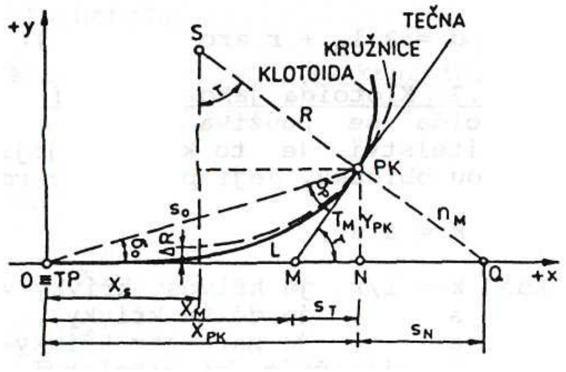
Přirozená rovnice klotoidy (4.10) umožňuje počítat křivost klotoidy v každém jejím bodě. Nás budou ale při vytyčování zajímat pravoúhlé souřadnice bodů klotoidy ve zvoleném souřadnicovém systému. Ortogonální souřadnice jednotlivých bodů křivky jsou dány parametrickými rovnicemi, známými z diferenciální geometrie, které vznikly z přirozené rovnice. Dosadíme-li do nich za křivost výraz (4.11), dostaneme po úpravě výrazy pro souřadnice bodu na konci klotoidy

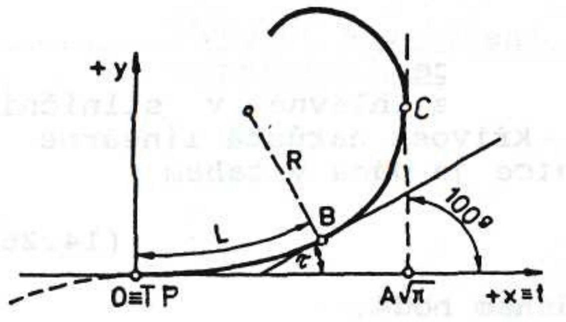
$$X = L - \frac{L^5}{40\,A^4} + \frac{L^9}{3456\,A^8} - (13)$$

(4.12)

$$Y = \frac{L^3}{6\,A^2} - \frac{L^7}{336\,A^6} + \frac{L^{11}}{42240\,A^{10}} - (15) \quad .$$

Ve vzorcích (4.12) a v dalších vzorcích v tomto odstavci znamená výraz *(13)*, resp. *(15)*, neuvažované členy 13., resp. 15. a vyšších řádů.





Obr.4.12 *Obr . 4.13*

Pomocí rovnic (4.9) lze počítat pravoúhlé souřadnice bodů klotoidy při vytyčování od tečny v inflexním bodě *TP*. Pravoúhlé souřadnice *X*, *Y* lze přepočítat na polární σ_o, s_o podle rovnic (4.24) a (4.26) a vytyčovat body přechodnice polární metodou z inflexního bodu.

Úhel τ, který svírá tečna ke klotoidě v daném bodě s kladným směrem osy *x* (obr. 4.12) je dán vztahem

$$\tau = \frac{L^2}{2A^2} \quad .$$

(4.13)

Aby bylo možno vložit přechodnici mezi přímou a oblouk kružnice (obr. 4.13), je třeba při zachování tečen odsadit kružnici od tečen o hodnotu

$$\Delta R = Y_{PK} - R(1 - \cos\tau) \quad ,$$

(4.14)

nebo po dosazení

$$\Delta R = \frac{L^3}{24A^2} - \frac{L^7}{2688A^6} + \frac{L^{11}}{506880A^{10}} - (15) \quad .$$

(4.15)

Souřadnice středu *S* oskulační kružnice v bodě *PK* jsou

$$X_S = X_{PK} - R\sin\tau \quad ,$$

(4.16)

nebo po dosazení

$$X_S = \frac{L}{2} - \frac{L^5}{240A^4} + \frac{L^9}{34560A^8} - (13)$$

(4.17)

a

$$Y_S = R + \Delta R = Y_{PK} + R\cos\tau \quad ,$$

(4.18)

nebo po dosazení

$$Y_S = R - \frac{L^3}{24\,A^2} - \frac{L^7}{2688\,A^6} + \frac{L^{11}}{506880\,A^{10}} - (15)$$.

(4.19)

Délka tečny $T_M = \overline{M\,PK}$:

$$T_M = \frac{Y_{PK}}{\sin\tau}$$.

(4.20)

Délka subtangenty $s_T \equiv \overline{MN}$:

$$s_T = Y_{PK} \cot g\tau$$.

(4.21)

Délka normály $n_M = \overline{Q\,PK}$:

$$n_M = \frac{Y_{PK}}{\cos\tau}$$,

(4.22)

Délka subnormály $s_N \equiv \overline{NQ}$:

$$s_N = Y_{PK} \cdot tg\tau$$.

(4.23)

Úhel σ_o mezi tětivou $\overline{TP\,PK}$ a tečnou v bodě *TP* :

$$tg\,\sigma_o = \frac{Y_{PK}}{X_{PK}} \quad (4.24)$$.

Úhel σ_p mezi tečnou v bodě *PK* a tětivou $\overline{PK\,TP}$:

$$\sigma_P = \tau - \sigma_o$$.

(4.25)

Délka tětivy $s_o \equiv \overline{TP\,PK}$:

$$s_o = \sqrt{x_{PK}^2 + y_{PK}^2} = \frac{x_{PK}}{\cos\sigma_o}$$.

(4.26)

Všechny hlavní prvky klotoidické přechodnice lze počítat podle uvedených vzorců.

1.3.1.2 Výpočet a vytyčení hlavních prvků oblouku kružnice se symetrickými krajními přechodnicemi

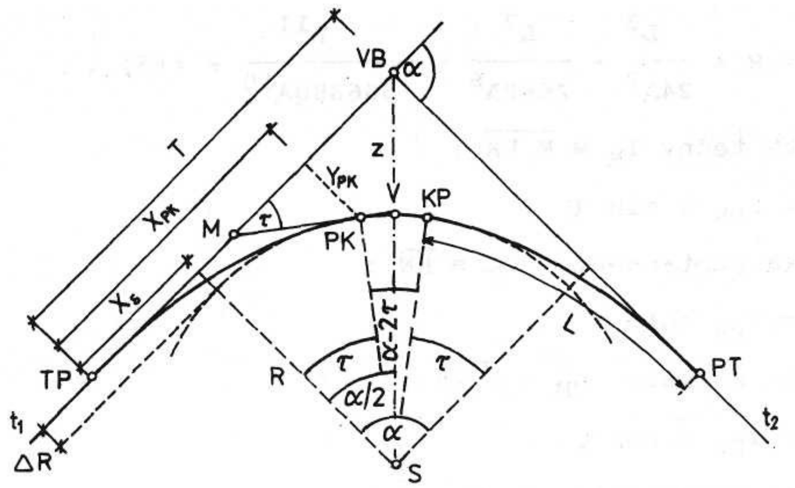
Při odvození potřebných vztahů vyjdeme z obr. 4.14. Délka tečny $T \equiv \overline{TP\,VB}$

$$T = (R + \Delta R)\, tg \frac{\alpha}{2} + X_S \quad , \tag{4.27}$$

kde R je poloměr kružnice,
ΔR je odsazení kružnice od tečny,
α je středový úhel oblouku kružnice,
X_S je souřadnice středu odsazené kružnice.

Pomocí délky tečny T se vytyčí z bodu VB body TP a PT . Půlící bod oblouku V se vytyčí z bodu VB v ose úhlu tečen ve vzdálenosti $z \equiv \overline{VBV}$:

$$z = \frac{R + \Delta R}{\cos(\alpha/2)} - R \quad . \tag{4.28}$$



Obr. 4.14

Začátek kružnice PK (podobně KP) se vytyčí pravoúhlými souřadnicemi X_{PK} a Y_{PK} z bodu TP (PT), vypočtenými z rovnic (4.12) pro délku přechodnice L, nebo polárními souřadnicemi σ_o a s_o podle obr. 4.14 a rovnic (4.24) a (4.26), nebo z bodu M ($X_M = X_{PK} - s_T$) na tečně pomocí úhlu τ a délky T_M (obr. 4.11) podle rovnic (4.13) a (4.20). Tečna v bodě PK je dána body M a PK (obr. 4.14). Délka oblouku o se vypočte:

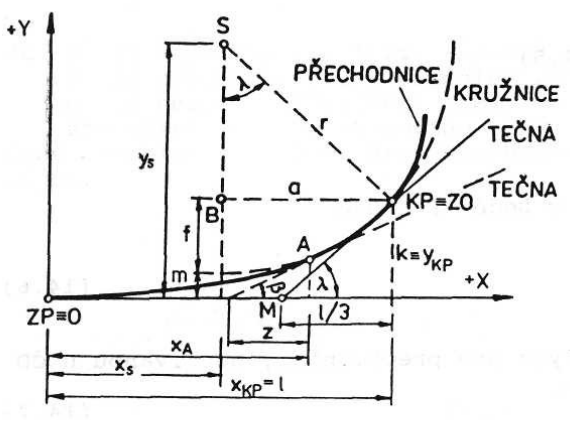
$$o = 2L + R \cdot arc(\alpha - 2\tau) \quad . \tag{4.29}$$

1.3.1.3 Vytyčení podrobných bodů přechodnice

Podrobné body na klotoidě se vytyčují buď pravoúhlými souřadnicemi X, Y od tečny v inflexním bodě, vypočtenými podle vztahů (4.12), kde za L se dosadí příslušná délka oblouku, nebo se použije polární metoda. Potom vytyčujeme z inflexního bodu hodnoty σ_o, s_2, vypočtené ze vztahů (4.21) a (4.23), do kterých dosadíme pravoúhlé souřadnice X, Y podrobného bodu.

1.3.2 Kubická parabola

Kubická parabola má styk 7. řádu s klotoidou, oproti níž má však jednodušší některé vzorce pro praktické použití. Nejdůležitější vzorce, využitelné i při realizaci projektů pozemkových úprav, naznačuje další text tohoto odstavce s využitím obr. 4.15.



Křivka, používaná jako přechodnice u ČD i jiných železničních společností, má rovnici

$$y = \gamma \frac{x^3}{6rl} \quad , \qquad (4.30)$$

kde

y, x, jsou pravoúhlé souřadnice bodu přechodnice vztažené k tečně,

1 je délka přechodnice v tečně,

r je poloměr kružnice,

γ je opravný člen $\gamma = \frac{l}{\cos \lambda}$,

Obr. 4.15

kde λ je úhel tečny v bodě $KP \equiv ZO$.

V obr. 4.15 jsou souřadnicové osy označeny jako v matematice a jednotlivé veličiny jsou označeny tradiční symbolikou obvyklou u ČD. Pro délku přechodnice opět platí vztah $l \geq v$, kde v je projektovaná traťová rychlost v km/h.

Tečna v obecném bodě *A* (úhel β) a subtangenta z:

$$tg\,\beta = \frac{y_A}{z} = \gamma \frac{x_A^3}{2rlz} \quad ,$$

(4.31)

$$z = \frac{x_A}{3} \quad .$$

(4.32)

Pro konec přechodnice ($KP \equiv ZO$) je $x_{KP} = l$ a potom

$$z_{KP} = \frac{l}{3} \quad . \qquad (4.33)$$

Odsazení oblouku kružnice m:

$$m = k - f = k - r(1 - \cos \lambda) \simeq \frac{k}{4} . \qquad (4.34)$$

Obr. 4.12

Úhel λ, který svírá tečna v koncovém bodě přechodnice s osou $+X$:

$$\sin \lambda = \frac{l}{2r} \quad . \qquad (4.35)$$

Souřadnice středu oskulační kružnice S :

$$x_s = \frac{l}{2} \quad , \qquad y_s = r + m \quad . \qquad (4.36)$$

1.4 PŘECHODNICE VODNÍCH TOKŮ

Na rozdíl od dopravních staveb není ve vodním stavitelství užívání přechodnic závazné. Směrové změny vodoteče lze realizovat volbou:

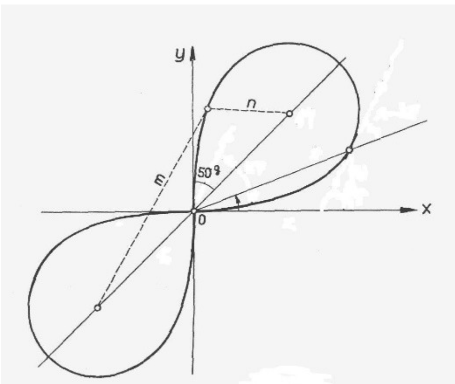
- prostých kružnicových oblouků, případně s mezilehlými přímými úseky,
- složených (stejnosměrných i protisměrných) kružnicových oblouků se stejnými nebo různými poloměry,
- kružnicových oblouků s krajními přechodnicemi, vhodnými zejména v dlouhých úsecích; přechodnicí užívanou při úpravách vodních toků je lemniskáta,
- přechodnicových oblouků; lemniskátový oblouk může být souměrný a tehdy lze použít úsek křivky od počátku po průsečík se symetrálou úhlu tečen. Při volbě nesouměrného lemniskátového oblouku lze použít jakýkoli vhodný úsek křivky.

V mnohých případech se osa úprav vodních toků z praktických důvodů vytyčuje v odsazení - úhlové hodnoty se nemění, délkové údaje jsou konstatně zvětšeny nebo zmenšeny v poměru poloměru skutečného ku poloměru vytyčovanému.

1.4.1 Lemniskáta

Lemniskáta je křivkou 4. řádu (obr. 4.16). Je geometrickým místem bodů, které mají od dvou pevných ohnisek konstantní součin vzdáleností: *m.n = konst*. S užitím obr. 4.17 platí:

$$l=\frac{a^2}{3r} \quad , \qquad (4.37)$$



Obr. 4.16

kde: l je délka průvodiče,

a je parametr poloosy lemniskáty,

r je poloměr křivosti.

Musí platit:

$$r_{\min}=4B \quad , \qquad (4.38)$$

kde B je šířka hladiny při návrhovém průtoku.

Výpočetní vzorce hlavních prvků lemniskáty jsou odvozeny s využitím obr. 4.17, kde 2τ je známý úhel tečen symetrického oblouku, t délka tečny, R pravý úhel.

Polární úhel průvodiče

$$\sigma=\frac{1}{3}(R-\tau) \quad , \qquad (4.39)$$

úhel mezi poloosou a průvodičem

$$\phi=\frac{R}{2}-\sigma \quad , \qquad (4.40)$$

délka průvodiče

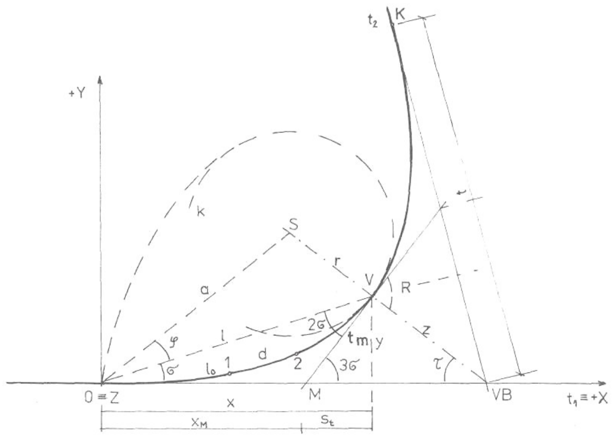
$$l=t\left(\frac{\cos 3\sigma}{\cos 2\sigma}\right) \quad , \qquad (4.41)$$

parametr lemniskáty

$$a = \frac{l}{\sqrt{\sin 2\sigma}} \quad , \qquad (4.42)$$

poloměr křivosti

$$r = \frac{a^2}{3l} = \frac{a}{3\sqrt{\sin 2\sigma}} \quad , \qquad (4.43)$$



Obr. 4.17

délka subtangenty

$$s_t = x - x_M = l \cdot \left(\cos\sigma - \left(\frac{\sin 2\sigma}{\sin 3\sigma} \right) \right) \quad , \qquad (4.44)$$

délka tečny v bodě *V*

$$t_m = \frac{x_M}{2\cos\sigma} \quad , \qquad (4.45)$$

délka oblouku

$$l_0 = a\sqrt{2\sigma} \left(1 + \frac{\sigma^2}{15} + \frac{\sigma^4}{90} + \frac{61\sigma^6}{24570} + \frac{1261\sigma^8}{1927800} + \dots \right) \quad , \qquad (4.46)$$

kde úhel průvodiče σ se dosazuje v obloukové míře.

Postačující přesnost výpočtu délky l_0 je na centimetry. Pro $a \leq 500$ postačuje při $\sigma \leq 11$ gon uvažovat v závorce první dva členy, pro $\sigma \leq 22$ gon tři členy, pro $\sigma \leq 33$ gon čtyři členy a pro $\sigma \leq 50$ gon všechny členy v závorce ve vzorci (4.46). Pro $\sigma \leq 33$ gon a parametr $a \leq 500$ je možno použít tzv. Llanův vzorec:

$$l_o = a \cdot \sqrt[4]{\frac{1218{,}5}{\left(\frac{10000}{9\sigma}\right)^2 - 81{,}23}}\,, \qquad (4.46a)$$

kde úhel σ je zadán v gonech (v setinné míře).

Vzorec pro výpočet délky oblouku l_0 je v literatuře uváděn v dalších podobách, např. jako funkce veličin *l, r*.

Ze vztahů (4.39) a (4.40) plyne $\sigma + \phi = R/2$. Pro (4.43) je nutno uvážit (4.38). Důležitými kontrolami je to, že průvodič *l* svírá s tečnou t_1 úhel σ a s tečnou v daném bodě *V* úhel 2σ, přičemž (hlavní) tečna t_1 a tečna v daném bodě svírají úhel 3σ (viz trojúhelník *ZVM* v obr. 4.17) [10].

Hlavní body přechodnice *Z, K* (začátek a konec) se vytýčí vynesením délky tečny *t* od průsečíku tečen *VB* v jejich směru. Hlavní bod *V* (půlící bod průběžného oblouku) lze vytýčit buď:

- polárními souřadnicemi od tečny pomocí prvků σ , *l* z bodu *Z (K),*

- polárními souřadnicemi od tečny pomocí prvků *z*, τ z bodu *VB*, přičemž:

$$z = l \cdot \left(\frac{\sin \sigma}{\cos 3\sigma}\right)\,, \qquad (4.47)$$

- pravoúhlými souřadnicemi (osa +x ≡ *t*) od bodu Z:

$$x = l \cdot \cos \sigma\,,$$
$$y = l \cdot \sin \sigma\,. \qquad (4.48)$$

Podrobné body lemniskáty se vytyčují:

- polárně od tečny z bodu *Z* (*K*) pomocí souřadnic σ_i a l_i, přičemž

$$\sigma_i \simeq \frac{123{,}82}{\sqrt{\left(15 \cdot \left(\frac{a}{l_{0i}}\right)^4 + 1\right)}}\,; \qquad (4.49)$$

v tomto vzorci se úsek křivky l_{0i} volí nebo získá z rozdílu staničení (kilometráže), l_i se vyčíslí dosazením σ_i do (4.41); s ohledem na to, že vzorec (4.49) je přibližný, je pro bod *V* závazná hodnota ze vzorce (4.39),

- semipolárně pomocí úhlů σ_i a úseků *d* na oblouku (pomocí cosinové věty):

$$d = \sqrt{\left(l_1^2 + l_2^2 - 2 l_1 l_2 \cdot \cos(\sigma_2 - \sigma_1)\right)}\,, \qquad (4.50)$$

- pravoúhle od tečny z bodu *Z (K)* ze souřadnic x_i, y_i, získaných přepočtem polárních souřadnic σ_i, l_i obdobou (4.48).

Poznámka: Text je převzat ze skript Hánek, P. a kol: Geodézie pro obor pozemkové úpravy a převody nemovitostí. České Budějovice, Jihočeská univerzita 2007.