

Příklad návrhu ztužujících stěn ŽB budovy

Podklad pro přednášky předmětu Betonové a zděné konstrukce 1 (133BK01)

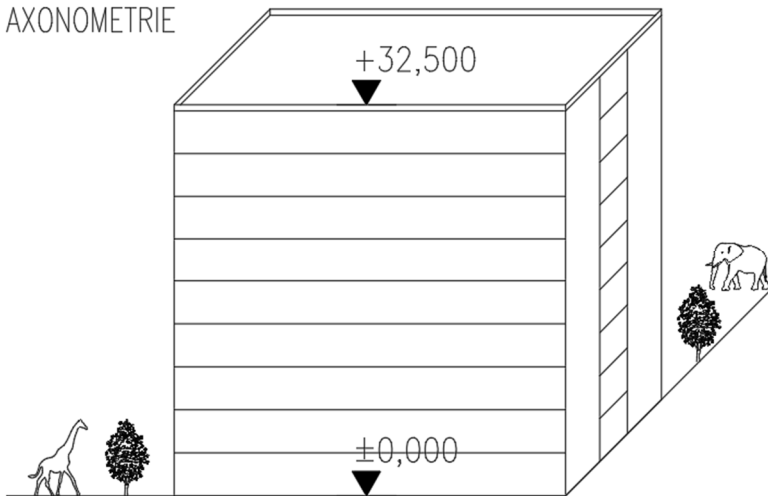
Zpracoval: doc. Ing. Petr Bílý, Ph.D.

Datum vydání: 3. listopadu 2022

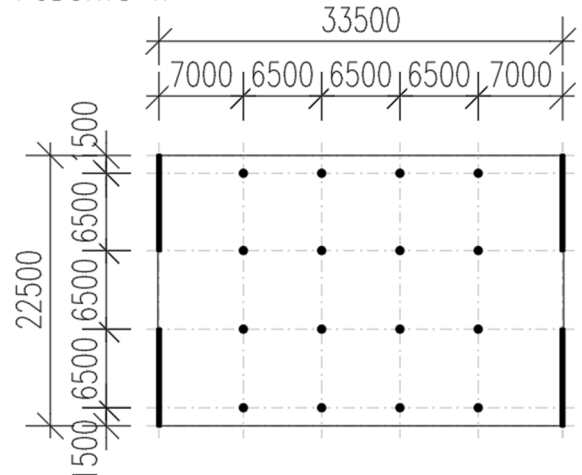
Úloha

Naším cílem bude navrhnout ztužující prvky zadané budovy v podélném směru na zatížení větrem. Pro příčný směr předpokládáme, že stávající štítové stěny poskytují dostatečné ztužení vůči vodorovnému zatížení.

AXONOMETRIE



PŮDORYS TP



Parametry konstrukce:

- Rozměry viz schémata výše
- Konstrukce má 9 podlaží
- Tloušťka všech ŽB stěn i desek je 200 mm
- Beton C30/37: $f_{cd} = 20$ MPa, $E = 32$ GPa, $\nu = 0,2$
- Objemová tíha železobetonu $\gamma_{bet} = 25$ kN/m³
- Ostatní stálé zatížení stropních desek $g_{k,ost} = 2$ kN/m²
- Proměnné zatížení stropních desek $q_k = 3$ kN/m²
- Větrná oblast I, kategorie terénu III

Pro přehlednost výpočtu zatížení uvažujeme pro střechu stejná zatížení jako pro stropní desky ostatních podlaží a nezabýváme se polohou schodiště a výtahových šachet. Zohlednění těchto faktorů by značně zkomplikovalo vyčíslení hodnot zatížení, princip posouzení ztužujících prvků by však neovlivnilo.

Zatížení větrem

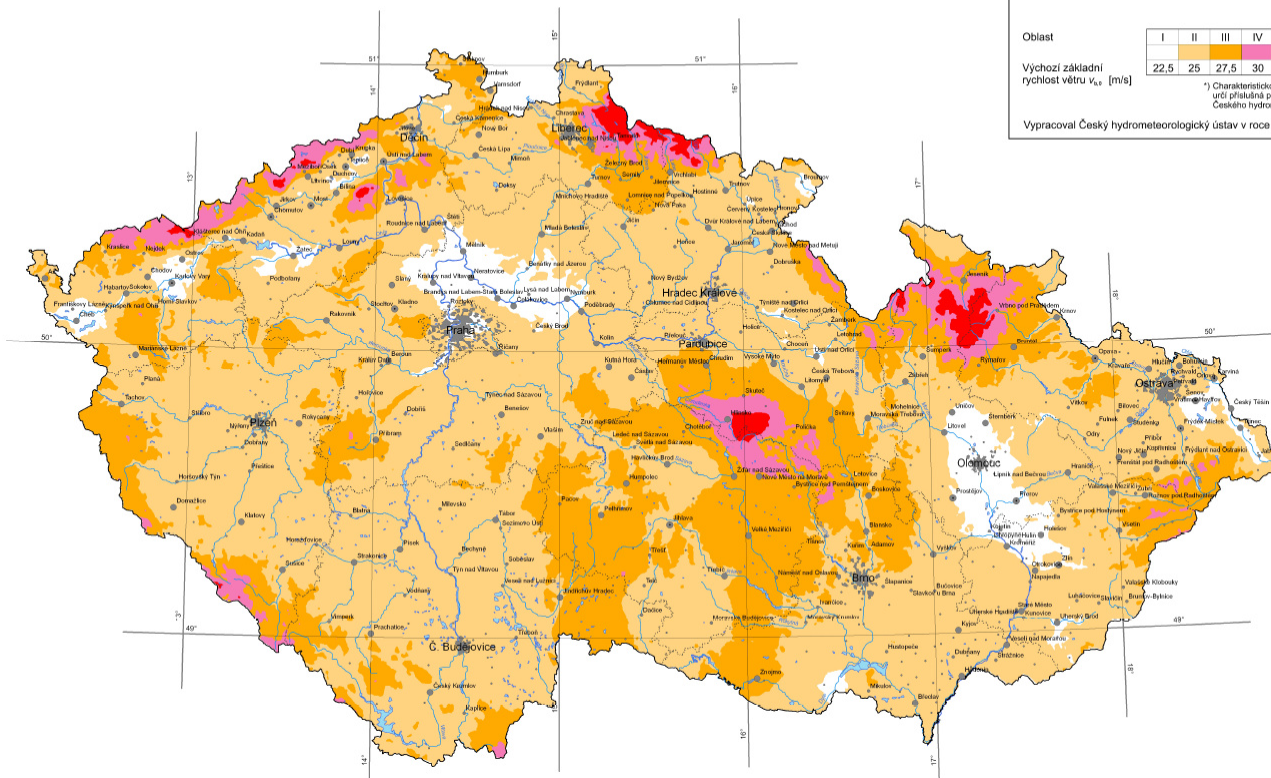
Z větrné mapy v ČSN EN 1991-1-4 odečteme pro oblast I hodnotu základní rychlosti větru $v_b = 22,5$ m/s a následně stanovíme základní dynamický tlak větru:

$$q_b = \frac{1}{2} \rho_v v_b^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 22,5^2 = 0,316 \text{ kN/m}^2$$

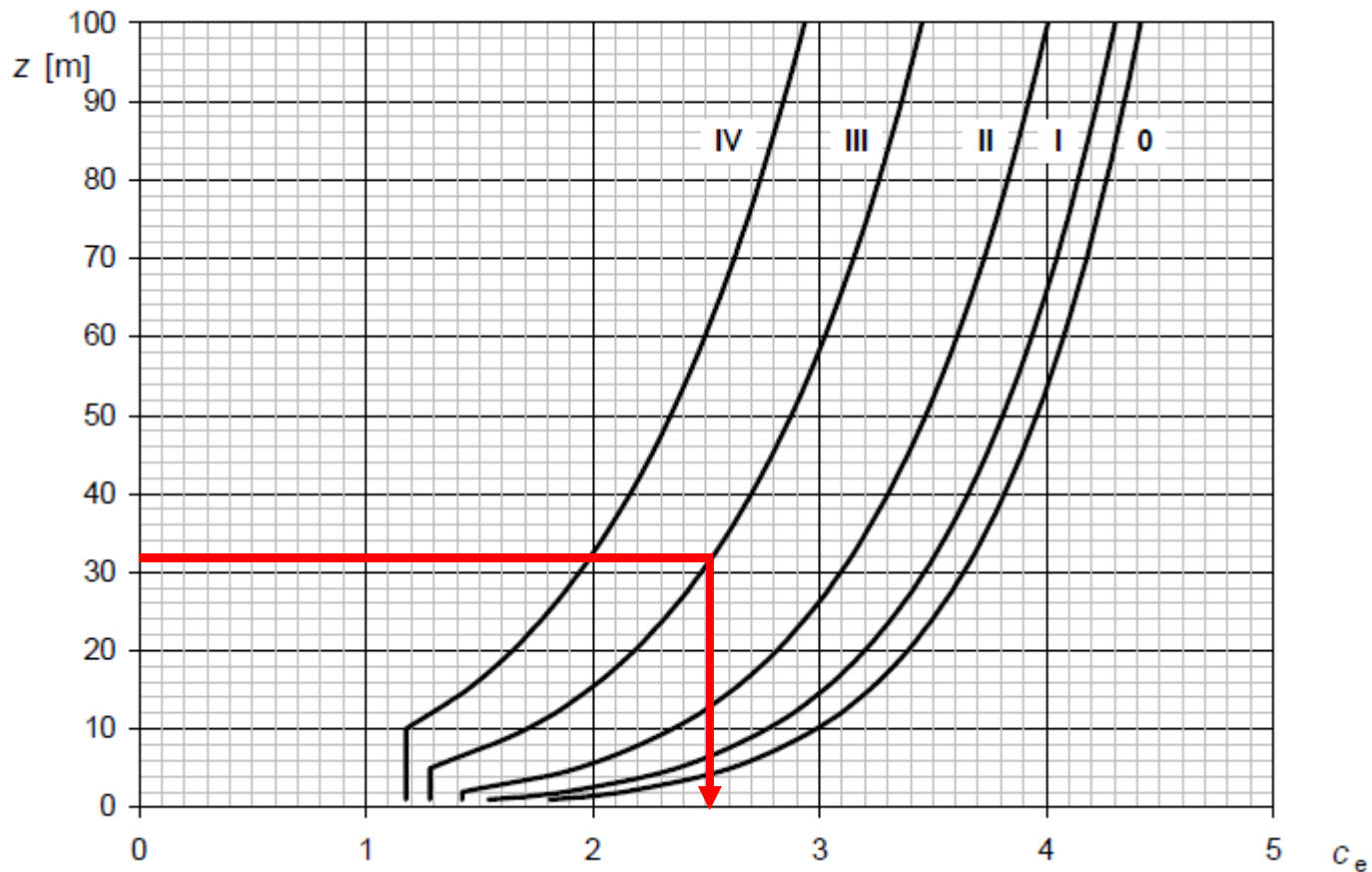
Oblast	I	II	III	IV	V
Výchozí základní rychlost větru V_{kz} [m/s]	22,5	25	27,5	30	36 ^{*)}

*) Charakteristickou hodnotu uříř pláňskú pöjčöku Českého hydrometeorologického ústavu

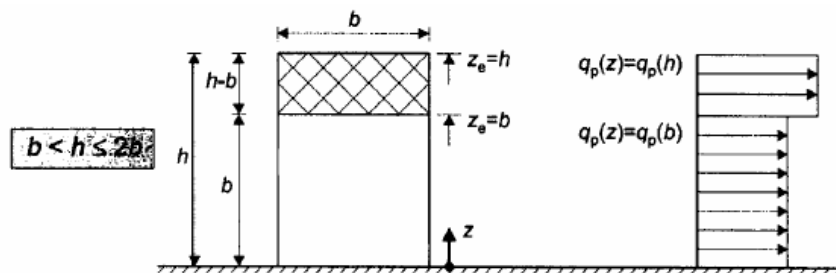
Vypracoval Český hydrometeorologický ústav v roce 2006



Z grafu v normě odečteme pro výšku budovy $z = 32,5$ m a kategorii terénu III hodnotu součinitele expozice $c_e = 2,5$.



Zjednodušeně a bezpečně uvažujeme stejnou hodnotu součinitele expozice pro celou výšku budovy, byť bychom v našem případě mohli pro výšky menší než $b = 22,5$ m uvažovat hodnotu nižší ($h = 32,5$ m a nastává tedy případ $b < h < 2b$).



Pro stanovení celkových účinků zatížení větrem na budovu v podélném směru budeme předpokládat součinitel vnějšího tlaku jako součet hodnot z oblastí D a E, a to pro $h/d = 32,5/33,5 \approx 1$ a pro plochy větší než 10 m^2 , tj. $c_{pe} = 0,8 + 0,5 = 1,3$.

Oblast	A		B		C		D		E	
h/d	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
5	-1,2	-1,4	-0,8	-1,1	-0,5		+0,8	+1,0	-0,7	
1	-1,2	-1,4	-1,4	-1,1	-0,5		+0,8	+1,0	-0,5	
$\leq 0,25$	-1,2	-1,4	-0,8	-1,1	-0,5		+0,7	+1,0	-0,3	

Konečně stanovíme hodnotu charakteristického plošného zatížení větrem:

$$w_k = q_b c_e c_{pe} = 0,316 \cdot 2,5 \cdot 1,3 = 1,03 \text{ kN/m}^2$$

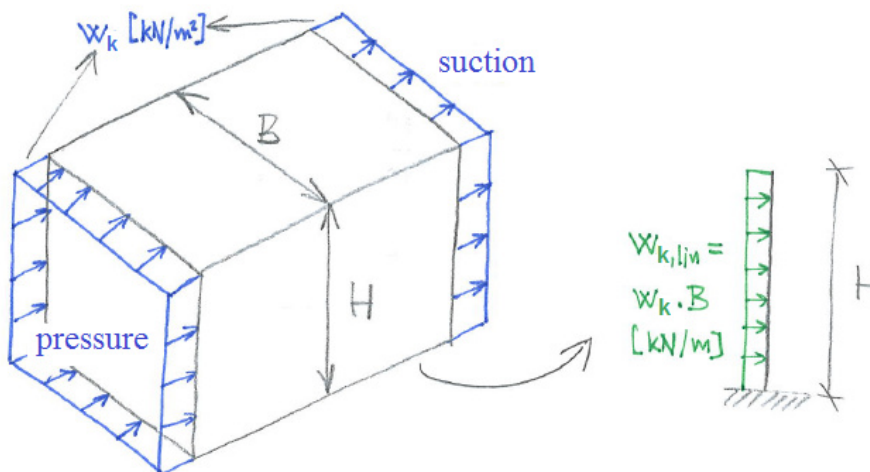
Návrh rozmístění ztužujících prvků

Pro návrh rozmístění ztužujících prvků budeme požadovat, aby v patě ztužujících prvků nevznikala tahová napětí. Namáhání stanovíme z návrhové kombinace zatížení KZS1, která je složena z charakteristického zatížení větrem a minimálního svislého zatížení v patě ztužujících prvků. Minimální svislé zatížení budeme bezpečně uvažovat jako charakteristickou vlastní tíhu konstrukce.

$$\text{KZS1} = w_k + n_{\min}$$

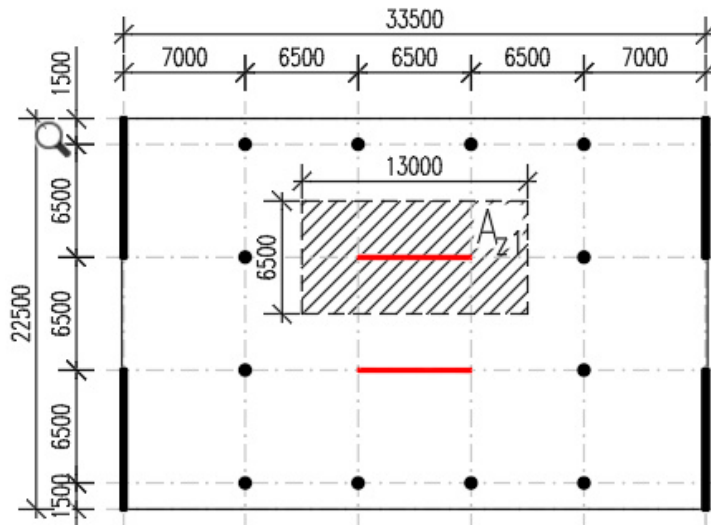
Pro stanovení momentu v patě ztužujících prvků od vodorovného zatížení nahradíme budovu konzolovým modelem, takže celkový moment ve všech ztužujících prvcích bude:

$$M_k = \frac{1}{2} w_k B H^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,03 \cdot 22,5 \cdot 32,5^2 = 12239 \text{ kNm}$$



Varianta 1

V první variantě navrhne dvě identické stěny v délce jednoho pole ve střední části budovy. Je pravděpodobné, že právě zde se budou nacházet vertikální komunikace, ztužující stěny bude tedy možno s výhodou použít pro jejich podepření a nebude nutno více omezovat dispozici ve zbytku konstrukce.



Vodorovné zatížení se obecně dělí na ztužující konstrukce v poměru jejich tuhostí. V daném případě, kdy jsou obě stěny identické, je nasnadě, že každá z nich převezme právě jednu polovinu zatížení, takže v patě každé ze stěn bude působit ohybový moment:

$$M_{k1} = \frac{1}{2} M_k = \frac{1}{2} \cdot 12239 = 6119,5 \text{ kNm}$$

Zatěžovací plocha jedné stěny vyznačená na předchozím schématu je:

$$A_{z1} = 6,5 \cdot 13 = 84,5 \text{ m}^2$$

Normálová síla působící v patě jedné stěny tedy je (součet vlastní tíhy vodorovných a svislých konstrukcí ležících v zatěžovací ploše ve všech 9 podlažích dohromady):

$$N_{k1} = 9 \cdot 84,5 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 4859 \text{ kN}$$

Napětí v patě jedné stěny:

$$\sigma = -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{4859}{0,2 \cdot 6,5} \pm \frac{6119,5}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 6,5^2} = -3,738 \pm 4,345 \begin{cases} +0,607 \text{ MPa} \\ -8,083 \text{ MPa} \end{cases}$$

V patě ztužujících stěn vzniká tah. Návrh rozmístění ztužujících prvků tedy **nevyhovuje**.

Varianta 2

Ve druhé variantě zachováme původní rozmístění ztužujících stěn, ale zvětšíme jejich tloušťku na 300 mm. Moment v patě stěny M_{k1} se tím nezmění, ale změní se normálová síla a průřezové charakteristiky.

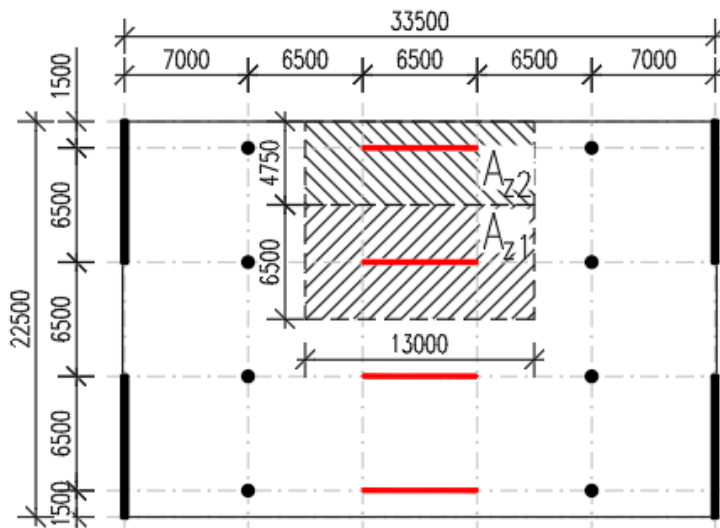
$$N_{k1} = 9 \cdot 84,5 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,3 \cdot 25 = 5387 \text{ kN}$$

$$\sigma = -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{5387}{0,3 \cdot 6,5} \pm \frac{6119,5}{\frac{1}{6} \cdot 0,3 \cdot 6,5^2} = -2,762 \pm 2,897 \begin{cases} +0,135 \text{ MPa} \\ -5,659 \text{ MPa} \end{cases}$$

V patě ztužujících stěn stále vzniká tah. Návrh rozmístění ztužujících prvků tedy **nevyhovuje**. Ze srovnání s variantou 1 je ale patrné, že zvětšení tloušťky stěn může být efektivním opatřením, pokud nevede k nevhodně velké tloušťce stěny. Po malém zvýšení tloušťky na 350 mm bychom již pravděpodobně dosáhli vyhovujícího návrhu. Z pedagogických důvodů nicméně přistoupíme k dalším typově odlišným úpravám návrhu.

Varianta 3

V další variantě navrhne čtyři identické stěny v délce jednoho pole ve střední části budovy.



Pro vodorovné zatížení opět platí, že každá z n identických stěn převezme právě jednu n -tinu celkového vodorovného namáhání. V patě každé ze stěn bude působit ohybový moment:

$$M_{k1} = \frac{1}{4} M_k = \frac{1}{4} \cdot 12239 = 3060 \text{ kNm}$$

Svislé zatížení jednotlivých stěn se však liší, jelikož se liší jejich zatěžovací plochy:

$$A_{z1} = 6,5 \cdot 13 = 84,5 \text{ m}^2$$

$$A_{z2} = 4,75 \cdot 13 = 61,8 \text{ m}^2$$

Normálové síly působící v patě jednotlivých stěn:

$$N_{k1} = 9 \cdot 84,5 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 4859 \text{ kN}$$

$$N_{k2} = 9 \cdot 61,8 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 3837 \text{ kN}$$

Napětí v patě jednotlivých stěn:

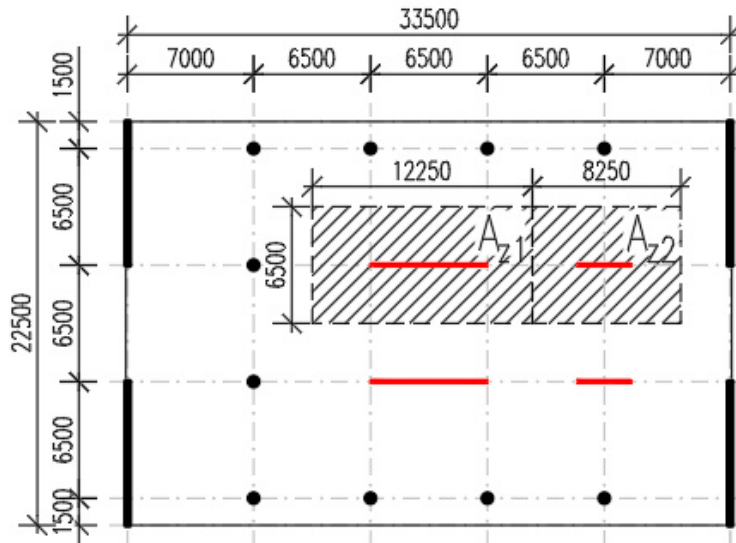
$$\sigma_1 = -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{4859}{0,2 \cdot 6,5} \pm \frac{3060}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 6,5^2} = -3,738 \pm 2,172 \begin{cases} -1,566 \text{ MPa} \\ -5,910 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_{k2}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{3837}{0,2 \cdot 6,5} \pm \frac{3060}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 6,5^2} = -2,951 \pm 2,172 \begin{cases} -0,799 \text{ MPa} \\ -5,123 \text{ MPa} \end{cases}$$

V patě ztužujících stěn vzniká pouze tlak. Tuto variantu však zavrhne architekt ve shodě s investorem, neboť krajní stěny vytvářejí těžko využitelný prostor u fasády a nevhodně omezují dispozici podlaží. Návrh rozmístění ztužujících prvků tedy **nevyhovuje** funkčním požadavkům na konstrukci. Je rovněž patrné, že ztužující prvky umístěné na kraji půdorysu jsou s ohledem na menší svislé zatížení méně efektivní.

Varianta 4

Po dohodě s architektem přistoupíme k variantě, kdy dva vnitřní sloupy nahradíme pilíři délky 3 m. Ty již budou mít nezanedbatelnou vodorovnou tuhost a můžeme je započítat jako ztužující prvky.



Nyní již nejsou všechny ztužující prvky identické, takže vodorovné zatížení na ně nelze dělit rovnoměrně. Musíme stanovit jejich tuhosti. Jelikož jsou všechny prvky ohybově štíhlé (platí pro ně $B \leq 1/5 \cdot H$ – pro stěnu je štíhlostní poměr $6,5/32,5 = 1/5$, pro pilír $3/32,5 \approx 1/11$), můžeme vycházet z ohybových tuhostí. Jelikož jsou všechny prvky ze stejného materiálu, bude se na ně zatížení dělit čistě v poměru jejich momentů setrvačnosti.

$$I_1 = \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 6,5^3 = 4,577 \text{ m}^4$$

$$I_2 = \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 3^3 = 0,45 \text{ m}^4$$

V patě jednotlivých prvků bude působit ohybový moment:

$$M_{k1} = \frac{M_k}{\sum I_i} I_1 = \frac{12239}{2 \cdot 4,577 + 2 \cdot 0,45} \cdot 4,577 = 5571 \text{ kNm}$$

$$M_{k2} = \frac{M_k}{\sum I_i} I_2 = \frac{12239}{2 \cdot 4,577 + 2 \cdot 0,45} \cdot 0,45 = 548 \text{ kNm}$$

Zatěžovací plochy jednotlivých prvků jsou:

$$A_{z1} = 6,5 \cdot 12,25 = 79,6 \text{ m}^2$$

$$A_{z2} = 6,5 \cdot 8,25 = 53,6 \text{ m}^2$$

Normálové síly působící v patě jednotlivých prvků:

$$N_{k1} = 9 \cdot 79,6 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 4638 \text{ kN}$$

$$N_{k2} = 9 \cdot 53,6 \cdot 0,2 \cdot 25 + 3 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 2900 \text{ kN}$$

Napětí v patě jednotlivých prvků:

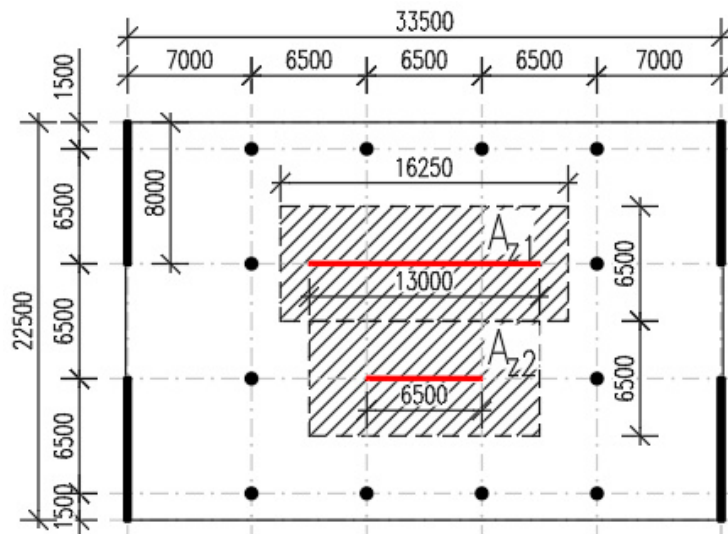
$$\sigma_1 = -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{4638}{0,2 \cdot 6,5} \pm \frac{5571}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 6,5^2} = -3,567 \pm 3,955 \begin{cases} +0,388 \text{ MPa} \\ -7,522 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_{k2}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{2900}{0,2 \cdot 3} \pm \frac{548}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 3^2} = -4,833 \pm 1,827 \begin{matrix} -3,563 \text{ MPa} \\ -6,103 \text{ MPa} \end{matrix}$$

V patě ztužujících stěn vzniká tah. Návrh rozmístění ztužujících prvků tedy **nevyhovuje**. Je patrné, že pilíře převezmou relativně malou část ohybového momentu (každý cca 10 %). Ohybová tuhost závisí na délce prvku třetí mocninou, prvek přibližně poloviční délky tedy převezme přibližně $0,5^3 = 1/8$ zatížení. Krátké ztužující prvky jsou obecně málo efektivní.

Varianta 5

Po dohodě s architektem je nám dovoleno prodloužit jednu z vnitřních ztužujících stěn na dvojnásobek původní délky. Prodloužení druhé stěny bohužel není schváleno, musíme se tedy zabývat případem nesymetrického ztužení vyvolávajícího natočení konstrukce při vodorovném zatížení.



Je také nutno vzít v úvahu, že delší stěna již není ohybově štíhlá. Její štíhlostní poměr je $13/32,5 = 2/5$, leží tedy v intervalu $\langle 1/5; 2/3 \rangle$ a ve stěně dochází ke smíšené deformaci (ohybem i smykem). Tuhost takové stěny je nutno vystihnout pomocí tzv. komplexní tuhosti zahrnující vliv tuhosti ohybové i smykové. Pro konzolu namáhanou rovnoměrným spojitým zatížením platí vztahy pro ohybovou, smykovou a komplexní tuhost:

$$K_{ohyb} = \frac{8EI}{H^4} \quad K_{smyk} = \frac{2AG}{\kappa H^2} \quad \frac{1}{K_{komp}} = \frac{1}{K_{ohyb}} + \frac{1}{K_{smyk}}$$

Modul pružnosti ve smyku se uvažuje jako:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{32}{2(1+0,2)} = 13,3 \text{ MPa}$$

Součinitel κ vyjadřuje poměr mezi plnou průřezovou plochou a průřezovou plochou účinnou ve smyku, pro obdélníkový průřez lze uvažovat $\kappa = 6/5$.

Pro delší stěnu platí:

$$K_{ohyb,1} = \frac{8 \cdot 32000 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 13^3}{32,5^4} = 8,402 \text{ MN/m}^2$$

$$K_{smyk,1} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 13 \cdot 13333}{\frac{6}{5} \cdot 32,5^2} = 54,699 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{1}{K_{komp,1}} = \frac{1}{8,402} + \frac{1}{54,699} \rightarrow K_{komp,1} = 7,283 \text{ MN/m}^2$$

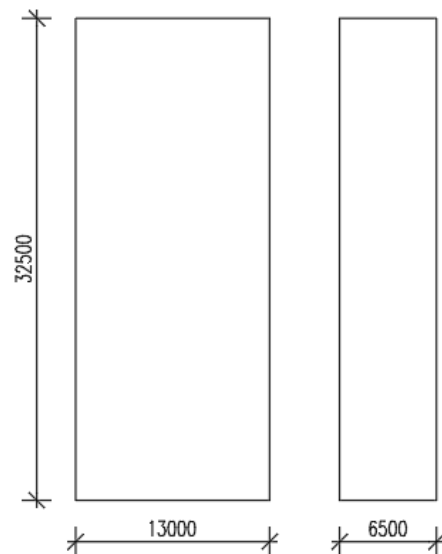
Smykové deformace k celkovým přispívají z 15 %. Pro kratší stěnu bychom si vystačili pouze s ohybovou tuhostí, nicméně pro porovnání rovněž stanovíme komplexní tuhost:

$$K_{ohyb,2} = \frac{8 \cdot 32000 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 6,5^3}{32,5^4} = 1,050 \text{ MN/m}^2$$

$$K_{smyk,2} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 6,5 \cdot 13333}{\frac{6}{5} \cdot 32,5^2} = 27,350 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{1}{K_{komp,2}} = \frac{1}{1,050} + \frac{1}{27,350} \rightarrow K_{komp,2} = 1,011 \text{ MN/m}^2$$

Smykové deformace k celkovým přispívají pouze ze 4 %, bylo by tedy možné vliv smyku zanedbat. Následující obrázek pro názornost ukazuje pohledy na obě stěny pro porovnání jejich štíhlostních poměrů.



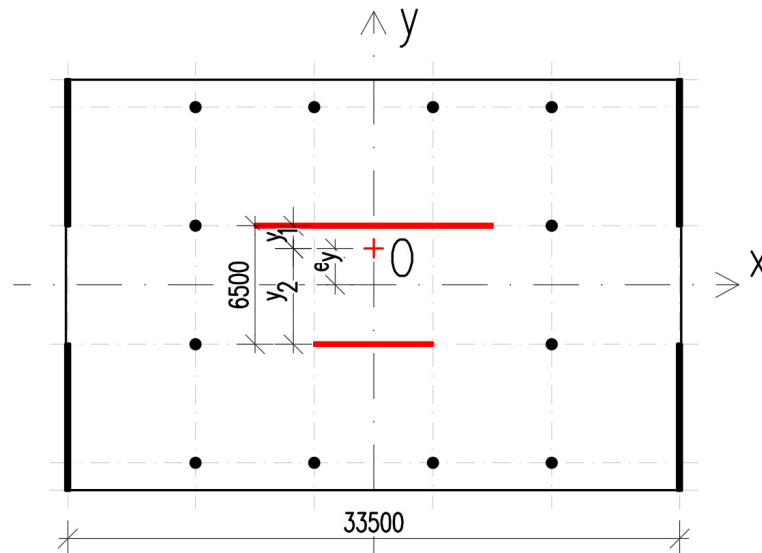
Pro další výpočet budeme potřebovat znát i tuhost štítových stěn (stěn v příčném směru). Jejich štíhlostní poměr je $8/32,5 \approx 1/4$, spadají tedy do oblasti smíšeného chování charakterizovaného komplexní tuhostí.

$$K_{ohyb,3} = \frac{8 \cdot 32000 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 8^3}{32,5^4} = 1,958 \text{ MN/m}^2$$

$$K_{smyk,3} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 8 \cdot 13333}{\frac{6}{5} \cdot 32,5^2} = 33,661 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{1}{K_{komp,3}} = \frac{1}{1,958} + \frac{1}{33,661} \rightarrow K_{komp,3} = 1,850 \text{ MN/m}^2$$

Nyní je potřeba stanovit polohu těžiště tuhostí ztužujících prvků „O“ v příčném směru (v podélném směru těžiště leží v ose budovy, jelikož ztužující prvky pro příčný směr jsou uspořádány symetricky).



Platí následující soustava rovnic (první vyjadřuje rovnost momentů tuhostí k těžišti tuhostí):

$$\begin{aligned} -K_{komp,1}y_1 + K_{komp,2}y_2 &= 0 \\ y_1 + y_2 &= 6,5 \\ e_y &= \frac{6,5}{2} - y_1 \end{aligned}$$

Dosazením druhé rovnice do první a vyčíslením dostaneme:

$$\begin{aligned} -K_{komp,1}y_1 + K_{komp,2}(6,5 - y_1) &= 0 \\ -7,283y_1 + 1,011(6,5 - y_1) &= 0 \\ -8,294y_1 &= -6,572 \\ y_1 &= 0,792 \text{ m} \end{aligned}$$

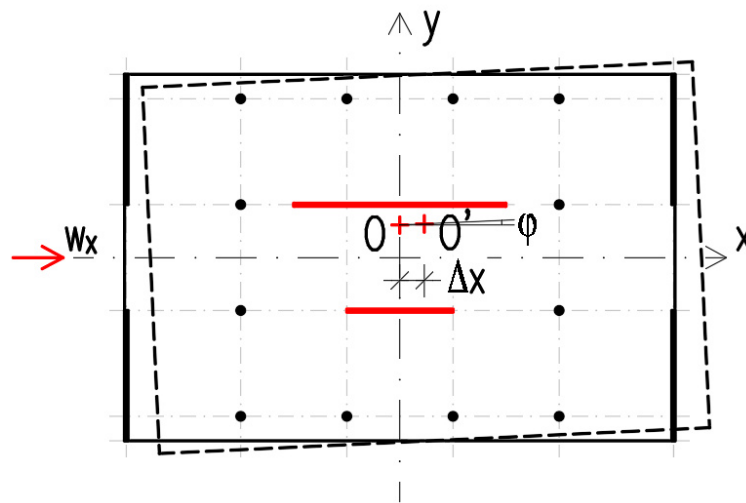
Následně vyčíslíme druhou a třetí rovnici:

$$\begin{aligned} y_2 &= 5,708 \text{ m} \\ e_y &= 2,458 \text{ m} \end{aligned}$$

Deformace stropní tabule jsou ($w_x = w_{k,lin} = w_k \times B = 1,03 \times 22,5 = 23,18 \text{ kN/m}$):

$$\Delta x = \frac{w_x}{\sum K_{komp,i,x}} = \frac{0,02318}{7,283+1,011} = 2,795 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\varphi = \frac{w_x e_y}{\sum K_{komp,i,x} y_i^2 + \sum K_{komp,i,y} x_i^2} = \frac{0,02318 \cdot 2,458}{7,283 \cdot 0,792^2 + 1,011 \cdot 5,708^2 + 4 \cdot 1,850 \cdot \left(\frac{33,5}{2}\right)^2} = 2,696 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

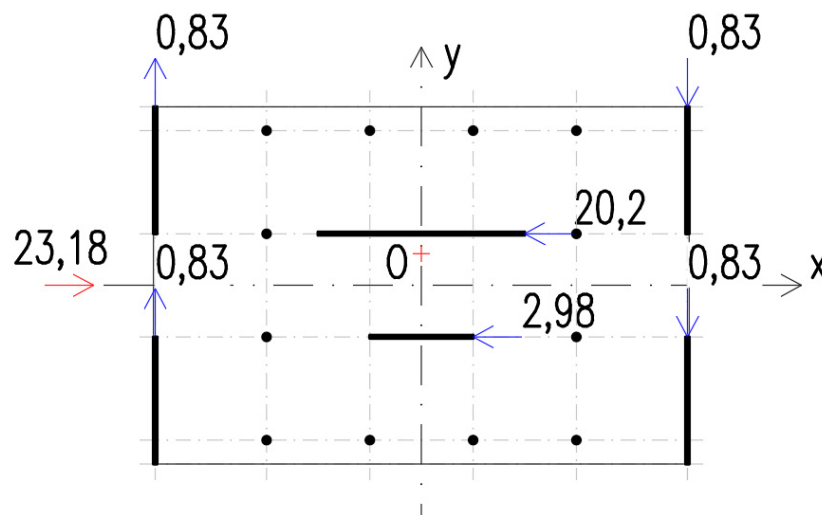


V důsledku deformací stropní tabule vzniknou ve ztužujících prvcích síly (natočení zmenšuje deformaci stěny 1 => znaménko mínus, zvětšuje deformaci stěny 2 => znaménko plus):

$$w_{x,1} = (\Delta x - \varphi y_1) K_{komp,1} = (2,795 \cdot 10^{-3} - 2,696 \cdot 10^{-5} \cdot 0,792) \cdot 7,283 = 20,2 \text{ kN/m}$$

$$w_{x,2} = (\Delta x + \varphi y_2) K_{komp,2} = (2,795 \cdot 10^{-3} + 2,696 \cdot 10^{-5} \cdot 5,708) \cdot 1,011 = 2,98 \text{ kN/m}$$

$$w_{x,3} = (\Delta y + \varphi x_3) K_{komp,3} = \left(0 + 2,696 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{33,5}{2}\right) \cdot 1,850 = 0,83 \text{ kN/m (4x)}$$



Kontrola splnění podmínek rovnováhy:

$$\begin{aligned} \overline{x} \quad 23,18 - 20,2 - 2,98 &= 0 \text{ [kN/m]} \\ &0 = 0 \text{ [kN/m]} \\ \overline{y} \quad 0,83 + 0,83 - 0,83 - 0,83 &= 0 \text{ [kN/m]} \\ &0 = 0 \text{ [kN/m]} \\ \overline{O} \quad 23,18 \cdot 2,458 + 20,2 \cdot 0,792 - 2,98 \cdot 5,708 - 4 \cdot 0,83 \cdot \frac{33,5}{2} &= 0 \text{ [kNm/m]} \\ &0,36 \approx 0 \text{ [kNm/m]} \end{aligned}$$

V patě jednotlivých podélných ztužujících prvků bude působit ohybový moment:

$$\begin{aligned} M_{k1} &= \frac{1}{2} w_{x,1} H^2 = \frac{1}{2} \cdot 20,2 \cdot 32,5^2 = 10668 \text{ kNm} \\ M_{k2} &= \frac{1}{2} w_{x,2} H^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,98 \cdot 32,5^2 = 1574 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Zatěžovací plochy jednotlivých prvků jsou:

$$\begin{aligned} A_{z1} &= 6,5 \cdot 16,25 = 105,6 \text{ m}^2 \\ A_{z2} &= 6,5 \cdot 13 = 84,5 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Normálové síly působící v patě jednotlivých prvků:

$$\begin{aligned} N_{k1} &= 9 \cdot 105,6 \cdot 0,2 \cdot 25 + 13 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 6865 \text{ kN} \\ N_{k2} &= 9 \cdot 84,5 \cdot 0,2 \cdot 25 + 6,5 \cdot 32,5 \cdot 0,2 \cdot 25 = 4859 \text{ kN} \end{aligned}$$

Napětí v patě jednotlivých prvků:

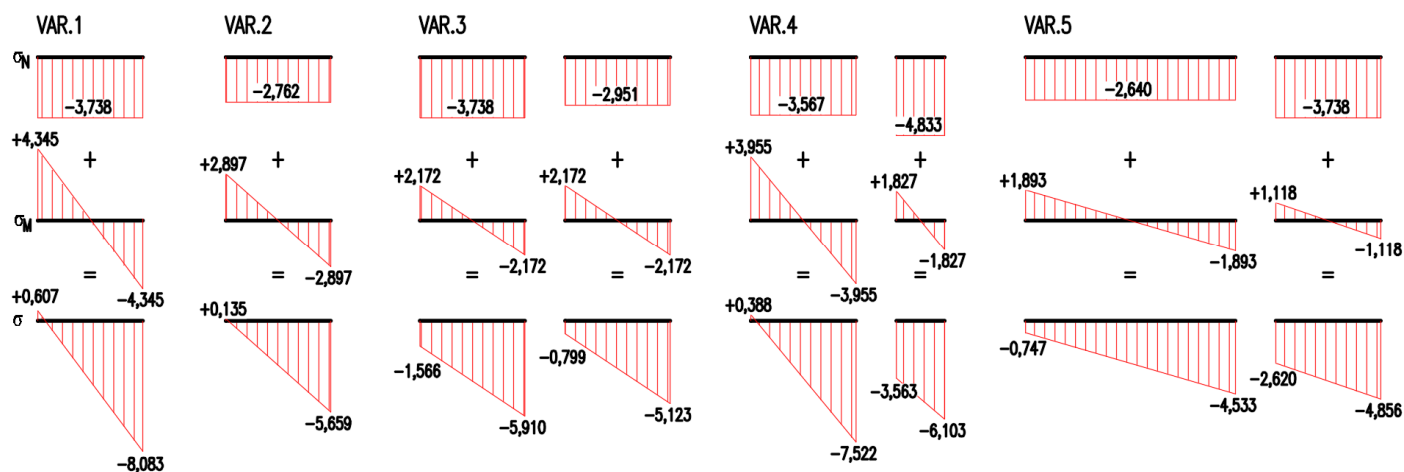
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{6865}{0,2 \cdot 13} \pm \frac{10668}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 13^2} = -2,640 \pm 1,893 \begin{cases} -0,747 \text{ MPa} \\ -4,533 \text{ MPa} \end{cases} \\ \sigma_2 &= -\frac{N_{k2}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{4859}{0,2 \cdot 6,5} \pm \frac{1574}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 6,5^2} = -3,738 \pm 1,118 \begin{cases} -2,620 \text{ MPa} \\ -4,856 \text{ MPa} \end{cases} \end{aligned}$$

V patě ztužujících stěn vzniká pouze tlak. Návrh rozmístění ztužujících prvků tedy **vyhovuje**. Můžeme přistoupit k návrhu výztuže ztužujících prvků. Při nesymetrickém rozmístění ztužujících prvků obecně nelze zanedbat vliv natočení. U ohybově neštíhlých stěn obecně nelze zanedbat vliv smykových deformací.

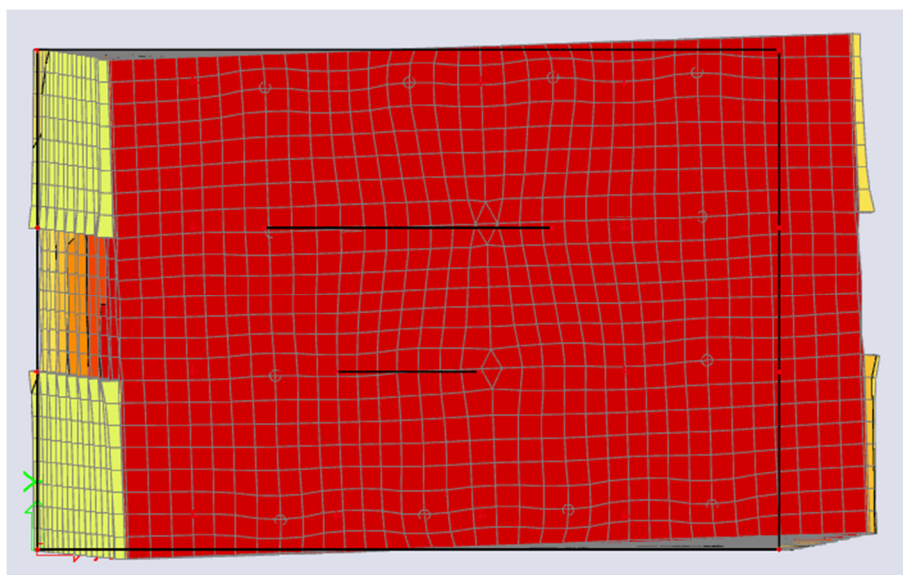
V daném případě lze jednotlivé vlivy kvantifikovat následovně:

- Při přesném výpočtu jsme získali poměr momentů $M_{k2}/M_{k1} = 1574/10668 = 0,148$.
- Pokud bychom moment $M_k = 12239$ kNm rozdělili v poměru komplexních tuhostí se zanedbáním vlivu natočení stropní desky, získali bychom momenty $M_{k1} = 10747$ kNm a $M_{k2} = 1492$ kNm a poměr $M_{k2}/M_{k1} = 0,138$.
- Pokud bychom dále zanedbali vliv smykových deformací a moment $M_k = 12239$ kNm rozdělili v poměru momentů setrvačnosti, získali bychom momenty $M_{k1} = 10879$ kNm a $M_{k2} = 1360$ kNm a poměr $M_{k2}/M_{k1} = 0,125$.

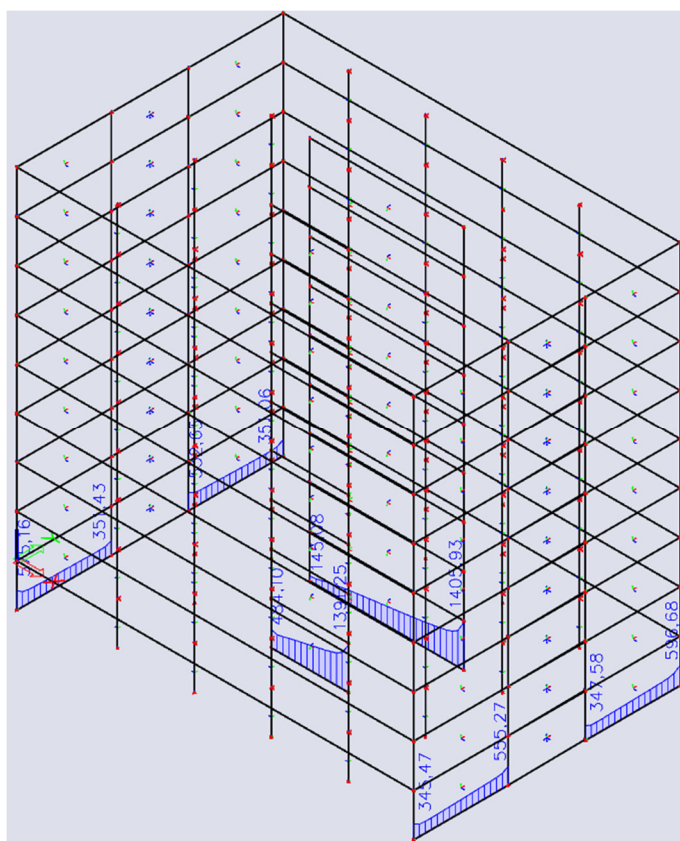
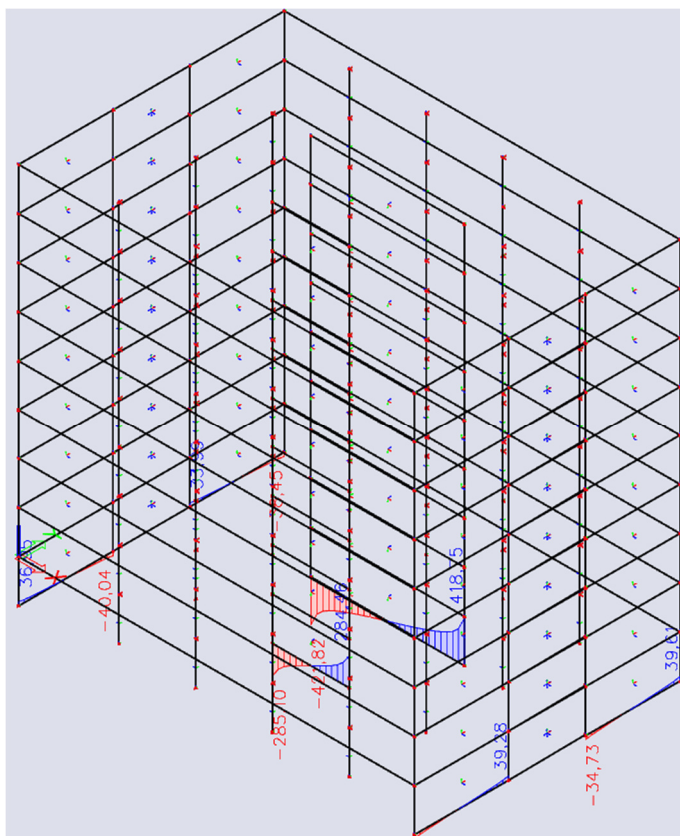
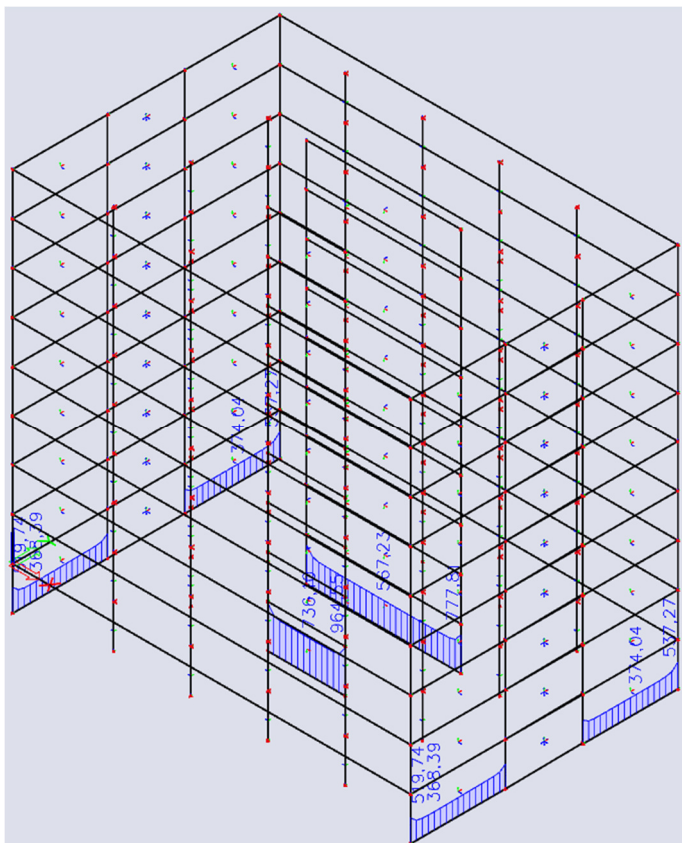
Pro porovnání ještě uvedme průběhy napětí v patě ztužujících prvků stanovené v jednotlivých variantách návrhu rozmístění:



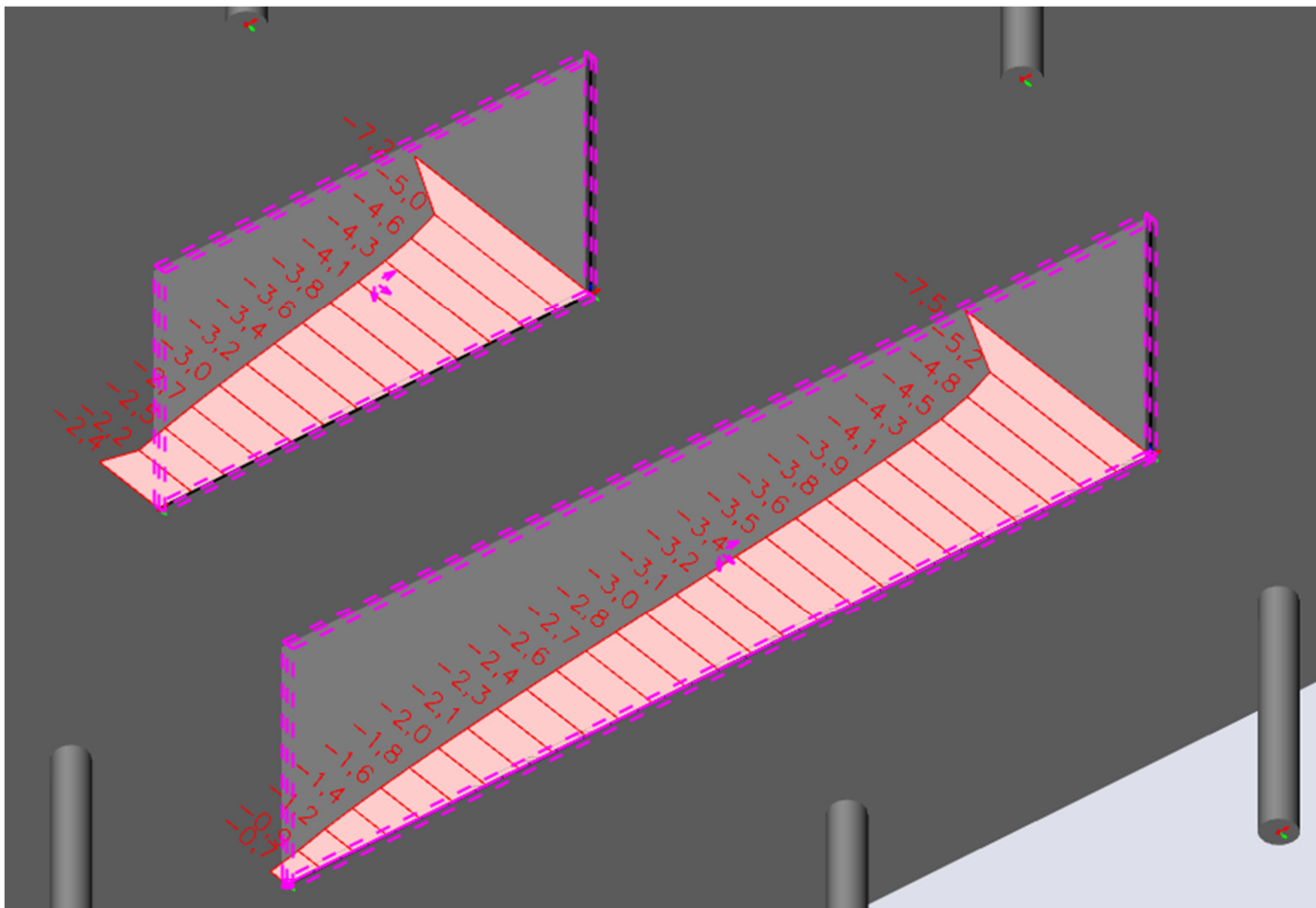
Pro zajímavost uvádíme rovněž výsledky získané řešením těže konstrukce v programu Scia. Následující obrázek porovnává původní tvar konstrukce s tvarem po deformaci. Je patrné, že naše představa o deformaci složené z posunutí a natočení byla správná.



Další obrázky zobrazují svislé reakce v patách stěn postupně od vlastní tíhy, návrhového zatížení větrem a kombinace KZS1. Reakce jsou již přepočteny na síly v kN/m, nelze je tedy porovnávat číselně s výše stanovenými napětími. Nicméně je patrná dobrá shoda průběhů.



Reakce v kN/m jsou pro návrh konstrukce příhodnější. Nicméně pokud bychom chtěli vykreslit hodnoty napětí pro porovnání s ručním výpočtem, můžeme tak rovněž učinit. Následující obrázek ukazuje svislá normálová napětí v patě vnitřních stěn od KZS1. Je patrná velmi dobrá shoda s ručním výpočtem.



Návrh vyztužení vybraného ztužujícího prvku

Návrh vyztužení provedeme pro delší stěnu z varianty 5. Extrémní tlaková namáhání stanovíme z návrhové kombinace zatížení KZS2, která je složena z charakteristického zatížení větrem a maximálního svislého zatížení (tj. návrhové hodnoty stálých i proměnných zatížení ze zatěžovací plochy) v patě ztužujících prvků. Extrémní tahová namáhání stanovíme z návrhové kombinace zatížení KZS3, která je složena z návrhového zatížení větrem a minimálního svislého zatížení v patě ztužujících prvků.

$$KZS2 = w_k + n_{\max}$$

$$KZS3 = w_d + n_{\min}$$

Pro kombinaci KZS2 stanovíme:

$$N_{d1} = \gamma_G N_{k1} + \gamma_G A_{z1} g_{k,ost} + \gamma_Q A_{z1} q_k = 1,35 \cdot 6865 + 1,35 \cdot 105,6 \cdot 2 + 1,5 \cdot 105,6 \cdot 3 = 10028 \text{ kN}$$

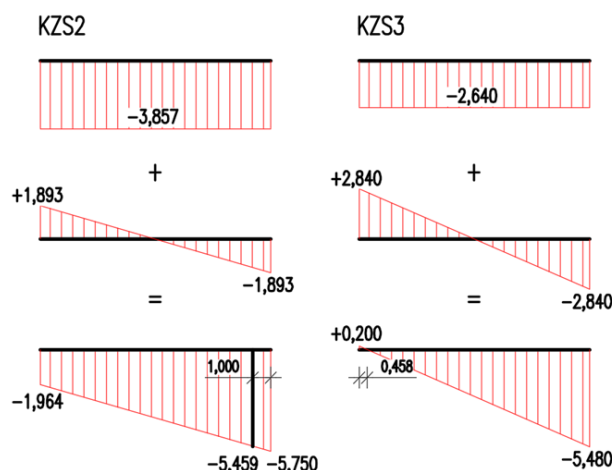
$$\sigma_1^{KZS2} = -\frac{N_{d1}}{A_1} \pm \frac{M_{k1}}{W_1} = -\frac{10028}{0,2 \cdot 13} \pm \frac{10668}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 13^2} = -3,857 \pm 1,893 \begin{cases} -1,964 \text{ MPa} \\ -5,750 \text{ MPa} \end{cases}$$

Pro kombinaci KZS3 stanovíme:

$$M_{d1} = \gamma_Q M_{k1} = 1,5 \cdot 10668 = 16002 \text{ kNm}$$

$$\sigma_1^{KZS3} = -\frac{N_{k1}}{A_1} \pm \frac{M_{d1}}{W_1} = -\frac{6865}{0,2 \cdot 13} \pm \frac{16002}{\frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 13^2} = -2,640 \pm 2,840 \begin{cases} +0,200 \text{ MPa} \\ -5,480 \text{ MPa} \end{cases}$$

Průběhy napětí v patě stěny jsou následující:



Posoudíme potřebu svislé výztuže na tlačeném kraji stěny. Spočteme průměrné napětí na délce 1 m od tlačeného kraje, stanovíme celkovou normálovou sílu působící na této části stěny a následně provedeme odhad potřebné plochy svislé výztuže za předpokladu dostředného namáhání (jako při předběžném návrhu výztuže sloupů):

$$\sigma_{\varnothing} = \left| \frac{-5,459 - 5,750}{2} \right| = 5,605 \text{ MPa}$$

$$N = \sigma_{\varnothing} \cdot A_c = 5,605 \cdot 0,2 \cdot 1 = 1,121 \text{ MN}$$

$$A_{s,req,c} = \frac{N - 0,8 A_c f_{cd}}{\sigma_s} = \frac{1,121 - 0,8 \cdot 0,2 \cdot 20}{400} \leq 0$$

Z výsledku je patrné, že tlaková namáhání i v nejvíce namáhané části stěny přeneše beton. Postačí tedy návrh výztuže dle konstrukčních zásad pro stěny.

Posoudíme potřebu svislé výztuže na taženém kraji stěny. Spočteme průměrné napětí na tažené části stěny (v našem případě je tažená část kratší než 1 m; pokud by byla delší, postupovali bychom obdobně jako na tlačeném kraji), stanovíme celkovou normálovou sílu působící na této části stěny a následně provedeme odhad potřebné plochy svislé výztuže za předpokladu vyloučení působení betonu v tahu:

$$\sigma_{\varnothing} = \frac{0,200 + 0,000}{2} = 0,100 \text{ MPa}$$

$$N = \sigma_{\varnothing} \cdot A_c = 0,100 \cdot 0,2 \cdot 0,458 = 9,16 \text{ kN}$$

$$A_{s,req,t} = \frac{N}{f_{yd}} = \frac{9160}{435} = 21 \text{ mm}^2$$

Je patrné, že potřebná plocha tažené výztuže je zanedbatelná a bude bezpečně pokryta dále navrženou konstrukční výztuží. Plocha svislé výztuže v součtu pro oba povrchy stěny se navrhne z podmínky:

$$0,002 a_c \leq a_{s,v} \leq 0,04 a_c$$

$$0,002 \cdot 200 \cdot 1000 \leq a_{s,v} \leq 0,04 \cdot 200 \cdot 1000$$

$$400 \leq a_{s,v} \leq 8000 \text{ [mm}^2 / \text{m]}$$

=> **Návrh svislé výztuže: Ø8/200 u obou povrchů ($a_{s,v} = 500 \text{ mm}^2/\text{m}$)**

Navržená svislá výztuž splňuje podmínky pro vzdálenost svislých prutů, neboť tato nepřesahuje 400 mm ani trojnásobek tloušťky stěny.

Poznámka: V našem případě postačí v celé ploše stěny výztuž navržená dle konstrukčních zásad. Pokud by však plocha výztuže $A_{s,req,c}$ anebo $A_{s,req,t}$ překročila plochu navrženou z konstrukčních zásad, navrhla by se na obou krajích stěny výztuž podle $A_{s,req,c}$ anebo $A_{s,req,t}$.

Plocha vodorovné výztuže v součtu pro oba povrchy stěny se navrhne z podmínky:

$$0,25a_{sv} \leq a_{s,h}$$

$$0,25 \cdot 500 \leq a_{s,h}$$

$$125 \text{ mm}^2/\text{m} \leq a_{s,h}$$

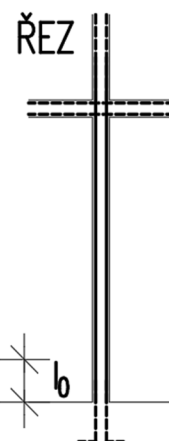
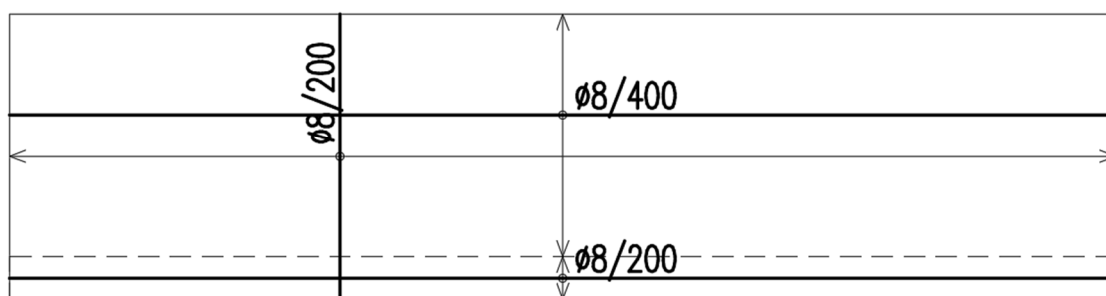
=> **Návrh vodorovné výztuže: Ø8/400 u obou povrchů ($a_{s,h} = 250 \text{ mm}^2/\text{m}$)**

Navržená svislá výztuž splňuje podmínku pro vzdálenost vodorovných prutů, neboť tato nepřesahuje 400 mm. V oblasti stykování přesahem bude rozteč prutů zmenšena na polovinu.

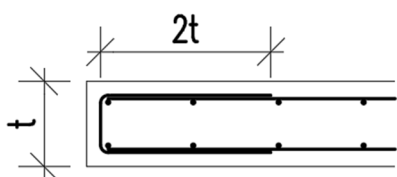
Ve stěně budou dále navrženy **stěnové spony Ø6 v počtu 4 ks/m²**. Postačí konstrukční návrh spon, neboť plocha svislé výztuže nepřekračuje $0,02a_c = 4000 \text{ mm}^2/\text{m}$ a není tedy nutno postupovat dle pravidel pro návrh příčné výztuže sloupů.

Schéma navržené výztuže pro spodní podlaží řešené stěny:

POHLED



DETAIL KONCE STĚNY



Poznámka: Výztuž navržená v tomto příkladu nezohledňuje účinky ohybového namáhání stěny od připojených stropních desek (momentů na styku stěny a stropní desky). Při reálném návrhu je samozřejmě potřeba tyto účinky zohlednit. Postupovali bychom stejně jako při návrhu výztuže kterékoliv jiné svislé nosné konstrukce (viz např. přednáška a cvičení zaměřené na návrh výztuže sloupu).

Posouzení vybraného ztužujícího prvku na smyk

Pro úplnost provedeme posouzení vybraného ztužujícího prvku na smykové namáhání v patě stěny. Posudek provedeme pro kombinaci KZS3, která vyvolá největší posouvající sílu. Hodnotu průměrného smykového napětí v patě stěny stanovíme jako:

$$\tau_{Ed} = \frac{\gamma_Q H w_{x,1}}{b_w l} = \frac{1,5 \cdot 32,5 \cdot 20,2}{0,2 \cdot 13} = 0,379 \text{ MPa}$$

Návrhová odolnost průřezu nevyztuženého smykovou výztuží se zohledněním tlakového namáhání kolmo k průřezu se stanoví ze vztahu:

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,66}{\gamma_V} \left(100 \rho_l f_{ck} \frac{d_{dg}}{d} \right)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}$$

V našem případě dostaneme (součinitel bezpečnosti pro smyk je $\gamma_V = 1,4$, předpokládáme parametr drsnosti povrchu smykové trhliny $d_{dg} = 38 \text{ mm}$ a $k_1 = 0,167$):

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,66}{1,4} \cdot \left(100 \cdot \frac{500}{200 \cdot 1000} \cdot 30 \cdot \frac{38}{13000} \right)^{\frac{1}{3}} + 0,167 \cdot \frac{6865000}{200 \cdot 13000}$$

$$\tau_{Rd,c} = 0,132 + 0,441$$

$$\tau_{Rd,c} = 0,573 \text{ MPa} \geq \tau_{Ed}$$

Ztužující prvek **vyhovuje** na smyk. Je patrný významný vliv svislého přetížení na odolnost ve smyku.